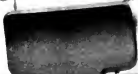

12
25 G
14



R. P. PAULI
CASATI
MECHANICA.



R. P. PAULI
CASATI
PLACENTINI
SOCIET. JESU
MECHANICORUM
LIBRI OCTO,
IN QUIBUS UNO EODEMQUE
principio Vectis vires Physicè explicantur & Geometricè
demonstrantur,

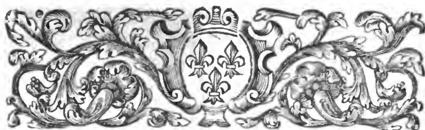
Atque Machinarum omnis generis componendarum methodus
 proponitur.



LUGDUNI,
Apud ANISSONIOS, JOAN. POSUEL
& CLAUDIUM RIGAUD.

M. DC. LXXXIV.

CUM PRIVILEGIO REGIS.



CHRISTIANISSIMO GALLIARUM ET NAVARRÆ REGI LUDOVICO MAGNO.



D Majeſtatis Tuæ pedes, REX INVICTISSIME, *me, meámque hanc de rebus Mechanicis lucubrationem, ignotus homo, vix fortaſſe credibili confidentiâ; ſiſto: Sed quâ Regiâ comitate omnium animos concilias, eâdem ſuſtentor, ne repulſam timeam. In Te Orbis univerſi conjecti ſunt oculi, quos Tuæ Gloriæ ſplendor allicit: à communi feli-*

citate quid me paterer excludi? Amplißima Tua in Societatem noſtram merita, quorum nullam partem, ne cogitandâ quidem gratiâ, conſequi poſſumus, hoc ſaltem officij ab univerſo Ordine repetunt, ut ſinguli, quem cordi penitiſsimè impreſſum geſtamus non ingrati LUDOVICUM, in libris palàm inſcriptum velimus. Me verò Naturæ atque Artis mutuam ſocietatem coëuntium in Machinis, ferè dixerim, miracula contemplari aſſuetum rapuere admirabundum, quæ ipſe patraſti, & bello, & pace, egregia atque præclara facinora non modò mirabilia, ſed prodigiis ſimilia. Neque illa quidem aut ex rerum magnitudine ac difficultate, aut ex multiplicato numero, aut ex diſsimilium varietate, aut ex ſerie non interruptâ, metienda duxi, quamquam & in his admirabilitatis plurimum inſit: Verùm longè omnem admirationem multúmque ſuperare mihi videtur, quòd paucis luſtris vel ſæcula complexus, unus pluribus Regibus par, tot, tantáque perficere valuiſti. Ingentis ponderis gravitatem vincit adhibita Machina, ſed diuturno impulſu agitanda, ut proficiat aliquid: At plurima immenſis munita difficultatibus exiguo temporis ſpatio expugnare, atque ad optatum exitum perducere, ita Tuum eſt, REX INVICTISSIME ut quemadmodum rerum geſtarum gloriâ, ac nominis celebritate, nemini ſuperiorum Regum ſecundus

prædica

prædicaris, sic Tibi secundum, qui Tuis planè insistat vestigiis, ventura sæcula sperare vix audeant. Patere igitur pro summâ, qua præditus es, humanitate, qualemcumque hanc rerum Mechanicarum tractationem Regio insigniri Nomine, ut, quos meas hasce commentationes legere non piguerit, vel hinc discant, aliud esse non imitabile genus Facultatis, qua ingentia citò perficiantur, si LUDOVICI MAGNI mens accesserit. Incolumem Te diu servet DEUS Catholicæ Fidei incremento, Regníque Tui felicitati; audiátque bonorum omnium Largitor vota, quæ pro Majestate Tuâ supplex nuncupat

MAJESTATIS Tuæ

Parmæ Kal. Maij 1683.

Humillimus atque Obsequentissimus
Servus
PAULUS CASATUS è Soc. JESU.

Facultas R. P. Provincialis Societatis Jesu in Provincia Veneta.

EGo Octavius Rubeus Societatis Jesu in Provincia Veneta Præpositus Provincialis, potestate ad id mihi factâ ab Adm. R. P. N. Præposito Generali Jo. Paulo Oliva, facultatem facio, ut Opus inscriptum, *Mechanichorum Libri octo, Authore P. Paulo Casato Societatis Nostræ Sacerdote*, ejusdem Societatis Doctorum hominum judicio approbatum, typis mandetur, si ita iis, ad quos pertinet, videbitur. Cujus rei gratiâ has litteras meâ manu subscriptas, & sigillo officij mei munitas dedi. Parmæ 23. Februarij 1681.

OCTAVIUS RUBEUS.

Summa Privilegij à Christianissimo Rege concessi.

LUDOVICUS MAGNUS Galliarum & Navarræ Rex Christianissimus, Diplomate suo sanxit, nequis per universos Regnorum suorum fines intra decem proximos annos à die publicationis exemplarium computandos, imprimat seu typis excudendum curet & venale habeat Opus quod inscribitur, *Mechanicorum Libri octo, Authore R. P. Paulo Casato Soc. Iesu*; præter Anissonios Bibliopolas Lugdunenses, aut illos quibus ipsimet concesserint. Prohibuit insuper eadem auctoritate Regia omnibus suis subditis, idem Opus extra Regni sui limites imprimendum curare, & impressum divendere, vel quempiam ubicumque fuerit ad id agendum impellere; ac instigare sine consensu dictorum ANISSONIORUM; Qui secus faxit, confiscatione librorum, aliaque gravi pœnâ multabitur, uti larius patet in diplomate regio. Dabatur Versaliis die vigesima prima Januarij anno Dom. 1684.

Ex mandato Regis.

JUNQUIERES.

MECHA



AD LECTOREM.



SERO in lucem prodit hæc Mechanicorum tractatio, & vix fide me abduco, quam dedi, cùm Diſſertationes de *Terrâ Machinis motâ* quaſi Prodromum emiſi ante plures annos: ſcilicet à ſtudiis tunc abſtractus, utpote alieni juris, & ad munera his non affinia tranſlatus, multam ſalutem & Mathematicis diſciplinis & Phyſicis dicere coactus ſum; adeò ut demum tot elapſis annis urgente jam ſenio cogitationem omnem abjecerim de hujuſmodi commentationibus, diffidens me poſſe ad hanc ſcriptionem ſatis temporis invenire, quin eam proxima mors interciperet, & ſuſceptum alieniſſimo tempore laborem irritum faceret. Adde quòd (pro meâ negligentiâ, quæ calamo parcit) temporis diuturnitate deletæ ex animo pleræque imagines vix tenue veſtigium reliquerant, cui novis inductis coloribus eas redintegrari poſſe confiderem. Amicorum tamen officioſis ſtimulis me urgeri paſſus ſum, ut ſubciſivis, quæ incurrebant, temporibus tentarem, an deſtinatam animo tractationem, cujus brevem Synopſim auditoribus meis in Romano Collegio, anno labentis ſæculi decimi ſeptimi quinquageſimo quarto, tradideram, redordiri, & aliquâ ratione perficere liceret. Licuit autem, præter ſpem, toties dimiſſum calamum reſumere, ut tan-

dem de ſingulis Mechanicis Facultatibus aliquid me ſcripſiſſe invenerim, quod Mathematicarum diſciplinarum candidatis profuturum amici cenſuerunt, ſi publici juris fieret. Quapropter alienæ utilitati ſerviendum potiùs fuit, quàm meæ voluntati.

Verùm ne te moveat, Amice Lector, quòd Mechanici inſcribantur libri, cùm tamen aliqua ad Centrobaryca, aliqua ad Statica pertineant. Cùm enim hæc ad pleniorem eorum intelligentiam, quæ de Machinis diſputanda erant, referantur, nomen à ſcopo deſumendum fuit: Nec deerat ex Ariſtotele (ſi tamen ipſi tribuenda ſit illa tractatio) ſuffragium, qui Mechanicas Quæſtiones inſcripſit libellum, in quo non de ſolis Mechanicis facultatibus agitur.

Methodum ne culpes, quòd non in Theoremata & Propoſitiones rem totam digeſſerim, ſed in Capita diſtribuerim, & quidem aliquando longiuſcula: Brevitati nimirum ſtudens non amavi codicem titulis implere, ne fortè, ad oſtendendam conſequentium cum præcedentibus connexionem, cogerer idem ſæpiùs inculcare. Facilius autem duxi ea, quæ conjuncta ſunt, uno eodemque capite complecti, ut ex ipsâ verborum conſecutione rerum cognatio innoteſcat. Præterquam quod, ſi formâ illâ Mathematicis familiari uſus fuiſſem, animum fortaſſe induxiſſes, me mihi ineptè blandiri, & quaſi Geometricas ratiocinationes obtrudere ea, quæ ſatis probabili conjecturâ ſtabilire conatus ſum. Quamvis enim non pauca attulerim, quæ Geometricas demonſtrationes recipiunt, nec mihi videar pſeudographis ſyllogiſmis deceptus; quia tamen & apud Phyſicos & apud Mathematicos agenda erat cauſa, multa fuere ad Philoſophicas rationes revocanda; & quidem, quoad ejus fieri potuit, à receptis in ſcho-

lis

his opinionibus mihi non erat hìc recedendum, ne quid temerè sine argumentis proferrem, aut ne longiùs ab instituto recederem, si quid novi, quæsitâ veri similitudine, molirer. Hoc videlicet mihi potissimum curæ fuit, ut Physicam admirandorum per Machinas motuum causam investigarem: in Physicis autem modum sciendi Geometricum inquirens, ne ab Aristotele redarguerer, timerem. Quare alia Geometricè, alia Physicè tractata æquo animo patere.

Stylum autem quid excusem? Non est, fateor, constans & perpetuus, suíque similis: tum quia non eadem semper subjecta materia est, tum quia, prout tempus ferebat, animum inæqualiter affectum ad scribendum attuli; nec poterat æquabiliter fluere toties intercisa oratio.

Unum est inter cætera, quod fortasse desideres, nimirum illorum, qui de hoc eodem argumento scripserunt, sententias explicari, & quæ à me dicuntur, eorum authoritate muniri. Plurimum sanè mihi lucis affulsisset ex doctorum virorum Commentariis, neque contemnenda ornamenti accessio hujus meæ lucubrationis tenuitati fieret ex diversis Authorum opinionibus: Verùm ut nunc res se habet, opportunâ librorum supellectile destitutus authorum mentionem facere plenam non potui, jejunam non debui, ne quis per contemptũ prætermissus videretur. Mihi autem non ea est memoriæ firmitas, quæ, quid aliquando legerim, aut ubi legerim, satis explicatâ recordatione suggerat. Quòd si placuisset, corrogatis aliunde libris, magnificam hanc eruditionis pompam meæ qualicumque commentationi adhibere, non satis otii ad legendum suppetebat, & nimium temporis postulasset scriptio, si exponendæ primùm, dein confirmandæ aut refellendæ fuissent aliorum

ſententiæ: propterea ſatius duxi, quæ animo occurrebant, pro meâ conſuetudine breviter ſimplicitérque ſcribere, vix aliquando tactâ alicujus Authoris opinione, quam in adverſariis jampridem notatam inveni.

Nec te pluribus volo, Amice Lector. Multa habebis, quæ pro tuâ humanitate mihi condones, plura quæ amanuenſi, plurima fortaſſe quæ Typographo, ubi præſertim de Numeris, & de Majori aut Minori Ratione ſermo eſt; facilis enim contingit oſcitanti hallucinatio, ut ab Autographo aberret exemplar, & Numerus numero, verbum verbo commutetur: Non ægrè tamen ex adjunctis peti poterit correctio. In iis verò, in quibus à me per imprudentiam peccatum fuerit, à tuâ Sapientiâ facilè patiar me dedoceri. Vale.



ELENCHUS CAPITUM.

LIBER PRIMUS. De Centro Gravitatis.

LIBER SECUNDUS. De Causis Motûs Machinalis.

LIBER TERTIUS. De Libra.

LIBER QUARTUS. De Vecte.

X. An

LIBER QUINTUS. De Axe in Peritrochio.

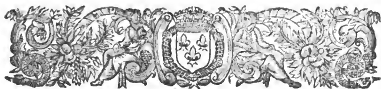
LIBER SEXTUS. De Trochlea.

ELENCHUS CAPITUM.

LIBER SEPTIMUS. De Cuneo, & Percussionibus.

LIBER OCTAVUS. De Cochlea.

MECHA



MECHANICORUM
LIBER PRIMUS


De Centro Gravitatis.

MAchinarum vires, quibus innatæ corporum in motum aut quietem propensioni obsistimus, exploraturus, prætereire non possum gravitatem ipsam: ne scilicet ignoretur, quid arte vincendum sit. Ideò primum hunc Librum Centro gravitatis tribuendum censui, cùm plura ex illo pendeant examinanda in posterioribus. Neque tamen hîc subtilissimam illam statices partem persequar, quæ in corporibus singulis gravitatis centrum investigat: id enim, & abundè ab aliis præstitum, & mihi in hac tractatione minimè necessarium; quippe cui satisfuerit centrum illud physicè perspectum habere, quatenus præcavendum est, ne alienâ ponderis ad machinam applicatione longè alia fiat momentorum ratio, quàm oporteat. Ut autem Centri gravitatis notitia clarior habeatur, non inutile ducam quæstiones aliquot ad illud enucleatiùs explicandum pertinentes addere, ut ipsis etiam tyronibus fiat satis: quamquam enim illis machinalis scientia carere posse alicui fortasse videatur, rem tamen penitiùs introspiciens eas extrà mechanicæ considerationis fines positas non esse cognoscet.

CAPUT I.
Quid sit Centrum gravium, & levium.

QUoniam hæc rerum universitas corpora diversæ inter se rationis complectitur, eorum ordo aliquis necessarius fuit

ut suo unumquodque loco disponeretur; atque adeò æquum fuit, ut singulis à natura ea tribueretur facultas, quâ & se suo in loco, hoc est, juxta insitam propensionem sibi debito, conservare possint, & ad illum se ipsa promovere, si fortè indè dimota fuerint. Quia verò æqualia non nisi æqualiter, similique ratione disponenda erant, nullum autem corpus præter sphæram habet perfectam in partium dispositione æqualitatem, debuerunt corpora omnia orbem unum constituere. At in sphæra punctum unum est, à quo æqualibus radiis extremæ superficiei partes removentur: igitur ex ordine ad punctum hoc, quod Centrum dicitur, comparanda sunt corpora; quatenus cùm naturâ impellente moventur, ut in loco sibi debito, à quo per vim sejuncta fuere, demum consistant, vel ad centrum hoc accedunt, vel ab eo recedunt.

Et quidem si ad centrum accedant, gravitare dicuntur, si verò recedant, levitare: & quæ propiora centro consistunt, graviora, quæ autem remotiora, leviora quoque censentur secundùm speciem gravitatis, & levitatis: quicquid sit quod æqualia esse possint secundùm gravitatem absolutam, aut etiam sæpè contingat minus habere gravitatis absolutæ id, quod est gravius secundùm speciem. Sic libra plumbi æqualis est libræ aquæ, immò minor centum libris aquæ; quia tamen plumbum infra aquam descendens fit centro vicinius, etiam gravius est secundùm speciem. Quod si comparare velis duo corpora solida, quæ sibi sua duritie ita obsistunt, ut neutrum intra alterum moveri possit tanquam in medio; illud esse secundùm speciem gravius affirmabis, quod datâ paritate molis cum alio corpore, cum quo comparatur, staterâ expensum in eodem medio, in quo utrumque gravitat puta in aëre, plus habere ponderis deprehendes. Sic aurum est ferro gravius in specie, quia ex æqualibus molibus auri & ferri, aurea est ponderosior.

Generatim autem loquendo ea sunt in specie graviora, quæ sunt densiora, ea verò in specie leviora, quæ rariora: nam & inflata vesica ob aërem constipatum gravior est, quàm flaccida; & Æolipilam candentem, aëre intus vi caloris raro, leviorem primùm, posteà, ubi refrixerit, graviorem esse experimento didicimus, aëre assumptam raritatem abjiciente. Cùm enim radij à sphæræ centro ad superficiem ducti longiùs à se invicem

cem recedant, æquum fuit, ut quæ plus habent materiæ atque ſubſtantiæ ſub minori mole, in anguſtiore ſpatio collocarentur; ea verò, quæ ſub majoribus dimenſionibus continentur, ampliora ſpatia occuparent, ubi radij magis diſtant: ut v delicet hac ratione æqua ſubſtantiæ diſtributio fieret in tota ſphæra. Hinc vides, cur idem corpu , eo ipſo quod rarum fit, aſcendat, ut aqua in vaporem reſoluta (niſi aliunde ad d ſcendendum determinetur, ut aurum fulminans) quia materies eadem ſub majoribus dimenſionibus petit longiùs abeſſe à centro, ibiquè tantiſper conquieſcit, dum conſtipata, atque minorem in molem redacta, iterum deſcendat.

Quare centrum hoc, quod motus, vel quies corporum reſpicit, dicitur *Centrum gravium, & levium*; atque idem creditur eſſe cum centro univerſi: vel ſaltem (ne parùm utili nos diſputatione torqueamus) centrum eorum, quæ in hac ſphærâ elementari gravia, aut levia dicuntur, idem eſt cum centro terraquei hujus globi, ut quotidiana docet experientia: quicquid ſit, an pars lunaris globi, ſi à lunâ ſejungeretur, reditura eſſet ad lunam, ut ad centrum ſui motus. Tam itaquè, quæ hujuſmodi centro proxima ſunt, deorſum poſita dicuntur, ſurſum verò, quæ ab eo longiùs collocata ſunt. Hinc telluris ſuperficiei inſiſtentes caput ſurſum, pedes deorſum habere dicimur. Ille verò, quamvis rectus, & pedes, & caput ſurſum haberet, cujus umbilicus huic centro univerſi congrueret. Per quod pariter centrum ſi ſcala ducta intelligatur, duo poſſent ſibi non occurrere invicem, licet alter aſcenderet, alter deſcenderet; hic ſiquidem accederet ad centrum, ille inde recederet: per eam verò poſſet uterque aſcendere, & tamen licet, æquali motu moverentur, ſemper invicem diſtarent magis, quò à centro ad oppoſitas partes recederent.

CAPUT II.

An corpora prædita ſint gravitate, & levitate.

INter ea, quæ planè homogenea ſunt, ordo eſſe non poteſt à naturâ inſtitutus: hinc ſi nulla eſſet corporum diſſimilitudo,

ſed ex omninò ſimilibus ſubſtantiæ partibus totus hic orbis conflaretur, nulla quoque eſſet aut gravitas, aut levitas. Quid enim hæc potiùs pars, nulla naturæ conditione à cæteris diſcreta, petat abeſſe à centro, illa verò exigat in eo conquieſcere? verùm quia multiplici corporum genere coagmentata rerum univerſitas inconcinna eſſe non potuit, ſuum cuique locum natura tribuit, in quo ſe ſiſteret, ut infra hæc quidem deſcenderet, ſuprà illa verò aſcenderet, ſi quando ſibi invicem contigua fierent ordine præpoſtero, nec ullus eſſet motui obex. Cùm itaque corpora ſingula inſitam habeant propenſionem (ab Ariſtotele dicitur ὁρμὴ) qua petunt certum locum in univerſo; conſtat præter deſcendentium gravitatem dari etiam poſitivam levitatem, quâ corpus aliquod ſe ipſum promovet ad ſuperiores partes univerſi à centro magis diſtantes, neque ſolùm admittendam levitatem negativam, quâ corpora minùs gravia cenſentur levia, ſi eorum cum gravioribus fiat comparatio. Nam ſi ea, quæ levia dicuntur, eatenus dicas aſcendere, quatenus à gravioribus in inferiorem locum deſcendentibus propelluntur; mihi æquè liberum erit tollere omnem poſitivam gravitatem, ſolâ levitate admiſsâ; & omnia pariter ſolvam dicendo ea gravia cenſeri, quæ minùs levia ſunt, atque ideò tantùm deſcendere, quòd extrinſecùs à levioribus aſcendentibus loco pulſa detrudantur, non quòd ab internâ facultate deorſum impellantur. Quod ſi vel gravitas de medio tollenda ſit, vel levitas, ſatius eſt levitatem relinquere; naturâ videlicet ad altiora ſemper, & perfectiora aſpirante, nec adeò contendente de infimo loco. Quare cùm per gravitatem ſolam æquè ac per ſolam levitatem motus iſti explicentur, cæteroqui autem ingenita ſit unicuique corpori ſui loci exigentia; utramque admittere rationi maximè conſentaneum fuerit.

Vitreum globum vacuum, qui in tubulum recurvum deſinat, quoad fieri poteſt, calefactum, ut incluſus aër rareſcat, Hermeticè claude: tum adjiciatur congruens plumbi gravitas, quâ infra aquam deprimatur. Sit autem globus, unà cum adjecto plumbo, connexus cum exquiſitæ libræ brachio, aut lance, ejúſque gravitas intrà aquam exploretur: ubi gravitas innotuerit, adhuc ſub aquâ retineatur globus, ſed longiore forcipe extremum tubuli caput occluſum frangatur: & animadvertes

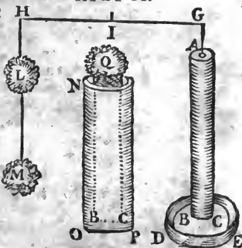
vertes globi vitrei cum appenso plumbo gravitatem augeri; cujus incrementum indicabitur ab addito in opposita lance pondere ad constituendum æquilibrium. Cùm itaque idem maneat vitrum, idémque plumbum, & nulla facta sit alicujus gravitatis accessio, illud unum superest, quòd aër rarus intrà globum conclusus levior, quàm idem aër, aperto tubulo, sibi restitutus, plus elidit gravitatis plumbi & vitri; atque moles composita ex plumbo, vitro, & aëre raro, secundùm speciem levior est, quàm moles ex plumbo, vitro, & aëre non raro. Aër igitur intra aquam ita levis est, ut aliquid gravitatis imminuat: Nam si globum eundem ex aquâ extractum, omni aëre exclusо, aquâ repleveris, & iterum eodem plumbo adjecto ejusdem gravitatem intrà aquam examinaveris, illam adhuc majorem deprehendes; quia scilicet nulla levitas aëris adest, quæ aliquam deterat gravitatem, sed illa solùm perire videtur, quam infert discrimen gravitatum secundùm speciem, ut ex Hydrostaticis constat. Neque suspiceris hæc gravitatum incrementa oriri ex aquâ subeunte per apertum tubulum, cùm aër assumptam ex calore raritatem abjicit, se in naturalem suam molem restituens, sivè, aëre prorsus exclusо, ex aquæ globum implentis gravitate. Si enim vitrum aliud aut nullius, aut modicissimæ aquæ capax, sed ejusdem in aëre ponderis cum assumpto globo, similiter in aquâ expendas, eandem invenies gravitatem, sive multâ, sive modicâ aquâ repletum fuerit. Non igitur aqua intrà aquam gravitatem auget.

Sed illud, ut reliqua sileam, non leviter suadere potest corpora suis nutibus non deorsum tantùm, sed etiam sursum conari, quod mihi haud ita pridem aliud investiganti contigit observare. Cum enim animadvertissem aliquando, quàm dispar esset gravitas aquæ dimidiam situlam implentis, si illa in superficie horizontali libraret sese, ac quandò supposita ligneo globo firmiter cum superiore tigillo cohærenti altiùs ad latera assurgebat locum globo concedens, quem tamen non sustinebat; subiit animum cupido tentandi, an bubula vesica inflata transversis virgulis infra vasis labra depressa ita, ut eam aqua circumplecteretur, vim haberet pariter augendi momenta gravitatis; aquam siquidem cogebat assurgere ad altitudinem majorem perpendicularem, ac quandò, vesicâ liberè innatante,

ſubſidebat. Inveni tamen nullum planè obſervari poſſe in gravitate diſcrimen, quamvis tam ampla eſſet veſica, ut facilè dimidiam vaſis capacitatem impleret: in utroque enim caſu pondus fuit lib. $44\frac{1}{2}$. Id mihi, fateor, accidit præter opinionem: Nam ſi ex pariete extet tigillus, cui adnectatur cylindrus P, aut veſica ritè firmata, ferè implens capacitatem vaſis A B, vaſque illi ſupponatur ita, ut aqua deinde infuſa poſſit liberè cylindro circumfundi; percipies onus longè majus, quàm pro gravitate aquæ infuſæ, ſi permitteretur ſubſidere: & ſi vas ex ſtaterâ pendeat, adducto reductóve ſacomate apparebunt momenta gravitatis longè majora, quàm ſi tota illa aqua fundum peteret, & cylindri pars, quæ priùs immergebatur, abſciſſa, aut veſica innataret. Intelligebam id ex majori altitudine perpendiculari aquæ ſupra eandem baſim oriri; nam depreſſo vaſe ita, ut paulatim cylindus emergat, & aqua ſubſidat, ſemper minuitur pondus: idem futurum ſperabam, ſi veſica intra aquam non ab extrinſeco obice detineretur, ſed à virgulis cum vaſe ipſo connexis; quandoquidem aqua ad eandem pariter altitudinem aſſurgebat ſuper baſim eandem: at ſpem fefellit eventus. Nec alia mihi ſe obtulit probabilior ratio, quàm ut exiſtimarem aquam altiorem vehementius quidem deorſum niti, veſicam tamen leviorem altiùs depreſſam, conantem ſurſum, æqualiter contendere, ut emergeret; cùm verò niſus iſte ſurſum oppoſitas virgulas, atque adeò vas cum illis connexum urgeret, elidi adverſum impetum deorſum, qui à majore altitudine perpendiculari aquæ oriebatur, & ſolum remanere conatum ex ipſorum corporum ſubſtantiâ promanantem, quæ ſicut eadem ſemper erat, ſivè innataret veſica, ſivè per vim immergeretur, ita eadem obtinebat gravitatis momenta. Quo experimento (quamquam non me lateat, quid pro ſe afferre hîc poſſent aliter ſentientes) viſus mihi ſum deprehendere non obſcurum poſitivæ levitatis veſtigium.



Ut autem levitatem corporibus adimendam aſſererent ingenioſi Academici, hoc potiſſimum ducti ſunt experimento. Ligneum



Ligneum cylindrũ ABC plano horizontali D, E, perpendicularem ſtatuerunt; & ut cylindri baſis ſubjecto plano exactè congrueret, laminas duas accuratiſſimè lævigatas, tùm cylindri baſi, tùm ſubjecto plano firmiter adnexas voluerunt. Tùm ne aër facilè inter utrumque ſubiret, erecto ſupra planũ in orbem ex cretâ, aut cerâ aggerulo, argentũ vivum infuderunt. Cylindrum extremo libræ jugo G, alligârunt, addito in oppoſitâ libræ extremitate H pondere L cylindri pondus adæquante; quod utique cylindrum elevare non poteſt. Additum igitur eſt & aliud pondus M uſque eò, dum cylindrus à ſubjecto plano avelleretur, & fuit librarum circiter trium: quam menſuram arguunt eſſe reſiſtentiæ cylindri contiguo plano adhærentis metu vacui. His peractis concavum vas cylindricum NOP, æqualis aut majoris altitudinis parârunt, laminâ pariter perpolitâ vaſis fundo adnexâ, cui impoſitus fuit cylindrus, adeoque adhæſit, ut, pleno mercurij vaſe, omninò non avelleretur, ut innataret; ſed tunc demum argento vivo innatavit, cùm per vim à vaſis fundo avulſus eſt cylindrus: cui, ut iterum fundum peteret, & argento vivo immergeretur, imponendum fuit pondus Q librarum circiter quinque. Vis ergò levitatis ligni in mercurio (ſi qua levitas eſſet) æſtimanda eſſet ut quinque, cùm vis adhæſionis metu vacui ſolùm inventa ſit ut tria: debuiſſet igitur levitas ita prævalere, ut adhæſionem vinceret, & cylindrus ſponte elevaretur. Non eſt itaque levitas, quæ ligneum cylindrum innatare cogit, ſed mercurij gravitas major ipſa eſt, quæ lignum elevat, cum primùm locus patet, in quem deſcendat.

Sed antequam experimentum hoc ad examen revocemus, ut innoteſcat, quid hinc confici poſſit ad levitatem excludendam, haud ægrè permiſerim, cùm in abeuntis ſuâ ſponte corporis

poris locum corpus aliud ſuapte vi, & naturâ ſuccedit, ab hoc illud urgeri poſſe, ut velociùs moveatur: duo ſcilicet corpora diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis ſi fuerint perturbatè diſpoſita intrà medium, in quo utrumque gravitat, nil mirum, ſi à graviore majori niſu conante extrudatur minùs grave: id quod etiam de duobus levibus dicendum perturbatè diſpoſitis in medio, ubi utrumque levitat: duobus enim ſimul currentibus, ab eo qui ponè ſubſequitur, ſi majoribus viribus polleat, priorem urgeri atque impelli palam eſt, quamquam motus univerſus impulſioni tribuendus non ſit. Ita quoque aſcendentem in mercurio ligneum cylindrum à deſcendente mercurio ſurſum urgeri aliquatenus poſſe non diffitebor, ſicut & mercurium ipſum repugnare, ne ſurſum propellatur, atque ab eodem lignum innatans prohiberi, ne deſcendat: hinc tamen non ſequitur ligni aſcendentis motum, aut innatantis quietem, prægravis mercurij viribus omnino adſcribi jure debere, nam, & ſua vis aſcendendi, atque conſiſtendi, ligno ipſi tribuenda eſt.

Quid quòd ipſæ innatantis cylindri portiones, altera quidem mercurio immerſa, altera verò extans, levitatem ipſi ligno inſitam declarant? Quid enim partis immerſæ ad extantem (ſi moles ſpectetur) ea ratio eſt, quæ ſpecificæ gravitatis ligni ad differentiam gravitatum ligni, atque mercurij? niſi quia portionis mercurio immerſæ levitas, atque extantis in aëre gravitas, æquilibritatem conſtituent; quemadmodum in *Terra machinis mota diſſert.* 5. *n.* 105. explicatum eſt. Hanc porrò æqualitatem Algebricè ſic oſtendo. Ratio gravitatis ligni ad gravitatem mercurij ſit ut S. ad R; differentia eſt R−S. Ponatur cylindri pars immerſa. A. Quia igitur ut ſpecifica gravitas corporis innatantis ad differentiam gravitatum, hoc eſt ut S ad R − S, ita pars cylindri immerſa A, ad extantem $\frac{R \text{ in } A - S \text{ in } A}{S}$; Si pars extans in aëre in ſuam gravitatem S ducatur, pars verò immerſa A in differentiam gravitatum R--S, hoc eſt in − R + S, quia eſt deficiens, efficitur hinc quantitas R in A − S in A, hinc verò − R in A + S in A, quæ ſe invicem elidunt. Æqualia igitur ſunt levitatis, & gravitatis momenta. Sit enim exempli causâ gravitas ligni ad gravitatem mercurij,

mercurij, ut S. ad 13. differentia est 8. Est igitur cylindri pars immersa ejusdem $\frac{5}{13}$, extans verò $\frac{8}{13}$: at portio immersa deficit à gravitate mercurij secundùm speciem ut 8; igitur $\frac{5}{13}$ in - 8 dant $\frac{40}{13}$: item partis extantis gravitas in aëre est S; igitur $\frac{8}{13}$ in 5 dant $\frac{40}{13}$: confligunt itaque inter se pari conatu levitas $\frac{-40}{13}$ & gravitas $\frac{40}{13}$, adeóque fit consistentia & innatat lignum.

Sed jam ad propositi experimenti examen descendamus. Aio cylindri resistentiam ex adhæsione metu vacui non satis exploratam fuisse per libram; hæc enim dum ex pondere M deorsum inclinatur, extremitas G sursum elevata arcum describit, ac proinde cylindri ascendentis motus non est per lineam horizontali plano perpendiculariter insistentem, sed per inclinatam: Quare cùm A. versùs I libræ centrum trahatur, cylindri basis non incipit elevari parallela horizonti, sed cum inclinatione, ita ut C priùs elevetur, quàm B: ea autem, quæ sibi invicem adhærescunt, multò faciliùs divelli manifestum est, si id cum inclinatione fiat, quàm si servandus sit parallelismus. Adde in hac inclinatione faciliùs adhuc divelli cylindrum à supposito plano, quò longior cylindrus fuerit; habet scilicet rationem vectis, cujus potentia est in A, hypomochlion in B, resistentia vincenda in C. Quare pondus M non aptè metitur resistentiam, quæ oritur ex corporum adhærescentiâ, metu vacui, sed hæc multò major est, si ad perpendiculum motus fieri debeat; quemadmodum & fieri oporteret, si in vase N O P mercurij pleno cylindrus fundo adhærens rectâ ascenderet. Quamvis igitur pondus Q librarum quinque admitteretur mensura levitatis, non continuò argui potest hujus excessus supra resistentiam adhæsionis. Quin immo affirmare ausim, si libræ loco adhibita fuisset amplior trochlea, & ex funiculo ejus orbitam cõplectente hinc cylindrus A, hinc verò pondus M ad perpendiculum pependissent, non satis futurum fuisse põdus librarum trium, sed multò majus adhibendum fuisse, ut cylindri resistentiam superaret; fuisset enim avellenda basis servato parallelismo.

Quantum autem virium, ferè supra fidem, habeat vacui horror ad corpora retinenda, satis apertè declarant gravia, quæ suspenduntur. Ego sanè vidi marmoreum mortarium communis magnitudinis satis vulgari artificio suspendi vitreo cyatho;

mortarij scilicet fundo exteriùs aptata fuerat massa ex farinâ ad formandos panes recens macerata, & aquâ ita subacta, ut illi tenaciter cohæreret: tum vitreo calici injecta stuppa admoto igne exarsit, applicitusque calix massæ eam attraxit, sicut & medicorum cucurbitulæ carnem attrahunt: quare accepto calicis vitrei pede facile fuit mortarium elevare, & suspendere. Quod si marmoreum mortarium ex metu vacui in aëre pendulum hæsit, quid mirum si & ligneus cylindrus subjecto plano adhærescens in mercurio stetit?

Nondum itaque ex hoc experimento, aut ex similibus, ubi metu vacui suos motus moliri corpora non possunt, satis habemus argumenti, quo levitatem, solâ gravitate retentâ, expungamus. Hujusmodi est illud, ubi in lignei vasis fundo excavatur scaphium, cui exquisitè congruat eburneus globus, qui superinfuso hydrargyro non ascendit. Neque enim ideò non ascendit, quia rima nulla patet argento vivo, per quam subiens extrudat eburneum globum, sed quia ita sibi exquisitè congruunt ebur, & lignum, ut vis ipsa ascendendi vincere non valeat vim adhærescentiæ. Nam & eadem vis in aëre suspendit corpora gravia, ne descendant. Quamvis autem non totum hemisphærium globi eburnei, sed solùm ejus maximus circulus congrueret excavato ligno, & cavitas ipsa aëre repleretur, non propterea tollitur vis adhærescentiæ illius annularis; quia scilicet vis ascendendi in hydrargyro tanta non est, ut valeat inclusum ibi aërem distrahere, sicut opus esset ad incipiendum motum citra periculum vacui, & præterea superanda est resistentia hydrargyri dividendi; corpora enim in motu dividunt medium, pro cujus crassitudine resistentiam experiuntur. Adde hemisphærium inferius in aëre tanquam in loco positum gravitare non minùs, quàm hemisphærium superius levitet in hydrargyro; proinde nil mirum, si globus non ascendat. Quod si aëre excluso locum illum impleveris hydrargyro, & eburneum globum ita foramini aptaveris, ut illi exquisitè congruat; si in superinfuso hydrargyro globus non ascendat, indicio est ita globum esse foramini infixum, ut neque valeat elevari à subjecto hydrargyro in scaphij formam per vim excavato: neque enim facilè mihi persuadebis specificarum gravitatum differentiam exigere, ut hemisphærium integrum præcisè extet: præter

præter quam quod si non valebat subjectum aërem distrahere, multò minùs id in hydrargyro præstare potest, ut vacuum evitetur.

At, inquis, fistulam quadricubitalem spiritu vini plenam cum globulo innatante si clauseris, & inverteris deorsum, ascendet globulus spatio 200 vibrationum perpendiculi; in eâdem verò fistulâ communis, & simplicis aquæ plenâ ascendet subduplo tempore 100 vibrationum. Cur hoc? nisi quia aqua ut pote gravior validiùs extrudit globulum, quàm spiritus vini. Nihilominus: si gravia in levibus magis gravitant, & velociùs descendunt, quò major est specificarum gravitatum differentia; vicissim levia in gravibus magis levitant, & velociùs ascendunt, quò major est secundùm speciem levitatis differentia: Atqui spiritus vini magis accedit ad specificam levitatem innatantis globuli, aqua autem magis differt; in aquâ igitur globulus magis levitat, & velociùs ascendit, sicut lapis in aëre velociùs descendit quàm in aqua, aut in melle.

Addis iterum. Vitreo vasculo, cui longior fistula adhæreat, fomitem cum filo sulphurato ope fili ferrei ingere, ut vitrum tangat: totum imple hydrargyro, & converso deorsum osculo descendit hydrargyrus; atque subsistit in altitudine cubiti, & quadrantis: admotâ lucernâ vitrarij vitrum calefiat, ut fomes cum filo sulphurato accendatur: fumus descendit, nec nisi aperto superiore vasis osculo ascendit, aëre videlicet subeunte, à quo extrudatur sursum. Nego fumum ab aëre sursum extrudi, sed qui gravior spiritu raro mercurij in illo descendebat, ubi aërem tangit, ut pote levior in illo ascendit.

Non ausim tamen in lapide, qui gravitatem in aquâ & aëre, levitatem in mercurio, aut plumbo liquente obtinet, duplicem statuere virtutem, quarum altera sursum, altera deorsùm connitatur: Cum enim impetus motum efficiens (ut infrà constabit) ejusdem naturæ sit, in quamcunque demum orbis plagam dirigatur motus; satis video ab uno eodemque principio, pro variâ contigui corporis conditione, ascensum, descensùmve prodire posse. Quandoquidem motus, qui in eadem lineâ perficitur, similes planè includit ubicationes successivè acquisitas, sivè ascensus sit, sivè descensus, ordine tantùm in earum adeptione, commutato. Quare cum ascensus à descensu hoc

uno differat, quòd quam ubicationem lapis demùm obtineret post alias propè finem motûs, si fuisset centro propior quàm mercurius, eam acquirat sub initium motûs ante alias, si in mercurij locum aër aut aqua surrogetur centro vicinior quàm lapis: ad ordinem hunc permutandum non videtur necessaria virtutis motricis dissimilitudo; nihil quippe producitur dissimile. Sed si quis sufficere dicat conditionum varietatem, nihil absonum fortè loquatur: debuit enim una virtus activa in sui effectus productione non uni tantùm conditioni alligari, sed pro earum varietate modum quoque operandi mutare posse, modò præstitutos fines, quoad substantiam, non transiliret.

Neque arbitror hoc tantùm sensu negatam ab aliquibus levitatem positivam; potuissent enim æquè negare gravitatem, admissa solùm potentia motrice. Sed si vis ista se movendi deorsum gravitas positiva dicenda est, cùm eadem sit virtus se movendi sursùm, cur levitas positiva non fuerit? Qui enim levitatem à gravitate sejunctam negat, non illicò levitatem expungit: quemadmodum Angelos intelligentiâ aut voluntate diminutos non asserunt ij, qui vitalium facultatum distinctionem non agnoscunt. Nullum igitur corpus simpliciter, & absolutè grave dicendum est, nisi quod cæteris omnibus ita petat subesse, ut nequeat raritatem assumere, vi cujus evadat levius corpore simili quidem secundùm naturam, dissimilis tamen raritatis: nullum simpliciter, & absolutè leve, nisi quod ita exigat extremam orbis laciniam occupare, ut nunquam constipari possit, ac fieri gravius proximo corpore rariore. Reliqua omnia non nisi comparatè gravia, aut levia dici possunt: sic plumbum grave est in aëre, grave in aqua, at pariter leve in mercurio, leve si cum auro conferatur.

Hinc corpus in loco sibi debito constitutum, séque ibi conservans (extra tamen sphæræ centrum, nec in extimâ orbis elementaris superficie) ob idipsum, quia obsistit non tantùm, ne infra subjectum corpus deprimatur, verùm etiam, ne in locum superioris attollatur, & levitare simul dicendum est, & gravitare. At si in alienum locum transferatur, quia in medio leviore ita repugnat ascensui, ut petat descendere, solùm gravitat; quia verò in graviore ita depressioni reluctatur, ut exigat ad superiora evadere, solùm levitat. Quod si corpora hujusmodi

in

in actu secundo gravitare aut levitare tunc solùm dixeris, quando illa in locum non suum translata aut descendere expetunt, aut ascendere, vel re etiam ipsâ descendunt, aut ascendunt, non admodum repugnabo; modò conatum illum, quo se suo tutantur in loco, gravitationem, & levitationem saltem in actu primo, aut pariter asseras, aut pariter neges.

Porrò motus omnis gravium, & levium sicut in vacuo exerceri non potest (ut in *Vacuo Proscripto cap. 2. num. 9.* ostendi) ita in medio fit, vel tardiùs, vel citiùs, tùm pro majori vel minori ipsius medij resistentia ad scissionem partium magis, vel minùs connexarum, tùm comparatâ gravitate seu levitate mobilis cum levitate seu gravitate medij. Hinc est gravibus minùs resistere leviora, magis verò, quæ minùs levia, cæteris paribus: sic aër minùs resistit lapidi cadenti, quàm si idem lapis inciperet moveri in aquâ, quæ minùs levis est, quàm aër. Ex opposito autem levibus graviora minùs resistunt, quæ autem minùs gravia, magis resistunt: sic exhalatio ex fundo aquæ, in vitreâ phialâ ad ignem expositâ, per aquam ascendit velociùs, quàm deinde extra aquam posita ascendat in aëre, ubi fumeam naturam induerit. Unde patet non adeò solidum ab aliquibus ex hoc experimento sumi argumentum negandi positivam levitatem. Quæ enim de gravibus ex comparatione cum levibus dicuntur, ea de levibus, proportione servatâ, dicenda sunt, si cum gravibus conferantur. Cur autem gravibus leviora, levibus graviora minùs resistant, ratio est, quia mobile movetur in medio propter dissimilitudinem; nam si corpus contiguum esset, simile non moveretur; quando igitur major est dissimilitudo, debet velociùs moveri, segniùs autem, & lentiùs, quò propiùs abest à similitudine, donec in simili demum quiescat.

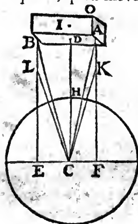
Est itaque in corporibus gravitas, & levitas, vi cujus motus aliquos juxta naturæ propensionem perficiunt, ut certo denique in loco consistant, ejusdemque vi resistunt, ne oppositis motibus cieantur, & à suæ quietis loco avellantur. Quamvis autem eadē maneat gravitas aut levitas, non idē tamen est semper momentū (Græcis ῥοπή) hoc est actualis ad motum inclinatio, dum in actione est; hæc enim, ut infra patebit, ut plurimum ex positione, & situ mutatur, vel comparatè ad mediū, in quo perficitur motus.

CAPUT III.

Quid ſit centrum gravitatis, & linea directionis.

QUamvis non minùs levitate, quàm gravitate prædita ſint corpora, quia tamen frequentiùs gravitatem vincere conamur, quàm levitatem; ideò illa potiſſimùm cadit ſub contemplationem ſcientiæ Machinalis: vix enim aliquando contingere poterit, ut opus ſit infra aquam corpus aliquod leve per vim deprimere. Hinc factum eſt, ut de ſolo gravitatis centro ſermo communiter ſit, levitatis autem centrum ſilentio obvolvatur: quia nimirùm quæ de gravitate deſcendente explicantur, ea de levitate aſcendente, pro rata portione, dicta facile intelliguntur.

Ad centrum terræ (quod & centrum gravium ac levium dicimus) properant corpora quæcumque gravia in medio leviore conſtituta ſibi redduntur, ut motus ſuos perficiant. Quoniam verò natura finem propoſitum per media, quæ poteſt, breviſſima proſequitur, ambages, & diverticula fugiens; moventur per lineam rectam, ut pote breviſſimam, niſi externo aliquo impedimento cogantur à rectitudine deflectere: Hæc autem recta linea intelligi debet ex terræ centro ducta ad corpus ipſum, quod movetur; ac proinde tùm in ſphæricam ſuperficiem, tùm in planum Horizontis ad perpendiculum cadit. Sed quia corpus, quod deorſum contendit, plures habet partes, quibus conſtat, ſingulas ſuâ gravitate præditas, lineæ verò à ſingulis hiſce partibus exeuntes in terræ centro concurrunt; fieri non poteſt, ut ſervatâ corporis figurâ, atque continuo partium nexu non diſſoluto, per rectam ſuam lineam ad centrum ductam unaquæque pars deſcendat. Si enim parallelepipedum A B in aëre dimittatur, ut ſponte



te

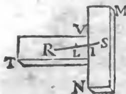
te sua descendat, fieri non potest, ut A rectam AC percurrat, quin oppositum extremum B à recta BC longissimè recedat, & contra: utramque verò extremitatem simul A & B rectâ in centrum C tendere non posse est manifestum: Quare cum sibi invicem obsistant æqualiter, ob gravitatis æqualitatem, eas ex perpendicularibus AC, BC æqualiter secedere oportet ad latera, atque parallelas BE, AF descendendo describere. Eadem est ratio de cæteris partibus æquali intervallo sejunctis à medio D; omnes enim à suis perpendiculis recedunt, præter punctum medium D, cujus perpendicularis DC parallela est lineis à reliquis partibus in motu descriptis. Ex omnibus itaque particulis datum grave componentibus, eæ solùm, quæ puncto D imminent, per rectam DC in centrum moventur; quæ tàm plano horizontis in C, quàm superficiei sphæricæ in H perpendicularis est; cæteræ verò parallelæ BE, AF perpendiculares quidem in horizontem cadunt, sed sphæricam superficiem obliquè secant.

Jam verò si ejusdem parallelepipedi aliud planum AO horizonti parallelum moveri versùs C intelligas, erit in eo similiter aliud punctum unicum, quod rectam DC percurrat; & intra corporis soliditatem unica linea puncto illi imminens viâ eâdem in centrum perget non declinans à perpendiculo: cæteræ partes, tam quæ ad dextrã, quàm quæ ad levã, tam quæ antè, quàm quæ ponè, sibi mutuò adversantes à recto in centrũ itinere deflectent æqualiter. Cum itaque, in priori positione, linea puncto D imminens, esset in communi sectione planorum, quorum alterum partes dextras à sinistris, alterum anteriores à posterioribus æqualiter secernebat; in secundâ autem positione linea à perpendiculo non recedens sit quoque in duorum planorum communi sectione, quibus pariter corporis gravitas in æquas tribuitur partes; unum verò ex planis secantibus sit utrique positioni commune; unicum est punctum tribus planis commune, in quo binorum planorum sectiones se invicem secant, & sit ex. gr. punctum I; quod unicum rectâ pergit in centrum C, quemcumque tandem situm in motu obtineat corpus datum AB, ipsum enim est duabus illis lineis commune, quæ in singulis positionibus ad sui perpendiculi latera non recedunt: cætera illarum linearum puncta, mutatâ positione corporis, lineam quoque motûs mutant.

Illud

Illud itaquè punctum in quocumque corpore gravi, quod ſemper in motu deſcribit lineam rectà in terræ centrum ductam, dicitur *Centrum Gravitatis*; & linea, quæ centrum gravitatis conjungit cum terræ centro, *Linea directionis* dicitur; ſecundùm quam videlicet dirigitur motus, & dimentienda eſt corporis à centro terræ diſtantia, ſi quatenus grave conſideretur. Porrò punctum I centrum gravitatis dicitur, quia centri nomen tribuitur puncto, quod eſt medium: & quemadmodum magnitudinis alicujus centrum vocatur punctum illud, quod æquales magnitudines circunſtant, ſi partes, quæ ex adverſo ſunt, accipiantur; ita in gravibus centrum gravitatis dicitur, quod æquales gravitates, vel æqualia gravitatum momenta circunſtant. Quod ſi punctum I non haberet hinc,& hinc æquales gravitatum vires, ab alterutrâ parte præſtante viribus propelleretur in latus extra lineam directionis, à quâ nunquam recedit, ſi liberè moveatur. Cave tamen, ne partium æqualitatem dimetiaris linearum longitudine à centro gravitatis exeuntium, ita ut ſingulas lineas æqualiter dividendas putes; ſed totum corpus debet intelligi diviſum bifariam à plano per centrum gravitatis ipſius corporis, & per centrum gravium ac levium tranſeunte, ita ut ſi planum à dextrâ in ſiniſtram ductum ſecernat partes anteriores à poſterioribus, æqualia ſint gravitatum momenta antè, & ponè; ſi aliud planum per eandem directionis lineam ductum partes dextras à ſiniſtris diſtinguat paria ſimiliter hinc & hinc gravitatum momenta relinquat.

Gravitatum, inquam, momenta, non gravitates; ne locus pateat æquivocationi; neque enim quoties æqualia ſunt momenta, toties æquales ſunt gravitates hinc & hinc centrum gravitatis complectentes, ut patebit ex iis, quæ de æquilibrio dicemus. Unde fit in iis tantùm corporibus, quæ partibus unius ejuſdemque naturæ, ac ductu perpetuo ſimiliter conſtitutis, conſtat, idem eſſe centrum gravitatis atque magnitudinis; reliqua certis regulis non circumſcripta, aut ex variis naturis compoſita, in alio puncto, molis centrum habere, in alio, gravitatis. Si enim duo ſolida V T, cujus centrum gravitatis, & magnitudinis R, & MN, cujus centrum S, æqualia ſecundùm



dùm gravitatem coagmententur, non erit centrum gravitatis totius molis compositæ in I, ubi planum transiens per V N secat lineam R S jungentem centra singularum gravitatum æqualium, sed erit in L, ubi recta R S bifariam dividitur: planum autem per centrum terræ, & punctum L ductum non ita secat hanc molem, ut sint æquales hinc, & hinc gravitates, quamvis æqualia sint gravitatum inæqualium momenta, quæ ex figuræ positione potissimùm pendent. Quod si corporis V T gravitas ad corporis M N gravitatem, eam haberet rationem, quam S I ad I R, esset I gravitatis centrum molis compositæ, quæ à plano per terræ centrum,& punctum I ducto non in gravitates æquales, sed in momenta æqualia divideretur; ut in loco inferiùs explicabitur.

Observa autem non semper centrum gravitatis esse in ipso corpore gravi, ut patet in corporibus annularibus, aut angulos cavos habentibus, in quibus nullum est punctum per quod transeuntia plana quæcunque dividant in æquas partes momenta gravitatum: ita tamen est extra corporis cavi soliditatem, ut sit intra ipsam cavitatem punctum, ex quo si intelligatur annulus, vel frustum annulare suspendi, manet positionem habens horizonti parallelam, cum habeat æqualia hinc, & hinc gravitatum momenta. Quod si corpus in cavos angulos sinuatum habeat particulam aliquam procurrentem, potest contingere, ut in illius particulæ extremo sit totius molis centrum gravitatis: sic brevioris alicujus bacilli extremitati alteri si duos cultros infixeris, ut singuli cum bacillo hinc, & hinc angulum acutum ad easdem partes constituant, ita inclinari possunt, ut extremo ungue supposito reliquæ bacilli extremitati tota illa moles sustineatur citrà periculum cadendi, cùm gravitatis centrum in illa extremitate, intrà cavitatem, quam inclinati cultri faciunt, æqualia habeat ex omni parte gravitatum momenta, si planum secans per illud transeat.

CAPUT IV.

An gravia centro vicina minùs gravitent.

Corpora non intelliguntur gravitare nisi in alieno loco; quando scilicet corpus contiguum inter illa & centrum terræ interjectum, quod medii rationem habere potest, levius est; petit enim infra illud esse: nisum autem hunc deorsùm *Gravitationem* dicimus. Sed quoniam nisus iste videtur idcircò à naturâ institutu , ut perturbatus corporum ordo restituatur; si ex fine ratio petenda sit, satis apparet corpora gravia centro terræ vicina minùs gravitare. Quemadmodum enim quotiescunque aliquis à proposito fine magis distat, eò magis anxius est, atque solicitus de mediis ad illum assequendum necessariis, & animo æquiore toleratur modica, quàm multa violentia; ita natura minorem ordinis debiti perturbationem sentiens, si grave parùm absit, quàm si longè abesset, à loco, ubi juxta ingenitam propensionem exigit consistere, minùs solicita esse debet de illo restituendo, nec adeò vehementi conatu, hoc est gravitatione, illud urgere debet in locum suum

Ad hæc omnibus apertissimè liquet eò majore naturæ impetu corpora deorsùm niti, quò levius est corpus, in quo tanquam in medio perficiendus est motus, si dimittantur. Sic à saxo in aëre pendente manum deorsùm validiùs trahi sentimus, quàm ab eodem aquæ immerso trahatur, & multò languidiùs conatur deorsum lapis in melle descendens, quàm in aqua; quia videlicet aqua levior est melle, & aër levior aquâ. Hinc est quod, si medij partes fuerint diversâ gravitate præditæ, pars centro terræ propior etiam erit gravior; atque ideò corpus in parte medij graviore minùs gravitabit propè centrum terræ, quàm procul. Esse autem ejusdem medij non commoti partes graviores in imo, omnium ferè hominum sensus est: quotus enim quisque est, qui nesciat mellis optimam partem esse, quæ in vasis fundo, vini quæ in medio, olei quæ in summo? id autem verum non esset, nisi liquoris ejusdem partes essent diversâ gravitate delatæ in loca à terræ centro dispari-

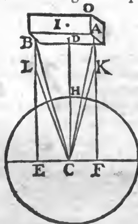
bus

bus intervallis remota: Quia enim oleum eò perfectius est, quò propiùs aëris levitatem spirituum subtilitate æmulatur, ideò quod in summo vase innatat, optimum est: At vini suavitas in exquisitâ sui tartari sufficienti humore diluti cum spiritibus permistione consistens medium locum in vase exigit, sicut media est illius gravitas inter vagantium spirituum levitatem, & fæculenti tartari gravitatem: Mellis demùm dulcedo ex sui salis, seu sacchari, copiâ proveniens iis partibus potissimum inest, quæ multo sale refertæ graviores quoquè sunt, & in fundo subsidunt. Nec est iis abroganda fides, qui in altissimo mari adeò gravem aquam à se deprehensam alicubi testantur, ut supra reliquum maris fundum ambulantes ad altissimam fossam venerint, in quam penetrare sæpiùs irrito conatu tentârint: his enim non ægrè fidem habeo, qui aërem in imis vallibus crassiorem atquè graviorem, in summis verò montibus puriorem atque leviorem ab omnibus admitti video. Cum itaque (si ex notis ad minùs nota progredi philosophando liceat) propè centrum gravium ac levium medij partes graviores sint, quàm procul ab illo; minor est gravitatio corporum, si centro propiora fiant, ac quando longè ab illo remota detinebantur. Hinc autem responderi potest quærentibus, cur in fodinis longè faciliùs crudi metalli massa moveatur, quàm in superficie terræ: aër scilicet profundis illis cuniculis inclusus gravior multò ac crassior est aëre isto, quem inspiramus, atque adeò ibi metallum minùs gravitat.

Quòd si libeat minorem hanc gravitationem experimento deprehendere, sume vitream fistulam supernè clausam longiorem pedibus tribus Romanis, eam imple argento vivo, digitoque osculum accuratè claudens inverte, ac argento vivo subjecti vasis immerge; tùm amoto digito descendet mercurius in fistulâ, iterúmque ascendet, & in certâ demum altitudine perpendiculari quiescet. Observatâ igitur altitudine perpendiculari, quam mercurius obtinet, si in imâ valle experimentum instituatur, eâque comparatâ cum altitudine perpendiculari, in qua consistit, cùm in summo montis altissimi vertice experimentum idem sumitur, animadvertes altitudinem mercurij per vim in fistulâ suspensi minorem esse in summo monte, quàm

in valle; Quia nimirum mercurius intra fistulam detentus tanquàm in vase, est in aëre fistulam ambiente tanquam in loco; in aëre autem leviori cùm magis gravitet, in minori etiam altitudine perpendiculari consistit. Experimentum hoc in valle, & in monte sumere mihi otium non fuit, quamvis in eo sæpiùs me exercuerim: sed de illius veritate ambigere non sinunt testes in Galliâ luculentissimi, qui discrimen hoc in mercurij altitudine observârunt in altioribus montibus.

Verùm, ex alio prætereà capite imminui debet gravitatio corporum in minori à centro remotione, habitâ solùm ratione sitûs. Cùm enim totius corporis gravitatio conflata sit ex singularum partium impetu, quo deorsum nituntur, manifestum est singulis partibus languidiùs deorsum conantibus, totius corporis gravitationem esse pariter languidiorem. Quoniam verò quicquid in motu cogitur à recto secundùm naturam tramite deflectere, lentiùs atque remissiùs pergit ad præstitutum motûs terminum; particulæ autem corporis solidi gravis, propiores centro factæ, magis à suo perpendiculo, sibi invicem adversantes, declinant; satis constat singulas fractis quodammodo viribus languentes plurimum de conatu remittere. Si enim



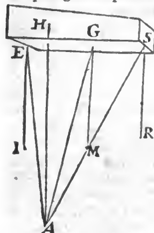
solidum A B fiat centro vicinius ita, ut A sit in K, & B in L, lineæ directionis partium extremarum sunt K C, L C: at coguntur per lineas K F, L E parallelas descendere, fiuntque anguli C K F, C L E externi majores internis C A K, C B L per 16. l. 1. magis igitur in K & L recedunt à perpendiculo, quàm recederent in A & B. Quia itaque pars in K existens magis impeditur ab oppositâ extremitate, quæ in L, ne per K C descendat (nisi enim pars, quæ in L, urgeret oppositam tentans per L C descendere, non cogeretur pars in K existens adeò recedere à suâ directionis lineâ) minori etiam impetu deorsum fertur. Est autem eadem de reliquis partibus ratio, prætet

præter eas, quæ in eâdem directionis lineâ sunt cum centro gravitatis; singulæ enim ad centrum terræ accedentes magis à suo perpendiculo recedunt, minúsque deorsum gravitant. Quî igitur fieri possit, ut debilitato singularum particularum conatu, atque impetu deorsum, non minuatur pariter totius corporis gravitatio, si fiat centro vicinius?

Illud tamen non diffiteor, quod si medij levitates, aut angulorum C L E, C B L inclinationes eo tantùm discrimine secernantur, quod omnem sensum fugiat, vel saltem ex medij gravitate, & anguli magnitudine conjunctim sumptis oriri non possit varietas, quæ sub sensum cadat; neque percipietur gravitationis differentia in majori vicinitate. Sed hoc non facit, quin inter gravitationes discrimen intercedat; neque enim continuò, si quid sensum latet, id omninò non esse dicendum est: contingere si quidem potest motum aliquem ita sensim, & sine sensu fieri, ut non nisi elapso temporis spatio demùm innotescat. Sic si vinum, cujus gravitas vix minor sit gravitate aquæ arte satis notâ affuderis aquæ ita, ut innatet, & supremam vasis partem occupet, aliudque vas simili vino plenum, sed paulò altius, habeas, tum ex libra centrum motûs habente in centro gravitatis jugi pendeant æqualia pondera intrà vinum utriusque vasis; fiet utique ponderum æquilibrium, & consistent eo in situ, quem illis dederis: at si alterum libræ extremum ita deprimas, ut pondus, quod ex eo pendet, ex vino ad aquam vix graviorem transeat, reliquo pondere intra vinum manente; initio quidem non apparebit motus libræ se restituentis, quia pondus in vino non excedit gravitationem ponderis æqualis in aquâ nisi eo excessu, quo gravitas aquæ superat gravitatem vini; hic autem excessus cum minimus sit, motum quoque efficiet, quem ægrè à quiete discernas, nisi ubi post aliquod tempus deprehenderis pondus altius descendisse, depressius autem ascendisse. Haud secus philosophandum est de majore, aut minore corporum gravitatione, si disparibus intervallis à terræ centro removeantur, diutiùs enim propè centrum incumbere poterunt sustinenti, quàm procul: id quod satis erit ad minorem gravitationem patefaciendam, quæ non statim innotescat.



Hæc autem non leviter confirmari videntur ex iis, quæ quotidiè ferè videmus; nam si circinus, quo circulos describere solemus, cadat, semper nodus prævertit cuspides, & prior terram ferit; nisi fortè nodus ad perpendiculum immineat cruribus: & omnia ferè corpora, quæ centrum gravitatis ex una parte habent, si ex modicâ altitudine dimittantur, videntur quidem cadere parallela; sed ex majori altitudine si descendant, pars gravior prior terram attingit. Sit enim corpus E S, cujus gravitatis centrum H, linea directionis H A; si horizonti parallelum descenderet, per rectas E I, S R parallelas lineæ directionis moveretur; id quod in modicâ tantùm altitudine contingere videtur, quia nondum facta est ea gravitationis imminutio in extremitate S, quæ percipi possit. Si enim E per E I descenderet, S verò per S R, angulus I E A æqualis alterno E A H per 29. lib. 1. minor esset angulo R S A, qui æqualis est alterno H A S; nam ex hypothesi minùs distat E, quàm S, à centro gravitatis H, & est angulus E A H minor angulo H A S; pars igitur S magis deflecteret à suo perpendiculo S A, quàm E deflecteret ab E A; cùm itaque S magis in latus propelleretur, plus etiam de conatu deorsum remitteret, quàm E; atque adeò non posset æqualiter descendere ac moveri, contra hypothesim parallelismi. Dicendum est igitur non per parallelas E I, S R fieri motum, sed intra illas paulatim partem E graviorem præcurrere: quia scilicet partes omnes extra lineam directionis A H constitutæ dum removentur à suo perpendiculo, aliquid amittunt de impetu, quo deorsum nituntur, propiores quidem minus, remotiores autem plus; pars si quidem G in principio motûs descendens parallela lineæ directionis per G M facit angulum A G M internum per 16. lib. 1. minorem externo G M S, qui per 29. 1. est æqualis alterno M S R. Quia ergo A G M



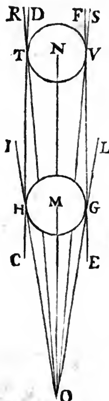
minor

minor est angulo A S R, pars G minus de suo impetu deorsum amittit, quàm pars S; & quamvis initio discrimen hoc non percipiatur, demum fit, ut additis pluribus differentiis manifestè appareat partem S minùs gravitare, quia tardiùs deorsum movetur; & tandem ipsa sequitur partem E præcurrentem, postquam minori illâ gravitatione permisit parti E, ut propiùs accederet ad lineam directionis, fieretquè quædam virtualis conversio circa centrum gravitatis H, in qua extremitas E occuparet infimum locum, S autem supremum. Quare cùm nos doceat experientia partem H S æquiponderantem parti H E, si suspendantur ex H, in motu tamen minùs gravitare, quàm oppositam, ideóque fieri illam conversionem, ut pars E fiat inferior; neque aptior assignari possit ratio, quàm quæ petitur ex recessu partium majori à suo perpendiculo: satis liquet, quantum momenti habeat hæc declinatio à perpendiculo ad minuendam gravitationem. Ex majori igitur declinatione à lineâ perpendiculari, quæ consequitur corpus constitutum non adeò procul à centro terræ ut priùs, non ineptè arguitur minor corporis gravitatio in eo situ, si cætera sint paria: neque enim comparo corpus, quod per motum descendit, perseverans in suo motu, cum corpore in loco altiori transeunte à quiete ad motum; nam tunc ex impetu per motum concepto major est gravitatio in loco inferiore, quàm in superiore: sed tantùm corpora invicem comparo, vel pariter quiescentia, vel æquali tempore mota, illudque, quod terræ vicinius est, assero, vel minori nisu conari à quiete in loco alieno transire ad motum, vel æquali tempore, quo præcessit motus, minus impetus acquisiisse ac minoribus viribus motum continuare.

Ex his quæ de gravibus hactenus disputata sunt, aliquis fortasse inferat levia à centro remotiora minùs levitare, sicut gravia centro propiora minùs gravitant. Verùm res est pensiculatiùs examinanda, nec simpliciter ex oppositis gravium, ac levium naturis definienda, quasi ob id ipsum, quia sibi gravitas atque levitas adversantur, contraria haberent omnia consequentia. Et quidem quod spectat ad

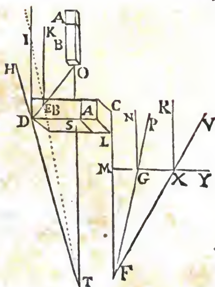
solam

ſolam corporis levioris poſitionem, non minuitur levitatio, ſed potiùs augetur in majoribus à terræ centro intervallis; ubi minùs à ſuo perpendiculo declinant partes centrum levitatis circunſtantes, & idcirco minùs de conatu remittunt, quò nituntur ad ſuperiora evadere. Sit namque Globus H G, cujus centrum levitatis M, & linea diſcretionis O M N; cui parallelæ ſunt H D & G F, quas deſcribunt aſcendendo extremitates H & G, & motum eumdem continuabunt, ſi globus in N tranſlatus intelligatur. Quando igitur globus eſt in M, extremitas H recedit à perpendiculo O I, & cum eo facit angulum I H T; quando autem eſt in N, extremitas T aſcendens per T D facit cum perpendiculo O R angulum R T D, qui per 15.lib.1. æqualis eſt angulo H T O ad verticem, hic autem, internus cum ſit, per 16. 1. minor eſt externo I H T. Eſt ergo R T D minor angulo I H T, atque ideò plus habet momenti ſurſum, ubi minus à recto ſecundum naturam tramite deflectit.



Diſcrimen hoc momentorum ab angulorum inæqualitate proveniens optimè intelligit natura, quæ ita motum perficit, ut, ſi duo inæqualiter levia coagmentata fuerint, levius præcurrat. Sic ſi A cortex ſuberis coagmentetur ligno fagino B, & intra aquam mediocriter profundam horizontaliter collocetur ſolidum D C, ita per lineam directionis

nis



nis T O aſcendit centrum levitatis, ut demum A in loco ſuperiore, B autem in inferiore conſtituatur, extremo D per rectam D O aſcendente: Quo in motu natura magnum invenit compendium. Quia enim partes centro levitatis viciniores magis levitant, quòd linea parallela lineæ directionis faciat minorem angulum cum earum perpendiculo (ſic ſi linea directionis ſit F L, eique parallelæ N G, R X, angulus N G X internus per 29. 1. eſt æqualis externo R X Y, at P G X externus per 16. 1. major eſt interno G X F, hoc eſt V X Y ad verticem, ergo P G X major eſt angulo V X Y, & ſi uterque auferatur ex æqualibus N G X, R X Y, remanet N G P minor angulo R X V, ideoque G magis levitat, quam X) ex majore impedimento, quod initio motûs habetur ob anguli H D I magnitudinem, dum pars D minùs levitat, centrum levitatis per S O aſcendens inclinat corpus D C, & extremitas D in recta D O conſtituitur, in qua longè citiùs minuuntur impedimenta, quàm ſi per parallelam D I aſcenderet: vix enim aſcendit in E, cum impedimenta ſunt æquè diminuta, ac ſi aſcendiſſet in I; quandoquidem angulus K E I per 29. 1. eſt æqualis alterno E I D, atque adeò etiam angulo, quem in I faceret parallela D I cum perpendiculo; eſt igitur angulus K E I minor quocunque alio angulo, qui fieret in punctis intermediis lineæ D I; ſed quoniam centrum levitatis aſcendendo acquiſivit majorem impetum, quàm extremitas in E exiſtens, per vim illam rapit extra parallelam E K, trahitque per lineam E O, & perpendiculum facit angulum ſemper minorem cum lineâ directionis; unde fit partem inferiorem ſemper faciliùs trahi, quo minùs in diverſa

abit ejus perpendiculum, cum quo ſemper minorem, & minorem angulum facit linea motûs D O; donec demùm totum ſolidum obtineat ſitum perpendicularem; quod initio erat in æquilibrio.

Cæterum, quamvis habitâ ratione ſitûs, levia altiora magis leviteut, ſivè parallela horizonti jaceant extrema, ſivè inclinata, ratione tamen medij, quod in ſuperioribus eſt levius, quàm in inferioribus, minùs levitant: experientia enim oſtendit ea lentiùs aſcendere, quæ propiùs accedunt ad medij naturam ſecundùm levitatem: nam ex tribus globulis ſphæricis, quorum diameter unc. 2 $\frac{1}{7}$ pedis Romani, cereus erat ponderis drachmarum 24, faginus drachm. 22, vitraëreus drachm. 7. in aëre expenſi, ſed eorum motus in aquâ ad altitudinem pedum 14, valdè inæqualis fuit, numeratis vibrationibus ejuſdem perpendiculi; cereus ſiquidem aſcendit lentiſſimè vibrationibus 88, faginus vibrationibus 37, vitraëreus vibrationibus 33: unde patet cereum, qui minimùm ab aquâ differt in pondere (aquæ etenim molis æqualis eſt drachm. 25 $\frac{3}{7}$) minùs in eâ levitare. Sicut igitur diverſa levia in eodem medio inæqualiter levitant, ſic idem leve in medio diſſimili inæqualiter levitabit pro majore aut minore levitatum diſſimilitudine. Conveniunt itaque gravia, & levia, quod hæc procul à centro offendentia medium levius minùs levitant, illa propè centrum habentia medium gravius minùs gravitant. Differunt autem ratione poſitionis, quia, in loco remotiore à centro, perpendicula omnia concurrunt ad angulos magis acutos, minúſque differunt à lineâ rectâ, ideo quaſi collatis viribus magis gravitant, & magis levitant; at prope centrum cum perpendicula magis in diverſa abeant, & levia minùs levitant, & gravia minùs gravitant. Porrò hanc ſimilitudinem gravitationis gravium, & levitationis levium in eodem loco, à me vocari diſcrimen, & differentiam, quia habita ratione oppoſitorum videbatur leve remotius debere minùs levitare, ſicut grave propius minùs gravitat, ne te moveat; litem de verbo non faciam.

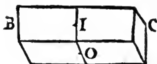
CAPUT

CAPUT V.

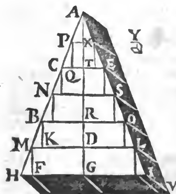
Quâ ratione centrum gravitatis corporum inveniatur.

OPus mechanicum plerunque non indiget puncto illo, quod intra corporum soliditatem latet, ac centrum gravitatis definivimus; sed satis est si in extimâ corporis superficie innotescat punctum, aut linea imminens ipsi gravitatis centro, pro ratione sitûs, in quo corpus grave consistere cupimus. Ideo geometricum laborem inveniendi punctum illud intimum Centrobarycæ relinquens, mechanica tantùm inquisitione, & quasi tentans, pervestigo punctum illud, aut lineam in corporis superficie, cui respondet planum per lineam directionis ductum, & secans corpus in certo situ constitutum. Et quidem si corpus sphæricum fuerit ex partibus ejusdem naturæ conflatum, aut saltem ex partibus heterogeneis quidem, sed circa sphæræ centrum similiter dispositis ita, ut intima sphærula folliculis quibusdam obvolvatur; quia idem est molis atque gravitatis centrum, punctum quodcumque in sphærica superficie assumatur, aptum erit; singula enim similem habent positionem. Sin autem aut sphæræ segmentum, aut sphæra ex partibus heterogeneis inæqualiter dispositis fuerit; imponatur plano horizontali accuratè levi, & maximè æquabili; & quod punctum tangetur à supposito plano, ubi motus omnis cessaverit, illud est, quod potissimùm quæritur, ac punctum superius, quod huic è regione est, erit pariter aptum ad propositum finem.

Quod si cylindricum fuerit oblatum corpus, aut prisma quodcunque continuo, & simili ductu productum; secetur bifariam longitudo, & punctum habebitur cylindri centro gravitatis respondens: prismatis autem singula plana parallelogramma si dividantur in æquas tum longitudinis, tum latitudinis partes, planum per inventa puncta ductum transibit per centrum gravitatis prismatis, dividet enim in partes æquales, & similiter positas, unde oritur momentorum gravitatis æqualitas.



Ut ſi parallelepipedi B C plana ita dividantur, ut habeant puncta media I, & O, & per ea agatur planum, conſtat æqualia eſſe momenta gravitatis partium I B, & I C, cùm nullo ex capite poſſit oriri momentorum inæqualitas. At ſi non facies parallelogrammæ priſmatis dividendæ ſint, ſed potius baſis, quæ ſæpè varia eſt, & irregularis, tunc inveniendum eſt in ea punctum, in quo ſibi occurrunt ſectiones planorum ſecantium datum corpus in momenta æqualia, illudque reſpondet centro gravitatis intra ſoliditatem exiſtenti.



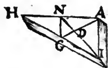
Sit autem primò baſis priſmatis trigona A H I; dividatur unum ex lateribus ex. gr. H I bifariam in G, planum enim tranſiens per A & G, atque bifariam ſecans parallelogrammum H V tranſibit per centrum gravitatis priſmatis trigoni. Nam ſi datum priſma ſecetur pluribus planis parallelis plano H V facientibus ſectiones M L, B O, N S, C E, & ex harum ſectionum extremis exeant alia plana ſecantia parallela plano A G; abſcinduntur ex priſmate dato parallelepipeda L F, O K &c. quæ à plano A G dividuntur in partes G L, G M æquales ac ſimiliter poſitas; item D O, D B, &c. Igitur ſingula in eodem plano A G habent gravitatis centrum, ac proinde tota moles ex iis parallelepipedis compoſita in eodem plano habet centrum gravitatis. Quoniam verò, ſi adhuc plana ſecantia frequentiora ſint, plura fiunt parallelepipeda, quorum omnium moles compoſita adhuc minus differt à mole totius priſmatis dati, ita ut toties multiplicari poſſit biſectio, ut demum relinquatur differentia minor quacunque minimâ mole excogitabili; hinc fit molem compoſitam ex parallelepipedis illis infinitis (ſic loqui liceat, quia non eſt certus eorum numerus explicabilis) habere centrum gravitatis in plano A G;

ac

ac proinde etiam prisma trigonum ex iis conflatum parallelepipedis habere in eodem plano A G centrum suæ gravitatis, quandoquidem non differt ab illis nisi differentiâ minore quacumque minimâ excogitabili. Sunt igitur partium A G H, A G I momenta æqualia; quia si inæqualia essent haberent differentiam, qua posset dari minor (neque enim esset individua) hæc autem differentia si esset, alia non esset, quàm quæ intercedit inter prisma datum, & omnia parallelepipeda, cujus differentiæ inæquales partes essent in A G H, & A G I: igitur differentia partium A G H, A G I esset minor differentiâ prismatis, & omnium parallelepipedorum; nam esse non potest major, vel illi æqualis: sed jam ex hypothesi differentia inter molem compositam ex omnibus parallelepipedis, & prisma, est minor quacumque minimâ datâ, ergo si essent inæqualia momenta partium A G H, A G I haberent differentiam minorem, & non minorem eâdem differentiâ inter prisma & omnia parallelepipeda. Non sunt igitur inæqualia. Res autem fortasse sic breviùs explicabitur; si partes A G H, A G I non sunt æquales, sit A G H minor quàm A G I, differentiâ Y. Tot autem fiant bisectiones, ut parallelepipeda relinquant differentiam minorem quàm Y. Quia ergo parallelepipeda in A G I habent differentiam minorem quàm Y, à parte prismatis A G I, illa sunt majora quàm pars prismatis A G H, quæ deficit à parte A G I differentiâ Y. Atqui parallelepepida in A G H sunt æqualia parallelepipedis in A G I, ergo etiam parallelepipeda in A G H majora sunt, quàm tota pars A G H, quod est manifestè falsum. Non est igitur altera pars major, altera minor. Porrò ex continua bisectione laterum A C, & C N &c. relinqui semper minorem differentiam, hoc est semissem præcedentis differentiæ, constat, quia si A C secetur in P, & ducantur plana parallela planis A G, & H V, dividitur C T bifariam in Q, & est T P parallelepipedum ablatum duplum prismatis trigoni C P Q, cui æquale est prisma A P X; adeóque duobus hisce prismatis æquale est ablatum parallelepipedum T P, quod est semissis differentiæ A T C, quæ priùs relinquebatur: & eadem est de cæteris ratio. Quare si ex datâ quantitate auferatur semissis, & iterum semissis residui, & sic in infinitum, necesse est aliquando eò devenire, ut residua

quantitas minor sit quaecunque datâ quantitate, ut colligitur ex prop. 1. lib. 10. Eucl. Ideo fieri non potest, ut prismate diviso à plano A G, altera pars excedat momenta alterius quantitate Y, quia tot possunt abscindi parallelepipeda, ut relinquatur differentia illorum à prismate minor, quàm sit Y: planum autem A G æqualiter dividit momenta parallelepipedorum, igitur cum tota residua differentia minor sit quam Y, esse omnino non potest, ut altera pars habeat excessum quantitati Y respondentem: si enim quantitates illæ differrent, posset dari quantitas minor illarum differentiâ; sed non potest hujusmodi minor quantitas dari, nam quælibet data est major, igitur non differunt, sed sunt æquales.

His ita constitutis facilè definitur punctum centro gravitatis imminens in basi prismatis: quia enim ostensum est planum ab angulo per medium latus oppositum ductum transire per centrum gravitatis, & dividere in momenta æqualia totum prisma, centrum gravitatis erit non solùm in plano A G, sed etiam in plano I N propter eandem rationem. Punctum igitur D, in quo occurrunt sibi communes sectiones planorum secantium, & basis, est punctum, quod quæritur, imminens centro gravitatis. Punctum D autem secare rectam N I ita, ut N D ad D I sit ut 1 ad 2, sic ostenditur.



Ducatur recta N G, quæ per 2. lib. 6. est parallela ipsi A I; ergo ut H G ad H I, ita N G ad A I per 4. lib. 6. ergo N G ad A I est ut 1 ad 2: ergo triangula N G A, A G I sunt ut 1 ad 2, per 1. lib. 6. Cum autem ut N D ad D I, ita N D A ad D I A, & N D G ad D I G per 1. 6. erit etiam, ex 12. lib. 5. ut N D ad D I, ita N G A ad A G I, hoc est 1 ad 2. Eadem ratione ostenditur G D ad D A esse, ut 1 ad 2. Vel etiam breviùs: Quia enim N G, A I sunt parallelæ, triangula N D G, A D I sunt similia propter angulorum æqualitatem; ergo ut N G ad A I, hoc est ut 1 ad 2, ita G D ad D A, & N D ad D I. Quare satis erit latus unum trianguli bifariam secare, & ab opposito angulo rectam ducere; cujus tertia pars versus basim divisam dabit centrum gravitatis trianguli.

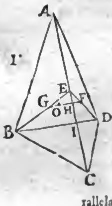
Jam verò si basis prismatis quadrangula fuerit parallelogramma,

ma, ductis diametris apparebit quæſitum punctum, per quod tranſeunt omnia plana dividentia æqualiter corporis dati momenta, cum ſint partes utrinque æquales, & ſimiliter poſitæ. Et ob eandem rationem ſi baſis priſmatis fuerit aliqua ex figuris ordinatis, ſeu æquilateris; centrum figuræ eſt punctum imminens centro gravitatis; planum ſiquidē per illud tranſiens, & per unū angulorum, dividit totū priſma in partes æquales ſimiliterque poſitas; atque adeò momenta hinc, & hinc ſunt æqualia.

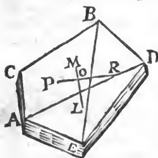
At ſi baſis trapezia fuerit, duc utramque diametrum E C, & B D: tum in baſi trigonâ B C D priſmatis partialis inveniatur punctum centro gravitatis reſpondens (punctum hoc deinceps, brevitatis gratiâ, dicetur centrum gravitatis, quamvis per abuſionem) & ſit H; & in oppoſita baſi trigona reliqui priſmatis B D E pariter inveniatur punctum F; & per utrumque punctum tranſeat planum F H; nam in hoc eodem plano eſt centrum gravitatis totius priſmatis trapezij, quod dividitur in momenta æqualia: hoc ſiquidem planum tranſiens per H gravitatis momenta æqualia habet hinc, & hinc in priſmate trigono B D C; ſimiliter cum tranſeat per F, habet hinc, & hinc momenta æqualia gravitatis priſmatis trigoni B E D: ſi igitur æqualia æqualibus jungantur, planum idem æqualiter partitur momenta gravitatis priſmatis trapezij E D C B, & in eo eſt centrum gravitatis illius. Eadem ratione in baſi trigona E B C inveniatur punctum G, & in baſi E D C punctum S, per quæ ſi agatur planum G S, in eo pariter erit centrū gravitatis totius priſmatis trapezij.



Eſt igitur centrum gravitatis in communi ſectione planorum F H, & G S; ac proinde punctum I illud eſt, quod quæritur. Aliter etiam, & facillimè in baſi trapezia A B C D invenitur centrum gravitatis: ductis enim diametris A C, B D, altera diameter ex. gr. A C bifariam ſecetur in E, ducanturque rectæ D E, B E; trianguli A D C centrum gravitatis eſt in recta D E, & quidem in F, ita ut E F ſit tertia pars totius E D, ut conſtat ex paulò ante demonſtratis. Ducatur igitur F G parallela



rallela alteri diametro B D, & erit similiter G centrum gravitatis trianguli A B C, quia per 2. lib. 6. ut E F ad F D, ita E G ad G B; Quia ergo diameter A C secatur in H, sumatur F O æqualis ipsi G H, & est O centrum gravitatis trapezij, est enim triangulum A B C ad triangulum A D C, ut F O ad O G, hoc est ut H G ad H F. Est autem H G ad H F ut B I ad I D propter parallelismum linearum G F, B D. Porrò constat triangulum A B C ad triangulum A D C esse ut B I ad I D, nam triangula A B I, A D I sunt ut bases B I, D I, item B C I, D C I sunt ut eædem bases B I, D I per 1. lib. 6; igitur, & totum triangulum A B C ad totum A D C est ut B I ad D I: igitur, & triangulum A B C ad triangulum A D C est ut F O ad O G.



Hinc facilis patet via ad investigandum idem punctum in basi prismatis pentagoni B D E A C. Primùm enim ducto plano per B E, inveniatur in basi trigonâ B D E punctum R, & in basi B E A C quadrangulâ punctum P; & ducto plano per R P, in eo erit centrum gravitatis prismatis pentagoni, cum in eodem sint centra gravitatis partium. Deinde ducto per D & A plano, inveniatur in basi trigona D E A punctum L centrum gravitatis, & in basi quadrangulâ A C B D punctum M centrum gravitatis: in plano pariter ducto per M L est centrum gravitatis totius prismatis pentagoni, quod proinde est in communi planorum per P R, & L M ductorum sectione; atque adeò punctum, quod quæritur, est O. Eadem est methodus in prismate hexagono; ducto enim plano dividente in duo prismata, quorum alterum est trigonum, alterum pentagonum, inveniatur utriusque centrum gravitatis, & per inventa puncta agatur planum. Deinde iterum alio plano secetur in duo prismata, quorum alterum pariter sit trigonum, alterum pentagonum, & per inventa singularia gravitatum centra agatur planum: duo siquidem plana ducta per centra gravitatis partium, transeunt pariter per centrum gravitatis totius, quod est in communi eorum sectione. Eademque de reliquis prismatis est ratio.

Sed

Sed hæc indicasse sufficiat, quæ operi Mechanico satis esse possunt in omnibus ferè prismatis: Si enim basis non fuerit planè rectilinea, inscripto polygono rectilineo, quod minimùm differat à plano basis, quæres ejus centrum gravitatis, methodo jam traditâ; illoque usurpato tanquam vero dati prismatis centro quæsito, minimùm aberrabis; aliquando tamen aberrabis, aliquando continget, ut inventum cum quæsito conveniat. Quod si accuratiori investigatione opus fuerit: quemadmodum in cæteris corporibus, quæ continuum ductum non habent, sed inæquali crassitudine crescunt, aut decrescunt, ut in obeliscis, aut pyramidibus truncatis, reliquisquè planè inordinatis molibus; tunc ad geometricam Centrobaryces methodum confugiendum est; quam hic ego non persequor. Praxes igitur aliquæ proponendæ sunt, quibus centrum gravitatis physicè perspectum habere possimus in corporibus, quorum frequentior, vulgarisque usus esse potest.

Prima praxis sit ad inveniendum gravitatis centrum in cingulis, quæ laminis quoque communis esse potest. Sit datum cingulum A H, quod primùm suspendatur ex H, & inde pendens perpendiculum secet oppositum latus I A in C; notetur igitur punctum C. Deinde iterum suspendatur ex R, & perpendiculum cadat in punctum F, quod notetur. His cognitis ducatur filum ex R in F, ibique intentum alligetur; aliud filum similiter ex H in C ducatur, & secans in S filum R F, dabit punctum S quæsitum centrum gravitatis: ex quo si suspenderetur datum cingulum, maneret horizonti parallelum. Quod si esset corpus talis figuræ, ut spatium non clauderet, sed haberet angulum cavum, aut esset frustum annulare, eadem est methodus factâ suspensione illius ex duobus punctis, ex quibus perpendiculum cadere possit intrà corporis superficiem; in qua si notentur puncta, per quæ transit, & ducantur fila; ut priùs, eorum communis sectio dabit quæsitum centrum gravitatis. Hinc si vel lamina esset perforanda, ut axi infigeretur, vel cingulum esset axi imponendum, in utrâque superficie oppositâ quærere oporteret punctum S, ut axis per centrum gravitatis transiret, eique

uterque polus responderet: in cingulis autem præterea habenda esset ratio transversariorum, per quæ axis infigendus esset, ea enim possunt centrum gravitatis compositæ in alio puncto constituere.

Secunda praxis laminis potissimùm accommodata, in quibus punctum medium satis accuratè inquiritur, ut si lamina metallica esset in calicem excavanda, hæc esse potest. Impone laminam acutæ cuspidi cultri, aut styli, eamque ultrò citróque tantisper move, dum consistat citrà periculum cadendi: punctum enim, quod à cultri aut styli cuspide notatur, centrum est quæsitum.

Tertia praxis sit iis corporibus conveniens, quæ præstant longitudine, qualia sunt pseudocylindrica, conica, pyramides &c. quæ si non prædita sint multâ gravitate, imponantur funiculo brevi horizontaliter extenso, at si graviora fuerint, vel cylindrulo vel aciei prismatis trigoni imponantur, & usque dum in æquilibrio consistant, promoveantur: ubi enim quieverit corpus impositum, ex loco contactûs innotescet vel punctum, si in puncto se contingant, vel linea, si in lineâ, per quam si ducatur planum à centro terræ, distinguetur impositum corpus in momenta gravitatis æqualia. Inventâ autem hujusmodi lineâ facilè prodet se quæsitum punctum.

Quarta praxis non multùm distat à superiore: si nimirum oblatum corpus imposueris plano alicui horizontali, quod tamen à pavimento absit mediocri aliquo intervallo, habeat autem extremum marginem exactè rectum: extra suppositi plani marginem illud paulatim promove, donec eò venerit, ut si vel minimum ulteriùs promoveretur, sponte caderet; ibique secundùm rectitudinem marginis plani duc stylo lineam in corpore imposito. Deinde superficie eâdem planum tangente, si corpus, præter longitudinem, non modicam præterea habeat latitudinem, convertatur aliquantulum, & simili methodo invenietur linea alia secans priorem in puncto quæsito, quod scilicet respondet centro gravitatis intra corporis soliditatem delitescenti.

Hæc sunt quæ Mechanices instituto sufficere possint ad centrum gravitatis inveniendum; in molibus enim majoribus, quæ plerumque vix differunt à prismatis, non indigemus communiter

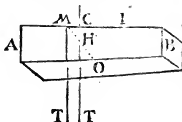
niter Geometricâ ſubtilitate. Illud reſtat, ut earum, quas attuli praxes, ratio, & cauſæ explicentur, ex quibus clarior habeatur notitia eorum, quæ ad centrum gravitatis pertinent.

CAPUT VI.

Affertur ratio prædictarum praxeon.

Ut palam fiat praxibus capite ſuperiore allatis inveniri punctum reſpondens centro gravitatis, quod inquiritur, indicandi ſunt fontes, ex quibus illæ deducuntur. Earum itaque ratio petenda eſt ex gravium naturâ, quæ extra locum ſibi debitum conſtituta, in medio videlicet leviore, conantur deorſum pro viribus, niſi impediantur: quod ſi interpellentur quidem, non tamen prorſus deſcenſu prohibeantur, deſcendunt, prout fert obſtantium impedimentorum conditio. Sic lapis ſphæricus in montis clivo poſitus cùm non valeat rectâ; ſicut in aëre libero, deorſum ferri, per planum illud inclinatum deſcendit: Sic plumbum, quod filo adnectitur laqueari, à perpendiculo remotum deſcendit circulariter. Porrò quæ de toto ipſo corpore vera eſſe intelligimus, ejus quoque partibus ſingulis conveniunt; cùm enim ſingulæ ſuam habeant gravitatem, niſi quid obſtet, deſcendunt. Jam verò ſi contingat ita corpus grave oppoſito extrinſecùs obice impediri, ut cunctæ ſimul partes, quaſi moles unà deſcendere nequeant; ſublato partium nexu deſcendunt, quæcunque carent impedimento: ut ſi ceream candelam, aut glaciem, quam manu ſuſtines, igni admoveas; haud dubium, quin partes extremæ igni proximæ liqueſcentes, ſolutâ unione cum cæteris, ſuis nutibus deorſum latæ liberè deſcendant. At ſi partes omnes colligatæ invicem permaneant, eandemque figuram ſervent; corpore illo ſuſpenſo aut ſuſtentato, fieri non poteſt, ut partes aliquæ deſcendant, quin aliæ, quæ è regione ſunt trans ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis punctum, aſcendant; id autem harum gravitati repugnat: non igitur aſcendere poſſunt, niſi deſcendentes oppoſitæ viribus ac momentis præſtent ita, ut harum gravitati

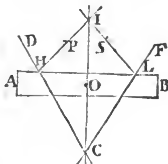
vim inferre valeant. Quare si fiat corporis suspensi, aut sustentati consistentia, argumentum est æqualitatis momentorum punctum suspensionis, aut sustentationis hinc, & hinc usquequaque circumstantium; si qua enim esset inæqualitas, alterutra pars præponderaret, & ad motum incitaretur.



Sit corpus grave A B, cujus centrum gravitatis H, linea directionis H T in centrum universi producta. Si suspendatur ex puncto C, quod est in eadem lineâ directionis, necessariò consistit corpus horizonti parallelum, quia rectà descendere non potest per H T, cum in C retineatur; neque alterutra pars potest descendere, quia momenta partis H B, quibus deorsum nititur, æqualia sunt momentis, quibus pars H A resistit, ne elevetur; & vicissim viribus gravitatis A H cæteroqui descensuræ reluctatur gravitas H B pari nisu repugnans, ne attollatur; totum ergo consistit. At si ex M puncto suspendatur, non potest quidem per M T perpendicularem descendere versùs terræ centrum, sed neque consistet horizonti parallelum; quia si planum intelligatur ex terræ centro per rectam M T ductum, non dividitur corpus in momenta æqualia, cum non transeat per H centrum gravitatis; igitur cum majora sint momenta partis M B, quàm partis M A, illa præponderabit, atque descendens circa punctum M permanens convertetur, donec centrum gravitatis H sit in perpendiculari M T, cui congruat recta M O: tunc autem demum consistet, quia planum transiens per M H O æqualiter dispertit momenta gravitatis; neutrâ autem parte præponderante, utraque quiescit. Idem dicendum, si corpus ex I puncto suspenderetur; tunc enim solùm fieret consistentia, ubi in eadem directionis lineâ esset punctum I atque H centrum gravitatis. Quod si duplici funiculo suspendatur pondus, & illi paralleli non sint, quia neque horizonti perpendiculares, illi si producantur, concurrent in punctum aliquod lineæ directionis, sivè supra pondus, sivè infra, pro ratione angulorum, quos constituunt.

Si

Sit enim corpus A B, cujus centrum gravitatis O, linea directionis I O C, si ex I suspendatur per O, in eo situ manebit; ergo etiam, si funiculi sint I H, I L, manebit: ergo etiam, si sint P H, S L, funiculorum enim longitudo nihil facit; Idem etiam dicendum cum funiculi sunt D H, F L; producti enim concurrunt cum linea directionis in C, semper scilicet perinde se habet atque, si ex I suspenderetur.

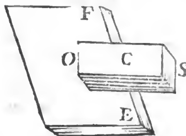


Quæ verò de suspensione dicta sunt, ea, analogiâ servatâ, de sustentatione quoque dicta intelligantur; tunc solùm videlicet corpus consistere, cùm ex centro gravitatis ducta directionis linea transit per punctum sustentationis, quia tunc solùm æqualia hinc, & hinc sunt momenta virtutis ad descendendum, atque resistentiæ ad ascendendum: ut quando corpus aliquod imponitur cono, vel prisma sphæræ, vel segmentum sphæricum, plano, vel cylindrus aciei prismatis trigoni in transversum; cadet enim in alterutram partem impositum corpus, nisi in eadem linea fuerint centrum terræ, punctum contactûs, & centrum gravitatis. Quod si corpus sustentans, atque sustentatum se tangant in lineâ, opus est lineam illam esse in plano per lineam directionis ducto, ut fiat æqualium momentorum consistentia. Quare si impositum corpus consistat, certissimo argumento constabit punctum, seu lineam, contactûs respondere centro gravitatis. Hinc patet ratio secundæ, & tertiæ praxis.

In prima praxi quia facies extima, supra quam perpendiculum liberè movetur, est in plano verticali, perpendiculum H C est parallelum lineæ directionis corporis gravis, quæ transit etiam per punctum suspensionis H: planum igitur transiens per punctum suspensionis H, & per perpendiculum H C, transit quoque per centrum gravitatis corporis. Cum verò idem prorsus dicendum sit de plano transeunte per punctum suspensionis R, & perpendiculum R F, illud scilicet transire per centrum gravitatis corporis; apertum est centrum gravitatis esse in

communi illorum planorum ſectione, eique reſpondere punctum S inventum.

Quia demum, ſi corpus quod ſuſtinet, & id, quod ſuſtinetur, in ſuperficie ſe tangant, corpus impoſitum in alterutram partem cadere non poteſt (niſi fortè ſuppoſitum planum fuerit inclinatum) quin planum per lineam directionis ductum ita ſit extra ſuperficiem, in qua fit contactus, ut neque illam contingat; conſtat ratio quartæ praxis. Si namque planum ex terræ centro ductum per C centrum gravitatis dati corporis O S, ſecet ſubjectum planum, pars corporis extra marginem F E in aëre extans minora habet momenta gravitatis, quàm reliqua pars; hæc igitur gravior non poteſt ab illa elevari: ubi verò promotum corpus eò venerit, ut planum per centrum gravitatis C ductum tangat extremum marginem ſubjecti plani ita, ut in eodem plano, in quo eſt centrum gravitatis C, ſit etiam F E, æqualia ſunt gravitatis momenta partis C S in aëre extantis, ac C O partis plano incumbentis; & ſi vel minimum ulteriùs promoveretur, pars extra planum ſubjectum extans gravior eſſet, adeóque deſcenderet. Quare ſi in corporis O S ſuperficie infimâ lineam deſcripſeris ſecundùm marginem F E, ea erit in plano tranſeunte per centrum gravitatis. Quia verò idem contingit, ſi iiſdem ſuperficiebus ſe contingentibus alium ſitum corpori dederis, pariterque eò uſque promoveris, ut citrà cadendi periculum promoveri ulteriùs non poſſit; alia linea ſecundùm marginem F E ducta erit pariter in plano per gravitatis centrum tranſeunte, ſecabitque priorem lineam, punctum mutuæ linearum ſectionis illud eſſe, quod quæritur, ſatis liquet. Hæc eſt diſpar philoſophandi ratio, ſi pars C O adeò longa eſſet, ut etiam extaret extra anguſtias ſubjecti plani; ſemper enim conſiſtit impoſitum corpus, quandiù planum per lineam directionis tranſiens, aut tangit, aut ſecat ſubjectum planum. Quandocunque enim linea directionis non tranſit per punctum, vel lineam, vel ſuperficiem,



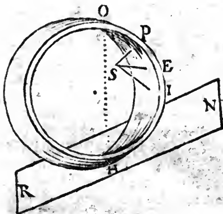
in

in quibus corpus grave tangitur à ſuſtentante (idem dic de ſuſpenſione) ſemper in alterutram partem grave inclinatur, in eam ſcilicet, in qua reperitur centrum gravitatis, cùm plura ſint ex ea parte momenta gravitatis.

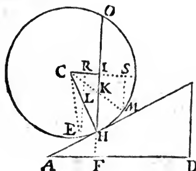
CAPUT VII.

Quomodo gravia ſpontè aſcendentia deſcendant.

EX his, quæ proximè dicta ſunt, grave ſuſtentatum in eam partem inclinari, in qua eſt gravitatis centrum, oritur aliquando aſcenſus gravium, qui rerum naturalium ignaros in admirationem adducit non mediocrem, ſi maximè tunc corpus deſcendere intelligant, quando illud cernunt altiùs ab horizonte aſcendere. Sit enim ſuper planum inclinatum R N rota tantæ latitudinis, ut poſſit in plano verticali erecta permanere, dum convertitur; habeat autem ad P O adnexam laminam plumbeam craſſiorem, adeò ut totius rotæ centrum gravitatis ſit S. Jam verò ea ſit plani ſubjecti inclinatio, ut rotâ illud tangente puncto H, linea à terræ centro per H punctum contactûs tranſiens non tranſeat per S centrum gravitatis (ſeu ut veriùs dicam, quia extima ſuperficies rotæ cylindrica tangit planum in lineâ, planum ex centro terræ per lineam contactùs in H ductum non tranſeat per S) ſed illud relinquat versùs ſuperiorem plani partem N; planum per rectam H O perpendicularem ductum diſtinguit rotam in momenta gravitatis inæqualia: non poteſt igitur rota in H conſiſtere, ſed convertitur, ita ut tangat planum in I primùm, deinde in E, demùm in P, ubi conſiſtet, cùm



cùm linea directionis ex gravitatis centro S ducta in terræ centrum transibit per P locum contactûs. In hac autem conversione dum rotæ partes inter H & P deinceps aptantur subjecto plano, centrum quidem molis ascendit, sed centrum gravitatis S descendit. Lineam porrò S P minorem esse lineâ S E, & hanc minorem lineâ S I, & hanc linea S H, constat ex prop. 7. lib. 3. Eucl. si nimirum per S, & C centrum agatur diameter. Non est tamen censendum quamlibet ponderis additionem in O P satis esse, ut in quolibet plano inclinato rota ascendat; si enim distantia centri gravitatis à centro rotæ minor fuerit, quàm Sinus inclinationis plani, semper descendet; si eidem Sinui æqualis, non ascendet; si demum eo sinu major, poterit ascendere.



Sit planum inclinatum A B, quod in H contingat circulum (hunc sumo circulum, qui transeat per centrum tum molis tum gravitatis rotæ) cujus centrum C, & ducatur recta C H, quæ cum perpendiculari H O faciat angulum C H O. Quia enim O H producta cadit in horizontem A D perpendicularis, & angulus O H A per 32. lib. 1. æqualis est duobus internis H F A, F A H, est autem A H C ad contingentem factus à semidiametro rectus per 18. lib. 3. sicut & H F A est rectus; reliquus C H O æqualis est angulo H A F inclinationis plani. Certum est igitur, quòd in eam partem rota convertetur, in qua fuerit centrum gravitatis. Quoniam verò C I est Sinus anguli C H I, posito radio C H, est autem C I minima omnium, quæ ex C puncto cadant in rectam H O, manifestum est, quòd, si centrum gravitatis fuerit centro rotæ vicinius, ut in R, rota semper descendet, quia centrum gravitatis respicit declivitatem plani: at, si fuerit in I, ascendere non potest, quia pars respiciens acclivitatem plani non præponderat: si demum longiùs à centro distiterit, ut in S, ascendere poterit, usque dum punctum S fuerit

fuerit in lineâ perpendiculari ad horizontem transeunte per punctum contactûs.

Ex his apertè constat futurum, ut rota descendat, si angulus, quem in puncto contactûs faciunt lineæ ductæ ex centris molis, & gravitatis (suppono molis centrum idem esse cum centro rotæ, quâ rota est) minor fuerit angulo inclinationis plani, tunc enim centrum gravitatis respicit declivitatem plani; futurum autem, ut rota ascendat, si angulus ille major fuerit eodem angulo inclinationis, quia centrum gravitatis respicit acclivitatem plani; futurum demùm, ut consistat, si angulus ille fuerit æqualis eidem angulo inclinationis plani, quia nimirum planum perpendiculare dividit æqualiter momenta gravitatis, cum transeat per centrum gravitatis existens in lineâ perpendiculari.

Hinc patet semper descensuram rotam, si habeat centrum gravitatis R, quia semper facit angulum, de quo dictum est, minorem angulo inclinationis, hoc est angulo C H I, nam si ducatur ad C R perpendicularis R E, & ex centro ducatur recta C E, angulus C E R est maximus omnium, quos faciunt lineæ ex punctis C, & R ductæ ad idem punctum circumferentiæ, ut mox ostendam; atqui C E R minor est angulo C H I, (quia ob lineas R E, I H parallelas, angulus I H C internus per 29. lib. 1. est æqualis externo R L C, & R L C externus per 16. lib. 1. major est interno C E R, ac proinde I H C major quàm C E R) igitur quicunque angulus constitutus à rectis exeuntibus ex C, & R minor est angulo inclinationis; atque adeò semper descendet.

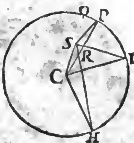
At si centrum gravitatis fuerit S, ductâ ad C S perpendiculari S M, angulus omnium maximus est C M S: hic autem est æqualis externo C K I, cum I K, & S M parallelæ sint constitutæ; angulus verò C K I externus major est interno C H I, igitur angulus C M S major est angulo C H I, hoc est angulo inclinationis. Ascendere igitur poterit rota, quando angulus ad contractum factus à lineis ex C, & S exeuntibus major est angulo inclinationis; sin autem contactus fiat in eo puncto, ad quod fit angulus æqualis, consistet; si in iis punctis, ad quæ fit angulus minor, descendet.

Porrò quamvis iis, qui in Astronomicarum Prostaphæreseon

doctrinâ versati sunt, supervacaneum sit ostendere angulum ad peripheriam factum à Radio circuli, & à linea perpendiculari in diametrum, esse maximum omnium, qui fieri possint à Radio, & à lineâ ductâ ex eodem diametri puncto, in quod cadebat perpendicularis; ut omnibus tamen fiat satis, non pigebit hîc demonstrare. Sit in diametro circuli punctum R extra centrum C, & ad CR ducatur perpendicularis HR, quæ producta in G, bifariam dividitur in R: & ductis ex centro rectis CH, CG æqualibus, sunt anguli CHR, CGR æquales, per 5. vel 8. lib. 1. Fiat angulus CER, ductis ex C & R rectis lineis ad idem punctum E peripheriæ. Dico angulum CER minorem esse angulo CHR. Ducatur enim recta EG; & erunt in Isoscele CEG æquales anguli CEG, CGE. Quia verò, per 7. lib. 3. RE major est quàm RG, angulus RGE major est angulo REG, per 18. lib. 1. & ablatis æqualibus remanet REC minor angulo RGC, hoc est RHC. Similiter ostendetur angulum RIC minorem esse angulo RHC: ductâ enim IG, anguli CIG, CGI sunt æquales: & quoniam per 7. lib. 3. RG major est quàm RI, angulus RIG major est angulo RGI, per 18. lib. 1. si igitur ex æqualibus auferantur inæquales anguli, remanet RIC minor, quàm RGC, hoc est quam RHC. Eadem erit methodus demonstrandi angulos ad puncta peripheriæ propiora puncto H esse majores angulo CER. Ductâ enim RD æquali ipsi RE, ad punctum scilicet D æqualiter distans à diametro, ac distet punctum E, & ducto radio CD, est angulus CDR æqualis angulo CER. Sit autem puncto H vicinior angulus COR, quem dico esse majorem angulo CER per 7. lib. 3. & 8. lib. 1. Ducta lineâ OD, anguli COD, CDO sunt æquales, quia latera CO, CD æqualia sunt: at per 7. lib. 3. RO minor est, quàm RE, hoc est RD, igitur angulus ROD per 18. lib. 1. major est angulo RDO, & ablatis æqualibus remanet ROC major quam RDC, hoc est quàm REC. Anguli itàque recedentes à puncto H semper fiunt minores, accedentes verò fiunt majores.

Hoc

Hoc probato consequens est illud, quod in totæ peripheriâ duo sunt puncta, inter quæ quodlibet punctum contingat planum inclinatũ, rota ascendit, si angulus maximus factus à lineis ductis ex centro rotæ, & ex centro gravitatis sit major angulo inclinationis; quia nimirum anguli à puncto H recedentes ad utramque partem semper fiunt minores; ergo ad utramque est angulus unus æqualis angulo inclinationis, & spatium inter hujusmodi angulos est quantitas peripheriæ, quæ ascendens potest coaptari plano inclinato: ac proinde ex horum punctorum distantia definietur spatium, quod potest rota ascendens percurrere.



Sit igitur rota, cujus centrum C, & centrum gravitatis S: sit autem C S partium 11, quarum C H Radius est 16: est igitur C S æqualis Sinui gr. 43. 26'. qui erit maximus angulus C I S ad peripheriam factus à Radio, & à lineâ I S perpendiculari ad S C. Quare in quolibet plano habente minorem inclinationem poterit ascendere. Ponatur plani inclinatio gr. 15, cui æqualis sit angulus C H S. Fiat igitur ut C S 11 ad C H 16, ita Sinus anguli C H S 25882 ad 37646 Sinum Anguli C S H gr. 22. 7'; eritque angulus S C H gr. 142. 53'. Crescet ergo supra angulum H angulus ad peripheriam, si ultrà punctum H fiat contactus rotæ in alio puncto viciniore puncto I, ex quo ad S C perpendicularis cadit; & ex I decrescit usque, dum in P fiat angulus S P C grad. 15 æqualis angulo inclinationis. In triangulo itaque S P C, invenitur ex iisdem datis angulus P S C gr. 157. 53'. & angulus S C P gr. 7. 7'. qui ex angulo S C H gr. 142. 53' ablatus relinquit P C H gr. 135. 46'. quæ est quantitas arcûs H I P, quæ plano coaptatur in ascensu. Quoniam verò quarum partium C G Radius est 16, peripheria est $100\frac{1}{2}$ earum pariter est arcus H P ferè 38, si Radius rotæ fuerit unciarum pedis 16, rota ascendet in plano percurrens spatium pedum 3, & eo ampliùs. Hinc poteris aut rotæ diametrum augere, aut plani inclinationem minuere, si volveris rotam longiore spatio moveri: auctâ enim rotæ diametro augetur peri-

pheria, servatâ ratione eadem distantiæ centri gravitatis. At si data fuerit rota (oportet non ignorari distantiam centri gravitatis à centro rotæ, poterit autem primâ praxi cap. 5. investigari) certum est illam non posse ascendere nisi per spatium minus longitudine semiperipheriæ; constituto autem spatio invenietur inclinatio plani necessaria, hac methodo. Data spatij longitudo P H reducatur ad denominationem graduum, & erit notus angulus P C H: & quoniam anguli ad H & ad P debent esse æquales, anguli verò in R ad verticem sunt æquales, erunt pariter æquales P C H, & P S H, qui proinde notus est. Hujus semissis auferatur ex recto C S I, & innotescet angulus C S H, cum quo & duobus lateribus C S, C H invenietur per Trigonometriam angulus C H S æqualis angulo inclinationis plani necessariæ. Quod autem angulus H S I sit semissis totius H S P, hoc est dati P C H, sic ostendo. Quia in duobus triangulis C S P, C H S idem latus C S opponitur angulis æqualibus ad H, & ad P, æqualia autem latera C H, & C P opponuntur angulis quæsitis C S H, & C S P, constat horum duorum angulorum esse unum eundemque sinum; ergo simul sumpti sunt æquales duobus rectis; auferatur ex eorum summâ unus rectus, remanebunt duo anguli simul C S H, I S P æquales uni recto, hoc est angulo I S C: auferatur communis C S H, remanebit H S I æqualis angulo I S P: id quod oportuit demonstrare.

Colligére possumus ex his, quæ hactenus explicata sunt, fieri quidem posse, ut, si rota in plano inclinato primùm constituta exactè tangat in H, prorsus consistat; id tamen vix posse sperari, quia si in alio puncto remotiore ab I tangat, cadet, si in puncto viciniore, ascendet. At ubi venerit in P, si ex concepto impetu pergat adhuc aliquantulum ascendere; centro gravitatis S translato versùs plani declivitatem, & diminuto angulo, descendet; & ubi transilierit punctum P, iterùm aucto angulo ascendet, donec omninò in P consistat. Ubi licet animadvertere non idem esse punctum contactus, in quo quiesceret in plano horizontali, ac inclinato; in plano enim horizontali quiesceret in O, ubi linea à centro rotæ C perpendicularis horizonti, ac transiens per S centrum gravitatis, terminatur: in eo autem puncto O consistere non posse supra planum inclinatum satis patet ex dictis. Porrò hæc, quæ de rotâ consistente

consistente, aut cadente disputata sunt, dicenda esse de sphærâ quiescente in plano inclinato, clarius est, quàm ut oporteat pluribus explicare.

Unum superesse videtur ostendendum, quî verum sit centrum gravitatis descendere ita, ut fiat horizonti vicinius, dum rota ascendit, & fit remotior. Id ut manifestum fiat, primò inveniatur H S: & sit ut Sinus anguli C H S gr. 15. ad sinum anguli S C H gr. 142. 53'. hoc est ut 25882 ad 60344, ita C S partium 11 ad H S $25\frac{2}{3}$: quæ est altitudo centri gravitatis ante motum. Deinde inveniatur S P; & sit ut Sinus S P C gr. 15 ad Sinum S C P gr. 7. 7' hoc est, ut 25882 ad 12389, ita C S partium 11 ad S P $5\frac{1}{4}$, quæ in fine motus erit altitudo centri gravitatis supra planum inclinatum; huic autem addenda est altitudo, quam supra horizontem habet punctum illud plani inclinati, in quo tanget P. Quia ergo inclinatio plani est gr. 15, & H P est partium 38, tantum est spatium, quod in plano percurritur à rota ascendente, fiat ut Radius 100000 ad 25882 Sinum anguli inclinationis, ita 38 ad $9\frac{4}{5}$ altitudinem supra horizontem, cui si addas S P $5\frac{1}{4}$, erit in fine motûs altitudo centri gravitatis supra horizontem partium 15, cùm initio distaret partibus $25\frac{2}{3}$. Centrum igitur gravitatis simpliciter, & absolutè descendit, dum rota in plano inclinato ascendit.

Possem hic afferre aquam vi suæ gravitatis ascendentem in cochleâ Archimedis, dum cylindrus, quem cochlea ambit, convertitur: abstineo tamen, quia non vacat hîc examinare, an motus ille compositus sit ex conversione, quâ pulsu externo agitata aqua attollatur, & ex naturali descensu, quo per tubum in spiras sinuatum descendat; an verò quemadmodum supposito cuneo reluctans pondus elevatur, vel etiam cochleâ trahitur in plano horizontali, ita dicendum sit aquam vi suæ gravitatis in imo persistentem à cochleâ sensim subeunte elevari simul, & trahi, quin illa sponte sua ascendat: nam aquæ facilè tribuitur aliquando motus, qui subjecto corpori, cui illa insidet, convenit; ut liquet si ampliorem peluim ex fune suspenderis, vel lubrico in plano horizontali collocaveris, in qua sit non multa aqua in depressiore fundi parte quiescens; vase siquidem ex improviso vehementiùs impulso videtur aqua in oppositam par-

tem refluere, cum tamen vas ipſum potiùs infra aquam moveatur, quàm aqua in vaſe: quanquam ratione adhæſionis aquæ ad peluim etiam ipſa motum concipiat. Quare in cenſu ſponte aſcendentium numeranda non videtur aqua tubo ſpeciali cylindrum circumplexo elevata.

Videatur fortaſſe aqua ſponte aſcenſura in tubo non æquabili ſed conico, in plano verticali rotæ ſpiraliter circumducto: dum enim aqua æquilibrium ſuperficiei faciens in parte tubi ampliore præponderat, convertitur rota, & illa iterum æqualiter ſe librans totius molis compoſitæ centrum gravitatis transfert extra lineam perpendicularem: ſi tamen ea cautio adhibeatur, ut tanta ſit aquæ quantitas, quæ non planam obtineat ſuperficiem ſed tubi inflexione conformetur; neque ita ſit ſpiræ aſcendentis ardua altitudo, ut aqua poſt ſuperficiei librationem ex ea parte ob ſui paucitatem non præponderet; & præterea ejus figuræ ſit tubus, ut aqua in parte anguſtiore remotior à perpendiculari, non ita ratione ſitûs augeat momenta ſui conatûs deorſum, ut repugnare valeat aquæ ampliorem tubi partem occupanti. Si hæc, inquam, obſerventur (an autem ita facile ſit ea obſervare, ut quidam autumant, hic non definio) & centrum gravitatis transferatur extra perpendicularem versùs ampliorem tubi ſpiralis partem, futurum quidem eſt, ut aqua aſcendat; id tamen non eſt opus centri gravitatis, ſed potius virtutis illius, qua humor ſe æquabiliter librat.

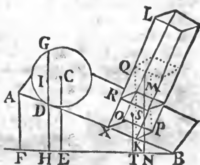
CAPUT VIII.

Cur gravium in plano inclinato deſcendentium alia repant, alia rotentur.

QUæ capite ſuperiori dixi de globi aut rotæ ſuper planum inclinatum conſiſtentiâ in puncto, in quo linea à centro globi, aut rotæ ducta cum eâ, quæ ex centro gravitatis ducitur, facit angulum æqualem angulo inclinationis plani, non ita intelligi velim, quaſi motus omnis deorſum adimatur rotæ aut globo cujuſlibet gravitatis, & in quovis plano inclinato: ibi enim conſiſtentiæ, aut quietis nomine ſolam converſionem excipio,

excipio, non lapſum nego. Fieri ſi quidem poteſt, ut adeò continuo lævore lubricum ſit planum, exactéque rotundatus globus, ut nullam ex eminulis particulis moram recipiens deorſum labatur, volubilitate ipsâ motum nihil juvante, ſed ſolo pondere urgente, cum in lineâ ad horizontem perpendiculari ſemper maneat centrum gravitatis, & punctum contactûs.

Neque eſſet diverſa ratio ſphæræ centrum gravitatis habentis extra centrum molis, ac cæterorum corporum non ſphæricorum: Nam gravia quæcunque in plano inclinato conſtituta tantum habent ad deſcendendum momenti, ut aſperitatis reſiſtentiam vincant, repunt quidem, ſi linea directionis ab eorum gravitatis centro in terræ centrum ducta tranſeat per contactum ſubjecti plani, & impoſiti gravis; rotantur verò, ſi directionis linea in plani declivitatem cadat extra contactum: ſivè demùm in puncto, ſivè in lineâ, ſivè in ſuperficie contactus fiat. Eſt autem animadvertendum non eſſe opus, ut una continua ſuperficies ſit, aut linea, ſecundùm quam ſe tangant; ſed pro ſuperficie aut linea contactûs accipitur totum illud ſpatium, quod inter extrema contingentia rectis lineis conjuncta intercipitur.



Sit planum inclinatum A B, cui globus C incumbit contingens in puncto D. Ex centro gravitatis C, quod & centrum molis eſt ex hypotheſi, cadat linea directionis C E perpendicularis in horizontem F B; quæ neceſſariò cadit extra punctum contactûs D; alioquin eadem linea C E caderet ad angulos rectos ſupra planum inclinatum, & ſupra horizontale, id quod fieri non poteſt, cum hujuſmodi plana non ſint invicem parallela. Per D igitur punctum ſuſtentationis ductâ G H parallelâ lineæ directionis, ſi per utramque plana parallela ducantur, planum per G H ſecat ſphæram in partes inæqualiter graves; & idcirco pars præponderans, in qua eſt centrum gravitatis globi, movetur circa punctum ſuſtentationis D, atque adeò in gyrum converſa

conversa circa centrum C descendit, ac rotatur. Quod si inæqualis fuerit sphæræ substantia, & centrum gravitatis I in perpendiculari G H, non descendet sphæra in gyrum acta, sed tantùm repet, cum neutra pars præponderet.

Simili ratione parallelepipedum K L, cujus centrum gravitatis M, non repit; quia, cum linea directionis M N cadat extra basim K O, quæ contingit subjectum planum, si per extremam lineam K P transeat planum P Q horizonti perpendiculare, dividitur parallelepipedum in duo prismata inæqualia, & non æquiponderantia: cum verò prisma trapezium Q L K P præponderet prismati trigono K O Q, quod sustinetur à basi, illud necessariò descendit, & circa lineam K P convertitur. Contrà autem quando intra basim contactûs, ut in cubo P R, cujus centrum S, cadit linea directionis S T, tunc repit, & non rotatur cubus; quia scilicet ab extrema sustentationis lineâ K P ductum planum horizonti perpendiculare dividit cubum in partes inæquales ita, ut pars illa, in qua est centrum gravitatis, & quæ à subjecto plano tota sustinetur, præponderet, nec possit à reliquâ parte elevari, ut circa K P convertatur.

Hinc apparet ad quantam altitudinem pertinere possit parallelepipedum, ut in dato plano inclinato non rotetur, sed repat: nam ab extremâ sustentationis lineâ K P excitatum planum horizonti perpendiculare P Q, quod bifariam in partes æquiponderantes dividit parallelepipedum K Q, determinat altitudinem maximam X Q; in omni quippe majori altitudine non repit, sed rotatur, quia linea directionis cadit extra basim sustentationis: in omni verò minori altitudine non rotatur, sed repit, quia linea directionis cadit intra basim sustentationis. Hoc idem in corporibus cæteris, quamvis non parallelepipedis, observandum est, an scilicet linea directionis cadat extra basim sustentationis, nec ne.

Quæ tamen de cubo repente dicta sunt, intelligi velim spectatâ per se gravium figurâ: quia per accidens fieri potest, ut corpus non repat, sed rotetur, quamvis linea directionis cadat intra basim, quæ planum inclinatum contingit. Nam si in motu occurrat super plano inclinato offendiculum aliquod, cui descendens corpus illidatur, fieri potest, ut impetus ex motu conceptus ita promoveat céntrum gravitatis in anteriora, ut linea directionis

directionis cadat extra basim ultrà punctum illud, quod proximum est offendiculo, ac proinde circa illud convertatur. Hæc autem potissimùm est ratio, cur ex clivis descendentes lapides, quamquam nec orbiculares, nec admodum alti, rotentur tamen; quia scilicet multa offendicula in clivo occurrunt, & ab impetu per motum concepto partes superiores promoventur ulteriùs, inferioribus retardatis. Sic sæpè cespitantes cadimus, quia ab offendiculo retinentur pedes, cum interim corpus reliquum ex concepto impetu ulteriùs promoveatur, ita ut linea directionis cadat extra basim sustentationis.

CAPUT IX.

Cur turres inclinatæ non corruant.

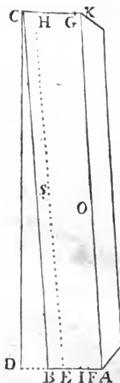
OBservandum est, ait Vitruvius lib. 6. cap. 11, uti omnes structuræ perpendiculo respondeant, neque habeant in ulla parte proclinationes. Nemo est qui non intelligat præceptum hoc ad ædificiorum consistentiam pertinere; sed neque defuerunt, qui rem subtiliùs, quàm par sit, perpendentes inani timore se torquebant, ne fortè aliquando domus corrueret, cujus parietes inter se paralleli fuerant constituti; cùm enim perpendicula sibi demum in terræ centro occurrant, fieri non posse putabant, ut simul paralleli essent parietes. Id quod Geometricè quidem verum est; Physicè tamen parallelismus cum perpendiculis consentit: nam si funiculos duos longitudinis ped. 100. clavo affixos ita extendas, ut extrema eorum palmi intervallo distent, angulum facient acutissimum; & si lineas duas bipedales duxeris eorum extremitatibus congruentes, vix different à parallelis, cum intervalla jungentia utrosque linearum terminos different inter se solum palmi parte quinquagesima. Longè autem majorem rationem terræ semidiameter habet ad quamlibet ædificiorum altitudinem; ut proinde à parallelismo multò minùs recedant parietes, etiamsi fuerint turrium instar altissimi. Ponantur enim parietes duo, aut potiùs turres, distare inter se pass. 300; sit autem parietum, vel turrium altitudo pass. 60, hoc est ped. 300. Constat mihi, ut aliàs ostendi, terrenam semidiametrum non esse minorem passibus Rom.

antiq. 4128635 : quarè si fiat ut terræ semidiameter 4128635 ad altitudinem 60, ita distantia parietum, aut turrium in imo 300, ad aliud, proveniet differentia, qua distantia turrium in summo vertice superat earum distantiam in imo pede, & erit partium $\frac{4159}{1000000}$ unius passus, quæ est minor quàm $\frac{1}{3}$ digiti: quis autem parallelas non dixerit turres, quæ vix uno aut altero hordei grano distant à parallelismo? Quod si in tanta altitudine atque distantiâ discrimen hoc adeò exiguum est, satis patet, quid de columnarum parallelismo dicendum sit. Constat autem ex his ædificia in altissimis montibus constituta habere parietes minùs à parallelismo recedentes, si fuerint ad perpendiculum ædificati, quàm in locis depressioribus: atque adeò, si duæ columnæ eandem inter se positionem servantes descenderent cum subjecto plano, ita ut alterutra columnarum illarum ad perpendiculum descenderet, reliqua demùm adeò inclinaretur, ut caderet.

Sed quàm inanem sibi struant solicitudinem, qui nimis exiguè, & exiliter ad calculos revocant structurarum perpendicula, satis indicant turres inclinatæ, quæ post aliquot secula consistunt citrà ullum ruinæ periculum, quamvis illam timeant imperiti. Duas habemus in Italiâ turres ob insignem inclinationem conspicuas; altera est Bononiæ quadrata opere lateritio, altera Pisis rotunda ex albo marmore affabrè expolito, & columnis 284 rite dispositis ornata. Ædificari cœpit anno 1173 Germano quodam architecto, quem ab aliis Guillelmum, ab aliis Joannem OEnipontanum dici reperio. Rotunda est forma duplici muro concludente scalas cochleæ in modum ab imo ad summum ductas: parietis crassities est cubitorum $6\frac{1}{3}$, turris altitudo cubitorum 78, ambitus in imo pede cubitorum 80; unde colligitur diameter cubitorum ferè $25\frac{1}{2}$; inclinatio, seu intervallum inter basim, & perpendiculum est cubitorum $7\frac{1}{3}$, ut ex literis ad me inde datis habeo; quamvis apud aliquos legerim tantùm cubitos 7, apud alios $6\frac{1}{2}$. Factâne fuerit illa inclinatio de industriâ, an verò subsidentibus fundamentis, incertum est. Ego non facilè eo in illorum sententiam, qui id scribunt contigisse ex artificis imperitia, cui non satis perspecta esset soli natura; tum quia fundamenta altitudinem

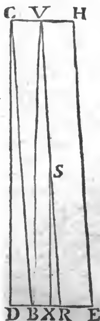
nem habent, atque amplitudinem ingentem, quibus construendis annus solidus satis non fuit; tum quia nullam unquam egit rimam, id quod subsidente solo rarissimum est; tum quia potuit architectus excitari ad artis specimen exhibendum à turri Bononiensi Garisendâ excitatâ anno 1110.

Turris Bononiensis altitudinem habet pedum Bonon. 130; exteriùs inclinatur ped. 9, interiùs verò ped. 1, & paulo amplius: muri crassities in parte infimâ est pedum $6\frac{1}{2}$, in suprema ped. 4; cava turris ped. 7. quare lateris longitudo est ped. 20, & ambitus, quoniam quadrata est, ped. 80. Ex his mensuris, quas in *Bononiâ Perlustratâ* anno 1650 typis evulgatâ attulit Antonius Pauli Masini, turris speciem exhibeo, & est A B latus unum ped. 20, B D inclinationis mensura ped. 9. D C altitudo perpendicularis ped. 130; E B & A F ped. $6\frac{1}{2}$ crassities imi parietis, & C H ped. 4. crassities ejusdem parietis E C exteriùs inclinati. At quoniam inclinatio interior F I dicitur esse ped. 1, & paulo ampliùs, erit I D paulo major ped. 21; erecta autem ex I perpendicularis dabit punctum G terminum crassitiei muri A G in parte supremâ, & erit C G major ped. 21, cum sit æqualis ipsi I D. Quare fieri non potest, ut K G sit ped. 4; quemadmodum H C; alioquin esset C K saltem ped. 25, cum basis A B sit tantum ped. 20. Hinc si liceat conjecturas persequi (quandoquidem veritatem assequi non potui, cum non careat periculo ascensus per scalas ligneas à pluviis maximam partem corruptas) existimo A F majorem esse quàm E B, hoc est majorem pedibus $6\frac{1}{2}$, K G verò minorem quam H C, ut turri sua constet Eurithmia; id quod obtineretur, si I D uno, aut altero pede minor esset quàm A B, differentia enim inter I D, & A B esset crassities K G. Et sanè memini aliquando me au-



diviſſe ſupremam craſſitiem muri oppoſiti parti inclinatæ non excedere integrum pedem. Id autem valde opportunum accidebat, ut longè faciliùs paries A F G K ſuâ mole ſtaret: neque enim caſu inclinatam fuiſſe turrim dicere poteris, quam conſtat prope Aſinellam rectiſſimam ideò fuiſſe conditam, ut multo clariùs appareret inclinatio: prætérquam quod inclinatio interior minor externâ ſatis oſtendit muros nunquam fuiſſe parallelos.

Porrò ut conſtet ex hujuſmodi inclinatione non magis eſſe de ruinâ timendum, quàm ſi exactè perpendicularis eſſet, examinemus, ſi placet, centrum gravitatis in turri Bononienſi; hinc enim facilis erit conjectura de cæteris. Et primò parietis maximè inclinati ſectio verticalis illum bifariam ſecans ac tranſiens per centrum gravitatis ſit H C B E: cujus latera parallela H C, E B bifariam ſecta in V & R jungantur rectâ V R, cujus longitudo inveſtiganda eſt, ut in eâ definiatur punctum S centrum gravitatis, ac innoteſcat utrum perpendicularis S X, ſcilicet linea directionis cadat intra baſim E B ſuſtentantem. Et ut à fractionibus minus incommodi ſubeamus, liceat aſſumere pedem in partes centeſimas diviſum. Cum autem E B ſit ped. $6\frac{1}{2}$, ſemiſſis R B eſt ped. 3. 25″; & quia H C eſt ped. 4, V C eſt ped. 200″. Et ducatur recta B V.



In triangulo B D C rectangulo datis B D, inclinatione ped. 900′, & altitudine perpendiculari C D ped. 1300′, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenuſæ B C, quæ eſt ped. 1303 1″. Ex datis autem lateribus B D, & D C invenitur angulus C B D gr. 88. 33′, cui æqualis eſt inter parallelas V C, B D alternus V C B: angulus verò C B R gr. 91. 27′.

In triangulo V C B datis lateribus V C ped. 2.00′, C B ped. 130. 31″, & angulo verticali V C B gr. 88. 33′, reperitur

C V B

C V B gr. 90. 34'. 14'', & V B C gr. o. 52'. 46''.. Ex his autem investigatur V B ped. 130. 26''.

Quoniam autem angulus C B R notus erat gr. 91. 27', si dematur ex illo angulus V B C gr. o. 52'. 46''. remanet V B R gr. 90. 34', 14'', æqualis angulo C V B alterno inter parallelas; & nota sunt latera illum constituentia B R ped 3. 25''. & B V ped. 130. 26''. Ex quibus datis invenitur angulus B R V gr. 88. o'. 2'', B V R gr. 1. 25'. 44'' & basis V R ped. 130. 326'''.

Jam verò, ex prop. 15 lib. 1. Æquipond. Archimedis, dividatur V R in S eâ ratione, ut sit V S ad S R, ut duplum E B majoris parallelarum unâ cum minore H C, ad duplum H C unâ cum majore E B, hoc est (quia E B est ped. $6\frac{1}{2}$) & H C ped. 4.) ut 17 ad $14\frac{1}{2}$. Igitur ut $31\frac{1}{2}$ ad $14\frac{1}{2}$, ita V R 130. 326''', ad S R ped. 59. 99'. Demum ex S ducta perpendiculari S X, quia in triangulo R X S rectangulo datur angulus S R X gr. 88. o'.. 2''. atque adeò ejus complementum R S X gr. 1. 59'. 58''. & latus S R ped. 59. 99''. invenitur latus R X ped. 209''. Est igitur R X linea minor, quàm R B posita ped. 3. 25''; & idcirco perpendicularis linea directionis S X cadit intrà basim parietis E B C H.

Sed quia facturum me puto rem aliquibus gratam, si quasinij rationes hîc exhibeam, calculi totius progressum per logarithmos hîc addo, ut illum possis, si placeat examinare.

In Triangulo B D C rectang

BD ped. 900' —— r l	7, 04575, 74906
D C ped. 130. 00'. — l.	4. 11394, 33523
C B D gr. 88. 33'. m	1, 15970, 08429

In Triangulo V B R

V B + B R ped. 13351' —— r l	5, 87448, 62041
V.B — B R ped. 12701 —— l	4, 10383, 79160
Semisumma ang. gr. 44. 42'. 53''. — m	9. 99567. 51920
differentia gr. 43. 17', 9 m	9, 97399, 93121
B R V gr. 88. 0, 2	
R V B gr. 1, 25. 44''	

In Triangulo V C B

C B + C V ped. 132. 31' —— r l	5, 87840, 73306
C B — C V ped. 128. 31 —— l	4, 10826, 05050
Semisumma ang. ad basim g. 45. 43' 30''. m	10. 01099, 19826
differentia g. 44. 50. 44. m	999765, 98182
Angul. C V B g 90 34. 14	
Ang. V B C g. o. 52. 46	
C B R g. 91. 27. 0	
V B R g. 90. 34. 14	
V B C gr. o. 52' 46' —— r l	1, 81393, 17962
V C B gr. 88. 33. o. —— l	9, 99986, 09115
V C ped. 200'. —— l	2. 30102, 99957
V B ped. 130. 26'' —— l	4, 11482, 27034

R V B gr. 1. 25. 44' — r l	160316, 93891
R B V gr 90. 34. 14 — l	999997, 84664
B R ped. 325'' — l	251188, 33610
V R ped. 130, 326''' — l	411503, 12165

In triangulo R S X rectang.

R S X gr. 1. 59. 58'. — l	854269, 84915
R S ped. 59. 99''. — l	377807. 88619
R X ped. 2. 09'' — l	232077. 73534

Quod si paries exteriùs inclinatus etiam solitarius consistere posset, modò ea esset partium connexio, ut unum quid solidum conflarent, quia directionis linea intra basim sustentantem cadit, & planum per extremam basis lineam, & terræ centrum transiens relinquit interiorem parietis partem præponderantem exteriori: quis possit de turris ruinâ dubitare, si eâdem methodo deprehendat oppositi parietis A G centrum gravitatis esse in O, ac proinde comparatis reliquorum duorum parietum centris gravitatum, totius turris centrum gravitatis esse in intimis turris partibus? Quò igitur firmiùs sibi cohærebunt partes turris, eò major erit inclinatio, quam obtinere potest citra cadendi periculum. Id quod pueris ipsis notissimum est, qui turriculas inclinatas architectantur ex buxeis orbiculis, quibus in alveolo ludunt.

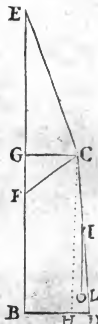
Et ut res ista planissimè ostendatur, sit supra planum inclinatum A B, parallelepipedum ligneum I D ita, ut recta C E ad horizontem perpendicularis transeat per centrum gravitatis: constat ex dictis cap. 8. futurum esse, ut grave I D repat, non autem rotetur, quia pars C E D non præponderat parti C E I, siquidem possit descendere per planum inclinatum; quod si à lapsu impediatur, subsistet. Jam verò intellige per C planum F H horizontale, & adnecti prisma trigonum C I K parallelepipedo I D; utique pars C E K præponderat parti C E D, multóque minùs dubitandum erit de solidi K D ruinâ versus H. Quid autem aliud est solidum K D, quam turris inclinata?

Scripseram hæc jam tum ab anno labentis sæculi quinquagesimo sexto; cum animum subiit suspicari, an superiùs allatæ ex Masino turris Bononiensis mensuræ omninò veritati responderent. Quare litteris ad P. Franciscum Mariam Grimaldum datis rogavi, ut pro eâ, quam ad res omnes conferre solebat, diligentiâ, accuratè mensuras illas inquireret: hæc igitur ex ejus responsione habui, quibus superiùs dicta corrigenda sunt; quæ tamen expungere nolui, ut si lubeat, vulgarem opinionem sequi valeas.

Extimus

Extimus turris ambitus tam in imâ, quam in supremâ parte æqualis est, adeò ut oppositæ facies parallelæ excurrant: singulorum autem laterum ad basim latitudo est ped. Bonon. 17. unc. 8. murorum crassities in imo æqualis est; eo tantum discrimine, quod murus, qua parte ostium patet, crassus est ped. 5. unc. 11. qui verò Septentrionem spectat, propiùs accedit ad pedes 6. Porrò in summâ turri murorum crassities pariter æqualis est, & vix deficit à pedibus 5, quantùm quidem ex aspectu à superiori proximæ turris Asinellæ podio conjicere potuit singulorum murorum lateres numerans. Areæ demum vacuæ ad basim latus unum est ped. 6. alterum ped. 6. unc. 1.

Cum autem pluviæ per hiantem, & patulum turris verticem deciduæ scalas corruperint, nec eò veniri possit, ut demisso perpendiculo altitudo turris investigetur, subsidium petendum fuit ex Trigonometriâ, & ex proximâ turri Asinellâ, cujus mensuræ multiplici observatione innotuerant. Sit itaque turris inclinata DC, superioris autem podij Asinellæ altitudo EB ped. $234\frac{1}{7}$, unde observatus est angulus CEB gr. 18. 40'. Item in eadem turri Asinellâ patet fenestra in F, adeò ut distantia EF sit ped. 141: ibi pariter observatus est angulus EFC gr. 51. 51'. Quare in triangulo CEF, notum est latus EF, & duo anguli adjacentes, ex quibus datis colligitur EC distantia ped. $117\frac{7}{11}$. Jam verò intelligantur ex C cadere duæ perpendiculares, altera quidem CH in planum horizontale, altera verò CG in turrim Asinellam; erit enim altitudo CH æqualis altitudini GB, nam CG est parallela horizonti, cui turris EB perpendicularis insistit. Ut igitur innotescat quæsita altitudo, inveniatur in triangulo rectangulo CGE, ex datis latere CE ped. $117\frac{7}{11}$ & angulo observato CEG, gr. 18. 40', latus EG ped. $111\frac{5}{12}$. Jam verò si EG ped. 111 $\frac{5}{12}$ dematur ex EB ped. $234\frac{1}{7}$, remanet altitudo GB, hoc est CH, ped. $123\frac{1}{12}$.



Demum

Demum ad investigandam turris inclinationem, applicito ad punctum I perpendiculo observatus est angulus D I L gr. 3. 10'.: cùm autem I L parallela sit perpendiculari C H, erit pariter angulus D C H gr. 3. 10'. Igitur in triangulo D C H rectangulo ad H notum est latus C H ped. 123 $\frac{1}{12}$, & angulus D C H gr. 3. 10', ergo & innotescit latus D H ped. 6. $\frac{10}{12}$, quæ est mensura inclinationis quæsitæ.

Ex his accuratioribus mensuris indagemus, si placet, in orientali pariete inclinato centrum gravitatis, & lineam directionis methodo eâdem, qua superiùs usi sumus; eademque figura sectionis verticalis resumatur. Est igitur E B ped. 6. ac propterea R B ped. 3.00"; & quia H C est ped. 5, V C est ped. 2. 50". B D autem est ped. 6. unc. 10, hoc est ped. 6 $\frac{10}{12}$.



In Triangulo B D C rectangulo datis B D ped. 6. $\frac{10}{12}$, & altitudine perpendiculari C D ped. 123 $\frac{1}{12}$, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenusæ B C, quæ est ped. 123. 27". Fiat igitur ut C B ped. 123. 27", ad B D ped. 6. 83". ita Radius ad sinum anguli B C D gr. 3. 10' 34'. Quare angulus reliquus C B D gr. 86. 49'. 26", cui æqualis est alternus V C B inter parallelas V C, R D; angulus autem, qui est deinceps, C B R gr. 93. 10'. 34'. In triangulo V C B datis lateribus V C ped. 2. 50", C B ped. 123. 27", & angulo verticali V C B gr. 86. 49'. 26", reperitur C V B gr. 92. 0'. 36", & V B C. gr. 1. 9', 58". Ex his verò invenitur V B ped. 122. 76".

Jam verò in Triangulo V B R, notus est angulus R B V æqualis alterno C V B gr. 92. 0'. 36'. & nota sunt latera R B ped. 3.00", & V B ped. 122. 76". Quare invenitur angulus V R B gr. 86. 35' 43'. B V R gr. 1. 23'. 41', & basis V R ped. 123. 17".

Tum fiat ut 17 ad 16; hoc est duplum majoris E B cum minore H C, ad duplum minoris H C cum majore E B, ita V S ad S R, & erit S R ped. 59. 72". Ductâ igitur ex S centro gravitatis

vitatis perpendiculari lineâ directionis S X, ex datis latere S R ped. 59. 72", & angulo V R X gr. 86, 35', 43", innotescit R X ped. 3. 54". Quare R X major est quàm R B: & si paries ille solitarius esset, non utique consisteret; sed quoniam reliqui tres parietes adjecti sunt, constat ita totius molis centrum gravitatis esse in intima turris parte, ut linea directionis cadat intrà turris basim sustentantem.

Ex his discuties timorem eorum, qui soliciti sunt de obeliscorum consistentiâ, ex inclinatione aliquâ verticis ruinam proximam præsagientes: cum enim in hujusmodi molibus centrum gravitatis vicinius sit basi quàm vertici, si centrum inclinetur in alterutram partem spatio tantùm digitali, vertex insignem acquiret inclinationem, consistet tamen, quandiu linea directionis transibit per basim sustentationis. Inclinatio enim non est spatium illud, quod inter basim, & perpendiculum à turris, vel obelisci vertice demissum intercipitur (quamvis hoc vocabulo hactenus abuti placuerit, ne à vulgo discreparem) sed est angulus, quem turris facit cum plano; & manente eadem inclinatione, intervallum illud mutari potest pro majore, aut minore turris longitudine. Quare quò longior est moles inclinata, cæteris paribus, minùs est timendum, quia minor est declinatio à perpendiculari: si enim K E sit pedum 100, K C verò ped. 1. angulus K E C æqualis declinationi à perpendiculo est gr. 0. 34'. 22". at si K E sit ped. 50, & K C iterum ped. 1. angulus K E C est grad. 11. 32'. 13".

Hîc autem quasi præteriens satisfaciam quærenti, cur longiores hastas faciliùs, quàm breviores virgas digiti extremitate sustineamus, quin cadant. Quia nimirum minimus angulus declinationis à perpendiculo statim se prodit hastæ vertice ad partem unam secedente, cui statim occurrimus hastæ calcem manu transferentes, ac sub vertice collocantes: verùm quia facilior hastæ consistentia innotescit etiam, quando à suppositâ manu calx ejus non movetur (nam si militarem sarissam terræ perpendiculariter insistentem constitueris, potes te semel in gyrum contorquere, & illam quasi perpendicularem recipere, id quod in breviore hastâ non obtinebis) alia est ratio petenda primùm ex dictis, quia scilicet longior hasta, cæteris paribus, minùs declinat à perpendiculo, ideóque difficiliùs descendit;

deinde quemadmodum longiorem haſtam ſi in aquâ agitaveris majorem percipies reſiſtentiam, quàm ſi breviorem virgam incitares; ita aërem variis ſemper motibus turbatum plus etiam impedire deſcenſum longioris haſtæ cenſendum eſt, præſertim ſi in ſuperiore parte aër versùs unam, in inferiore autem versùs aliam partem moveatur: id quod in breviore virgâ non accidit, quam modicus aër contingit, nec poteſt aut adeò reſiſtere diviſioni, aut adeò diverſis motibus cieri. Hinc aſta longior tardiùs deſcenſum molitur, & faciliùs ſuſtinetur, quia major aëris dividendi quantitas, ac motus varii, magis reſiſtit, & datâ æqualitate motûs minùs declinat à perpendiculo.

CAPUT X.

An plurium ſtructurarum capax ſit mons, quàm ſubjecta planities.

POteſt mons cum ſubjectâ planitie, cui inſiſtit, dupliciter comparari; primùm conferendo ſolam planitiem in vertice montis exiſtentem cum parte ſubjecti plani ſibi reſpondente; deinde clivum montis comparando cum plano horizontali. Et ſanè ſi planities in ſummo montis jugo conſideretur, certum eſt illam eſſe plurium ſtructurarum capacem, quàm ſubjectum planum in ſuperficie globi terreſtris: Quemadmodum enim ſuperficies ſphæræ majoris plura capit ædificia, quàm minor, ita etiam ſphærarum inæqualium partes ſimiles inæqualis ſunt capacitatis: Conſtat autem planitiem in ſummo monte pertinere ad ſphæram majorem, quàm pertineat ſimilis planities illi ſubjecta; ac proinde & amplior eſt, & magis capax. Harum verò planitierum differentia ea erit, quæ eſt quadratorum diſtantiarum à centro terræ: quòd ſi quadratorum hujuſmodi differentia exigua ſit & contemnenda, eo quod ad illam quadratum ſemidiametri terræ habeat nimis magnam rationem; planitierum pariter differentia fugiet omnem ſenſum.

Sit

Sit terræ ſemidiameter C S, altitudo autem montis S R, in cujus vertice ſit planities R H, cui ſimilis eſt in ſuperficie globi terreni planities S O illi parallela: hæ autem planities ſimiles habent, per 20. lib. 6. duplicatam Rationem laterum R I, S L, hoc eſt, per 4. lib. 6. duplicatam Rationis, quam habet C R ad C S. Eſt igitur ut quadratum diſtantiæ C R ad quadratum diſtantiæ C S, ita planities R H ad planitiem S O. Plura itaque ædificia perpendiculariter inſiſtentia poſſunt in planitie R H majori excitari in montis vertice, quàm in ſubjectâ planitie.

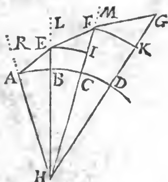
At ſi montis clivus R M O L comparetur cum ſubjectâ planitie S O, certum eſt illum eſſe majorem, ſicuti latus R L oppoſitum angulo R S L, qui non eſt minor recto, majus eſt latere S L in triangulo R S L, & R M ad S F eſt ut R C ad S C: ſuperficies igitur L M comprehenſa ſub majoribus lateribus, & angulis non minoribus, quàm ſuperficies S O, major erit, ſi illa per ſe conſideretur. Non tamen continuò major dicenda eſt capacitas, quæ plura aut ampliora recipiat ædificia; niſi mons ad ingentem altitudinem aſcendat; tunc enim perpendicula non ſunt inter ſe parallela, propter inſignem eorum diſtantiam. Nam ſi ſuper clivo A B ſit ſtructura A L, cujus parietes perpendiculares, ſint etiam paralleli L B, D A, illi non magis inter ſe diſtant, quàm ſi ſuper plano horizontali N B fuiſſent excitati: quicquid ſit, quod, ſicut linea A B major eſt quàm N B, ita planum inclinatum majus ſit plano horizontali. Non igitur plures aut ampliores ſtructuras recipit clivus collis, quàm ſubjectum planum horizontale. Quod verò de ſtructuris dicitur, de cæteris quoque intelligendum eſt, quæ perpendicularia inſiſtunt, & ſpatium implent; at ſi ita ſe habeant, ut

perpendicularia non insistant, certum est plures aut longiores homines jacere posse in clivo A B, quos non capit planum N B: vel si in clivo se minùs invicem impediant, tunc plura hujusmodi corpora in colle esse possunt quàm in planitie: si enim rami arboris inferioris respondeant trunco superioris, certum est quod multò viciniores esse possunt arbores, quàm in planitie, ubi rami se vicissim impedientes majorem postulant truncorum distantiam; ac proinde etiam multo plures arbores intra easdem parallelas erunt. Sic plures homines esse possunt in gradibus amphitheatri, quàm in subjecto plano, quia graciliores partes superiorum respondent crassioribus inferiorum, & se minùs invicem impedientes minus relinquunt spatij vacui: quod si non homines, sed parallelepipeda, statueres in gradibus, non plura statui in iis possent, quàm in planâ areâ gradibus subjectâ.

Hæc autem ædificiorum æqualitas in clivo & in planitie, locum non habet nisi intra illud spatium, quod intercipitur à perpendiculis Physicè parallelis; statim enim ac à parallelismo recedunt perpendicula, si ea fuerit altitudo, ad quam clivus ascendens venit, ut planities parallela plano horizontali in eâ altitudine major sit, quàm similis planities depressior, etiam plura ædificia recipiet clivus, quàm unica planities horizontalis subjecta. Ponamus enim perpendicula G C, & O C jam non esse parallela, eamque esse altitudinem K G, ut planum per G transiens horizonti parallelum majus sit plano per O intra eadem perpendicula intercepto, erit quidem capacitas plani inclinati G O L F æqualis capacitati subjecti plani E K O L: at ulteriùs ascendendo capacitas F G M R non erit æqualis capacitati plani S K continuati cum priore plano E O, sed erit major; quippe quæ æqualis est capacitati plani V G; est autem planum V G ad planum simile S K, ut quadratum G C ad quadratum K C: major igitur est totius clivi M L capacitas, quàm planitiei S O.

Et ut res apertius constet, quandoquidem clivi altissimorum montium, si eandem servent inclinationem, non sunt ab imo pede ad summum jugum æquabili, & continuo ductu extensi, Sit terræ centrum H, & superficies

A D,



A D; cujus arcus dividatur in partes A B, B C, C D æquales, ita ut singuli arcus pro rectâ lineâ, & superficies pro plano horizontali Physicè usurpari possint; & tunc solùm intelligatur mutari horizon, quando ex A jam venerit in B; deinde in C &c. Si igitur sit planum inclinatum A E, ubi venerit in E punctum perpendiculi H B producti, non potest rectâ progredi, quin mutet inclinationem supra horizontem novum, ad quem venit; quare ut servetur similis inclinatio, deflectit in E F, & est angulus H E F æqualis angulo H A E cui demum ubi venerit in F, debet fieri æqualis angulus H E G. Centro autem H, intervallis H E & H F describantur arcus E I, & F K. Certum est duarum linearum angulum constituentium partem aliquam extremam esse, secundùm quam lineæ illæ non differunt, sensu judice, à parallelis; at si major pars accipiatur, jam perit parallelismus: Sic R A, & E B pro parallelis usurpari si possint, non poterunt similiter pro parallelis accipi R A, & L B: Sic L E, & F I sumuntur tanquam parallelæ citrà errorem, at non item L B, & M C. Quare perpendicula non solùm recedunt à parallelismo sensibili, quia majorem angulum in centro H constituunt, sed etiam quia major eorum pars assumitur, in qua jam apparet convergentia, quæ in parte minore latebat.

Cum itaque structuræ perpendiculares in plano inclinato occupent spatium eodem modo, ac si essent in plano horizontali intra easdem parallelas, jam constat clivi partem E F comparandam esse cum plano E I; non autem cum plano B C; quia in E, & I terminatur parallelismus linearum L E, F I. Est igitur capacitas clivi E F æqualis capacitati E I; at capacitas E I major est quàm capacitas B C, ergo capacitas clivi A F major est, quàm capacitas planitiei A C. Eademque esto de cæteris ratio. Hinc manifestum est non omninò in universum vera esse, quæ passim dicuntur de æquali capacitate collium, & planitiei subjectæ, nisi hæc certis limitibus circumscribantur; videlicet si sermo sit de iis quæ tantùm perpendiculariter insistunt, &

intrà illud ſpatium, ac in eâ altitudine, ubi perpendiculorum convergentia adeò exigua eſt, ut evaneſcat. Cæterùm ſatis mihi videor oſtendiſſe fieri poſſe, ut clivus aliquis plures ſtructuras recipere poſſit, quam ſuperficies ſphærica globi illi reſpondens. Si enim eadem eſt ſemper, ut ſupponitur, plani inclinatio, etiam latera turrium, vel domorum parietes æquè invicem remoti intercipient æquales partes plani inclinati: Si ergo ſtructura intercipiens ſemiſſem plani A E transferatur in E F, æqualem partem intercipiet; at hæc minor eſt ſemiſſe ipſius E F, igitur duæ ſtructuræ occupantes totum planum A E, tranſlatæ in E F æquale ſpatium occupabunt, & relinquent adhuc partem ſpatij inanem. Eſſe autem E F lineam majorem linea A E patet; quia triangula A H E, E H F æquiangula ſunt, & latera habent proportionalia, adeóque ut A H ad H E, ita A E ad E F; atqui H E excedit lineam H A; igitur & E F major eſt quàm A E: ergo multo major erit ſuperficies ipſius E F, quàm ſuperficies ſimilis ipſius A E. In ſpatio igitur, quo ſuperficies E F excedit ſuperficiem A E, poterit alia prætereà ſtructura excitari.

CAPUT XI.

Quomodo animalium motus ordinentur ex centro gravitatis.

DEi ſapientiam nunquam ſatis admirari poſſumus, quæ in ordinandis naturæ motibus elucet; animalia enim ſolo naturæ ductu adeò accuratè ſe ipſa ſiſtunt in lineâ directionis, ut nemo mathematicus Geometriæ apices perſcrutatus poſſit tam ſubtiliter deprehendere, ac breviſſimo temporis momento, centrum gravitatis. Quandoquidem ſive conſiſtentium quietem, ſivè gradientium motum, ſivè reclinantium ſe ſe inflexionem conſideres, miram naturæ artem intelliges, quâ præcavit, ne corpus ingenitâ gravitate delatum præceps caderet. Id autem aſſecuta eſt motus ita diſponendo, ut linea directionis nunquam

quam caderet extrà basim sustentationis, nisi fortè in cursu, in quo tamen satis consultum est animalis incolumitati, dum ab anteriore pede, ubi terram attigerit, retinetur, ne ulteriùs descendat.

Basis autem sustentationis non sunt soli pedes, sed totum illud spatium interceptum à lineis pedum extremitates jungentibus; sic in quadrupedibus linea directionis debet cadere intrà spatium comprehensum lineis, quæ jungunt extrema pedum terram contingentium, ut possit animal consistere. Hinc equus in posteriores pedes se erigens flexis poplitibus reclinat se se in posteriora, & tantisper in eo situ consistit, dum centrum gravitatis imminet spatio, quod à pedibus occupatur, & ab illis intercipitur; & si extra illud spatium cadat linea directionis, vel aversus cadit, vel iterum quatuor pedibus insistit. Ubi tamen observandum est ex equo & equite fieri unam molem compositam unum habentem commune centrum gravitatis: unde fit equum magis defatigari, si eques non rectus insideat; sed inclinatus in alterutram partem, centro enim gravitatis translato motûs facilitas mutatur; & equite in anteriora inclinato ac premente caput equi in posteriores pedes erecti, centrum gravitatis in anteriora transfertur, & occurritur periculo, ne equus aversus cadat.

Porrò dum spatium à pedibus occupatum voco basim sustentationis, non semper satis est lineam directionis cadere non extrà pedes; quia si pedes ipsi solùm ex parte tangant subjectum corpus, ut contingit in funambulis, debet linea directionis cadere in funem, cui insistunt pedes, & si extra illum cadat, certa est ruina, quia latitudo pedum non juvat. Cum autem difficillimum sit diutiùs consistere ita, ut centrum gravitatis semper immineat funi, ideò funambuli, vel hastam plumbeis laminis gravem in extremitatibus manu tenent, vel brachiis expansis se librant, ut hastam vel brachia extendentes in partem oppositam ei, in quam gravitas inclinat, centrum gravitatis constituatur in puncto, quod immineat funi sustentanti. Hinc oritur difficultas consistendi, quam experiuntur grallatores; cum enim grallæ exiguâ sui parte tangant terram, est quasi linea, in qua fit sustentatio, extra quam facilè cadit linea directionis: ideò tertium gestant baculum, cui

innitantur,

innitantur, quoties quiescere voluerint, lineâ directionis cadente intrà spatium triangulare comprehensum à grallis, & baculo.

Hic autem maximè se prodit naturæ providentia in tam variâ pedum conformatione, ut ad sustentandum idonei essent: quadrupedibus siquidem non adeò amplos pedes tribuit, quia ex eorum inter se distantiâ plurimum spatium intercipitur, cui immineat centrum gravitatis: bipedibus verò latiores tribuit pedes, quâ parte timeri potuit casus: sic quia ex duorum crurum modicâ divaricatione non facilè periculum erat cadendi in alterutrum latus, ideò humanis pedibus minorem dedit latitudinem, quàm longitudinem; hanc verò non in æquas distribuit partes, sed minimam calci (præterquam in Scauris, quos pravis fultos male talis appellat Horatius, talis scilicet extantioribus) maximam anteriori parti concessit, ne impetu per motum concepto translatum centrum gravitatis in anteriora transiliret basim sustentationis. Aliquam tamen mediocrem latitudinem pedibus concessit, ut posset homo, si res ferret, uni tantùm pedi insistere, & esset aliqua spatij amplitudo, intrà quam quodlibet punctum opportunum esset consistentiæ centri gravitatis. Sic aves illæ, quæ uni pedi insistunt, cujusmodi sunt grues, & ciconiæ, digitos habens longiores, quos valdè explicant quasi in gyrum, ut amplior sit basis sustentationis; intrà quam ut cadat linea directionis, altero pede elevato inclinatur corpus in oppositam partem, ut centrum gravitatis immineat pedi sustentanti. Eandem ob causam anseres, & anates, quæ multâ carne abundant, & amplo sunt pectore, alternâ quadam in dextrum, & sinistrum latus inclinatione gradiuntur, ideóque ampliores habent palmas, ut citrà cadendi periculum centrum gravitatis faciliùs vel immineat pedi sustentanti; vel minimùm ab eo declinet, ne majore, quàm par sit, impetu descendens corpus & anteriori pedi incumbens, tibiæ musculos, & tendines lædat. Aves verò, quæ subtilioribus ramusculis insident non palmipedes sunt, sed digitatæ (palmæ enim avibus amphibiis ad natandum potissimum datæ videntur) ut ramis tenaciùs inhæreant; quæ præterquàm quod exiguæ sunt gravitatis, facilè se sistunt in lineâ directionis, quæ cadat in ramusculum, cui insistunt, majore, vel minore angulo, quem

faciunt

faciunt tibiæ cum coxâ; ideò ubi ramum arripuerint, subsultantes se librant, ramumque arctè apprehentes prohibent, ne repentino casu circumagantur à centro gravitatis nondum imminente basi sustentationis.

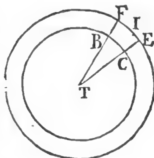
Verùm quoniam ad aves delapsus sum, prætereundus non est usus centri gravitatis in volatu; quia enim avis dum alis aërem verberans in volatu se librat atque suspendit, ita alas debet extendere, ut centrum gravitatis existat intra illud alarum spatium, in quo exercetur sustentatio; ideò si voluerit ad superiora volatum dirigere, alas in anteriora versus caput extendit, ut centro gravitatis in posterioribus relicto, ac deorsum præponderante, caput sursum dirigatur: contra verò, ut motum deorsum dirigat, alas retrahit, ut caput præponderet, ac deorsum feratur. Hinc satis patet, cur ubi Pavo caudæ pompam explicuerit, erecto pectore & capite insistat pedibus, quibus immineat centrum gravitatis: at si caput ad anteriora inclinarè voluerit, & pectus inflectere, cogitur explicatam caudam demittere, ut syrmate illo æquilibrium statuat corpori, ne proruat, ut verè procumberet, si pectore inclinato expansa cauda retineretur in positione eâdem.

Infinitum esset singulos animalium motus persequi, in quibus centri gravitatis ratio habetur; satis fuerit observasse nos ex declivi loco descendentes non insistere plantis pedum ad angulos rectos; sed paululum in posteriora inclinari; contra verò ascendentes jugum acclive curvari in anteriora; ut nimirum linea directionis cadat intrà spatium, cui pedes insistunt; extra quod illa si caderet, nec alteri fulcro inniteremur, quod unà cum pedibus includeret basim sustentationis, necessariò nobis cadendum esset. Quòd si quis onus habens dorso impositum in montosâ regione iter habeat, multò magis curvari debet, cum ascendit, ut pedibus immineat centrum gravitatis compositæ ex corpore, & ex onere: quare sapientissimè rustici aliqui in Alpibus, quæ Germaniam ab Italiâ disterminant, arculam ex levibus asserculis, & virgulis compactam habent, cui onera immittunt, basis autem arculæ, quæ gestantis corpori adhæret, imitatur Resc Hebraicum, ita ut pars quidem dorso, pars autem capiti incumbat: unde fit, ut centrum gravita-

tis compositæ minùs recedat à medio humani corporis, adeóque faciliùs etiam motus perficiatur, quin opus sit tantâ corporis inflexione. Simile quid experimur, si quis à sede surgat; caput enim cum thorace in anteriora reclinat; pedes verò in posteriora versùs sedem retrahit, ut nimirum pedes supponantur centro gravitatis, quod primùm imminet parti digitis proximæ, deinde corpore erecto linea directionis versùs talos recedit. Hinc etiam patet cur homo supinus jacens surgere non possit, nisi retractis sub se pedibus, & thorace in anteriora propulso per impetum sibi impressum. Vidi tamen non semel hominem, qui cum supinus jaceret, non retractis sub se pedibus surgebat planè rectus sicut stipes; ad caput autem apponebat, vel globum tormentarium majorem, vel saxum non modicæ gravitatis; quod manu utrâque apprehensum attollebat, & velociter in anteriora movebat, sibique impetum imprimebat: impetus enim impressus promovens ad anteriora saxum, & corpus ipsum vincebat gravitatem corporis cæteroqui casuri; ex brachiis autem extensis saxum à corpore remotum tenentibus oriebatur, ut centrum gravitatis molis compositæ longè citiùs immineret pedibus, à quibus sustentabatur, etiam antequam planta terram attingeret, sed cum adhuc soli calci inniteretur. Quantum verò impetus valeat ad vincendam oppositam gravitatem corporis, patet in cespitantibus, qui naturæ ductu illico brachia extendunt, & in contrariam partem projiciunt, ut scilicet impetus in oppositam partem exæquet excessum gravitatis, quæ ad eam partem reperitur, in quam ex cespitatione facta est inclinatio.

Ex his quid in singulis motibus dicendum sit, intelliges; neque enim otium est ire per singula. Caput hoc claudo explicatione quæstionis, qua quæritur, quantò majus spatium percurrat caput quàm pedes; certum siquidem est hominem in lineâ directionis imminere semper terræ centro; ac proinde si pedes ex B venerunt in C, caput ex F in E translatum est per arcum F E majorem arcu B C. Cum enim uterque arcus B C, F E subtendatur eidem angulo ad centrum, sunt similes, & ut arcus B C ad totam suam peripheriam, ita arcus F E ad suam peripheriam; sunt

autem



autem peripheriæ inter ſe ut ſemidiametri, igitur B C ad F E, ut T B, ad T F; atqui T F major eſt quàm T B, igitur & F E arcus major arcu B C: abſcindatur F I, quæ ex hypotheſi intelligatur æqualis ipſi B C; eſt igitur ut T B ad T F, ita F I ad F E, & dividendo ut T B ad B F ita F I, hoc eſt B C, ad I E. Fiat itaque ut T B ſemidiameter terræ milliar. Rom. ant. 4128. paſſ. 635. ad B F altitudinem hominis ex. gr. ped. Rom. ant. 6. ita B C iter pedum mill. 500, ad I E exceſſum itineris capitis qui eſt $\frac{720632}{1000000}$ unius pedis. Quòd ſi fiat ut terræ ſemidiameter ad hominis altitudinem, ita circulus terræ maximus mill. 25941 ad exceſſum itineris capitis ſupra iter pedum terræ ambitum percurrentium, proveniet exceſſus ped. 37. unc. 8. hoc eſt paſſ. 7. & paulò ampliùs: Quare vides in ſingulis milliariis motum capitis non habere exceſſum niſi partium $\frac{87429}{1000000}$ unciæ pedis Romani antiqui; quæ differentia ſenſum omnem fugit.

Liceat hic ex morâ, quam in hoc Tractatu perficiendo duxi, id utilitatis capere, quod poſſim pro me ipſe brevi Apologiâ reſpondere, ne videar in Ageometriam lapſus, cui nulla niſi ex oſcitantiâ ſuppeteret excuſatio (nam & quandoque bonus dormitat Homerus) & quidem tunc, cùm Mathematicas diſciplinas in Collegio Romano publicè profitentem maximè oculatum fuiſſe oportuerat. Incidi in Magiam Naturalem P. Gaſparis Schotti part. 3. lib. 1. pag. 71, ubi mihi tribuit ſententiam maximè abſurdam, quaſi in mechanicâ meâ manuſcriptâ (quam ſcilicet anno 1653. Romæ auditoribus meis tradidi) docuerim exceſſum motûs capitis ſupra motum pedum *eſſe valde modicum, nimirum ſolum pedum ſex cum dimidio, adeò ut in milliaribus* 500 *tantum reperiatur exceſſus* $\frac{15}{17}$ *unius pedis, poſitâ hominis altitudine pedum ſex, & terræ ambitu milliariorum* 21600. Hæſi primùm attonitus, meamque oſcitantiam admiratus illicò antiquas illas meas ſchedulas perſcrutari cœpi; & nihil minus inveniens errorem Typographo, qui pro paſſibus pedes ſuppo-

fuerit, tribuendum cenſuiſſem, niſi Author ipſe modicum illum exceſſum pedum ſex cum dimidio redargueret. Quare contingere facilè potuit, ut ille, qui tunc Romæ degebat, ex aliquo manuſcripto codice meam ſententiam reſcribens, ubi menſuram hanc pedibus definiebam, brevitatis ergo ad paſſus revocaverit, quam litera P notatam demùm pro pedibus ſit interpretatus. Cæterùm prudens, & attentus lector me facillimè ab hoc errore vindicabit, ſi terræ ambitum mill. 21600. dividat per mill. 500; & quotientem 43 multiplicet per $\frac{11}{17}$ unius pedis; deprehendet enim totum exceſſum pedum ferè 38, qui excedunt paſſus ſeptem cum dimidio. Quod ſi ex diametro pedum 34400000, & ex diametro pedum 34400012, quas ibi Author ponit congruentes peripheriæ juxta Rationem 7 ad 22 conſiderentur, erit differentia circulorum pedum 38 eadem plane cum noſtrâ; ſed longiſſimè minor eâ, quam ille ibi ſtatuit.

Cæterùm quantus ſit peripheriæ majoris exceſſus ſupra minorem, habebitur facillimè, ſi majoris Radij TF, exceſſum BF, ſtatuas tanquam circuli Radium; hujus namque circuli peripheria eſt æqualis exceſſui illi. Quia enim ut minor Radius TB ad majorem Radium TF, ita minor peripheria ad majorem peripheriam, etiam convertendo & dividendo, ut TB ad BF, ita minor peripheria ad exceſſum peripheriæ majoris, & viciſſim permutando ut Radius TB minor ad ſuam minorem peripheriam, ita BF exceſſus Radij majoris ad exceſſum majoris peripheriæ. Atqui exceſſus hic BF aſſumptus ut Radius circuli habet ad ſuam peripheriam eandem Rationem, quam TB Radius minor ad ſuam peripheriam; igitur eſt eadem Ratio BF exceſsûs Radij, ad exceſſum peripheriæ majoris, quæ eſt ejuſdem BF ut Radij ad ſuam peripheriam: ergo per 9. lib. 5. hæc peripheria æqualis eſt illi exceſſui peripheriæ majoris. Cum itaque Ratio diametri ad peripheriam ſit ut 7 ad 22, ſeu ut 113 ad 355, fiat ut Radius 7 ad peripheriam 44, ſeu ut 113 ad 710, ita BF altitudo ped. 6. ad ped. 37. unc. 8: qui numerus conſentit cùm ſuperiore.

CAPUT

CAPUT XII.

An tellus moveatur motu trepidationis.

QUoniam centrum gravitatis eſt in quolibet corpore punctum illud, quod æquales gravitates circumſtant, manifeſtum eſt non permanere idem gravitatis centrum, ſi aliqua corpori additio fiat, aut detractio; neque enim manet eadem momentorum gravitatis æqualitas circa illud punctum; ſed aliud eſt punctum, per quod ducta plana dividunt totius corporis gravitatem in momenta æqualia, & eſt novum centrum gravitatis. Hinc patet in telluris globo, qui plurimas mutationes ſubit, corporibus gravibus ex alio in alium locum tranſlatis, tolli æqualitatem partium ſaltem in actu primo gravitantium, cum hæc quidem, quæ oppoſitæ parti ante erat æqualis, ſubtractione nunc fiat minor, illa verò, quæ pariter ſibi oppoſitæ parti proximè fuit æqualis, additione evadat major. Ex quo neceſſariò colligitur mutatio centri gravitatis.

Sed quia, ut tellus ſuis librata ponderibus in loco ſibi debito conſiſteret, debuit initio ejus centrum gravitatis congruere centro univerſi, circa quod gravia & levia diſponuntur; idcircò dubitari poteſt, utrùm mutato gravitatis centro terra moveri debeat, ut novum gravitatis centrum collocetur in centro univerſi. Quoniam verò huc illuc paſſim tranſlatis corporibus, terra nunc in hanc, nunc in illam partem moveretur, ut proinde quaſi trepidaret; hinc factus eſt quæſtioni locus, an tellus moveatur motu trepidationis; quicquid ſit an motus iſte ſub ſenſum cadat, nec ne.

Terram univerſam & ſingulas ejus partes ſuâ gravitate repugnare, ne ſurſum moveantur, certum eſt; at univerſi centrum occupare, toti quidem elemento graviſſimo convenit, ſed non partibus ſingulis: neque enim gravitas eſt appetitus ſubſiſtendi in centro, quem natura non ſatis aptè gravibus ſingulis indidiſſet; cui nimirùm fieri ſatis non poteſt, niſi corpora ſe invicem penetrent; unum autem grave in centro exiſtens

cætera omnia inde excludit. Restituunt se gravia in locum suum versùs centrum pergendo, non ut ad centrum veniant; sed ut nihil levius infra se habeant; quemadmodum & levia versùs cælum ascendunt, non ut cælum petant, ibíque demum quiescant, sed ne quid gravius supra se patiantur. Cæterùm hoc ipso, quòd natura, & vacuitatem omnem eliminavit, & corporum penetrationem proscripsit, & vim se suis locis disponendi corporibus indidit, satis universi consistentiæ & ordini consultum est. Quare corpori nihil levius infra se habenti nullam præterea gravitationem tribuendam censeo, præter resistentiam, ne sursum moveatur. Gravitas siquidem non nisi comparatè dicitur, habitâ ratione proximi corporis, in quo tanquam in loco existit id, quod grave dicitur; nam si orbis universus constaret unico corpore homogeneo, nihil esset aut grave aut leve, cum nihil esset, quòd præ aliis exposceret propiùs admoveri centro universi. Cum itaque terra ad hoc universi centrum perinde se habeat, atque si corporibus levioribus non circumfunderetur, his namque sublatis illa nec propiùs ad universi centrum accederet, nec longiùs ab eo recederet; ideò pars terræ quæcumque cum reliquis comparata (ponatur hîc tellus tota homogenea) nec gravis est nec levis; ac proinde, cùm nulla pars centro propior esse exigat, quàm alia, nulla quoque est, quæ aliam urgeat, aut premat propriè, sed omnes, & singulæ tantummodò repugnant, ne sursum in medium leve transferantur.

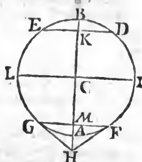
Hinc est quod terræ consistentiam in loco suo, non propriè ex libræ rationibus explicandam censeo; quia in librâ utraque lanx non repugnat solùm, ne attollatur, verùm etiam in aëre constituta deorsum nititur; terræ autem partes superiores nil infrà se levius habentes non conantur deorsum. Et quemadmodum si libræ lanx utraque subjecto plano incumberet, earum consistentia non esset æquilibrio tribuenda, quamvis æquilibres sint, sed idcircò solùm consisterent, quia infrà se haberent corpus, quod permeare vel non exigit, vel non potest earum gravitas: ita terræ partes licèt adeò æqualiter sint dispositæ circa suum commune gravitatis centrum (in quo vires suas exererent tellure totâ in aëris locum translatâ) ut ex illo suspensâ tellure in æquilibrio consisterent; re tamen ipsâ non consistunt

consistunt propter æquilibrium; sed quia nulla pars habet infra se aliquid, sub quo petat existere, atque adeò nulla est, quæ deorsum nitatur. Quare Poëticè solùm, non verò Philosophicè dictum est.

Terra pilæ similis, nullo fulcimine nixa,
Aëre subjecto tam grave pendet onus.

Aër si quidem non est subjectus terræ, sed circumfusus; ea namque subjecta sunt, quæ inferiora; inferiora autem, quæ centro propiora. Terræ itaque globus nihil habet, in quod gravitatis vires exerceat deorsum conando.

Quæ cum ita sint, nulla unquam continget in terrâ mutatio atque gravium translatio, quæ efficiat motum trepidationis. Sit enim terræ globus A B, cujus centrum C sit pariter centrum gravitatis: ducto per C plano I L, hemisphærium I A L est æquale hemisphærio I B L; ex quo abscissa intelligatur portio sphærica D E B, in cujus locum succedat aër. Si qua igitur pars deberet deorsum versùs C niti, non alia utique esset præter D & E, quæ longiùs à centro absunt, quàm contiguus aër D E. At portio I D E L prævalere non potest hemisphærio I A L, quod deberet sursum propelli; ergo non potest centrum C moveri versùs A, ut punctum aliquod inter C & K congruat centro universi. Sed neque hemisphærium I A L debet descendere, quia nullum habet corpus leve sibi contiguum, quod universi centro vicinius sit; non ergo debet propellere oppositum segmentum I D E L; cujus omnes partes non solùm reluctantur motui, quo recedant ab universi centro C, sed etiam illarum aliquæ se ipsæ urgent, & conantur versùs C. Nondum igitur terra movetur.



Quare Segmentum Sphæricum D K E B transferatur in oppositam partem, & addatur hemisphærio superiori etiam mons F H G æqualis abscissæ portioni sphæricæ. Aio ne dum factam esse mutationem, quæ ad motum telluri conciliandum sufficiat. Quamvis enim mons ille F H G, quippe quem ambit aër levior

vior vicinior centro, conetur deorſum; certum eſt illum deſcendere non poſſe, quin totam reliquam terram impellat, ejuſque reſiſtentiam ſuperet; reſiſtit autem primò ſegmentum I D E L, cujus omnes partes magis à centro removerentur; niſi igitur mons F H G major ſit ſegmento ſphærico I D E L (vel ſaltem non multò minor, ſi quidem ob majorem à centro diſtantiam augerentur momenta gravitatis, ex dictis cap. 4.) non poterit ſubjectam terram loco dimovere. Præterea etiam hemiſphærium I A L repugnat deſcenſui montis F H G, quia fieri non poteſt hic motus, niſi hemiſphærij partes tranſiliant planum I L, atque magis à centro recedant. Quanta igitur gravitate præditum eſſe montem oporteret, qui tantam reſiſtentiam ſuperare valeret? At nunquam fieri tantam partium permutationem, ut id quod transfertur, ſit non minus ſemiſſe hemiſphærij, ut ſaltem ratione habitâ diſtantiæ à centro poſſit prævalere, ita omnibus eſt manifeſtum, ut probatione non indigeat. Quare neque hanc gravium tranſlationem motus ullus conſequitur, quo tellus trepidare dicatur.

At, inquis, ſi in utrâque libræ lance ſint unciæ 100, & alterutri uncia una addatur, lanx illa deprimitur, & oppoſita elevatur; ergo exiguum pondus vim habet movendi ingens pondus; ergo pariter mons F H G producere poteſt impetum, qui ad movendum ſegmentum I D E L, quantumvis gravius, abundè ſufficiat. Ego vero nego conſequentiam; quia non ab unciâ illâ additâ ſolâ elevatur oppoſitum pondus, ſed omnes unciæ ſimul in medio leviore ſuſpenſæ collatis viribus deorſum conantur, atque præponderantes oppoſitæ lancis pondus attollunt. Hoc autem nil in rem noſtram facit, ubi neque mons F H G ſolitariè ſumptus poteſt ſursùm propellere molem I D E L majorem ſe, neque juvari poteſt ab hemiſphærio I A L, quod cum nihil infrà ſe habeat, quod & levius ſit, & inter ipſum ac univerſi centrum intercipiatur, neque poteſt ſe ipſum versùs centrum urgere ſecundùm aliquas ſui partes ab eo remotiores, cum maximè partes centro proximæ valde reluctentur, ne ab illo removeantur. Id quod in libræ lance, cui uncia fuerit addita, reperire non poteris; totum ſiquidem lancis pondus deorſum nititur.

Quod ſi ex librâ ſimilitudinem ducere placeat, petenda potiùs

tiùs est ex librâ, cujus lanx altera subjecto plano incumbat, altera in aëre libera pendeat; si enim utraque lanx plena æqualibus ponderibus consistat in æquilibrio, & incumbenti lanci addatur ponderis pars, quæ à pendulâ lance detrahatur, lances non moventur, nec inter se mutuò confligunt ponderum gravitates, nisi quatenùs lanx gravior semper magis resistit leviori, ne ab illâ elevetur: cæterùm gravior lanx non movet leviorem, nisi ubi demum tanto pondere prægravata fuerit, ut subjecti plani resistentiam vincens illud aut frangat, aut saltem deprimat. Sic hemisphærium I A L habet rationem lancis non tantùm subjecto plano incumbentis, sed, quod potius est, suo in loco quiescentis; cui quò plus addideris ponderis, auges quidem resistentiam ne sursùm versùs H propellatur, ipsum verò non conatur deorsùm versùs C; sed totus conatus imposito & adjecto monti tribuendus esset, vel (ut sim maximè liberalis) etiam excessui illi, quo hemisphærium I A L superat segmentum sphæricum I D E L, qui excessus est æqualis ipsi monti, hoc est segmento D E B. Quare si fuerit abscissa tertia pars hemisphærij unius, & addatur alteri hemisphærio è regione secundùm diametrum, tunc ad summum æqualis erit pars terræ deorsùm nitens F M G H parti oppositæ repugnanti I D E L; & si velis partem F M G H remotiorem à centro magis gravitare ita, ut ratio hujus excessûs in gravitando possit vincere non solùm resistentiam segmenti I D E L, ne sursùm propellatur, sed etiam segmenti F I L G, ne secundùm partes I L centro proximas ab eo removeatur; non admodum repugnabo. Sed cùm nunquam millesima, ne dum sexta, pars terreni globi ex alio in alium locum ex diametro oppositum transferatur, nulla unquam fit gravium permutatio, vi cujus tellus trepidet.

Sed unum adhuc superest, quod per dissimulantiam prætereundum non videtur. Esto inquis, nulla fiat in tellure gravium translatio, quæ tanta sit, ut novum gravitatis centrum in universi centro constituere valeat, ac proinde nulla sit centri terræ trepidatio: circa centrum saltem nutabit tellus motu conversionis, validâ ventorum vi summos montes impellente, orbemque totum, pro variâ ipsorum incursione, modò hanc, modò illam partem versante: unde fortasse ortam acû magneticæ eodem in loco post aliquot annos variationem suspicari

quis poſſit. Cum enim tellus æqualibus circà centrum nutibus librata permaneat, multo faciliùs omnem in partem converti poſſe videtur, quàm rota ingens ſuo in axe ſuſpenſa: Rota ſcilicet ſuo pondere axem premens illum, dum convertitur, terit; hancque affrictûs difficultatem vincat neceſſe eſt, quod una ex parte additur pondus, vel quæ applicatur Potentia, ut converſionem efficiat: tellus verò in orbem diffuſa nec centrum premit, nec axem, cum quo ullus fiat affrictus; ac propterea faciliorem præbet converſionis anſam Potentiæ unam aliquam in partem urgenti. Hujuſmodi autem Potentia ventus eſt, non ad perpendiculum in terram incidens, ſed obliquè in præaltos ſaltem montes incurrens; cujus viribus nihil obſtare videtur, quin telluris globum ſibi obſecundantem inclinet; quemadmodum, & ingentes naves, vela implens, impellit.

Huic difficultati ut me ſubducam, non me in abditos magnetiſmi receſſus recipio, aſſerendo tellurem ita arcanis nodis cælo connexam, ut à ſummo axium polorumque cæleſtium atque terreſtrium conſenſu divelli ac diſtrahi prorsùs nequeat: neque enim hiſce magnetiſmi latebris me ſatis protectum exiſtimarem; demptâ quippe ſolis Auſtralibus atque Borealibus ventis hâc facultate tellurem convertendi, ne ſcilicet terreſtres poli à cæleſtibus diſcrepent, quid prohibeat reliquos ad Ortivum, aut Occiduum limitem pertinentes, quin ſuo flatu orbem hunc volvant, adhuc ſupereſſet explicandum. Hoc quidem ſatis eſſe videretur ad ſubmovendam ſuſpicionem illam de acûs magneticæ variatione ob telluris converſionem; manente nimirum axe terreſtri ita, ut cum cæleſti conveniat, aut illi ſaltem parallelus exiſtat, nihil eſt quod, etiam tellure circa axem converſâ, magneticam declinationem commutare queat: nam quod ad ſyderum aſpectus ſpectat, parum intereſt, tellusne? an cælum volvatur; ſi igitur diurna cæli converſio magnetis declinationem non mutat, neque ad illam mutandam ſufficeret telluris circa ſuum axem converſio, vi cujus alia atque alia ſydera reſpiceret: Præterquam quod non id temporum lapſu accideret; ſed ubi ventorum impetus elanguiſſet, illicò variatio illa declinationis magneticæ deprehenderetur: id quod ab omni experimento longè abeſt. Verùm adeò à noſtris ſenſibus ſejunctæ ſunt magneticorum ſymptomatum cauſæ, ut ad aliarum

aliarum difficultatum solutionem non facilè advocandus sit in Philosophicam scenam magnetismus.

Illud potius hìc attendendum videtur, quod montis altitudo, atque magnitudo ad totius telluris molem Rationem habet satis exiguam. Cum enim terræ ambitus probabiliter statuatur, ut aliàs ostendi, milliarium Rom. antiq. 30598, ejusque propterea diameter sit proximè mill. 9738 $\frac{4}{11}$, tota superficies sphærica (ut pote quadrupla maximi circuli ex demonstratis ab Archimede) est mill. quadratorum 297. 987800 proximè. Mons statuatur altitudinis perpendicularis milliarium quinque; hæc est ad terrestrem diametrum ut 1 ad 1947: basis montis occupet milliaria quadrata 500; hæc est ad sphæricam totius globi superficiem, ut 1 ad 595975. Finge jam pro monte granum hordei, quod promineat secundùm suam latitudinem ex sphærâ habente diametrum granorum 1947, hoc est passuum geometricorum sex, seu pedum Rom. antiq. 30. circuli maximi ambitus erit pedum 94$\frac{2}{7}$: quare hujus sphæræ superficies habet pedes quadratos 2827, hoc est quadratas latitudines grani hordei paulò plures quàm 11. 579000. Igitur grani hordei jacentis altitudo ad hujus sphæræ diametrum eandem ex hypothesi habet rationem, quam prædicti montis altitudo ad telluris diametrum: & si decem grana sibi invicem attigua disponantur, ut montis basim æmulentur, eadem erit ratio ad superficiem. Quamvis itaque sphæra illa intelligatur planè inanis ac levissima solam habens superficiem papyraceam, ex qua granum ordei agglutinatum promineat, an putas à flatu quantumvis valido per fistulam emisso in granum illud hordei incurrente convertendum esse globum papyraceum? Id sanè ex cæteris experimentis conjicere non licet; perinde enim est atque si nihil promineret; neque vel minimùm obest Physicæ rotunditati. Quare neque montis altitudo constituta quicquam detrahet orbicularis figuræ, quod sub Physicam considerationem cadat; ac propterea nihil virium ad tellurem convertendam obtinet ventus in montem incurrens.

Et quidem conversionem hanc re ipsâ non fieri manifestum est; si quidem cum nulla vincenda esset gravitas, quæ longiùs à centro gravium recederet, vel quæ axem tereret, facillima videretur esse globi totius conversio circa centrum, non solùm

validioribus atque incitatioribus, sed temperatis etiam atque mediocribus ventis flantibus. Hi autem aliquando diuturni sunt; cujusmodi potissimum sunt Etesiæ, quibus maritimi cursus celeres, & certi diriguntur. Tot igitur dierum spatio, vento oppositos montes vehementiùs urgente, non modica fieret terreni globi inclinatio; ac propterea non eadem demum permaneret eodem in loco Poli suprà Horizontem altitudo, quoties ab alterutro cardine Australi Boreali-ve, aut à solstitiali Brumali-ve limite tam ortivo quàm occiduo ventus spiraret, atque multarum ædium facies non eandem ampliùs respicerent cæli plagam; quare & scietherica Horologia quantumvis accuratè semel descripta post non adeò multas temporum inclinationes toto ferè cælo discreparent; aliis enim, atque aliis subinde flantibus ventis, varia oriretur orbis conversio, atque alia planorum cum circulis horariis sectio, quæ descriptis lineis non congrueret. Hujus autem mutationis nullum in toto terrarum orbe vestigium apparet, nisi fortè fabulas liceat comminisci.

Quòd si conversionem hanc non omninò circa centrum quamcumque in partem fieri, sed tantummodo circa axem, dixeris, ut argumenti vim effugias; Quid illud est, quod ita terrestrem axem cum cælesti colligatum velit, ut tamen terrestres meridianos à primâ mundi molitione constitutos temporis lapsu cum cælestibus meridianis non convenire permittat? Sed & aliud profectò, nec illud quidem leve, incommodum subeas necesse est; dum enim conversionem adstruis ab ortu in occasum, & vicissim ab occasu in ortum, fieri poterit, ut post aliquot annos non planè spernenda conversio facta fuerit, ac proinde temporum numeratio cælo non respondeat. Nam si ab ortu in occasum ex. gr. processerit tellus, minus temporis numerabitur quàm pro ratione cælestium motuum; ut contigisse fertur navi cui à Victoriâ nomen inditum est, in expeditione Magellanicâ; cum scilicet post totius orbis ambitum redux in Hispalensem portum, ex quo ante tres annos solverat, intraret, tunc primùm observarunt se à rectâ temporis numeratione defecisse die uno; quippe qui cum juxta diurnam cæli conversionem ab ortu in occasum iter instituissent, justo tardiùs semper sol illis occiderat, exiguo quidem singulis diebus,

bus, quibus procedebant, diſcrimine, ſed quòd demùm modicis illis acceſſionibus in integrum diem excreverat. Contra verò accideret, ſi ab occaſu in ortum ſemper navigaretur; juſto enim breviores eſſent dies, ac propterea eorum numerus accreſceret. Hæc autem in temporum numeratione inconſtantia, ſi ventorum impetu tellus modò in ortum, modò in occaſum converteretur, quantam perturbationem inveheret in Aſtronomiam? Neque tibi quicquam ſuffragari exiſtimes, ſi ex varia ventorum oppoſitas in plagas ſivè ſimul, ſivè ſubinde, ſpirantium commutatione converſiones illas compenſari dixeris: id enim ad incertum revocat omnes Aſtronomorum calculos, ubi meridianorum circulorum ſectiones ſtabiles non permaneant; cum ad orbem totum inclinandum, ut tu quidem autumas, ſatis ſit, ſi unâ aliquâ in regione ventus montes impellat; quî verò certus ſim factam ab Argeſte telluris converſionem in ortum, æquatam demum fuiſſe à Vulturno, aut ab Euro-Auſtro?

Verùm quàm infirmæ ſint validiſſimorum ventorum vires ad globum hunc terraqueum inclinandum, expendamus, etiamſi montium perpendicula non quinque tantùm milliaribus definita velis, ſed multò altiora. Statue in ingenti lacu compoſitam ex trabibus aliquot ratem, quam in littore ſtans facilè funiculo modereris. Tùm ratem aliam paris quidem latitudinis, ſed centuplò longiorem, compone: Poteris-ne hanc funiculo eodem, ac labore non majori, trahere perinde atque priorem? Negabis utique, quamvis enim utraque lacui ſtagnanti innatet, nec vincenda ſit alterutrius gravitas, ut à centro gravium magis recedat; licet utraque parem in motu ab aquâ dividendâ reſiſtentiam inveniat (ejuſdem quippe ſunt latitudinis ſolâ diſcrepantes longitudine, & æqualis eſt utriuſque immerſio propter eandem ſingularum trabium molem, atque ſpecificam gravitatem) quia tamen diſpar eſt ratium magnitudo, & impetu extrinſecùs accepto utraque eget, ut moveatur, palàm eſt majore impetu opus eſſe, ut ratis major trahatur, ac propterea poſſe hanc adeò augeri, ut impetus ad illam movendam neceſſarius excedat vires Potentiæ ratem minorem funiculo moderantis. Ita planè eſt. Sed jam animum transfer ad inſtitutam diſputationem, ut diſpicias, undè irrepſerit dubitatio hæc de telluris

conversione ex ventorum impulsu, & quàm facilè fucum fecerit rota suo in axe suspensa, quæ levi negotio, nec valido impulsu, volvitur. Rota siquidem tota deorsum gravitat, ac propterea axem premit; quia autem in axe suspenditur, fieri non potest, ut pars altera descendat, quin opposita ascendat. Quandiu conatus ad descendendum æqualis est resistentiæ ad ascendendum, rota quiescit; nec volvitur, nisi alterutri parti fiat accessio Potentiæ, quæ pariter descensum juvet, vel quia ipsa quoquè deorsum conatur cum parte descendente, vel quia sursum nitens partem alteram elevat, oppositamque deprimet suapte naturâ descendentem. Non tamen hujusmodi rotæ suspensæ conversio tribuenda est soli Potentiæ; sed pars rotæ descendens atque Potentia collatis viribus elevant partem rotæ ascendentem, eíque impetum imprimunt. At in telluris circa suum centrum, vel axem, conversione nihil adesset, quod Potentiam juvaret; quia nulla est pars, quæ deorsum conetur, aut sursum, ut possit oppositæ parti impetum aliquem imprimere; nulla etenim pars in hujusmodi conversione ad centrum gravium accederet, aut ab illo recederet. Totus igitur impetus à vento imprimendus esset toti telluris globo, ut à suâ, quæ secundùm naturam est, quiete dimoveretur. Atqui globi terraquei ea est moles, ut contineat milliaria cubica proximè 48670. 200000 (omnis nimirum sphæra æqualis est cono, cujus altitudo par est Radio sphæræ, basis autem æqualis superficiei sphæræ, ex dictis verò paulò superiùs, & superficies & Radius globi hujus innotescit) nullus igitur adeò vehemens est ventus, qui tantæ moli impetum imprimere valeat; nullus siquidem excogitari potest ventus, qui globum marmoreum, aut etiam ex argillâ, in planitie æquissimâ constitutum, si mille passus Geometricos in diametro numeret, convolvere valeat. Adde in telluris conversione, si illa fieret, quò vehementior esset ventus in montem incurrens, validior esset resistentia aëris à reliquis montibus dividendi; sed & multorum ingentium fluminum contrariam in partem labentium impetus obsisteret, ne tellus vento flanti obsecundaret. Quòd si hæc levis esse momenti dixeris ad obsistendum, levis pariter momenti esse ventorum impetum, necesse est, fatearis: neque hîc arduum esset ventorum atque fluminum vires invicém conferre, aquarum-

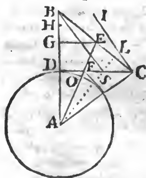
que

que impetum multò validiorem ostendere; sed ad alia properandum est: satisfuerit monuisse non mediocrem intercedere analogiam inter aquarum guttas in rivulos primùm, deinde in majores rivos, ac demum in torrentem concurrentes, atque terræ expirationes in ventum congregatas, quæ multum virium obtinent, si plurimæ in unum coëant, quemadmodum & aquis contingit.

CAPUT XIII.

Quâ ratione minuatur gravitatio in plano inclinato.

PLanum inclinatum dicitur planum quodcumque non transit per centrum gravium & levium, hoc est per centrum universi; hujusmodi siquidem planum non cadit ad angulos æquales in sphæricam terræ superficiem. Hinc etiam planum horizonti parallelum reipsâ est inclinatum, nisi adeò exiguum sit ac breve, ut puncti vicem obtineat, si cum terreni globi superficie conferatur. Sit universi centrum A, plana B A, & C A sunt verticalia & perpendicularia, quibus si corpus aliquod grave applicueris, illud non impedietur, quin per suam directionis lineam descendat. At verò tam planum B C, quam planum C D inclinata sunt, nec corpus grave illis impositum potest rectâ secundùm directionis lineam descendere, sed ab illâ declinare cogitur plano obsistente. Sunt autem anguli inclinationis A B C, A C D. Quod si planum parallelum horizonti ita exiguum sit, ut à sphæricâ superficie, quam tangit, non recedat; tunc in quacumque ejus parte constituatur corpus grave, perinde est, atque si in puncto D collocatum concipiatur. Sin autem ita à puncto



puncto D distiterit, ut à sphæricâ superficie recedat, quemadmodum si esset planum D F, illud est inclinatum, & fit angulus D F A inclinationis. Ubi observandum est non eandem esse singularum plani partium inclinationem; angulus enim inclinationis A E C major est inclinatione A B C, per 16. lib. 1. & similiter A F D maior est angulo A C D. Quare statim atque ea est puncti E à puncto B distantia, ut angulus à perpendiculis in centro A factus contemni non possit, alia est etiam physicè inclinatio, & corporis ejusdem gravitatio mutatur.

Quoniam verò corpus grave plano inclinato impositum ita aëre circumfunditur, ut petat infrà illum descendere, & resistat, ne sursum moveatur; ideò gravitare dicitur.

Sed cavendum est, ne ex vocabulorum similitudine error subrepat: quandoquidem aliud est *gravitare in plano inclinato*, aliud *gravitare in planum inclinatum*: nam intrà aërem corpus grave, putà, lapis, gravitat in quocunque plano etiam perpendiculari, non tamen gravitat in planum perpendiculare, nullasque vires suæ gravitatis contra illud exercet, quamvis in eo existens, & resistat sursum trahenti, & conetur, ut vincat vires retinentis, ac quicquid moram infert, & impedimentum motui. In plano itaque inclinato existens corpus grave (subjectum planum supponitur optimè lævigatum, nec motui officiens partium prominularum asperitate) gravitat quidem, sed minùs quàm in plano perpendiculari, & pro variâ planorum inclinatione, varia pariter est gravitatio, ut quotidiana nos docet experientia. Quâ igitur ratione gravitatio minuatur, hîc est examinandum; capite sequenti gravitatio in Planum inclinatum explicabitur.

Cognoscitur autem gravitatio ex resistentiâ, quâ corpus repugnat contra vires illud retinentis, ne deorsum feratur, aut sursum trahentis; neque enim alio nisu gravia gravitant, quàm quo resistunt impedienti motum gravitati convenientem. Et quidem experimento aliquo potest gravitationis varietas investigari; si nimirum planum B O ex ligno, aut marmore accuratè lævigetur, & extremitati B adnectatur orbiculus D facillimè circa axem versatilis, ponderi

deri autem A subjiciantur rotulæ, & adnectatur funiculus per D transiens, ex cujus extremo pendeat lanx E, cui pondera immitti possint: pro variâ enim plani BO inclinatione etiam pondera in lance mutare oportebit, ut pondus A sustineatur, & plura erunt, quò magis ad perpendiculare accedet planum BO. Verùm quia nunquam carere poteris suspicione, an corporum affrictus aliquid afferat impedimenti; ideò seclusis omnibus, quæ extrinsecùs accidere possunt, resistentiam ex solâ gravitate ortam opus est considerare.

Resistentia verò omnis respondet violentiæ, quam patitur id quod resistit; minori etenim conatu minorem vim illatam propulsare studet natura, quæ validiùs obsistit majori violentiæ: id quod ita rationi est consonum, & obviis experimentis manifestum, ut in hoc demonstrando supervacaneum sit immorari. Constituantur itaque duo æqualis ponderis corpora in D & in C; singulis alligetur funiculus, qui per B transeat, & sursum trahantur simul ita, ut æqualiter moveantur. Absolutâ motûs particulâ, corpus alterum ex D ascendit in H in plano perpendiculari; alterum in plano inclinato ex C venit in E, & CE linea æqualis est lineæ motûs DH. Non eandem tamen utrumque grave subiit violentiam; nam motus DH fuit simpliciter, & absolutè violentus; at motus CE eatenus solùm gravitati adversatur, quatenus ascendit; ascensum autem metitur linea DG, quam abscindit EG horizonti parallela. Hìc scilicet planum DC intellige horizontale nihil à sphæricâ superficie discrepans, ut communiter contingit: quòd si non ita se haberet; sed esset amplissimum planum, mensura violentiæ illatæ ponderi in C

L

constituto, in E elevato desumenda esset ex differentiâ inter KC & OE. Est itaque gravitatio in plano perpendiculari ad gravitationem in plano inclinato, ut resistentia ad ascendendum in uno ad resistentiam ad ascendendum in alio; resistentiæ autem sunt, ut violentia, quam corpora subeunt in motu; violentia demum est ut HD ad GD, hoc est per 7. lib. 5. ut CE ad DG. Sed ut CE ad DG, ita EB ad GB, per 2. lib. 6. & ut BE, ad BG ita BC ad BD, per 4. lib. 6. igitur gravitatio in perpendiculari ad gravitationem in inclinato est ut BC ad BD, hoc est ut Secans anguli inclinationis ad Radium.

Quæ autem de totis DH, & CE lineis dicta sunt, de singulis earum particulis æqualibus dicta intelligantur; ductis quippe parallelis horizonti, eadem est omnium Ratio: hîc namque supponimus planum BC non adeò magnum esse, ut singula ejus puncta cum diversis horizontibus comparanda sint, omnes siquidem perpendiculares lineæ directionis non quasi convergentes, sed physicè parallelæ accipiuntur. Quòd si tam longum esset planum, ut physicè mutatus intelligeretur angulus inclinationis, non eadem esset Ratio gravitationis in toto, ac in partibus: sed mutato angulo inclinationis mutaretur utique ejus Secans; ac proinde inæqualium Secantium Ratio ad eumdem Radium inæqualis, gravitationum pariter inæqualem rationem ostenderet.

Quòd si ascendentium per vim extrinsecùs illatam corporum resistentiam atque gravitationem metimur ex violentiâ, quam pro planorum varietate subeunt; eorum pariter in descendendo efficacitatem ex ipso descensu argui æquum esset, datâ motûs in diversis planis æqualitate. Sed quia descensus naturæ propensioni congruit, fieri non potest, ut in alio atque alio plano æquales sint motus isochroni; tardior enim est, qui in plano inclinato perficitur, neque, si æqualis ponderis corpora descendant ex H & E, quando illud ad D pervenit, hoc potest attingere punctum C: ideò non ex descensu gravitationem metiri oportet, cum motus æquales non habeantur: nisi fortè easdem movendi vires tribuas gravitati non impeditæ in perpendiculari, ac impeditæ in plano inclinato. Qua propter gravitationis momenta ad descendendum non aliunde meliùs æstimantur, quàm ex repugnantiâ ad ascendendum: sic enim vulgari argumento

mento ſingulorum corporum gravitates librâ expendimus, tantumque iis ad deſcendendum virium tribuimus, quantum reſiſtunt, ne ab oppoſitâ libræ lance deorſum conante eleventur. Eadem igitur eſt gravitationis Ratio, ſeu propenſionis ad deſcendendum, quæ eſt reſiſtentiæ ad aſcendendum: Cum verò reſiſtentiam in plano inclinato ad reſiſtentiam in perpendiculari oſtenſum ſit eſſe, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis, hoc eſt ut BD ad BC, erit pariter vis deſcendendi in plano BC ad vim deſcendendi in plano BD, reciprocè ut BD ad BC.

Eadem ratione in plano CD ſuperficiem globi tangente, gravitatio in CD ad gravitationem in perpendiculari CA eſt ut CD ad CA; eſt enim CA Secans anguli inclinationis DCA. Si enim ducatur KF Tangens, triangula CKF, CDA ſunt ſimilia, angulus enim ad C communis eſt, & ambo rectangula ad D & K; quare ut CK ad CF, ita CD ad CA; ſed gravitatio in CF ad gravitationem in CK eſt reciprocè ut CK ad CF: igitur gravitatio in plano inclinato CD globum tangente, ad gravitationem in perpendiculari CA, eſt ut CD ad CA.

Hinc eſt quod in planis horizontalibus, quæ ut plurimum habemus, corpora non deſcendant, aut moveantur: quia nimirum à puncto, in quo grave ſtatuitur, ex. gr. F, ductæ lineæ FA perpendicularis & FD Tangens faciunt angulum DFA inclinationis adeò magnum, ut Radius ad ejus ſecantem penè infinitam non habeat ſenſu perceptibilem Rationem, vel ſaltem non tantam, ut gravitatio, quæ ratione inclinationis plani congruit corpori, non elidatur à reſiſtentiâ, quæ oritur ex corporum aſperitate. Quare ſublatâ, aut potiùs impeditâ, gravitatione corpus quieſcit in plano horizontali.

Et hæc eſt ratio, cur violentiam determinans, quam grave aſcendens patitur, aſſumpſerim in perpendiculari BA partem GD, quam abſcindit parallela horizonti; hæc enim menſura phyſicè non diſcrepat à verâ menſurâ, quæ aſſumenda eſſet, ſi mente concipias rectam lineam DC tangere circulum, cujus ſemidiameter ſit millecuplo major. Menſura ſi quidem aſcenſûs petenda eſt ex exceſſu, quo perpendicularis EA ſuperat perpendicularem AC; illo enim intervallo, quo magis receſſit à centro, aſcendit.

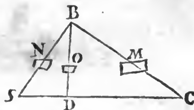
Ex quo fit quod, ſi planum inclinatum B C cum perpendiculari C A faceret angulum acutum A C B, corpus ex C uſque in L (in quod punctum cadit perpendicularis A L) deſcenderet, quia ſemper magis ad centrum accederet: ex L autem in E aſcenderet, & aſcenſum metiretur exceſſus perpendiculi E A ſuprà perpendiculum L A. Quare ut ex C aſcenderet, deberet eſſe planum inclinatum I C, quod cum C A faceret angulum I C A ſaltem rectum. Ubi ex occaſione licet obſervare poſſe dari duos montes, qui cum valle intermediâ planitiem unam conſtituant; ſi nimirum montium vertices eſſent E, & C, ex quibus in imam vallem L deſcenderetur: & aqua per montium venas deſcendens in L poſſet fontem aut lacum creare.

Re autem ipsâ ſemper contingit angulum B C A eſſe obtuſum vel non minorem recto. Ponatur enim terræ ſemidiameter D A 1000, & planum D C: (eſſet autem planum D C longius milliar. 4) erit angulus D A C, gr. 0. 3′. 26″; atque adeò D C A gr. 89. 56′. 34″. Jam verò ſit C D ad D B ut 100 ad 87; erit angulus B C D gr. 41. 1′. 23″: quare totus B C A gr. 130. 57′. 57″. Nunc ſi libeat comparare perpendiculum E A cum perpendiculo G A, ſtatue G D ſemiſſem totius B D; eſt igitur & G E ſemiſſis ipſius D C: Quare G E eſt partium 50, quarum G A eſt $100043\frac{1}{2}$: addantur quadrata G E 2500 & G A $10008701892\frac{1}{4}$, & ſummæ radix quadrata $100043\frac{102543}{200086}$ major verâ eſt E A, quæ non excedit perpendicularem G A $100043\frac{1}{2}$ niſi particulis $\frac{2500}{400172}$. Quoniam autem D A C angulus inventus eſt grad. 0. ′. 26″; ejuſque Secans A C eſt partium $100000\frac{5017}{100000}$, quarum A D poſita eſt 100000; diſcrimen inter A C, & A E ſuperiùs inventam, eſt partium $43\frac{46027}{100000}$, quæ eſt proximè eadem menſura, ac D G poſita partium $43\frac{1}{2}$. Quod ſi in plani inclinati longitudine tantã Rationem habente ad terræ ſemidiametrũ, quanta conſtituta eſt, poteſt citrà errorem aſſumi tanquam menſura aſcenſûs pars perpendiculi B A intercepta ab horizontali D C, & parallelâ E G, ſatis patet id multò magis licere in planorum longitudinibus minorem Rationem habentibus ad eandem terræ ſemidiametrum. Manet itaque conſtituta regula gravitationis, videlicet gravitationem in plano inclinato ad gravitationem in perpendiculari eſſe, ut eſt Radius ad ſecantem anguli inclinationis.

Quamvis verò in partibus inferioribus plani inclinati fit semper major angulus inclinationis, quàm in superioribus, & proinde minor sit Ratio, quam habet Radius ad secantem anguli majoris, ac ea, quam idem Radius habet ad secantem anguli minoris: non tamen ea est gravitationis differentia, cujus ratio habenda sit; cum enim adeò exiguus sit angulus B A C, ejus quantitas distribuitur per omnes inclinationis angulos, qui fiunt in punctis intermediis inter B & C; atque adeò contemnendum est in praxi discrimen illud, quod oritur ex alio atque alio inclinationis angulo in eodem plano. Quod si insignis esset Rationum varietas, notabilis quoque esset gravitationis diversitas idem enim contingeret, ac si non idem esset planum. Sed hoc communiter non accidit.

Ex his illud manifestâ consecutione conficitur, quod si duo plana inclinata inter se comparentur, ejusdem corporis gravitationes in illis sunt reciprocè ut Secantes angulorum inclinationis: hoc est, si fuerint duo plana inclinata B S, B C, gravitatio in B S ad gravitationem in B C est ut B C ad B S. Quia enim gravitatio in B C ad gravitationem in B D est ut B D ad B C; & gravitatio in B D ad gravitationem in B S est ut B S ad B D, igitur ex æqualitate, per 23. lib. 5. gravitatio in B C ad gravitationem in B S est ut B S ad B C.

Hinc præterea fit, ut, si gravia in planis constituta habeant Rationem eandem, quam secantes angulorum inclinationis habent inter se vel ad Radium, eorum gravitationes sint æquales. Sit ad horizontalem, S C perpendicularis B D, & inclinatæ B S, B C, per quas lineas ducta intelligantur plana, & in planis gravia diversa, & ut B D ad B C ita pondus O ad pondus M, & ut B D ad B S ita pondus O ad pondus N.



Dico ponderum M, O, N, gravitationes in suis planis esse æquales. Quoniã enim duorum gravium gravitationes in eâdem perpendiculari B D sunt ut ipsorũ pondera, gravitatio M in perpendiculari B D, ad gravitationem O in eadem perpendiculari, est ut M ad O, hoc est ut B C ad B D; sed gravitatio M in per-

pendiculari BD, ad gravitationem ejusdem M in inclinatâ BC, est pariter ut BC ad BD; igitur per 11. lib. 5. gravitatio M in perpendiculari ad gravitationem O in perpendiculari est, ut gravitatio M in perpendiculari BD ad gravitationem M in inclinatâ BC; igitur per 14. lib. 5. gravitatio O in perpendiculari BD æqualis est gravitationi M in inclinatâ BC. Eâdem methodo ostenditur æqualem esse gravitationem N in inclinatâ BS, gravitationi O in perpendiculari BD. Quare gravitationes M & N æquales inter se sunt, cum æquales sint gravitationi O.

Constat itaque iisdem viribus retineri posse, aut sursum trahi, majus pondus in plano inclinato, quàm in perpendiculari, eadem enim est illorum gravitatio, ut ostendi; vires autem retinentis aut trahentis debent gravitationi corporis proportione respondere. Quare datis viribus, quæ possint datum pondus O sustinere in perpendiculari BD, cognosci potest gravitas ponderis quod eædem vires sustinere valebunt in dato plano BC inclinato: si nimirùm fiat ut Radius ad secantem anguli datæ inclinationis, ita datum pondus O ad pondus M quæsitum. Detur O lib. 15. & angulus DBC gr. 36. Fiat ut radius 10000000 ad secantem 12360680, ita lib. 15. ad lib. 18 $\frac{1}{2}$; quod est pondus M æquè gravitans in plano BC cum pondere O in perpendiculari. Contra verò dato pondere M sustinendo iisdem viribus, quibus sustinetur O in perpendiculari, invenietur inclinatio plani: si fiat ut pondus O lib. 15. ad pondus M datum lib. 50, ita Radius 10000000 ad 333.33333. secantem anguli inclinationis DBC gr. 72. 32′. 32″. Demum dato pondere & plani inclinatione nota fiet potentia, si ut Secans datæ inclinationis ad Radium, ita fiat datum pondus ad aliud pondus, quod potentia valet sustinere in perpendiculari. Sit enim DBC gr. 36, & M lib. 50. Erit ut Secans 12360680 ad Radium 10000000, ita M lib. 50 ad pondus O ferè lib. 40 $\frac{1}{2}$, quod possit à potentia in aëre libero sustineri. Quare potentia sustinens pondus in plano inclinato est ad pondus, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis; & potentia potens movere cum sit major potentiâ sustinente, etiam majorem habet Rationem quàm habeat Radius ad Secantem. Id quod intelligitur ex vi præcisè gravitationis; quicquid inferat discriminis partium conflictus.

CAPUT

CAPUT XIV.

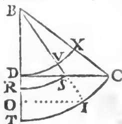
Quâ ratione corpus gravitet in planum inclinatum.

Constituta Ratione gravitationis in plano inclinato, determinatis scilicet momentis, quæ ad descendendum obtinet corpus grave existens in plano inclinato, superest explicanda gravitatio, quam idem corpus exercet in planum inclinatum illud urgendo, atque deorsum premendo. Certum est autem planum verticale seu perpendiculare nullo pacto urgeri à corpore gravi, quod liberè descendere potest per suam directionis lineam, quæ cum non occurrat plano verticali, nullum ab eo recipit impedimentum. Quare corporis gravitas vires totas exercet, aut descendendo, aut repugnando contra retinentem, qui non plus adhibere debet conatûs in retinendo, etiam si planum verticale amoveatur: atque adeò nihil omninò gravitat in planum verticale. Contra verò in planum horizontale, quam maximè gravitant corpora; eò quod directionis lineâ in illud incurrente ad angulos rectos, motus omnis impeditur, & cunctas gravitatis vires deorsum contendentes ita subjectum planum excipit, ut nihil reliquum sit virium, quas vel minimo motu exerceat. Hinc si corporis in plano horizontali jacentis ansam teneas, nihil tibi prorsus est laborandum, nec quicquam percipis ponderis; at submoto plano lacertis omnibus est contendendum, ut illud retineas; tota enim gravitatio cum retinente luctatur, quæ planum sustinens urgebat. In hoc itaque planum verticale cum horizontali comparatur, quod cum verticale nihil impediat motum, corpus in plano verticali omninò gravitat, sed in illud non gravitat: cum autem horizontale prorsus impediat motum, corpus in plano horizontali nihil gravitat, sed in illud totam suam gravitationem exercet. Eædem igitur vires, quæ ad descendendum in plano verticali impenderentur, in urgendo plano horizontali insumuntur.

Quæ cum ita sint, satis constat corpora gravia ita in plano inclinato gravitare, & obtinere momenta ad descendendum,

dum, ut etiam in illud, à quo impediuntur, gravitent, illudque urgeant.

Id verò fieri non poteſt niſi pro ratione impedimenti & moræ, quam ſubjectum planum motui infert ſuſtinendo corpora gravia; quæ proinde ſibi relicta à directionis lineâ declinant, motúmque deflectunt. Porrò in plano inclinato quantum ſubſit impedimenti, ſtatim apparet, ac innoteſcit, quantum reliquum ſit virium ad deſcendendum; vires enim, quæ reliquæ ſunt, ſi adjiciantur viribus impeditis, totam virium omnium ſummam conflare debent. Atqui ex ſuperiori capite notæ ſunt vires, quibus corpus gravitat in plano inclinato; igitur quæ eſt differentia gravitationis in plano inclinato, à gravitatione in plano verticlai, quod & perpendiculare, ea eſt menſura impedimenti, quod à ſubjecto plano infertur motui; atque adeò gravitationis corporis in planum.

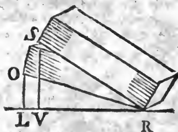


Cum itaque oſtenſum fuerit gravitationẽ in plano B S ad gravitationem in plano B D eſſe reciprocè ut B D ad B S, hoc eſt, ut Radius ad ſecantem anguli inclinationis cum verticali, hoc eſt ut B V ad B S, patet vires non impeditas ad vires impeditas eſſe ut B V ad V S, quandoquidem totas gravitatis vires refert B S. In planum igitur inclinatum B S gravitatio eſt ut V S, quæ in planum horizontale eſſet ſecundùm totas vires ut B S. Quare gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in planum inclinatum eſt ut Secans B S ad exceſſum Secantis ſupra Radium, V S; ſeu, quod in idem recidit, ſi gravitatio in plano inclinato ad gravitationem in verticali ponatur ut Sinus complementi anguli inclinationis ad Radium, ita B R Radius ad D R Sinum verſum anguli inclinationis. Id autem, quod de plano B S dictum eſt, de plano quoque B C, & cæteris quibuſcunque dictum intelligatur; cum enim gravitatio in plano inclinato B C ad gravitationem in perpendiculari ſit ut B D, hoc eſt B X, ad B C, erit gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in inclinatum ut B C ad X C, hoc eſt ut B T ad D T. Quare gravitatio in planum B S ad gravitationem in planum B C, eſt ut D R Sinus verſus inclinationis D B S, ad D T Sinum verſum inclinationis D B C; aſſumptis

ſcilicet

ſcilicet numeris tabulatis ad eundem Radium relatis; nam ſi lineæ ſpectentur, non eſt Ratio ut DR ad DT, ſed ut OT ad DT; neque enim idem eſt Radius BS & BC; ac proinde OT major eſt, quàm DR, ſicuti Radius BI major eſt Radio BS; vel aſſumpto eodem Radio BD, Ratio eſt ut VS ad XC, exceſſus ſecantium ſupra Radium.

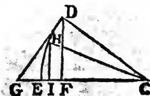
Id verò ex dictis ſub finem capitis ſuperioris videtur manifeſtum: nam ſi in plano BC retinetur pondus lib. 50. iiſdem viribus, quibus in perpendiculari ſuſpenderentur lib. $40\frac{1}{2}$, patet à plano ſuſtineri lib. $9\frac{1}{2}$; ac proinde grave, quod habet gravitatem totam ut 100, in plano BC gravitabit ut 81, & urgebit ut 19 ſubjectum planum.



Ex his fieri poteſt ſatis quærenti, cur ſuſtinens columnam OR plus gravitatis percipiat, quàm qui ſuſtinet columnam SR: quia nimirum, qui ſuſtinet, eſt pars plani inclinati, in quo jacens concipitur columna: quando igitur eſt pars plani habentis inclinationem LOR, gravitas, quæ ſuſtinetur à ſubjecto plano, ſe habet ad totam gravitatem ut Sinus Verſus anguli LOR ad Radium; Quando autem eſt pars plani habentis inclinationem VSR, gravitatio in ſubjectum planum ſuſtinens eſt ad totam gravitationem ut Sinus Verſus anguli VSR ad eumdem Radium. Atqui Sinus Verſus anguli VSR minoris minor eſt Sinu Verſo anguli LOR majoris; igitur minor eſt gravitatio SR, quam OR. Verum quidem eſt illud, quod ſi in R aliquo obice prohibeatur, ne deſcendat; variatâ inclinatione, quo fit minor ſuſtinentis labor, eò augetur magis conatus potentiæ in R detinentis columnam, ne juxta plani inclinationem deſcendat. Hinc ſi duo ſint columnam inclinatam deferentes, qui illam in R ſuſtinet, plus ſubit laboris, quàm qui in O, aut S: quia præter gravitationem, quam percipit tanquam pars plani inclinati SR aut OR, debet præterea retinere columnam proclivem ad deſcenſum propter plani inclinationem; ideò cùm ſcalas, aut montis clivum conſcendunt, qui in ſuperiore loco eſt, minimum ſubit

laboris. Huc etiam revocari posse videtur ratio, ob quam in elevando pontes illos versatiles, qui arcium portis opponuntur, initio major percipiatur difficultas, sed demùm facillimè eleventur. Verùm id ex dicendis inferiùs clariùs constabit; neque enim omnium gravium, quocunque se tandem modo habeant, eadem est ratio; cum animum diligenter advertere oporteat, ut innotescat planum inclinatum, in quo suam gravitationem exercent, & habent vires ad descendendum.

Non est autem per dissimulantiam prætereunda difficultas, quæ facessere posset aliquid negotij, & gravitationis Rationem constitutam convellere videretur. Est siquidem certum apud omnes mechanicos, tam ubi de libra, quàm ubi de vecte sermo est, aliam servari Rationem quàm Sinuum Versorum in momento potentiæ, aut ponderis determinando. Sit vectis, aut libræ brachium E C, hypomochlion seu centrum C; attollatur in H, aut in D; omnes consentiunt momentum potentiæ aut ponderis in E ad momentum in H, esse ut H C ad I C, ad momentum verò in D esse ut D C ad F C. Est igitur, inquis, gravitatio in planum D C ad gravitationem in planum horizontale E C, ut F C ad D C; in planum verò H C, ut I C ad H C, hoc est ut Sinus Rectus anguli inclinationis ad Radium.



Priùs verò, quàm me ab hac difficultate expediam, ostendo non satis aptè gravitationem in planum inclinatum desumi posse ex Sinu Recto anguli inclinationis. Quandoquidem vis descendendi in plano D C ad totã corporis liberi gravitationẽ est ut D F ad D C, igitur si gravitatio in planũ D C ad totam gravitationẽ est ut F C ad D C, tota virium summa est D F plus F C, ac tota vis gravitandi, ubi nullum est impedimentum, est D C; igitur D C, & D F plus F C, æquales sunt, contra 20. lib. 1. Eucl. Neque hic liceat ad æqualitatem potentiarum confugere, ut sicut per 47. lib. 1. Eucl. linea D C potest quadrata linearum D F, F C, ita vis totius gravitatis æqualis gravitationibus in plano inclinato & in planum inclinatum eandem servet proportionem laterum trianguli D F C, adeò ut totam gravitatem

Secans

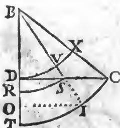
Secans anguli inclinationis exprimat, gravitationem in plano inclinato Radius, Tangens verò gravitationem in planum inclinatum. Si enim Quadratum D C æquale est quadratis D F, & F C simul sumptis, non tamen linea D C æqualis est aggregato linearum D F & F C : neque eadem est inter lineas D F & D C Ratio, quæ inter earum quadrata ; sed est sub duplicatâ quadratorum : Quare cum gravitatio in plano inclinato D C ad gravitationem in perpendiculari, non sit ut quadratum D F ad quadratum D C ; sed ut linea D F ad lineam D C, frustrà ad quadrata confugimus, quorum nulla hìc habetur ratio.

In eo itaque æquivocatio consistit, quod pondus in D constitutum, & applicatum brachio D C concipitur esse in plano inclinato D C, contra quàm res est: in eo siquidem plano intelligendum est, in quo ad motum determinatur; illud autem est planum D G, quod tangit circulum E D ; & sic deinceps, pro ut diversa circuli puncta à diversis planis contingi possunt. Quare in D momentum ad descendendum per D G ad totam gravitationem est ut D F ad D G, hoc est ut F C ad C D, per 8. lib.6. hoc est ut F C ad E C. Est igitur brachium libræ seu vectis C D, sustinens pondus seu potentiam D, quæ cum habeat vires universas ut E C, gravitationis autem momenta habeat solùm ut F C, impeditur à sustinente ut F E ; est autem E F Sinus Versus anguli F C D, hoc est anguli inclinationis F D G. Quare gravitatio ponderis contrà subjectum corpus, quod impedit motum perpendicularem, ad totam gravitationem est, ut Sinus Versus anguli inclinationis plani, per quod fieri potest motus, ad Radium.

Hinc vides valdè disparem esse rationem gravitationis in sustinendo corpore inclinato, si illud liberè moveri possit, ac si circa centrum perfici debeat motus. Nam si D C sit columna, aut pons versatilis, retineaturque in C, jam punctum C vicem obtinens subjecti plani, illiusque munere fungens, sustinet ponderis partem E F, reliqua F C, quæ est mensura momenti ad descendendum, debet sustineri à potentia motum impediente per D G. Sin autem per D C planum columna moveri possit rectâ & descendere, vis descendendi ad totam gravitationem est ut D F ad D C, gravitatio autem contra sustinentem est ad totam gravitationem ut Sinus Versus anguli inclinationis

F D C ad Radium; qui enim ſuſtinet grave, dum deſcendit inclinatum, habet rationem plani inclinati. Neque id mirum videri debet, quandoquidem plurimum refert, an per planum D G an verò per D C ſit determinatio ad motum, & quâ ratione ſuſtinens opponatur virtuti motivæ: quare cùm diversâ ratione opponatur motui circa centrum C, ac motui per planum D C, etiam diſpar erit in ſuſtinendo difficultas.

Ex his, quæ tùm hoc, tùm ſuperiori capite diſputata ſunt, habes quid funambulis reſpondeas volatum mentiri meditantibus, cum pectore inſiſtentes intento funi, diductis cruribus & extenſis brachiis, corpus æqualibus momentis librant, séque ex editâ turri in depreſſiorem locum præcipites dant; ſi fortè, ut noverint, quàm ſolidus eſſe debeat ac validus funis, quò iis utendum eſt, quærant, quantis momentis corpus urgeat ſubjectum funem. Datâ enim turris altitudine B D, & depreſſioris loci, in quem deſcendendum eſt, diſtantiâ D C, collectiſque in ſummam harum quadratis, Radix ſummæ dabit B C funis longitudinem; ex quâ ſi auferatur B X turris altitudini B D æqualis, erit B C diviſa in X juxtà Rationem momentorum, quæ corporis gravitas exercet in plano inclinato, & in planum inclinatum. Sic poſitâ B D ped. 150, & D C ped. 200, B C eſt ped. 250: ex quâ ſi auferatur B D, erit B X 150, & X C 100. Statue autem totius gravitatis corporis funambuli momenta 220; hæc dividantur in duas partes, quarum major ſit ſeſquialtera minoris, ſicut B X inventa eſt ipſius X C ſeſquialtera, & erunt momenta quidem ad deſcendendum in plano inclinato 132, momenta verò gravitationis in planum inclinatum, hoc eſt in ſubjectum funem, 88. Hæc tamen intelligenda ſunt eâ factâ hypotheſi, quòd funis rectâ intentus permaneret: cæterùm cum & ſuopte pondere, & ſub impoſiti corporis mole ſubſidat, atque inflectatur, præſertim circà medium, ſatis apparet adhuc majorem ſubjecti plani inclinationem æſtimandam eſſe, quàm quæ ex altitudine D B & diſtantiâ D C inferatur, quin & illam pro diversâ ab extremitatibus diſtantiâ ſubinde mutari, ac proinde validiori fune opus eſſe.



CAPUT

CAPUT XV.

Inquiruntur Rationes gravitationis corporum suspensorum.

COnsideratâ corporum gravitatione tùm in plano inclinato, tùm in planum inclinatum, consequens est, ut ad eorumdem gravitationem, si ex fune suspendantur, gradum faciamus; hæc enim illi valdè affinis est speculatio: id quod facilè intelligat, quisquis animum advertere voluerit, remque totam penitiùs introspicere. Ex his si quidem, quæ hactenus disputata sunt, lux, opinor, non modica ad hanc, quam examinandam suscipimus quæstionem, derivabitur.

Pendeat ex clavo C ad perpendiculum globus ferreus A, quem suppositum planum horizontale B D ita exactè contingat, ut nihil de funiculi C A intentione remittatur. Satis apparet subjecto plano B D non incumbere globum A, sed omnia suæ gravitationis, qua deorsum nititur, momenta exercere contrà clavum C, ex quo suspensus ad perpendiculum pendet. Quod si aut clavus C, nemine funem retinente, revelleretur, aut funis C A præcideretur, jam tota vis descendendi, quæ corpori A inest, urgeret subjectum planum B D; nec tamen in motum erumperet globus, quia planum B D, pari usquequaque ad perpendiculum inclinatione libratur, atque adeò motui prorsus obsistit.

Jam verò si globum A pariter ex perpendiculo C A pendentem contingat planum aliud non quidem horizontale, sed inclinatum E F, manifestum est totam pariter gravitationem exerceri contra clavum C retinentem, planumque contingens

omninò non urgeri, nisi præciso funiculo sibi relinquatur globus, ut in inclinato plano EF ad descensum pronus contra subjectum planum nitatur, à quo cogitur, ut in motu à recto, quod ad universi centrum est, itinere deflectat.

Quod si planum inclinatum EF ita suspenso globo A subjiciatur, ut recta linea centrum gravitatis A, & punctum suspensionis H conjungens parallela sit lineæ EF, quam in plano inclinato descendens globus percurreret; momenta quidem gravitationis, quæ in eo plano obtineret globus ad descendendum, exercebit adversùs clavum retinentem in H, subjectum verò planum EF perinde urgebitur, atque si nullo retinente libera esset globo descendendi facultas: vis enim, quâ prohibetur globus, ne moveatur secundùm rectam lineam, ut constat, opponitur descensui in plano inclinato; ejus autem directio AH non opponitur nitenti in planum, cui parallela est.

Contra verò si globus in plano inclinato constitutus retineatur secundùm rectam lineam, quæ ad perpendiculum cadit in subjectum planum EF, nimirum secundùm lineam LO, impeditur quidem, ne contra planum nitatur; sed vis ista sic retinens nullâ ratione adversatur motui in plano inclinato, quin iisdem gravitatis momentis descendat globus in eo plano; si quidem retinentis directio LO maneat semper adversùs illud planum perpendicularis. Nam si potentia retinens secundùm eam directionem agat, ut neque congruat perpendiculari LO, neque parallelæ HA, obsistet gravitationi corporis sivè in plano inclinato, sivè in planum inclinatum pro ratione anguli, quem retinentis directio inter perpendicularem LO, & parallelam HA interjecta, constituet cum plano inclinato. Quæ enim inter LO & CA fuerit, elidet omnem corporis conatum adversùs planum, à quo illud avellit; non autem omnem eum, qui in plano inclinato deorsùm rapit. Quæ verò fuerit inter CA & HA, tollet quidem descensum in plano EF inclinato; sed non omninò prohibebit, quin subjectum planum, cui aliquatenus nititur, urgeat. Id quod facilè intelligas, si plana subjecta BD horizontale, & EF inclinatum ex maximè flexili materia, puta, papyro, concipias; in quâlibet enim suspensione inter C, & L, planum BD horizontale flectetur ex pondere, non autem inclinatum EF: contrà verò in omni suspensione inter

inter

inter C & H, planum inclinatum E F flectetur; at non item horizontale B D, quia nimirum inclinatum E F prohibet, ne recta H A ad perpendiculum accedens verticalis fiat.

Unum hîc præterea conſiderandum venit, quod ſuperiori capite ſubindicatum fuit; ſi videlicet non ex flexili fune deorſum pendeat globus, ſed rigido bacillo circà axem inferiùs poſitum verſatili adnectatur ſuperiùs. Sit rectus bacillus A B, cujus extremitas altera adnexum habeat globum B, altera ſit circà axem A verſatilis. Satis aperta conjectura eſt bacillum A B vicem ſubire plani, cui innitatur globus in B, qui proinde prohibetur, tùm ne ad perpendiculum cadat per B D, tùm ne per B A delabatur: linea igitur plani, per quod moliri motum poterit globus B, nulla alia congruentiùs aſſignari queat præter B C, quæ cum bacillo B A rectum angulum conſtituit. Perindè igitur in motum incitabitur, atque ſi in plano eſſet, cujus inclinatio angulum efficeret æqualem angulo elevationis bacilli ſuprà planum horizontale G A. Cum enim recta B D producta cadens in planum horizontale, angulum B S A Rectum efficiat, reliqui duo ſimul S A B, A B S, Recto A B C æquales ſunt; & communi A B S dempto, ſupereſt S A B elevationis angulus æqualis angulo S B C inclinationis plani. Quare ductâ Tangente D E, erit B E Secans anguli inclinationis, B D verò Radius: ac propterea ad deſcendendum in hujuſmodi plano B C momenta, ad totam gravitatem in perpendiculo B D, erunt ut Radius B D ad Secantem B E, juxta ea, quæ cap. 13. hujus lib. demonſtravimus.

Quia tamen in motu globus ex bacilli converſione circà axem A non poteſt percurrere rectam B C, ſed ita retinetur à bacillo, cui adnectitur, ut deſcendat in F, jam in alio plano minorem inclinationem habente conſtitutus intelligitur, nimirùm in plano F G, quod cum perpendiculo F L efficit angulum inclinationis G F L æqualem angulo L A F elevationis: id quod eâdem planè methodo, ac ſuperiùs factum eſt, demonſtratur.

Ex quo fit, quemadmodum in hujusmodi conversione globus in alio atque alio plano inclinato constituitur, ita alia atque alia obtinere gravitatis momenta: in B siquidem gravitat ut B D ad B E, in F verò ut H F ad F I. Cum igitur Radius utrobique ex hypothesi æqualis sit, videlicet D B, & H F, major autem sit B E Secans majoris anguli D B E, quàm F I Secans minoris anguli H F I, constat ex 8. lib. 5. majorem Rationem esse H F ad F I minorem, quàm D B ad B E majorem, atque adeò globum magis in F quàm in B gravitare, ut deorsum moveatur, atque adeò minùs etiam conniti contrà planum, in quo est, videlicet adversùs bacillum F A, magis verò adversùs bacillum B A.

Ex his attentè perpensis facilis est transitus ad suspensorum corporum gravitationem investigandam. Sit enim jam non inferiùs, sed superiùs positus Axis A, circa quem versatilis est funiculus A B, cui globus B adnectitur. Constat sanè non ad perpendiculum B D cadere posse globum B; sed à recto deorsum tramite deflectere, funiculo scilicet A B eum retinente, quemadmodum rigidus bacillus O B eum aliquatenùs sustineret. Quia autem bacillo O B sustinente, vis descendendi ea esset, quæ per planum inclinatum B C, eadem pariter est funiculo retinente; videlicet per planum B C, in quod recta A B ad rectos angulos incidit. Momenta igitur gravitatis in eo plano inclinato, ad gravitatis momenta si corpus liberè descenderet, in eâ sunt Ratione, quæ est D B ad B E; hoc est D O ad O B per 8. lib. 6. hoc est K B ad B A per 4. lib. 6. Haud dispari methodo ratiocinantes ostendemus globi in F constituti momenta ad gravitandum esse perinde, atque si esset in plano inclinato F I, in quod ad rectos angulos cadit funiculus A F; ac proinde gravitatio in F, si descendendi vis præcisè spectetur, ad gravitationem globi liberi, est ut H F ad F I, hoc est, ut G F ad F A.

Ex quo apertiùs liquet, quàm ut in eo explicando diutiùs immorari

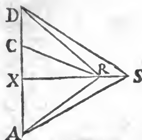
immorari oporteat, alia ſubinde atque alia eſſe momenta gravitatis corporis ſuſpenſi, pro ut major aut minor eſt angulus declinationis à perpendiculo A G, haud aliter quàm ſi in aliis atque aliis planis inclinatis conſtitueretur; quo enim minor eſt declinationis angulus G A F; eò major eſt angulus inclinationis plani, quippe qui eſt illius complementum. Conſtat ſi quidem angulos G A F, G F A ſimul, eſſe æquales tùm Recto A F I, tùm Recto G F H; ac proinde dempto communi G F I, remanet H F I angulus inclinationis plani æqualis angulo G F A, qui eſt complementum anguli declinationis G A F. Quare quò declinationis angulus major eſt, eò minus eſt complementum, ac propterea eſt minor angulus inclinationis plani: in plano autem minùs inclinato majora ſunt gravitatis momenta. Quò igitur corpus ſuſpenſum magis à perpendiculo removetur, eò majora percipiuntur gravitatis momenta, majorque vis requiritur in eo, qui motum prohibere voluerit, ut & ipſa experientia unicuique facilè demonſtrat, & ratio evincit; cum enim A B & A F æquales ſint, major eſt Ratio K B ad B A, quàm G F ad F A per 8. lib. 5. eſt nimirum K B major, & G F minor.

Quoniam verò quò major eſt gravitatio in plano inclinato, minor eſt in planum inclinatum; hoc ipſo, quod facto declinationis angulo G A B majore, quàm G A F, major eſt ad deſcendendum propenſio, minor eſt conatus adversùs axem A retinentem. Id quod manifeſto etiam experimento deprehendes, ſi obſervaveris minùs intentum eſſe funiculum A B, quàm A F.

Hinc & illud ſatis dilucidè apparet, quod longitudinis funiculi non exigua ratio habenda eſt; ex eâ ſcilicet pendet, quod in plano magis aut minùs inclinato conſtitutum cenſeatur corpus grave ſuſpenſum. Si enim globus F ex funiculo A F pendeat, declinationis angulus eſt G A F: at verò ſi funiculus, quo ſuſpenditur, ſit M F, angulum declinationis facit G M F, qui cum externus ſit, major eſt interno M A F per 16. lib. 1. ac propterea minor eſt inclinatio plani F N facientis cum rectâ M F angulum Rectum, quàm ſit inclinatio plani F I, cui perpendicularis eſt recta A F. Plus igitur momenti ad gravitandum habet glo-

bus F, si ex breviore funiculo M F pendeat, quàm si ex longiore A F.

Quæ cum ita sint, haud sanè incongrua se nobis offert methodus pondus ex depressiore in altiorem locum transferendi; si videlicet id curemus, ut ex satis valido & longiore fune suspendatur; sublato etenim partium attritu, qui fieret, si per planum raptaretur pondus, minore virium jacturâ trahi potest.



Sit corpus grave ubi A, quod attollere oporteat, & in superiorem locum R S transferre. Si ex C breviori fune suspendatur, trahere illud poterit usque in R, quicumque facto declinationis angulo A C R potest illud cum aliquo virium excessu retinere, & obsistere gravitatis momentis, quæ obtinet in R. At si ex longiore fune D A pendeat, idem corpus A trahi poterit, & retineri in S, ne deorsum labatur, & quidem minore conatu; facto enim declinationis angulo A D S minore, quàm A C R, in S pariter minùs gravitat quàm in R. Angulum autem A D S minorem esse angulo A C R constat, si rectæ A R, A S ducantur: nam C A, C R æqualia sunt latera ex hypothesi, item D A, D S æqualia; est scilicet idem funiculus, qui primum perpendicularis cadit, deinde à perpendiculo removetur: in Triangulo Isoscele C A R anguli ad basim A R æquales sunt per 5. lib. 1. item in triangulo Isoscele D A S anguli ad basim A S æquales inter se sunt. Porrò angulus D A S major est angulo C A R; ergo & reliquus D S A major reliquo C R A. Cum itaque tres anguli utriusque trianguli sint æquales duobus Rectis per 32. lib. 1. si ex summâ duorum Rectorum auferantur duo majores anguli D A S, D S A, relinquitur A D S minor, quàm si ex eâdem duorum Rectorum summâ auferantur duo minores C A R, C R A, hoc est minor quàm A C R. Ut autem clariùs innotescat, quænam sit gravitationum Ratio pro funiculi longitudine, sit corpus grave in R: & primùm quidem ex C pendeat funiculo breviore C R, deinde ex D longiore funiculo D R: quisquis retineat corpus in R constitutum, atque descensu prohibeat, faciliùs retinebit, cum ex D, quàm

quàm cùm ex C, pendebit; quia declinationis angulus X C R, major est angulo X D R per 16. lib. 1. Verùm qua Ratione, inquis, vires, quas in utroque casu retinens exerit, discriminantur? utique secundùm Reciprocam funiculorum Rationem conatur obsistens corporis propensioni ad descensum; quæ enim Ratio gravitationum corporis, ea est virium gravitationibus repugnantium: comparatâ autem corporis in R constituti gravitatione, si ex C pendeat, cum ejusdem ibidem positi gravitatione, si pendeat ex D, est reciprocè ut D R ad C R; igitur & vires retinentis corpus ex C pendens sunt ut D R, retinentis verò idem corpus ex D pendens sunt ut C R. Id quod hinc conficitur, quia corpus in suspensione, positionem habens C R, gravitat ut X R ad R C, positionem verò habens D R gravitat ut X R ad R D; duæ autem Rationes X R ad R C, & X R ad R D sunt reciprocè ut R D ad R C. Quotiescumque enim duæ sunt Rationes, quarum idem est Antecedens terminus, & diversus Consequens, eæ sunt reciprocè ut consequentes.

Quòd si quis Rationes inter se comparare non assuetus de hoc ambigeret, an Rationes eumdem vel æqualem antecedentem terminum habentes sint reciprocè ut Consequentes, facilè intelliget, si animadvertat Rationes eumdem Consequentem terminum habentes esse inter se directè, ut antecedentes. Quemcumque enim interrogaveris, quæ sit Ratio $\frac{2}{7}$ ad $\frac{6}{7}$ illicò respondebit esse subtriplam, secunda scilicet ter continet primam, ut constat si ter positam Rationem $\frac{2}{7}$ in summam colligas; neque enim idẽ est Rationem Rationis esse subtriplam, ac subtriplicatam; Ratio siquidem $\frac{2}{7}$ est subtriplicata Rationis $\frac{8}{343}$. Si igitur pariter quæras, quænam sit Ratio $\frac{7}{2}$ ad $\frac{7}{6}$ rectè respondebit eam esse triplam, hoc est reciprocè ut 6 ad 2: id quod manifestè apparebit, si illas ad denominationem eandem, hoc est ad eumdem Consequentem terminum reduxeris, sunt nimirum ut $\frac{42}{12}$ ad $\frac{14}{12}$, hoc est ut 6 ad 2.

Ex quibus obiter patet methodus exponendi per lineas proportionem duarum Rationum etiam numeris non explicabilium; si videlicet fiat ut Antecedens secundæ Rationis ad suum Consequentem, ita Antecedens datus primæ Rationis ad alium novum Consequentem; erit enim prima Ratio data ad secun-

dam rationem datam reciprocè ut novus Consequens terminus ad datum Consequentem primæ Rationis : aut etiam si fiat ut Consequens secundæ Rationis ad suum Antecedentem, ita consequens primæ Rationis ad alium novum Antecedentem ; erit enim prima ratio data ad secundam Rationem datam, directè ut datus Antecedens primæ Rationis ad novum Antecedentem.

Consideratâ hactenus unicâ & simplici corporis gravis suspensione, gradum facere oportet ad gravitationis rationes investigandas, si duplex fuerit suspensio. Sit enim globus A tùm ex B, tùm ex C suspensus funiculis B A & C A. Haud dubium quin tota corporis gravitas ex B & C pendeat ; sed quâ Ratione singulæ vires eidem gravitati obsistant, de hoc potest ambigi. Verùm nisi mea mihi nimiùm blanditur opinio, ex dictis facilis videtur explicatio. Corpus siquidem ex duplici fune suspensum ita constitutum est, ut alterutro fune præciso ex reliquo pendeat, & descendens moveatur circà punctum, cui alligatur funis. Quare unusquisque obsistit momentis, quibus ex altero gravitat ; nimirum funiculus C A retinens globum, ne descendat, repugnat momentis gravitatis, quibus globus A se ipse deorsum urget circa punctum B ex fune B A : Contrà verò funiculus B A eundem globum retinet, ne circa punctum C ex funiculo C A moveatur descendens, atque adeò obsistit, momentis gravitatis ad descendendum circà idem punctum C. Atqui momenta descendendi ex fune B A ad gravitatem in perpendiculo sunt ut D A ad A B, & ex fune C A sunt ut E A ad A C, ex his, quæ superiùs disputata sunt. Sunt igitur duæ Rationes D A ad A B, & E A ad A C.

Quare fiat angulus D A F æqualis angulo E A C, & est triangulum D A F ob angulorum æqualitatem simile triangulo E A C ; ac propterea per 4. lib. 6. ut E A ad A C, ita D A ad

A F.

A F. Ergo vis descendendi ex C A est ut D A ad A F, & vis descendendi ex B A est ut D A ad A B: igitur duæ hæ Rationes sunt reciprocè ut B A ad A F; atque adeò B quidem retinens, ne descendat ex C A, exerit vires ut B A; C verò retinens, ne descendat ex B A, adhibet conatum ut F A; & quæ componitur ex B A, A F, totum gravitatis momentum, quod corpori suspenso inest, repræsentat. Momentum, inquam, gravitatis potiùs, quàm gravitatem totam; totius si quidem gravitatis nomine vires ipsas descendendi intelligimus, quas corpus grave obtinet sibi prorsùs relictum secluso quolibet impedimento, à quo certam descendendi regulam accipiat: Momenti autem vocabulo ipsas descendendi vires significamus non per se & solitariè acceptas; sed quatenus ex corporis positione, cæterorumque quæ circumstant, ad majorem aut minorem motûs velocitatem determinatur. Considerato itaque nisu corporis A ad descendendum & cùm perpendicularis est funiculus B D, & cum declinat B A, Ratio momentorum est ut B A ad A D. Similiter momentum ex perpendiculari C E ad momentum ex declinante C A est ut C A ad A E, hoc est ut F A ad A D: est igitur corporis A ex duplici funiculo B A, C A pendentis totum gravitandi momentum, quod ex lineis B A, A F componitur.

Hìc autem hæsitantem videre mihi videor non neminem ex iis, quæ dicebantur, colligentem corpus A primùm ex declinante B A æquè ac ex perpendiculari B D gravitare; deinde plus ad descendendum momenti obtinere, si ex duobus funiculis, quàm si ex unico pendeat. Si enim angulus declinationis D B A sit gr. 22. 12′; est D A sinus dati anguli ad radium B A ut 37784 ad 100000: & si angulus declinationis E C A sit gr. 54. 35′, est E A sinus dati anguli ad Radium C A ut 81496 ad 100000. At ex constructione triangulum D A F simile est triangulo E A C; igitur D A ad A F est ut 81496 ad 100000. Est autem D A in particulis Radij B A partium 37784; igitur si fiat ut 81496 ad 100000, ita 37784, ad aliud, erit A F earumdem particularum 46363, quarum B A est 100000. Quare composita B A, A F momenta sunt 146363, cum tamen momentum in perpendiculari A D sit tantum 100000. Cum verò dictum sit B clavum resistere ponderi A ut B A, C autem

ut F A, manifestum est B clavum retinere ut 100000 quando declinat B A à perpendiculo: Atqui etiam in perpendiculo B D retinet ut 100000, igitur idem est ponderis tùm ex B D, tùm ex B A momentum; id quod est absurdum.

Sed & illud prætereà ex dictis consequi videtur, quod ejusdem corporis majus sit momentum, si ex duobus funiculis, quàm si ex unico pendeat. Fiat enim angulus D B H æqualis angulo declinationis E C A, & assumptâ B H æquali ipsi B A, ducatur ad B D perpendicularis H I: erit utique triangulum B H I simile triangulo C A E, ac propterea ut E A ad A C, ita I H ad H B, hoc est ad A B. Sunt igitur duæ Rationes eundem Consequentem terminum habentes, atque adeò inter se in ratione Antecedentium, ac proinde cùm vis descendendi ex B A sit ut D A ad A B, & vis descendendi ex C A sit ut I H ad A B, vires descendendi invicem comparatæ sunt ut D A ad I H, totumque momentum componitur ex D A 37784, & I H 81496. Quare momentum quod in perpendiculari, si unico funiculo penderet ex B D, esset 100000, pendente corpore A ex duobus funiculis B A, C A, sit majus, scilicet 119280. ut quid igitur ex pluribus funiculis illud suspendere oportuit?

Quibus difficultatibus ut fiat satis, & id, quod inquirimus, enucleatiùs explicetur, illud observo, quod funiculus B A si præcisè spectetur, quatenus ex eo corpus grave pendet, retinet globum A, ne rectâ descendat per lineam ipsi B D parallelam, sed cogit illum deflectere in motu: quare adversùs clavum B, globus A exercet ea momenta, quæ exerceret in planum inclinatum, cui B A ad rectos angulos insisteret. At si globus ex alio prætereà funiculo C A pendeat, idem funiculus B A resistit etiam momentis illis, quibus globus A descenderet in plano inclinato, cui C A ad rectos angulos insisteret, quæ momenta (ut summum) sunt ad B A radium ut 81496. Momenta verò quibus urgeret planum inclinatum perpendiculare ad B A, sunt, ex dictis superiori capite, ut Sinus Versus anguli inclinationis plani; inclinatio autem plani, ut paulò superiùs hoc eodem capite demonstravimus, est complementum anguli declinationis D B A. Quare differentia inter D A 37784 sinum rectum anguli declinationis, & radium B A 100000, cum sit Sinus Versus anguli inclinationis plani, sunt momenta 62216 addenda

prioribus

prioribus 81496; adeò ut summa sit 143712 momentorum, quibus funiculus B A repugnat, si pondus pendeat etiam ex C A; cum tamen si ex ipso tantùm funiculo B A penderet, & aliquis esset præcisè obluctans viribus ad descendendum, idem funiculus B A resisteret solùm momentis 62216.

Eâdem methodo deprehendes funiculum C A, si ex eo solo globus pendeat, retinere momenta 18504: at si etiam ex B A globus pendeat, additis momentis 37784, tota momentorum summa est 56288. Jam summam hanc priori 143712 adde, & erit tota momentorum summa 200000: perinde atque si corporis gravitas fuisset duplicata. Id quod deprehendes, quoscumque demùm declinationis angulos statueris sivè majores, sivè minores; semper enim eandem summam momentorum omnium invenies 200000: & funiculus minoris declinationis plus momentorum sustinebit, tùm quia Sinus Versus majoris inclinationis plani major est, tum quia Sinus Rectus alterius anguli declinationis majoris item major est.

Hæc tamen ut veritati congruant, ita solùm accipienda sunt, ut momenta singula ex utrâque funiculorum declinatione orta particulatim sumantur: pondus scilicet ex utroque suspensum perinde hactenus consideratum est, ac si momenta ipsa descendendi in diversas partes abeuntia momentum quoddam ex utrisque temperatum non constituerent; re autem ipsâ quod ex iis componitur momentum, non ex ipsorum momentorum additione conflatur, sed ex ipsis temperatur. Si enim mobile sit ubi A, impetum verò cum tali directione habeat, quâ deferri possit æquabiliter per rectam A B, alio autem impetu feratur æquabiliter directum in C, notum omnibus est motum, qui ex



A B & A C componitur, non fieri ex earum additione, sed temperari in lineam A D, quæ dimetiens est parallelogrammi, quod ex earumdem linearum A B, A C longitudine, ac mùtuâ inclinatione formam desumit. Quâ in re plurimum interest, quam invicem habeant inclinationem directiones motuum in diversa abeuntium; quò enim acutiorem angulum constituunt, eò longiùs provehitur mobile, ut A B, A C in acutum angulum

coëuntibus

coëuntibus mobile ex A in D venit: quò verò obtusior fuerit angulus, eò etiam brevius est iter ipsius mobilis, ut contingit, si ex B directum per rectas B A, B D ad obtusum angulum constitutas moveatur, sistitur enim in C, & brevior est diameter B C quàm A D, ut ex 24. lib. 1. satis manifestum est geometris, & ipsa motuum natura postulat; qui nimirum sibi invicem magis adversantur, magisque in diversa abeunt, se magis elidunt, id quod fit ex angulo obtuso D B A; qui verò minùs in diversa abeunt, id quod fit ex angulo acuto C A B, se pariter minùs elidunt.

Sint itaque, ut priùs, funiculi B A, C A, ex quibus A pondus suspenditur: ducatur ad B A perpendicularis A R, & est planum inclinatum, in quo descendendi momentum est ut D A; similiter ad C A perpendicularis A G ducatur referens planum inclinatum, in quo descendendi momentum est A E. Sumatur igitur A R quidem ipsi A D æqualis, A G verò ipsi A E pariter æqualis, si funiculi B A, & C A æquales fuerint; sin autem inæquales sint, fiat angulus D B H æqualis angulo declinationis E C A, & sumptâ B H æquali ipsi B A, ducatur ad B D perpendicularis H I, eritque ut E A ad A C, ita I H ad H B, hoc est ad A B; ac propterea ipsi I H, quæ refert momentum A E, sumatur A G æqualis. Ex quo fit corpus A suspensum hâc ratione momenta descendendi habere in diversas partes abeuntia A R, A G: perfecto igitur parallelogrammo A R N G, ex duobus illis momentis temperatur momentum A N.

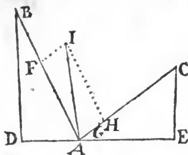
Ipsius autem A N longitudinem investigare non est difficile; cum enim noti supponantur anguli declinationum D B A, E C A, angulus R A G conflatur ex eorum complementis, quippe qui æqualis est duobus angulis inclinationis planorum A R, & A G. Porrò ex hypothesi sunt angulus D B A gr. 21. 12′, & angulus E C A gr. 54. 35′: jungantur simul, & eorum summa gr. 76. 47′ auferatur ex gr. 180, ut residuum gr. 103. 13′ sit angulus R A G, cui æqualis est oppositus R N G; ac proinde notus est angulus G, qui est suo opposito R æqualis, uterque scilicet gr. 76. 47′ quæ est summa angulorum declinationis. Sunt igitur in triangulo A G N nota latera A G, G N (est enim ex 34. lib. 1. G N opposito lateri A R æquale) unâ

unâ cum angulo G comprehenſo, & ex Trigonometriâ innoteſcit tertium latus A N. Quare cum latus A G ſit ex ſuperiùs conſtitutis 81496, & G N, hoc eſt A R, 37784, fiat ut laterum A G, G N ſumma 119280 ad eorumdem differentiam 43712, ita ſemiſummæ angulorum ad baſim, hoc eſt gr. 51. 36′$\frac{1}{2}$ Tangens 126205 ad 46249 Tangentem gr. 24. 49′$\frac{4}{5}$ differentiæ infra, vel ſupra eandem ſemiſummam. Eſt igitur angulus G A N gr. 26. 47′$\frac{3}{10}$. In triangulo itaque A G N noti ſunt duo anguli A, & G, ac latus G N angulo A oppoſitum; igitur ut anguli A gr. 26. 47′$\frac{3}{10}$ Sinus 45070 ad anguli G gr. 76. 47′ Sinum 97351, ita latus G N 37784 ad latus A N 81613.

Ex quibus apparet deſcendendi momentum, quod componitur ex momentis in planis inclinatis, non eſſe 119280 ex eorum ſummâ, ſed ita temperari, ut longè minus ſit, videlicet ſolùm 81613.

Methodo eâdem operantes deprehendemus ponderis in H conſtituti, ac ex funiculis B H, C H ſuſpenſi momentum ita componi ex momento H I bis ſumpto (ſi quidem anguli declinationum D B H, E C H & funiculi æquales ſint) ut in unum ex utroque nimirum H I & H O temperatum H S coaleſcat. Unde conſtabit quò majores fuerint declinationum anguli, eò longiorem futuram lineam H S, atque adeò etiam majus momentum deſcendendi; plana ſiquidem inclinata acutiorem angulum conſtituunt. Quam momentorum varietatem paulò inferiùs manifeſto experimento comprobabimus: ubi conſtabit pondus hâc ratione ſuſpenſum ex duobus funiculis plus habere aliquando momenti ad deſcendendum, quàm in perpendiculari ſuſpenſione.

Quemadmodum verò de momentis deſcendendi in planis inclinatis ratiocinati ſumus, ita pariter in unum coaleſcere dicenda ſunt momenta, quibus funiculi pondus retinentes ipſum quodammodo avellere conantur à plano inclinato, ne illud urgeat; hæc enim pariter momenta in diverſa abeunt ſecundùm ipſam funiculorum directionem. Sunt autem momenta illa Sinus Verſi angulorum inclinationis planorum; qui habentur, ſi Sinus Recti complementorum, hoc eſt angulorum de-



clinationis funiculorum, demantur ex Radio. Itaque ex B A auferatur B F ipsi D A æqualis, & est F A Sinus Versus anguli inclinationis: posita est autem declinatio D B A gr. 22. 12′, igitur F A est particularum 62216; & declinatio E C A gr. 54. 35′; igitur factâ C G æquali ipsi A E, remanet G A particularum 18504, quarum C A est 100000. Quare ut habeantur particulæ ejusdem rationis cum particulis A F, fiat ut C A ad A G, ita B A ad A H, & est A H particularum 18504 homologarum particulis A F. Perficiatur parallelogrammum A H I F; & quia funiculus C A retrahit à plano inclinato juxta momentum ac directionem H A, funiculus verò B A retrahit à plano inclinato secundùm momentum ac directionem F A, directionibus in diversa abeuntibus, temperatur ex his momentis momentum A I diameter parallelogrammi.

Porrò in diametri A I investigatione methodus est eadem, quâ paulò antè utebamur: Cum enim tres anguli B A D, B A C, C A E sint duobus Rectis æquales, anguli verò B A D, C A E noti sint, quippe complementa angulorum declinationis D B A, E C A, innotescit reliquus F A H, qui æqualis est summæ angulorum declinationis. Est igitur F A H gr. 76. 47′, ac proinde angulus A F I gr. 103. 13′ notus est, unâ cum lateribus F A 62216 & F I 18504. Fiat igitur ut laterum summa 80720 ad eorumdem differentiam 43712, ita angulorum ad basim A I semisummæ gr. 38. 23′ $\frac{1}{2}$. Tangens 79235 ad 42907 Tangentem differentiæ infra vel supra eandem semisummam, hoc est gr. 23. 13′. $\frac{1}{2}$. dempta igitur hæc differentia ex semissummâ gr. 38. 23′ $\frac{1}{2}$, reliquum facit angulum F A I gr. 15. 10′. Fiat demùm ut anguli F A I gr. 15. 10′. Sinus 26163 ad anguli A F I gr. 103. 13′. hoc est ad supplementi gr. 76. 47′. Sinum 97351, ita latus F I 18504 ad basim A I 68852.

Inventa itaque momenta composita tùm in planis inclinatis, tùm in plana inclinata, dividantur juxta Rationem momento-

rum

rum ſimplicium, ut innoteſcat, quid demum cuique funiculo tribuendum ſit in pondere retinendo. Momentum deſcendendi compoſitum inventum eſt ſuſperiùs 81613, ſimplicia ſunt 81496, & 37784. Fiat ut igitur ut ſimplicium momentorum ſumma 119280 ad eorum alterutrum, puta ad 37784, ita momentum compoſitum 81613 ad aliud, & provenit 25852 pars illius momenti pertinens ad funiculum C A, qui retinet pondus; cujus vis deſcendendi eſt D A 37784. Reliqua autem momenti 81613 pars 55761 pertinet ad funiculum B A retinentem pondus, cujus vis deſcendendi eſt E A 81496. Pari ratione fiat ut Sinuum Verſorum angulorum inclinationis ſimplicium 62216, atque 18504 ſumma 80720 ad eorum alterutrum, puta ad 18504, ita momentum compoſitum inventum 68852 ad aliud, & provenit pro minori 15783, pro majori verò 53069. Quare funiculus B A minorem habens declinationem, & plus ſuſtinet in ſuo plano magis inclinato, cui perpendicularis eſt, nimirum ut 53069, & plus retinet in plano reliquo minùs inclinato, nimirum ut 55761: contra verò funiculus C A, & minus ſuſtinet, ſcilicet ut 15783, & minus retinet ſcilicet ut 25852. Funiculus itaque B A exercet vires ut 108830, & funiculus C A ut 41635, & totum corporis ſuſpenſi momentum eſt 150465.

Non ſola autem momenta deſcendendi in planis inclinatis conſiderari oportere, ſed & ea, quæ eſſent adverſùs plana ipſa inclinata, uti dictum eſt, ex eo apertè conficitur, quòd ubi funiculi concurrerent ad acutiſſimum angulum, vix quicquam virium in retinendo pondere exercere opus eſſet; tenuiſſimum quippe, eſſet momentum, quod ex parvis momentis per acutiſſimorum angulorum Sinus Rectos definitis componeretur: ſi verò nihil præterea momenti addendum eſſet; à magnâ gravitatione, quæ in perpendiculari eſt, ad ferè nullam tranſitus eſſet, facta vel modicâ à perpendiculo declinatione; atque adeò vix intenti eſſe deberent funiculi: id quod manifeſto experimento adverſatur.

Illud poſtremò hîc oſtendendum ſupereſt, plus ſcilicet ineſſe poſſe momenti ad deſcendendum corpori ex duobus funiculis invicem inclinatis ſuſpenſo, quàm ſi ex unico ad perpendiculum pendeat. Orbiculo circà ſuum axem C verſatili,



ac ſecundùm extremam oram excavato, inſeratur funiculus A F B, ex quo æqualia hinc, & hinc pondera A, & B pendeant: nullus planè ſequitur motus, quia utrumque ex perpendiculo pendet, & quantâ-vi alterum conatur deorſum, pari niſu alterum repugnat, ne elevetur. Quærenti igitur, quantum momenti pondus B habeat ad deſcendendum, utique reſpondebis omninò par eſſe momento ponderis A. Jam verò ſit funiculus A F D, qui in D religetur, & ponderi A ſumatur æquale pondus E, vel potiùs ipſum B transferatur in E, & funiculo A F D adnectatur in H; ut ſint quaſi duo funiculi D H, F H. Quæro quantum ad deſcendendum momenti habeat pondus E, hoc eſt pondus B in H tranſlatum, quod eſt æquale ponderi A: ſi tantumdem habet momenti, quantum pondus A, planè manebit immotum, intento funiculo F D; at ſi E deſcendens cogat aſcendere pondus A, utique plus momenti habet quàm A, hoc eſt, pluſquàm B perpendiculariter pendens. Id quod re ipsâ contingit; & quidem tàm certo experimento, ut non ſolùm pondus E prævaleat ponderi A, ſi ſit ei æquale, verùm etiam ſi minus ſit eodem pondere A. Non igitur hoc abſurdum eſt, quod conſtitutam à nobis momentorum hypotheſim conſequatur, ſed potiùs ipſi naturæ noſtra conſentit hypotheſis, cui robur adjicit experientia; nec ex eo capite perperam philoſophati videmur, quòd in perpendiculo minus momenti, quàm ex duplici funiculo ſuſpenſum pondus habere dicendum ſit.

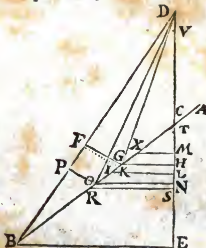
Ex his, quæ de corpore ex binis funiculis ſuſpenſo hactenus diſputata ſunt, non difficilis erit conjectura eorum, quæ dicenda ſint, ſi ex tribus aut quatuor ſuſpendatur, ſivè illi immediatè adnectantur ipſi ponderi, ſivè funiculus unus demum in plura capita dividatur, ex quibus fiat ſuſpenſio: neque enim his diutiùs ad nauſeam immorandum cenſeo.

CAPUT

CAPUT XVI.

Tractiones ac elevationes obliquæ expenduntur.

PRoxima eſt iis, quæ hactenus diſputata ſunt, præſens inveſtigatio gravitationis corporum, ſive nisûs, quo motui reſiſtunt, cùm obliquè in plano aliquo trahuntur, aut elevantur: ſicut enim toto conatu repugnant elevanti ad perpendiculum, & abſtrahenti à plano, cui inſident, ita pro majori, aut minori obliquitate tractionis aut elevationis magis etiam, aut minùs, obſiſtere experimur. Et primùm quidem ſuper plano inclinato A B duo pondera prorſus æqualia, & ſimilia intelligantur poſita in B & C, atque linea C E ſit horizonti B E perpendicularis, ac pondus C filo D C ad perpendiculum ſuſpendatur, ita tamen, ut contingat planum in C, & ſit recta D E. Item ex D puncto ducatur filum D B, ut ſurſum trahatur B pondus incumbens plano inclinato, dum pariter pondus C ſurſum rectâ trahitur, & à plano avellitur: horum autem funiculorum trahatur ex D pars æqualis. Quando igitur C venerit in V, æquali menſurâ B P multatum intelligitur filum D B, & remanet longitudo D P, hoc eſt D O; pondus enim, cum filum in D traheretur, ex B venit in O. Ductâ itaque lineâ O N horizonti parallelâ, erit E N altitudo perpendicularis, ad quam aſcendit pondus B in plano inclinato interea, dum pondus C venit in V, aut E venit in M, eſt enim E M aſſumpta ipſi C V æqualis. Quare cum pondus B obliquè trahitur ſuper planum inclina-



tum, minorem ſubit violentiam, quàm cum ab illo perpendiculari elevatione avellitur.

Hoc tamen ita intelligendum eſt, ut obſervetur alia eſſe momenta, cùm tractionis linea parallela eſt ipſi plano inclinato, ac cùm in planum inclinatum cadit obliqua, ut hîc linea DB. Si enim in plano inclinato ſumatur BR æqualis perpendiculari EM, gravitatio per rectam BC, ſeu per lineam eidem parallelam, ad gravitationem in perpendiculo CE eſt reciprocè ut EC ad BC, ſeu ut ES ad BR aut EM, ex ſuperiùs dictis cap.13. At verò cum tractio obliqua eſt, gravitatio eſt ut EN ad EM, ſivè ut BO ad BX: punctum autem O altius eſt puncto R, ac propterea in hujuſmodi obliquâ tractione plus violentiæ infertur ponderi, quàm in tractione parallelâ, plus enim aſcendit. Porrò lineam BO longiorem eſſe lineâ BR eſt manifeſtum; ſiquidem duo latera DO, OB per 20. lib. 1. majora ſunt reliquo DB: eſt autem ex hypotheſi DP ipſi DO æqualis, ergo reliqua BP minor eſt, quàm BO: ſed & ipſi BP, hoc eſt ipſi EM, æqualis aſſumpta eſt BR; igitur BR minor eſt quàm BO. Id quod etiam hinc conſtat, quia in triangulo Iſoſcele DOP angulus OPB infra baſim major eſt recto, cum ſit deinceps angulo DPO ad baſim acuto; ergo per 19. lib. 1. latus BO majus eſt latere BP, hoc eſt BR; igitur etiam EN major eſt quàm ES, & plus difficultatis percipitur in obliquâ hâc tractione, quàm in tractione parallelâ.

Similiter intelligatur pondus C elevatum fuiſſe ex D (quod punctum D concipiatur multò altius, quàm in præſenti ſchemate) ad perpendiculum altitudine æquali ipſi ET, pondus verò B æquali tractione funiculi veniſſe ex B in G, demptâ ſcilicet longitudine BF ipſi ET æquali, atque adeò DF, DG æquales ſunt: ipſi autem ET æqualis ſumatur BI; quæ ſimili ratione demonſtratur brevior, quàm BG: ex quo pariter fit hîc etiam ad majorem altitudinem perpendicularem EH elevari, quàm ſi tractio parallela fuiſſet plano inclinato, & elevatio ad altitudinem EL.

Ex his manifeſtum eſt plus virium requiri ad trahendum pondus

pondus idem per lineam DB, aut DO, aut DG obliquas, quàm per lineam plani inclinati BC, aut illi parallelam: dum enim per obliquas illas lineas fit tractio, pondus quidem non omninò abstrahitur à plano, sicut in tractione perpendiculari, sed nec omninò incumbit plano, sicut in tractione parallelâ ipsi plano; ac propterea, quò magis tractio ad perpendicularem accedit, eò majorem invenit in pondere resistentiam. Patet autem altitudinum perpendicularium EH, EL differentiam HL majorem esse, quàm sit altitudinum perpendicularium EN, ES differentia NS. Comparatis enim triangulis isoscelibus DPO, DFG, anguli ad basim PO majores sunt angulis ad basim FG, quia angulus PDO minor est angulo FDG: ergo angulus BPO, qui est infra basim, minor est angulo BFG infra basim. Fiat igitur ipsi BPO æqualis angulus BFK, ac proinde K cadit inter puncta I & G. Sunt ergo triangula BPO, BFK habentia angulum ad B communem æquiangula, & similia, ac per 4. lib. 6. ut PB, hoc est BR, ad BO, ita FB, hoc est BI, ad BK; & invertendo, ac dividendo, & iterùm invertendo ut BR ad RO, ita BI ad IK. Atqui IG major est quam IK, ergo per 8. lib. 5. Ratio BI ad IG minor est Ratione BI ad IK, hoc est BR ad RO. Cum itaque per 2. lib. 6. ut BR ad RO, ita ES ad SN; & ut BI ad IG, ita EL ad LH, major est Ratio ES ad SN, quàm EL ad LH, & permutando major est Ratio ES ad EL, quàm SN ad LH; est autem ES minor quàm EL, ergo etiam SN multò minor est quàm LH; ac proinde quo magis à perpendiculari recedet obliqua tractio, momentum ponderis magis accedit ad momentum ejusdem in plano inclinato per tractionem parallelam, hoc est, minore differentiâ hoc excedit. Momentum igitur perpendicularis tractionis ad momentum obliquæ tractionis minorem Rationem habet, quàm ad momentum tractionis parallelæ plano inclinato.

Ex his observare est aliquod paradoxum, pondus scilicet obliquâ hâc elevatione tractum plus moveri, quàm potentiam trahentem; hæc enim movetur secundùm mensuram funiculi tracti, hoc est BP seu BR illi æqualis, ostensum est autem

BR

BR minorem esse quàm BO. Id quod etiam manifestum est, si tractio obliqua non abstrahat pondus à plano, sed quasi illud adversùs planum trahat. Sit enim planum AB, super quo globus C, & funiculus obliquus DC; ex D autem pendeat ad perpendiculum æquale pondus E. Uterque funiculus pariter trahatur, & cum E venerit in F, æqualis pars CG decedit funiculo DC; remanet autem longitudo DG æqualis longitudini DH, & centrum globi C venit in H. Dico CH motum globi majorem esse supra CG motum potentiæ trahentis. Ducatur enim recta GH; est Isosceles DGH, ergo angulus HGC infra basim major est recto; ergo CH per 19. lib. 1. major est quàm CG. Ipsi autem CH æqualem esse distantiam contactuum RS manifestum est, quia ex centris H & C rectæ cadunt in S & R ad angulos rectos, atque adeò sunt parallelæ: sunt æquales CR & HS, ut pote Radij ejusdem globi; igitur per 33. lib. 1. CH, & RS æquales sunt & parallelæ. Quare sivè centrum spectetur, sivè puncta contactuum, perinde est; semper enim major est globi motus motu potentiæ trahentis; & quia RS major est quàm CG, hoc est quàm motus, qui fieret in ipso plano inclinato tractione parallelâ, hinc est quod hujusmodi obliquâ tractione ad majorem altitudinem perpendicularem pari tempore trahitur, majorémque propterea violentiam subiens majoribus indiget viribus, quàm si tractione parallelâ elevaretur.

Sed jam trahatur iterum funiculus ita, ut ipsi CG primæ tractioni æqualis sit secunda tractio HL; & erit centrum globi in M, & æquales DM, DL. Anguli MDH, HDC si dicantur æquales, etiam per 3. lib. 6. ut MD ad DC ita MH ad HC: est igitur MH minor quàm HC, major tamen quàm HL, quia subtensa est angulo MLH obtuso, ut pote infra basim

ſim Iſoſcelis M D L. Atqui ex hypotheſi anguli M D L, H D G ſunt æquales; ergo Iſoſcelium anguli infra baſes, hoc eſt M L H, H G C ſunt æquales: angulus autem externus M H L major eſt interno H C D, hoc eſt H C G, per 16. lib. 1. igitur reliquus H M L minor eſt reliquo C H G. Itaque in duobus triangulis, angulis C G H, H L M ex hypotheſi oſtenſis æqualibus ſubtenditur illi quidem majus latus C H, huic verò minus H M, & angulis inæqualibus C H G majori, H M L minori æquale latus C G, H L: id quod omninò abſurdum eſſe conſtat ex doctrinâ & Canone Sinuum; ſubtenſæ ſiquidem inæquales angulorum æqualium ſunt in circulis inæqualibus, major in majori circulo, minor in minori, in quibus utique fieri non poteſt, ut angulorum inæqualium ſubtenſæ ſint æquales. Non igitur fieri poteſt ut factâ ſecundâ tractione H L æquali priori C G, angulus M D H æqualis ſit angulo H D C; alioquin triangulum H L M (cujus baſis H M ex hypotheſi arguitur minor baſe C H, quæ tamen ſunt angulis ad G & L æqualibus ſubtenſæ) eſſet in circulo minore, quàm ſit circulus, in quo eſſet triangulum C G H; in circulo autem minore, angulo minori H M L ſubtenſa H L eſſet æqualis ipſi C G ſubtenſæ angulo majori C H G in circulo majore.

Quod ſi dicatur angulus M D H minor, quàm H D C, ergo angulus M L H infra baſim minor eſt angulo H G C infra baſim: atqui angulus M H L externus major eſt interno H C G; igitur reliquus angulus L M H vel eſt æqualis angulo G H C, vel illo minor, vel illo major. Sit æqualis: quoniam æqualibus lineis C G, H L ſubtenduntur, ſunt in circulis æqualibus; ergo cùm angulus M H L major ſit angulo H C G, etiam oppoſitum latus M L majus eſt quàm H G: ergo Iſoſceles M D L habens angulum minorem ſub brevioribus lateribus habet majorem baſim, & Iſoſceles H D G habens angulum majorem ſub lateribus lõgioribus habet breviorẽ baſim; id quod eſt manifeſtè abſurdũ, ut patet ex 24. & 25. lib. 1. Fieri igitur non poteſt, ut anguli L M H, G H C ſint æquales, ſi M D H minor eſt quàm H D C.

Quandoquidem igitur L M H, G H C non ſunt æquales, dicatur angulus L M H minor quàm G H C, & quia æqualibus lineis H L, C G ſubtenduntur, triangulum H L M eſt in circulo majore, triangulum verò C H G in minore. Cum autem angu-

lus M H L, ex sæpiùs dictis, sit major quàm H C G, etiam subtensa illius, ut potè in circulo majori, scilicet M L major est quàm H G subtensa anguli minoris in circulo minori: atque hinc idem quod priùs, sequitur absurdum angulum verticalem M D L, ex hypothesi minorem, & brevioribus lateribus comprehensum basim habere majorem, quàm sit basis anguli verticalis H D G majoris sub lateribus longioribus.

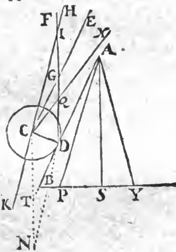
Sed neque dici potest angulus H M L major quàm C H G; quia, si M D L minor est quàm H D G, angulus D M L ad basim Isoscelis major est quàm D H G pariter ad basim; ergo si D M L majori addatur major H M L, & D H G minori addatur minor C H G, erit totus D M H major toto angulo D H C, internus scilicet major externo, contra 16. lib. 1. Si igitur angulus H M L comparatus cum angulo C H G non potest esse æqualis, neque minor, neque major, factâ hypothesi anguli M D L minoris quàm H D C, necessariâ consecutione conficitur angulum M D L non esse minorem angulo H D G.

Cum itaque angulus M D L neque æqualis, neque minor sit angulo H D G, sequitur quod sit major: igitur & angulus infra basim M L H major est angulo H G C; item angulus M H L major est quàm H C G; ergo H M L reliquus minor est reliquo C H G: at istis æquales lineæ H L, C G subtenduntur, igitur triangulum H M L est in majore circulo, ac proinde angulo M L H majori, quàm C G H, etiam majus latus subtenditur: quapropter M H, hoc est S N, illi parallela & æqualis, major est quàm C H, hoc est R S: atque adeò ad majorem altitudinem elevatur per S N, quàm per R S factâ æquali tractione, seu æquali motu potentiæ trahentis. Ex quo & manifestum est pro majori obliquitate & recessu tractionis à parallelismo cum plano inclinato etiam trahenti difficultatem augeri.

Facilè ex dictis colliges, quanto laboris compendio Romæ altioribus rotis instruantur birota (antiquis Cisia dicebantur) adeò ut unicus equus temoni applicitus, illumque subjecto plano proximè parallelum servans, dum clivum ascendit, ingentia pondera trahat, quibus sanè par non esset, si rotarum axis minùs à subjecto plano distaret, & equitractio esset obliqua sursum: quamvis, ut aliàs suo loco explicabitur, ipsa rotarum amplitudo plurimum conferat. Similiter in navium tractione, quæ adverso

adverso flumine deducuntur fune absidi mali conjuncto, aliquid juvare funis longitudinem, ut scilicet minùs obliqua sit tractio, ex dictis confirmatur: quamvis enim tractiones in plano inclinato consideraverimus, ut gravium elevationem expenderemus, aliquid etiam facit obliquitas tractionis in plano horizontali, cujusmodi est aqua, cui navis innatat; pars siquidem demersa obstantem undam repellere debet; nec planè inutile est, secundùm quam lineam dirigatur motus potentiæ trahentis, vi cujus impedimentum superandum est.

Hactenus nobis de tractione sermo fuit, quæ motum inferens non nisi spatiis, per quæ motus est, determinari potuit. Quoniam verò in obliquis tractionibus non eandem semper analogiam servari, quæ in parallelâ tractione eadem perpetuò est, deprehendimus, inquirendum superest, quæ demum Ratio momentorum sit pro singulis obliquitatibus, ut constet, quibus viribus retineri possit, ne in proclive labatur pondus, etiamsi vires ad illud ulteriùs elevandum non suppetant. Quamquam autem pondera quasi molis expertia unico puncto expressimus in plano ipso inclinato, ut in 1. fig. hujus cap. re tamen verâ centrum gravitatis attendendum est, ut in 2. schemate, quod utique distat à plano, cui corpus grave incumbit: hujus verò distantiam nulla certior mensura definit, quàm linea ex eo cadens in subjectum planum ad angulos rectos, hæc quippe omnium brevissima est. Sit igitur planum inclinatum A B, cui impositus globus centrum habet gravitatis C, & contingit planum in D; ac propterea etiam, quæ à centro ad contactum ducitur recta C D, distantiam determinat, cum sit plano perpendicularis ex 18. lib. 3. Jam recta C E parallela plano ducatur, & sit linea suspensionis, quam claritatis gratiâ parallelam vocemus: & per D punctum, in quod cadit linea distantiæ centri gravitatis transeat perpendicularis horizonti linea F D quæ in G secat lineam C E. Constat trian-



gulum D G C simile esse triangulo B A S: quia enim G D parallela est lineæ A S pariter perpendiculari ad horizontem, anguli S A B, A D G alterni æquales sunt per 27. lib. 1. Et quoniam angulus C D A ex constructione est rectus, complementum C D G æquale est angulo complementi A B S; anguli verò D C G, B S A sunt recti, hic quidem ex hypothesi, ille autem propter linearum C E, D A parallelismum: igitur reliquus C G D reliquo B A S æqualis est; ac propterea per 4. lib. 6. ut B A ad A S, ita D G ad G C. Quoniam itaque, si pondus in plano inclinato ad pondus in perpendiculari sit ut inclinata B A ad perpendicularem A S, eorum momenta æqualia sunt, & æquiponderant, etiam globus æqualia ad descendendum habet momenta, ac potentia habeat vires ad retinendum in parallelâ E C; si globi gravitas ad potentiam retinendum sit ut D G ad G C. Verum quidem est globum non per lineam F D, sed per C T à centro gravitatis perpendicularem horizonti deorsum niti: Sed quia C T ipsi F D parallela est, triangulum C T D triangulo D G C simile est & æquale; atque adeò parùm interest, utrùm lineis D G, G C, an verò lineis C T, T D eadem Ratio exponatur.

Sed jam retineatur globus per rectam C H; utique perinde secundùm eam directionem se habet, atque si esset planum H C K; globus enim sustinetur per lineam D C, & retinetur ex H, ac proinde secundùm rectã H C K conatur deorsum eo situ: quamquam subjecti plani inclinatio obstaret, ne secundùm rectam H C K procederet, si sibi dimitteretur, & alia atque alia plana constituerentur. Planum itaque illud H C declinat à perpendiculari, cum quâ constituit angulum C I D æqualem externo K C T propter parallelismum perpendicularium F D, C T per 27. lib. 1. qui utique C I D minor est externo C G D per 16. lib. 1. & quidem differentia anguli I C G per 32. lib. 1. Fiat ergo angulus B A P æqualis angulo C I G; quia B A S ostensus est æqualis ipsi C G D, remanet P A S æqualis angulo I C G. Quare B P A externus æqualis est duobus internis, scilicet recto P S A, & acuto S A P, per 32. lib. 1. igitur idem angulus B P A æqualis est toti angulo D C I. Sunt itaque æquiangula & similia duo triangula B A P & D I C, atque per 4. lib. 6. ut B A ad A P, ita D I ad I C. Atqui pondera super B A & A P, quæ sint

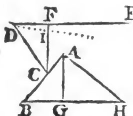
ut

ut BA ad AP, æquiponderant ex dictis cap. 13. ergo etiam æqualium momentorum est globus, & potentia retinens per HC, si globus ad potentiam sit ut DI ad IC, hoc est ut CN ad ND, si ex D intelligatur exire DN parallela ipsi HC.

Eâdem ratione si linea obliqua, per quam globus retinetur, sit infra parallelam CE, ut si sit CX, ostendetur globi gravitatem ad potentiam retinentem esse ut DQ ad QC, est enim quasi planum inclinatum faciens cum perpendiculari angulum DQC majorem interno DGC, hoc est majorem angulo BAS illi æquali. Fiat igitur angulo DQC æqualis angulus BAY: & quia ABY æqualis est angulo CDQ, ut superiùs dictum est, triangula BAY, DQC sunt æquiangula & similia, ac per 4. lib. 6. ut BA ad AX, ita DQ ad QC: ergo quia pondera super BA, & AY, quæ sint in Ratione BA ad AY, æquiponderant, etiam globi & potentiæ retinentis momenta æqualia sunt, si fuerint ut DQ ad QC.

Hic autem tria observanda occurrunt. Primum est, quòd Rationes prædictæ momentorum potentiæ retinentis comparatæ ad pondus idem, quamvis pro diversâ obliquitate aliis atque aliis lineis explicentur DQ ad QC, & DG ad GC, DI ad IC, omnes tamen exponuntur comparatè ad eandem BA in triangulo BAY; in quo ipsæ quoque inter se invicem comparari possunt. Secundum est, quòd si obliquitas tam supra, quàm infra parallelam CE æqualis sit, hoc est angulus ICG æqualis sit angulo GCQ, momenta potentiæ retinentis in H & X æqualia sunt; inter se siquidem sunt ut AP, & AY, quæ lineæ æquales sunt; nam anguli PAS, YAS æquales sunt ex hypothesi, & constructione, anguli autem ad S sunt recti & latus AS est utrique triangulo commune; ergo etiam per 26. lib. 1. latera AP & AY æqualia sunt. Tertium est, quòd in lineâ CE parallelâ minus virium exigitur ad retinendum globum, quàm in cæteris: nam & linea AS vires potentiæ repræsentans omnium minima est, utpote perpendicularis.

Ex his & illud colligitur, quòd si linea, secundùm quam pondus retinetur in plano inclinato, sit parallela horizonti, eadem est philosophandi methodus. Si enim super plano inclinato AB sit pondus tangens in C, cujus gravitatis centrum sit D, & linea retentionis DE horizonti parallela, ducatur



CF perpendicularis horizonti; & Ratio ponderis ad vires retinentes erunt ut CF ad FD. Fiat enim angulus BAH æqualis angulo CFD, qui utique est rectus, cum DE ex hypothesi sit horizonti parallela, FC verò perpendicularis: ergo super AB, AH æquiponderant pondera, quæ sint ut AB ad AH; paria igitur sunt momenta, si pondus ad vires potentiæ retinentis in eâdem Ratione sit ut AB ad AH, hoc est ut CF ad FD. Quia enim BAH angulus est rectus per 8. lib. 6. est ut BA ad AH, ita BG ad GA; est autem BG ad GA ut CF ad FD; quia nimirum FC perpendicularis horizonti est parallela ipsi AG, & anguli BAG, FCA alterni sunt æquales per 27. lib. 1. DCA verò est rectus ex hypothesi; igitur & DCF complementum recti æquale est angulo ABG: utrumque triangulum est rectangulum; ergo ut BG ad GA, ita CF ad FD.

Hinc apparet fieri posse, ut ad retinendum pondus in tali situ aliquando plus virium requiratur, quàm ad sustinendum illud in perpendiculari; quando videlicet ex inclinatione plani AB consequitur lineam CF minorem esse quàm FD: immò crescit retinendi difficultas, si adhuc retentio fiat per lineam inferiorem horizontali DE, quæ cum perpendiculari CF constituat angulum DIC obtusum; cum enim cresceret linea DI supra DF, & IC decresceret infra FC, esset minor Ratio ponderis in perpendiculo ad potentiam obliquè retinentem, quæ proinde major esse deberet, ut fieret momentorum æqualitas.

Concipe autem sublatum triangulum totum BAH, & DC esse columnam, quæ in eodem situ inclinata retineri debeat: jam satis constat ex dictis, quâ ratione disponi oporteat funes, ut qui funium extremitates tenent, minus laboris impendant. Non est tamen eadem funis retinentis, & fulcri sustentantis ratio: in supponendis enim fulcris illud potissimùm attenditur, quòd fulcrum ipsum integrum permaneat, citrà scissionis aut fractionis periculum; id quod habetur, quò magis perpendiculari ad horizontem situi proximum collocatur; parùm scilicet interest,

intereſt, quanto conatu ſubjectam tellurem urgeat modò certi ſimus de fulcri ipſius firmitate. Cæterùm ſi tu ipſe fuſtem manu tenens cogaris inclinatam columnam ſuſtinere, punctum autem ſuſtentationis, cui fulcrum applicatur, magis à ſubjecto plano diſtet, vel ſaltem non minùs, quàm centrum gravitatis columnæ, experieris minori conatu opus eſſe, ſi fulcrum axi columnæ perpendiculare ſit, qui ſitus reſpondet retentioni parallelæ plano inclinato, majorem verò adhibendum eſſe conatum, ſi fulcrum cum eodem axe acutum aut obtuſum angulum conſtituat; id quod obliquis elevationibus reſpondet.

Quòd ſi infra centrum gravitatis applicetur fulcrum, jam conſtat hoc ita eſſe collocandum, ut ei idem centrum immineat, alioquin aut columna corruet, aut multis viribus tibi contendendum erit, ut illam ſuſtentes à lapſu; ſi tamen ea ſit complexio tùm inclinationis, tùm obicis columnæ pedem retinentis, ne excurrat, aut elevetur, tùm poſitionis fulcri, ut aliquatenus ſuſtineri columna poſſit, ne prorſùs ruat.

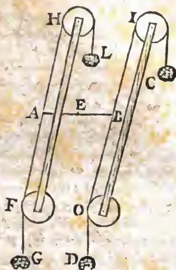
Sed quoniam hìc columnæ mentio incidit, præſtat elevationes corporum, quæ non tota elevantur, ſed eorum altera extremitas ſubjecto alicui fulcro aut plano innititur, altera elevatur aut ſuſpenditur, conſiderare: neque enim hìc reputanda ſunt momenta gravitatis perindè, ac ſi totum corpus elevaretur aut ſuſpenderetur, quemadmodum paulò ante dicebatur; immò verè longè minora ſunt pro ratione diſtantiæ à centro gravitatis, ut ex inferiùs dicendis, ubi de æquilibrio, atque de vecte ſermo erit, conſtabit. Cavendum autem plurimum eſt ab æquivocationibus, quæ obrepere poſſunt, niſi animum advertas ad gravitatem, ſivè per totam longitudinem, quæ movetur, aut ad motum incitari poteſt, diffuſam, ſivè quaſi in unum punctum ibi collectam, ubi elevans applicatur, ut in vecte, aut librâ; hinc enim non modica momentorum inæqualitas oritur. Nam ſi puncto applicationis reſpondeat centrum gravitatis, multò majores ad elevandum, aut ſuſpendendum corpus requiruntur vires, quàm ſi centrum gravitatis à puncto applicationis aliquo intervallo ſejungatur.

Hinc

Hinc ſi ſit priſma A B horizontaliter collocatum, ejuſque extremitas A innitatur apici pyramidis, altera verò extremitas B ſuſpendatur perpendiculari funiculo C B, vel ſuſtentetur ſuppoſito ad perpendiculũ fulcro D B, æqualiter res ſe habet, & pares requiruntur vires tàm in ſuſpendente C B, quàm in ſuſtentante D B: hæ tamen vires non pares eſſe debent toti ponderi priſmatis; ſed quia centrum gravitatis E ab utroque extremo æqualiter diſtare ſupponitur, ſemiſſis tantùm gravitatis percipitur in B. Quod ſi in eodem horizontali ſitu retineatur priſma ſivè à ſuſpendente obliquo I B, ſivè ab obliquo ſuſtentante O B, utique retinentis, aut ſuſtentantis vires æquipollere debent viribus retinentis aut ſuſtentantis ad perpendiculum C B aut D B. Quemadmodum igitur pondera illa ſuper B O & B D æquiponderant, quæ ſunt ut B O ad B D, ita vires, quæ ſecundùm eaſdem lineas ac directiones æqualem effectum præſtare debent; in eâdem Ratione B O ad B D eſſe oportet: Vires ergo retinentis B I obliqui ad vires retinentis C B ad perpendiculum ſunt ut B O ad B D, hoc eſt, ductâ parallelâ C I, ut I B ad C B, propter triangulorum O B D, C B I ſimilitudinem.

Ut autem non hîc perperam nos philoſophari innoteſcat, finge ſublatam ex A pyramidem, & conſtitutam in G ita, ut ex B ad perpendiculum dependeat pondus aliquod æquilibrium efficiens cum priſmate: quo perpendiculari pondere ſublato, ut priſma horizontale permaneat, certum eſt ſuper plano inclinato B O requiri pondus, quod ad pondus perpendiculare ex B D ſit ut B O ad B D: igitur ſi loco ponderis applicentur ſecundùm eandem rectam lineam B O vires alicujus viventis, à quo retineatur priſma in eodem ſitu horizontali, ſatis apparet conatum debere eſſe ut B O ad conatum, qui ſecundùm perpendicularem requireretur ut B D. Sicut itaque conatus deorſum trahens, cum fulcrum eſt in G citrà centrum gravitatis E, ex inclinatione lineæ, ſecundùm quam fit, deſumitur, ita etiam conatus ſuſpendens I B, aut

aut ſurſum urgens O B, cùm fulcrum eſt in A ultrà centrum gravitatis E, deſumendus eſt pariter ex inclinatione lineæ, ſecundùm quam applicatur priſmati, comparatè ad conatum perpendicularem C B, vel D B, habitâ ſemper ratione diſtantiæ fulcri à centro gravitatis.



Ne quid verò dubitationis ſuperſit, utrùm O B deorſum, & I B ſurſum trahentium pares ſint vires ſecundùm eandem rectam lineam O I, ſint rotulæ duæ H & F circa ſuum axem verſatiles infixæ extremitatibus regulæ, aut tigilli, & ex funiculo rotularum cavitatibus inſerto dependeant æqualia pondera L & G. Hæc pondera ſibi viciſſim æquiponderare manifeſtum eſt, quemcumque tandem ſitum ſivè perpendicularem, ſivè inclinatum, habeat regula, aut tigillus, cui rotulæ infixæ ſunt. Sit libræ jugum A B æqualiter in E diviſum, circa quod punctum ſtabile moveri queat, & in A adnectatur funiculo H F: ex B autem dependeat pondus D æquale ponderi G, ſed ita obliquè diſpoſitum, ut linea B O parallela ſit lineæ A F. Submove pondus L, remanent G & D, quorum neutrum prævalere poteſt; ſunt enim æqualia inter ſe, & per lineas ſimiliter inclinatas A F, B O agunt. Repone pondus L, & amove pondus G, item removeatur pondus D, & ſurſum ponatur æquale C; aio libræ jugum A B adhuc retinere eumdem ſitum; quia ſcilicet pondera C & D viciſſim æquiponderabant, ſicut etiam G & L: igitur quantum virium habebat pondus D ad æquiponderandum ipſi G, tantumdem virium habet pondus C ad æquiponderandum ponderi L, hoc eſt eidem ponderi G. Sivè igitur in ſuperiori ſchemate conſiderentur vires deorſum trahentes aut ſuſtentantes O B, ſive retinentes I B, perinde eſt, & æqualium momentorum cenſendæ ſunt.

Non jam horizontale sit prisma A B, sed inclinatum, & puncto A stabili innixum: momenta ad descendendum, ac proinde repugnantia ad ascendendum, ut superiùs innuimus cap.14; æstimanda sunt in plano D C inclinato, quod cum A B angulos facit rectos, & cum horizonte A E concurrit in puncto E. Ducatur per B perpendicularis ad horizontem F H, & ex H ad B E perpendicularis H O. Momenta gravitati prismati in perpendiculari ad momenta ejusdem in inclinatâ sunt reciprocè ut inclinata E B ad perpendicularem B H, hoc est per 8. lib.6. ut H B ad B O, sive (ductâ ex D super D B inclinatam perpendiculari D G secante rectam H F in F) ut B F ad B D, propter similitudinem triangulorum O B H, D B F. Vires ergo retinentes in D ad vires retinentes in F sunt ut D B ad B F.

Retineatur prisma secundùm obliquam G B, quæ producta usque ad Horizontalem concurrat in L. Iterum ex L ad D E cadat ad angulos rectos L C, quæ perpendicularem F H secabit in I: est autem I C parallela ipsi H O; ac propterea per 4. lib.6. ut H B ad B O, ita I B ad B C, & per 11. lib.5. ut I B ad B C, ita B F ad B D. Ad retinendum igitur prisma in eodem situ inclinationis B A E per obliquam G B, vires æquipollentes viribus retinentibus in perpendiculari F B esse oportet ut B L ad B I, quemadmodum retinentes per rectam D B sunt ut B C.

Quare datâ corporis inclinatione, cujus gravitas retinenda est in eodem situ, sumatur ejusdem axis transiens per gravitatis centrum, & ad axis extremitatem mobilem ducatur ipsi axi perpendicularis D B, in quâ assumpto quolibet puncto D, ducatur prædicto axi parallela D G, quæ secans lineas quaslibet obliquas, & perpendicularem ad Horizontem, dabit omnium obliquarum suspensionum Rationem: Sic recta D G secans perpendicularem F B & obliquam G B determinat Rationem virium in utrâque suspensione, ut scilicet sint in Ratione B F ad B G, & sic de reliquis.

Quòd

Quòd si in gradibus data sit inclinatio prismatis, & funiculi obliquè suspendentis declinatio à perpendiculo, statim ex tabulis Sinuum, aut etiam Secantium, apparebit Ratio quæsita linearum: angulus enim, quem perpendicularis ad axem facit cum perpendiculari ad Horizontem, æqualis est angulo inclinationis prismatis; angulo siquidem B A E inclinationis prismatis, æqualis est angulus E B H per 8. lib. 6. ac propterea etiam ex 15. lib. 1. qui illi est ad verticem D B F. Hinc si inclinationis angulus sit gr. 36. D B ad B F erit ut Radius ad Secantem gr. 36. vel ut Sinus gr. 54. complementi gr. 36. ad Radium. At angulus, quem facit linea obliquæ suspensionis cum perpendiculari ad horizontem transeunte per prismatis punctum; in quo suspenditur, est æqualis angulo, quem eadem suspensionis linea facit cum perpendiculo transeunte per aliud extremum ejusdem lineæ suspensionis, cui applicatur potentia retinens: duæ enim perpendiculares prædictæ sunt inter se parallelæ, & linea suspensionis in eas incidens alternos angulos facit æquales per 27. lib. 1. Si igitur G B à suo perpendiculo, quod ex G in horizontem cadat, declinat gr. 25. etiam F B G est gr. 25. Totus igitur angulus D B G est aggregatum anguli inclinationis prismatis, & anguli declinationis funiculi suspendentis: igitur D B G est gr. 61, & positâ D B ut Radio, erit B G Secans gr. 61. Vel si comparanda sit B G cum B F, qui angulus G F B externus per 32. lib. 1. æqualis est duobus internis oppositis trianguli D B F, erit G F B gr. 126; at F B G est gr. 25, igitur F G B est gr. 29. Quare B F ad B G est ut Sinus gr. 29. ad Sinum gr. 126, hoc est supplementi gr. 54.

Apparet ex his primò minimas vires exerceri, si linea retentionis cadat ad perpendiculum in axem corporis elevati cum inclinatione; quia scilicet cum in D sit angulus rectus, recta B D est omnium linearum ex B puncto exeuntium, & in rectam D G cadentium minima: quò autem major fuerit obliquitas, eò etiam majores vires requiri, quia longiores sunt Secantes angulorum majorum in B posito Radio B D.

Secundò fieri potest, ut pares vires requirantur, si linea retentionis faciat cùm axe corporis elevati angulum acutum, ac si faciat cùm eodem angulum obtusum, ut si fuerit recta M B; ipsa enim pariter opponitur angulo recto B D M, ac proinde

eò major eſt quàm recta B D, quò fuerit màjor angulus M B D, qui poteſt eſſe æqualis angulo D B F, vel D B G ; quo caſu etiam ipſa B M æqualis erit ipſi B F aut B G. Ex quo ulteriùs ſequitur, ſi à retinente obliquè fiat tractio elevando magis ac magis priſma ſic inclinatum, mutari ſubinde momenta : hoc tamen intercedit diſcrimen, quod trahentis linea initio applicata, ut angulum faciat acutum cum axe priſmatis, in ipsâ tractione ſemper majorem facit cum ipſo axe angulum, donec veniat ad angulum rectum conſtituendum, ut ſi M B traheretur, donec coincidat cùm D B, quæ pariter moveri intelligatur : contrà verò trahentis linea applicata, ut cum axe faciat angulum obtuſum, in ipsâ tractione magis adhuc obtuſum angulum conſtituit, donec tractionis linea (ſi tamen fieri id poſſit) in unam rectam lineam cum axe priſmatis conveniat. Quare in primâ illâ tractione minuitur conatus, in hac ſecundâ augetur.



MECHA



MECHANICORUM
LIBER SECUNDUS.

De causis motus Machinalis.



INNOTUIT, opinor, quantum ad præsens institutum satis esse possit, centrum gravitatis ex iis, quæ libro superiore dicta sunt: nunc propiùs ad ipsam machinalem scientiam accedendum, quam Mechanicam dicimus. Hæc Geometriæ subjicitur; neque enim, ut illa, puram corporum quantitatem molisque extensionem abstractè considerat, sed quatenus gravitati illigatam aut levitati; nihil tamen solicita de ipsâ corporum materie, aureáne sit, an lapidea. Quamvis autem ea quoque Staticès pars, quam Hydrostaticen indigitamus, se pariter in corporum gravitate considerandâ exerceat, aliam tamen sibi contemplationem assumit; motum siquidem corporum singulorum naturæ congruentem, pro humorum, in quos incurrunt, diversitate, potissimùm speculatur: Mechanice verò eatenus solùm ingenitam corporibus propensionem in motum aut quietem explorat, ut earum facultati perspectæ vim possit opportunâ instrumentorum machinatione inferre. Quapropter ut certâ methodo machinas oneribus movendis pares construere valeamus, motus machinalis causas antè cognitas habere necesse est, quàm machinas ipsas aggrediamur. His porrò jactis fundamentis operosum non erit inædificare, & machinarum singularum vires, sivè simplices illæ sint, sivè compositæ, exponere: adeò ut iis ritè intellectis, quæ hoc secundo libro disputabuntur, vix quicquam in reliquo opere supersit difficultatis.

CAPUT I.

Quem ad finem Machinæ instruantur.

FInis, quò demum unaquæque actio refertur, primus animo concipitur, præstituiturque, & idonea ad agendum subsidia, quæ deligenda sunt, moderatur. Hinc ille primus nobis in hâc contemplatione occurrit; quem scilicet ad finem machinæ instituantur, instruantúrque, considerandum; ut ad hanc quasi regulam cæteræ causæ dirigantur, & formentur. Fortè dixerit quispiam magnificè, eo consilio machinas à nobis excogitatas, ut naturam arte vincamus; quemadmodum enim scribit Antipho Poëta apud Aristotelem in quæst. Mechan. sub initium, τέχνῃ κρατοῦμεν, ὧν φύσει νικώμεθα. Sed hic planissimè philosophandi locus est, non gloriandi insolentiùs. Quare fatendum est apertè, adhiberi machinas in subsidium infirmitatis; ut quod virium imbecillitas onus loco movere, aut omninò, aut nisi ægerrimè sola nequiret, illud demum facilè, quò libuerit, aut trahat, aut impellat, aut etiam expellat quantumvis reluctans, si machina accedat.

Dupliciter autem insita corporibus gravitas obsistit moventi, si ab alio in alium locum transferenda fuerit: disparibus enim momentis mora infertur motui, si hic fluido in corpore ac sequaci, puta in aëre aut aquâ, perficiatur, ac si suprà solidam consistentemque planitiem raptetur moles, sive Horizonti parallela jaceat planities, sive molli aut arduâ inclinatione erigatur in clivum. Et quidem si solidum in corpus non incumbat onus, sed in aëre suspensum pendeat, ac sursum trahere oporteat, certos ad calculos revocari gravitatis momenta poterunt, quibus machina proportione respondeat: nam quamvis aër aëri præstet tenuitate, non ea tamen est in levitatibus differentia, ut hinc in gravium corporum momentis dissimilitudo notabilis oriatur. Quare sicut laberetur turpiter, qui machinam saxo ab imo mari ad summam superficiem elevando parem instrueret, si nullâ factâ virium accessione illud in aërem extrahi posse sibi persuade

persuaderet; ita nimis exiguè & exiliter ad calculos revocaret aërem, qui pro dispari ejus levitate modum machinæ statueret; in materiâ etenim, ex quâ machina componitur, nullus est huic minutæ subtilitati locus, quæ aciem omnem fugit, nisi cum veritas in disputatione limatur. Id quod de eâ pariter gravitationis inæqualitate dictum velim, quæ ex inæquali à centro gravium distantiâ ortum habet, ut lib. 1. cap. 4. disputatum est: Quia in tantulo Spatio, in quo nos labor noster exercet, illa momentorum exuperantia sub sensum non cadit. Quo circa satis supérque habemus, quòd moventis vires ac molis movendæ pondus reputantes ita inter se conferamus, ut virium imbecillitas adhibitâ machinâ convalescat, & repugnanti oneris gravitati non resistat modò, sed & præstare possit, nullâ aut loci aut aëris habitâ ratione.

Verùm quàm facile est corporis gravitatem cùm ex materiæ specie, tùm ex molis magnitudine investigare; tàm multis difficultatibus impedita res est, si examinandum sit, quantùm ex mutuo corporum se contingentium tritu retardetur motus: non enim quisquis pendulum in aëre majoris campanæ malleum potest à perpendiculo dimovere, earum est virium, ut illum pariter in terrâ jacentem propellere valeat: & decennis puer arrepto fune illigatam cymbam, modicè fluctuante salo, ad se trahit; quam vix, aut ne vix quidem, robustioris lacerti vir dimoveat, ubi arenoso vado insederit: cum tamen eadem aut ligneæ cymbæ aut ferreo malleo gravitas innata permaneat. Est autem tùm subjecti corporis consistentis, tùm impositi oneris movendi superficies spectanda, quatenus se contingunt: Nam si lapideum globum pondo 100 in planitie constitutum non rotare modo, sed & rectâ urgere possis, non itidem cubum pondere parem & materiâ similem æquali facilitate urgebis; quia scilicet globus tenuissimâ sui parte suppositam planitiem contingens minus invenit impedimenti ex proximè subjecti corporis asperitate, quæ prominulas impositi globi particulas remoretur; at cubus longè pluribus sui partibus plano adhæret, atque adeò multiplicatâ partium hujus in illius partes incurrentium resistentiâ, augeri quoque movendi difficultatē necesse est.

Quoniam verò obtineri nequit, ut corporum se contingentium superficies sint continuo lævore lubricæ, earum autem asperitates

aſperitates anomalæ ſunt ac multiformes, reſiſtentia indè proveniens ſub certam legem non cadit; ſed quantum conjecturâ aſſequi valemus, illa potius ex antiquis experimentis æſtimanda videtur, quàm mathematicis ratiocinationibus indaganda. In hoc uno nimirùm facem præferre poteſt Geometria, ut ſi reliqua prorſus paria ſint, nec alia ſit quàm molis aut figuræ diſſimilitudo, quantum ex hoc capite movendi difficultas augeatur, minuaturve, innoteſcat: cæterùm plenè atque perfectè explicare, quantum reſiſtentiæ ex aſperarum ſuperficierum conflictione oriatur, quis niſi temerè conetur?

Poſteriori huic malo, quod ſuperficierum aliqua aſperitas creat, occurritur, ſi pingui ſequacíque materiâ oblitæ lubricæ fiant: Sic Automatis, rotarum ſe ſe mutuâ collabellatione mordentium converſione, horas indicantibus velocitas conciliatur, ſi quis denticulos oleo leviter perungat: ſic plauſtrorum tarditatem, equorumque laborem, ut imminuant aurigæ, axes rotarúmque modiolos axungiâ illinunt; & cæmentarij majora ſaxa attollentes, trochleæ orbiculis ſapone perfricatis, quærunt laboris compendium. Hinc Amſtelodami paſſim obſervatur lubricas fieri trahas ceruiſiæ doliis, ſimilíve pondere, onuſtas; cum enim equus non procul abeſt à ponte, in quem aſcendendum eſt, is, qui equum agit, centonem unguine delibutum currenti trahæ ſubſternit, ut expreſſus ex centone pinguis humor inficiat duo illa longiora tigna, quibus traha inſiſtit, ac proinde lubrica machina faciliùs raptetur per vias lateribus ſtratas. Sic Dio lib. 50. de Auguſto loquens. *Audivi eum triremes ex mari exteriore per murum in ſinum tranſtuliſſe, & loco Palangum, per quos ducerentur, tergoribus animalium recens cæſorum oleo inunctis uſum*, Et Silius Ital. lib. 13. v. 444.

Lubrica roboreis aderant ſubſtramina plauſtris,
Atque recens cæſi tergo prolapſa juvenci,
Æquoream rota ducebat per gramina puppim.

Verùm nec frequens eſſe poteſt, nec commodum, remedium hoc ex pingui liquore petitum; illud certius erit ad imminuendam moram ex tritu corporum ortam, quod ea ſe invicem quàm minimùm contingant. Quoniam verò deducendi oneris ſuperficiem amplam mutare ſæpè nequimus, aut illud raptandum trahæ imponimus, quæ non niſi tigillis duobus lævigatis

tis subjectam planitiem tangit; aut in plaustrum injicimus, cujus rotæ solum calcantes dum convertuntur, axem tantummodo terunt, compendio sanè mirabili; nam dum rotæ modiolus axem semel terit, pedes circiter viginti provehitur onus, aut demum sublato corporum mutuo tritu cylindros, vel scytalas illi subjicimus, ut nihil noceat soli asperitas, nisi quatenus hæc cylindrorum vel scytalarum conversionem remoratur.

Huc spectat id, quod non sine voluptate observare aliquando contigit Bononiæ. Tres erant viri nec admodum robusti, qui ut aliquot ingentes saccos farinâ plenos in domum inferrent, paratum habuerunt axem binis rotulis circiter sesquipalmaribus instructum; axi jungebatur crassiusculus temo saccorum longitudinem vix superans. Erecto sacco machinulam applicabant, tùm saccum pariter cum temone reclinabant, & ne temoni incumbens juxtà longitudinem saccus in alterutram partem inclinaretur, duo hinc & hinc retinebant pariter, ac propellebant, ut tertium arrepto temone trahentem labore levarent: Hâc ratione alium atque alium saccum tenuissimo labore in domum importarunt; erectoque iterum temone delapsus est ex machinulâ saccus, stetitque erectus.

Ex his itaque constat in machinâ instruendâ non solùm ingenitæ corpori movendo gravitatis rationem habendam esse; sed & plani, super quo illud deducendum est, jacens-ne sit? an erectum? læve, an asperum? amplâ, an tenui superficie contingat? hinc si quidem varia resistentiæ momenta exurgunt. Illud tamen plerumque contingit, quod si attollendo ad perpendiculum oneri par fuerit machina, illa pariter sufficiat ad opus idem super plano horizontali, aut inclinato deducendum: vix enim fieri potest (nisi summa sit superficierum se contingentium asperitas) ut quantum resistentiæ demitur à plano sustinente, tantumdem addatur ex mutuo prominentium particularum conflictu.

Quamquam & ipsa asperitas facit aliquod laboris compendium: nam licèt continens ac perpetuus non sit motus, sed alternâ quiete interruptus super arduo clivo, modico tamen conatu prohibetur moles, ne prolapsa sisipheum eręct laborem; quia aspera superficies motui obsistens efficit ne corporis gravitas deorsum conetur pro plani inclinatione. Satis igitur fuerit

R

abſolutæ oneris gravitati machinam ita reſpondere, ut illi ad perpendiculum ſuſtollendo cæteroqui impares vires ſufficiant: qui enim valuerit, adhibitâ machinâ, molem attollere, poterit illam pariter, ejuſdem machinæ ope, in plano quocunque trahere aut propellere; ſi maximè cylindri aut rotæ ei ſubjiciantur.

Hìc autem fortè nec à præſenti inſtituto alienum, nec lectori injucundum accidat, ſi quæ, aliquando comminiſci placuit, ſubjiciam, cum narrantem quendam audirem de campanâ ingentis ponderis facillimè agitatâ ſubjectis æneis rotulis, quæ demum longo ævo confectæ diſſipatæ fuere; ſed quonam artificio, quóve ordine diſpoſitæ fuiſſent, ennarrare omninò non poterat. Quare mecum ipſe reputans, quî fieri id potuiſſet, in eam incidi ſententiam, ut exiſtimarem graviſſimam campanam potuiſſe facilè pulſari, imminutâ reſiſtentiâ, quæ oritur ex mutuo fulcri, & axis tritu. Sint enim binæ rotulæ B & C ex ære ſolido, quarum diameter ſit in aliquâ Ratione multiplici ad diametrum axis, cui campana innititur. Axis autem ſemidiameter ſit A E, rotulæ verò B E in ratione duplâ; ergo & periphæriæ ſunt in eâdem Ratione: dum igitur punctum I in H perficit quadrantem, convertit pariter rotulam; cujus peripheriæ ſemiquadranti coæquatur. Quare ſi rotula infixa eſſet axi, cujus ſemidiameter B G eſſet æqualis ſemidiametro A E, fieret affrictus cum octante peripheriæ axis rotulæ B; ſed quia etiam in rotulâ C fieret æqualis affrictus cum ejuſdem axe, jam nihil ferè emolumenti haberetur, quia totus affrictus æquè eſſet, ac ſi quadrans E O in fulcro ſtabili & cavo converteretur: & potiùs laboris in agitandâ campanâ compendium eſſet, ſi rotulæ fixæ hærerent, axis ſi quidem cylindricus cum ſit, ſubjectas rotulas in lineâ tangeret modico ſcilicet tritu; rotularum autem axes concavis earum partibus congruunt in ſuperficie, quæ teritur, dum rotulæ convertuntur: niſi fortè cylindrica axis B G ſuperficies convexa paulò minor eſſet concavâ rotulæ ſuperficie, eæque propterea ſecundùm lineam ſe contingerent,

rent, ut ex 13. lib. 3. facilè est demonstrare; id quod nec rarò contingit.

Verùm non est necesse rotulis B & C tàm solidos axes dare; nam si axis A E toti campanæ oneri ferendo par est, bini æquales axes duplici ponderi resistunt: satis igitur esset, si axes singuli B & C, oneris semissem sustinerent. Cum verò cylindrorum resistentiæ, ne frangantur, sint in triplicatâ Ratione suarum diametrorum, sufficeret inter semidiametrum A E, & ejus semissem duas medias proportione continuâ reperire, quæ enim proximè minor esset ipsâ A E, esset sufficiens semidiameter cylindri subduplam habentis soliditatem ac resistentiam. Sed adhuc minor requiritur semidiameter, quia onus axes rotularum B & C obliquè premit; ex quo fit campanæ gravitationem in axes illos esse secundùm lineas A B, A C, non autem juxtà perpendiculum A D: igitur ut A D ad A B, ita reciprocè gravitatio super A B ad gravitationem super A D: atqui gravitatio in alterutrum axium, ut summum subdupla est totius gravitationis; ergo gravitatio super B A minor est subduplâ. Quâ autem Ratione minor sit constat. Cum enim detur tùm semidiameter A E, tùm etiam B E, nota est tota B A, & B D, pariter, ipsi B E æqualis, nota est; igitur ex 47 lib. 1. etiam A D innotescit, cujus scilicet quadratum habetur, si ex B A quadrato dematur quadratum B D.

Cum itaque, ex hypothesi, B A sit 3, cujus quadratum 9, & B D 2, cujus quadratum 4, remanet quadratum 5, ejusque Radix 2. 23′′. est recta D A: gravitatio igitur super B A ad totam campanæ super utrumque axem B, & C, gravitationem est 223′′ ad 600′′. Quoniam verò solidorum similium resistentia est in triplicatâ Ratione laterum homologorum (in cylindris autem diametrorum ratio habetur) quærantur duo medij proportionales numeri inter 600′′ & 223′′. Id quod assequeris, si cujuslibet extremi quadratum ducas in alium extremum, producti enim Radix cubica est terminus proximus illi numero, cujus quadratum assumpsisti. Primi igitur 600 quadratum 360000 duc in 223, & producti 80280000, Radix cubica est $431\frac{1}{3}$ proximè: alterius verò extremi 223 quadratum 49729 ductum in 600 dat 29837400, cujus Radix cubica 310 proximè est alter medius. Sunt igitur quatuor numeri 600. $431\frac{1}{3}$.

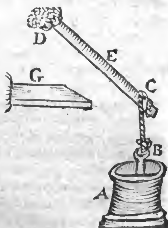
310. 223 continuè proportionales proximè, ſpretis fractiunculis. Quare ſi fiat ut 600' ad 431'', ita ſemidiameter A E ad B N, erit hæc ſemidiameter quæſita ſufficienter reſiſtens.

Quoniam itaque B E dupla eſt ipſius A E, & A E ad B N facta eſt ut 600 ad 431, erit B E ad B N ut 1200 ad 431; & ſecundùm hanc eandem Rationem ſe habebunt ſemiquadrantes ab illis deſcripti. Atqui octans peripheriæ ex Radio B E æqualis eſt quadranti ex Radio. A E; igitur quadrans E O ad ſemiquadrantem ex Radio B N eſt pariter ut 1200 ad 431: Qui igitur affrictus axis campanæ cum fulcro ſtabili & cavo eſſet 1200, rotulæ B cum ſuo axe eſt 431, cui æqualis eſt alterius rotulæ C affrictus cum ſuo axe; ac proinde ſubjectis rotulis, quarum diameter ſit tantum dupla diametri axis campanæ, affrictus eſt ut 862, ad affrictum qui eſſet ut 1200. Si itaque rotularum diameter ad campanæ axem non tantùm dupla, ſed vel tripla, vel quadrupla ſit, multò minor erit affrictus, majorque in agitandâ campanâ facilitas.

Quamvis autem iſtâ conſimilivè diligentiâ induſtriâque plurimum imminui poſſit particularum conflictus, quæ ſe viciſſim terentes moram atque impedimentum motui inferrent; non illa tamen ex eo propriè veréque dicitur motio machinalis, quòd inſtrumento atque apparatu aliquo perficiatur, niſi, ſpectatâ dumtaxat oneris gravitate, potentia illi movendo cæteroqui impar, ſubſidium ſibi comparet ex machinâ. Machina autem non idem eſt, ſi plenè atque perfectè interpretari velis, ac inſtrumentum; licet enim machina omnis inſtrumentum ſit, non tamen inſtrumentum quodlibet machinæ vocabulum continuò ſortitur, ſi motionem aliquatenùs juvet; ſed illud prætereà efficiat neceſſe eſt, quod ejus ope naturalem ac inſitam vim corporis loco dimovendi ſuperet vis minor extrinſecùs adhibita. Cum ergò onus hærere in ſalebrâ, non ex inſitâ vi, ſed ex proximi etiam atque continentis corporis aſperitate proveniat, & inſtrumenta, quibus hoc tantummodo impedimentum tollitur, idem planè efficiant, quod pinguis humor lubricum parans iter; neque hæc machinæ magis dici poſſunt, quàm centones unguine delibuti, ſi ritè ſubſternantur, neque motus propterea inter machinales numerandus videtur, quorum hîc cauſas veſtigare nobis propoſitum eſt. Quamquam negandum non ſit hæc pariter

ter ad mechanicam contemplationem pertinere; quippe quæ machinis, præcipuo nimirum mechanices scopo, affinia sunt; etiamsi ad illas non velut subjectæ partes ad genus revocentur: & instrumentis hujusmodi si machinæ appellationem tribuere placuerit, non admodum de nomine disputabo; res enim hîc spectatur, non verba penduntur.

Sed neque hîc disputare velim, utrùm in motuum machinalium censum irrepant, an verò iis ritè annumerandi sint motus illi, quos sursum deorsum, ultrò citróque perficiendos eatenus expeditè, nec exiguo laboris compendio, molimur, quatenus eos intervallis ita distinguimus, ut nos quidem corpus deprimamus, ut adducamus, ab alio verò extollatur, aut reducatur: in his siquidem sæpè nihil est, quod nostram imminuat operam, si motiones singulæ attendantur; quamquam motui universo adjumentum importat continens illa conatûs nostri, alienique subsidij, vicissitudo. Hinc si quis ad contundendam in æneo mortario A contumacem aliquam materiam graviore pistillo ferreo opus habeat, haud dubium quin ei multâ lacertorum vi contendendum sit, ut illum extollat; cumque operosius multò sit inflexum corpus erigere, quàm erectum inclinare, multóque molestius brachia tanto pondere prægravata attollere, quàm eorum gravitati obsecundando deprimere, satis constat, quantum sibi laboris detractum eat, si superiore in loco transversum tigillum



CD circa axem E versatilem statuat, paribúsque intervallis hinc ex C pendeat fune suspensus pistillus B, hinc verò in D plumbea massa adnectatur, quâ ita pistillus præponderetur, ut, nemine hunc retinente aut deprimente, illa aliquanto gravior in subjectum prodeuntis è pariete tigni caput G recidens sponte subsidat. Omnis scilicet extollendi pistilli labore sublato, vel solum brachiorum pondus pistillo additum satis esse aliquando poterit ad leviusculè tundendam materiam, licebitque

modò contento, modò remiſſo conatu opus urgere. Id quod pariter continget, ſi operâ unâ opus duplex efficere placuerit; nam ſi ex D plumbeæ maſſæ loco alius pendeat æque, ac plumbum, gravis piſtillus, pondere præpollens elevabit piſtillum B, aliámque viciſſim in altero ſubjecto mortario conteret materiam ſponte ſuâ cadens: cumque piſtillorum gravitates non admodum inter ſe diſpares ſint, neque multum laboris eum ſubire neceſſe erit, cui piſtillum B deprimendi munus incumbit.

Quâ in re, ſi motus univerſus ita tribuatur in partes, ut tundentis quidem motiones ſingulæ ſeorſim ſpectentur, non ille profectò ſe juvari ſentit, quippe quem, præter vires ad comminuendam materiam neceſſarias, conatum quoque adhibere oportet ad vincendam præponderantis plumbi, aut piſtilli gravitatem. Cæterùm ſi totius motûs, qui Arſi pariter conſtat ac Theſi, habeatur ratio; inficiari nemo poterit, minus multo laboris impendi, quàm ſi hæc omnia ſublata intelligantur. Quare nec incongruum prorſus videatur motûs machinalis vocabulum, cum verſatilis tigillus C D ad libræ Rationes manifeſtò revocetur, quam certè ex machinarum albo nemo expungit, niſi qui ſolas quinque facultates, & quæ ex his componuntur, machinas indigitare voluerit, & libram ad vectem referri poſſe pernegarit.

Nec diſſimilis ineunda videtur dicendi ratio, ſi quid alternis ciendum motibus ſic diſponitur, ut, cum primùm quidem movetur, corpus aliud vi flectatur, quod poſtmodum facultate elaſticâ, ſe reſtituens illud viciſſim moveat; quemadmodum paſſim in eorum officinis videre eſt, qui rudes arborum, aut elephantini dentis particulas in toreumata elaborant: primùm enim artifex pede ſubjectum vectem premens, toreuma in gyrum ducit, haſtulámque ſuperiore in loco poſitam pariter inflectit; quæ ſibi mox ſuam reparans rectitudinem, funiculumque cylindrulo verſatili circumplicatum retrahens, illud iterum ſua per veſtigia verſat, ut accuratè exquiſitéque tornetur. Sic aliquid ſubtiliter ac delicatè ſecturus, ut ſerrulam rectâ adducas, reducáſque, operæ tantùm ſemiſſem tibi reſervans, arcum intentum ex adverſo ſtatuito, ac medio nervo ſerrulam alligato; hac enim adductâ magis flectetur arcus, qui ſe ſe mox reſtituens illam viciſſim reducet.

Hæc

Hæc ſanè laboris in movendo compendia ex elaſmate, vel ex antiſacomate petita, quemadmodum & ea, quæ mutuum corporum tritum atque conflictum minuunt, ut pote Mechanico artificio conſtituta, eumdemque in finem ac machinæ, quibus hoc nomen præcipuè tribuitur, videlicet in infirmæ potentiæ ſubſidium excogitata, eſto illis primas deferant, non tamen omninò rejicerem, ſi in machinarum cenſu prodirent, iiſque ſe peterent adſcribi. Triplicem enim in ſpeciem tribui poſſe videtur univerſum machinarum genus: Prima eas complectitur facultates, quarum ope motui facilitas conciliatur, quocumque tandem ex capite ſivè tantummodo ex inſitâ in corporibus gravitate, ſivè non ex eâ dumtaxat, ſed ex partium aſperitate movendi difficultas conſurgat. Altera eſt, quæ mutuam quidem corporum ſe contingentium conflictionem minuit, ſed ad vincendam oneris gravitatem ipſi potentiæ momenta non addit. Tertia demùm eatenus per ſe, quia talis eſt, moventem juvat, quatenus ejus operam alternam efficit, cum tamen neque gravitatem vincat, neque quod ex partium tritu impedimentum oritur, extenuet, niſi cum alterutra, aut utraque ſuperiori ſpecie, amico fœdere copuletur. Alternam autem operam appello, cum in motu ex duplici motione compoſito alterutram efficit potentia, ſivè illæ ſibi invicem adverſantes ſuccedant, ut Arſis ac Theſis, Adductio atque Reductio, ſivè in unam temperentur, ut cum premere ſimul oportet ac agitare: ſic plana vitra expolientes in ſpecula, inter ipſa, & lacunar bacillum inflectunt, qui ſe reſtituere tentans vi elaſticâ, ſpeculum validè, quantum opus eſt, admovet atque applicat ad ſubjectum planum, adeò ut ad artificem à preſſu immunem nil aliud ſpectet, quàm ſpeculum urgere, retrahere, contorquere. Verùm tametſi de his omnibus in hac tractione paſſim ſe offeret dicendi locus, primus tamen diſputationis noſtræ ſcopus erit prima illa ſpecies, ipſæ nimirum facultates, quarum potiſſimum momenta expendimus, cum motûs machinalis cauſas inquirimus.

CAPUT

CAPUT II.

Impetûs motum proximè efficientis natura explicatur.

QUicquid movetur, qualecumque eſt, cauſam habeat moventem neceſſe eſt, ut hoc quidem ſponte ſuâ, illud verò alienâ vi ex alio in alium locum migret. Suopte ingenio moventur tùm corpora gravia aut levia, ut ſi extrà præſcriptum ſibi à naturâ locum conſtituta fuerint, ſuo quæque ordine diſponantur; tùm rara aut denſa, ut ſi per vim hæc extenuata fuerint, illa concreverint, naturæ ſtatum ſibi reparent; tùm animantia, quibus cum à naturâ tributum ſit, ut ſe, vitam, corpuſque tueantur, ſtimulos admovet appetitus, ut ea declinent, quæ nocitura videantur, omniaque, quæ ſint ad vivendum neceſſaria, acquirant, & parent. Vi extrinſecus impreſsâ locum mutant, quæcumque in motu non ſerviunt naturæ, ſed alieno reguntur arbitrio; ut iis contingit, quæ raptantur, pelluntur, in gyrum ducuntur, projiciuntur, & hujus generis motibus cientur.

Quoniam verò gravium, & levium celeritatem naturâ urgente incitari, jaculorum autem, ac miſſilium, motum uſque eò ſenſim langueſcere, ut planè deficiat, obſervamus; etiamſi moventi naturæ, quæ ex Philoſophi decretis ſubſtantia eſt, motûs originem ultimam tribuamus, jure tamen optimo aliquid naturæ ipſi ac motui, interjectum agnoſcimus (Impetum nominamus) cujus intentionem ac remiſſionem velocitas ac tarditas conſequatur. Cum enim eadem deſcendentis lapidis natura perſeveret, nec illa in ſuâ poteſtate ſit, aut optione delatâ, ut eligat utrum velit, motum arbitrio ſuo incitare, aut remittere valeat; quî fieri poſſit, ut deſcendens velocitatem augeat, niſi ei, quem primùm produxit, alium atque alium momentis ſingulis impetum adjiciat? Illud certè extrà omnem controverſiam poſitum videtur, naturam gravem ſponte ſuâ nón aſcendere:

dere: quid ergo illud est, quod eburneum globulum in subjectam rupem delapsum resilire cogit, aut sibi relictum plumbum ex fune suspensum ultrà perpendiculum, naturâ repugnante, sursum provehit, & eò quidem altiùs, quò ex altiore loco globulus aut plumbum deciderunt? nisi quia conceptus naturâ procurante impetus pergit motum efficere, ipsâ etiam naturâ quantum potest, obsistente. Quòd si corpus alienâ vi longiùs emissum moveatur, extrinsecùs impetum imprimi necesse est: quem sanè non concipit, ubi primùm à projiciente sejunctum fuerit; nihil enim prodesset ad longiorem lapidis jactum fundam iterum ac tertiò circumducere, nisi alium atque alium impetum lapis conciperet, quandiù funditori adhærens unâ cum ipso movetur.

Quæcumque igitur moventur, impetum habent, quo feruntur; cui satis probabili conjecturâ, proxima vis motum efficiendi tribuenda videtur. Id quod in projectis quidem, iisque omnibus, quæ naturâ repugnante moventur, ita manifestum est, ut id pluribus demonstrare non oporteat; nulla siquidem adest insita motûs causa; ab impetu igitur illo extrinsecùs impresso motum effici necesse est. At in cæteris, quibus se movendi principium inest, nemo jure negaverit aut in motu impetum acquiri, aut velocitatis incrementum ex impetus accessione oriri: quî enim fieret, ut excurrentes objectam fossam ampliore saltu transilirent faciliùs, quàm nullo præcedente cursu, si in cursu ipso conceptus impetus non augeretur? Jam verò si secundo temporis momento incitatur magis motus, quàm primo, urgente scilicet etiam impetu, quem corpus priore motu acquisivit; hic utique impetus, quem nunc gignere non potest prior motus, cum perierit, extitit pariter cum priore motu: natura igitur movens priore momento & motum effecit & impetum. Atqui impetum ex eorum saltem genere esse, quæ motum efficiant, constat ex velociore motu posterioribus momentis, naturâ prorsus immutatâ, factoque impetûs incremento: contrà verò motu, quâ motus est, impetum non augeri satis indicant missilia, quorum velocitas, dum moventur, sensim elanguescit. Igitur & priore illo temporis momento non motus impetum; sed impetus motum proximè effecit; impetum autem procreavit innata movendi vis; cui id circo motio tri-

buitur, quia id illa gignit, quod proximè motus consequitur, & ad motum efficiendum natura destinavit. Quid? quòd motui per se, quia ex alio in alium locum continuata migratio est, efficientiam ægrè tribuere possumus: quippe qui, cum in fluxione consistat, ita ut locus loco, seu potius, ut scholæ loquuntur, Ubicatio Ubicationi, priori scilicet pereunti succedat posterior æquè fugax, inferioris notæ censendus est quàm impetus naturâ suâ aliquandiù permanens? labentia enim stantibus deteriora esse, cæteris paribus, quis neget? effectum autem causâ præstabiliorem esse non posse ipsa originis notio suadet, ne quid effectus habeat, quod non acceperit, aut aliquid causa dederit, quo ipsa careret. Non igitur impetum motus, sed motum impetus efficit.

Porrò cum definitas ad agendum vires unaquæque causa obtineat, certa est impetûs mensura, quæ cum innatâ movendi facultate ita adæquatur, ut eo quasi termino circumscripta censenda sit potentia movens, nec unquam validiore conatu possit se ipsa urgere; si tamen omnem impetum antecedente motu assumptum mente secernas. Et quidem omne animal (quippe cui inest appetitio & declinatio naturalis ejus, quod naturæ accommodatum est, aut infensum) non semper universam illam impetûs mensuram exequitur, sed ut vult, ita utitur motu sui corporis, quem aucto aut diminuto impetu modò intendit, modò remittit, pro ut interiore motu, rerumque appetitu stimulatur. Contrà verò inanimum non suo arbitrio motûs intentionem moderatur, sed naturæ juribus obsequens nihil prætermittit impetûs, & quantum eniti potest, opportunum in locum, sibique à naturâ constitutum, contendit. Cave tamen existimes parem esse lapidis ejusdem, & in aëre, & in aquâ descendentis impetum: natura scilicet ex medio dividendo, in quo perficiendus est motus, metitur impetûs modum.

Sed quoniam non pauca sunt, quæ motui sæpè adversantur, hinc est non semper eandem esse corporis se moventis velocitatem, quamvis pari impetu producto connitatur: deteritur nimirum tantum impetus, quantum satis est ad impedimentum submovendum. Sivè enim objectum corpus propellendum sit, sivè medij particulæ locum ægrè dantes divellendæ aut comprimendæ sint, sivè connexam molem pariter rapi oporteat, sivè quid-

quid aliud hujusmodi adsit, cui nisi vis inferatur, ut ex alio in alium locum migret præter naturam, irritus reddatur corporis in motum propensi conatus; satis constat illud motu agitandum esse exteriùs: atque adeò quantum impetus illi imprimitur oppositæ propensioni æquale, motui tantumdem subtrahitur.

In iis sanè, quæ alienâ vi extrinsecùs moventur, quia infinitè progredi non licet, aliqua demum origo deprehenditur, cui naturalis sit motus: natura siquidem vis est ciens motus in corporibus necessarios; ita tamen certis tenetur legibus universitatis rerum concinnitatem spectantibus, ut ne ab iis discedat, singularibus corporibus vim aliquam inferri permittat, ubi adversis propensionibus inter se confligentibus validior præstat imbecilliori. Sic quia nefas est aut corpora inanitatibus interjectis concisa hiare, aut unum in proximi corporis locum, nisi eo recedente, penetrare, aut diverticula flexionesque in motu sponte quærere; ideò & liquor in longiore siphonis, aut spiritalis diabetis, crure descendens continuum liquorem in breviore crure ascendere cogit, totumque ex vase demum exhaurit; & rapidè lapsus torrens saxa rapit, objectasque moles disjicit; & ad perpendiculum cadens lapis subjectum vitrum comminuit, suique vestigium in terrâ validiùs pressâ relinquit. Verùm illud firmum ac perpetuum est, quòd ubi plus violentiæ opus est, parem conatum languidior motus consequitur. Id quod in siphone A B C observare in promptu est, ex cujus osculo C inæqualis aquæ copia defluit paribus temporis intervallis: quò enim magis aquæ superficies in vase deprimitur, eò lentiùs aqua ex siphone dilabitur: quamvis scilicet aquæ crus B C implentis pares sint semper ad descendendum vires, si nihil, aut saltem non inæqualiter, repugnet,



aquæ tamen crus B D brevius; & B I longius, & B A adhuc longius implentis dispar est in ascensu repugnantia; ac propterea cum earumdem virium B C minor sit Ratio ad majorem resistentiam B I, quàm ad minorem B D, languidior quoque motus est descendentis aquæ ex B C, cùm graviorem aquam B I, quàm cùm minùs gravem B D sursùm trahere oportet. At

ſi externum ſiphonis crus ità decurtatum ſit in E, ut oſculum E & aquæ in vaſe ſuperficies I paribus abſint ab Horizonte intervallis, aquam ideò hærere, nec amplius ex E fluere conſtat, quia aquæ BE ad deſcendendum propenſionem, par aquæ BI repugnantia, ne aſcendat, elidit. Quòd ſi demum aquam in vaſe imminuas, ut ejus ſuperficies paulò infra I, atque adeò infra E oſculum deprimatur, non jam aqua hæret in E, ſed ſua per veſtigiâ in EB remeare cogitur, præponderatâ nimirum majore gravitate aquæ implentis crus paulò longiùs quàm BI, atque adeò quàm BE, quod illi ex hypotheſi conſtituimus æquale; tantóque velociùs ab aquâ interioris cruris raperetur exterior, quantò depreſſior facta fuiſſet in vaſe aquæ ſuperficies.

Hinc itaque fit, ut pro variâ corporis motui obſiſtentis repugnantiâ modò plus, modò minus impetûs reliquum ſit, quo motûs celeritas aut tarditas perficiatur. Et ſi tanta ſit eorum omnium, quæ motui moram inferunt, obſiſtentia, ut ad eam vincendam plus impetûs neceſſe ſit, quàm pro potentiæ facultate, tunc nullus efficitur motus, quo corpus ex loco in locum transferatur, ſed aliqua ex peregrino impetu fit partium compreſſio, aut diſtractio; neque enim omnes corporis particulæ homogeneæ ſunt, aut ita compactæ citrà omnes poros, ut nulla tenuiorum particularum compreſſio aut diſtractio conſequi poſſit. Quod ſi ea ſit corporis per vim movendi natura aut poſitio, ut nullum planè ſivè lationis, ſivè rotationis, ſivè vibrationis, ſivè conſtipationis, ſivè dilatationis motum concipere poſſit, aut violento in ſtatu permanere languido illo impetu, quem vis extrinſeca efficere valeret, nullum quoque impetum recipit; quippe qui idcircò imprimeretur, ut motum præter naturam efficeret, aut ut naturalem motum retunderet, aut etiam prorſus impediret. Quemadmodum enim ſi corporis alicujus ſpecificam gravitatem in aquâ mutari non poſſe conſtet, inferre continuò licet, corpus idem neque raritatem neque denſitatem in aquâ aſſumere poſſe; ex his ſiquidem ſpecificæ gravitatis mutatio oriretur: ita pariter ubi nihil haberi poteſt eorum, quæ impetum extrinſecùs impreſſum neceſſariò conſequuntur, impetum quoque abeſſe non immeritò conjectamus.

Si quis tamen animum diligentiùs adverrat, manifeſtò deprehendet

prehendet corpus idem magis repugnare motui, si celeriùs movendum sit, minùs verò, si tardiùs: sic ferreæ ansæ cubiculi ostio infixæ magnetem armatum applicui, & siquidem paulò velociùs magnetem traherem, disjungebatur ab ansâ; at lentiùs trahentem subsequebatur ostium, magnetis scilicet vim non superans, ubi lentè res peragebatur.

An non oneri, quod potentia præ sui tenuitate propellere non posse videtur, motus, qui momentis singulis sensum omnem fugiat, conciliari potest, adeò ut, si illa quidem constanter urgeat, elapso demùm longo temporis intervallo appareat? Sic incumbentem glebam tenerrimus nascentis frugis cauliculus tandem discutit; durissima marmora scindens caprificus loco movet; & ædificia subsedisse, ac inæquabile solum pressisse, rimæ demùm loquuntur. Tota igitur corporis, quod præter naturam movendum est, repugnantia metienda est, quâ ex principio ipso motum detrectante, quâ ex motûs celeritate, aut tarditate: adeò ut pro variâ horum connexione dispar movendi difficultas oriatur.

Ex quo fit impetu eodem moveri celeriùs posse corpus, quod minorem subit violentiam, tardiùs verò, cui vis major infertur, &, si eadem sit reciprocè Ratio tarditatis ad velocitatem, quæ est minoris violentiæ ad majorem violentiam, parem fore utrobique movendi difficultatem, cùm par sit repugnantia, quæ ex motùs tùm specie, tùm intentione componitur. Si enim moles aliquâ tantâ vi raptetur, ut, quo tempore decies arteria pulsum edit, passum unum conficiat; quantum virium adhiberi oporteat, ut paribus temporis momentis ad tres passus eadem moles promoveatur? utique, si cætera omnia paria sint, triplo majorem conatum adhibendum concedes, intensione extensionem compensante: nam quemadmodum iterùm ac tertiò repetendus fuisset prior ille conatus ad æquale semper spatium pari tarditate percurrendum; ita quamvis conatui conatus non succedat, triplici tamen conatu opus erit, ut tempore eodem motus ille triplo major perficiatur. Nonnè & agricolæ terram subigentes fossione glebarum, tam multiplices adhibent operas, quàm breviori tempore opus absolvere meditantur? Eò igitur magis resistit corpus motui, quò celeriùs agitandum est; contrà verò minùs repugnat, quò tardiùs.

Quare si duo sint corpora, quorum alterum alteri præstet triplo majori gravitate, atque hæc pari celeritate attollenda sint, disparem exigunt conatum pro gravitatis Ratione: si par sit eorum gravitas, motus autem alterius reliquo triplo velocior esse debeat, inæqualem pariter exigunt conatum, sed pro ratione velocitatis: si demùm & dispar sit gravitas, & inæqualis velocitas, eam esse constat repugnantiam, quæ tùm ex gravitate, tùm ex velocitate componitur; atque adeò si corpus alterum triplo gravius triplo etiam velociùs movendum esset, noncuplex esset ejus repugnantia; sin autem triplo levius triplo majori velocitate quàm corpus triplo gravius, moveretur, par esset eorum obsistentia, paremque conatum exigerent.

Hinc satis apertè constat, datâ tum resistentiarum, tum velocitatum Ratione, si gravitas altera nota sit, reliquam facilè innotescere: si nimirùm nota gravitas per suam velocitatem ducatur, & in datâ Ratione resistentiarum reperiatur huic producto terminus homologus; quo per ignotæ gravitatis velocitatem datam diviso, prodibit Quotiens index quæsitæ gravitatis. Sint duo corpora inæqualia, & ad ea movenda requiratur conatus in Ratione sesquialterâ, motus autem eorum sint ut 7 ad 8, & illud quod minùs resistit, moveturque velocitate ut 7, numeret gravitatis libras 4. Reliqui corporis validiùs resistentis, cujus velocitas est ut 8, gravitas sic invenietur.

Libræ 4 ducantur per numerum suæ velocitatis 7, & fit 28. Quia igitur resistentiæ sunt, ut 2 ad 3 ex hypothesi, & unius corporis resistentiâ, quæ ex gravitate & motûs velocitate componitur, est 28, fiat ut 2 ad 3, ita 28 ad aliud, & erit 42 resistentia alterius corporis composita ex ejus velocitate & gravitate. Atqui velocitas nota est 8; igitur divisâ totâ resistentiâ 42 per 8; prodibit quotiens $5\frac{1}{4}$ index quæsitæ gravitatis. Quare ad movendas libras $5\frac{1}{4}$ velocitate ut 8, requiritur conatus sesquialter conatûs necessarij ad movendas libras 4 velocitate ut 7. Eadem esto de reliquis ac similibus conjectura.

Ex his præterea manifestum est corporis per vim dimovendi resistentiam ex solâ naturâ, & principio insito, quod motui repugnat, absolutè definiri non posse; motum si quidem ab omni prorsùs celeritatis aut tarditatis mensurâ sejungere non possumus; idcircò non nisi habitâ ratione celeritatis, aut tarditatis, ex

ex quibus resistentia componitur, resistentia ipsa innotescere poterit. Quare & impetus à facultate movendi principium habente productus major sit necesse est, quàm dimoti corporis repugnantia; quæ varia prorsùs cùm sit, nunc quidem majorem, nunc verò minorem impetum exigit, ut ab eo vincatur; nam si pares confligerent vires, à neutrâ parte staret victoria.

Quod autem ad ipsam motûs originem spectat, ea, quæ vivunt, ab iis, quæ vitâ omnino carent, secernenda sunt: hæc enim (scilicet non viventia) propterea motum expetunt, ut violentiam, quam subeunt, excutiant, nec unquam à loco, seu statu, secundùm naturam opportuno sponte recedunt; quemadmodum eunti per singula constabit. Sic gravibus & levibus suis in locis quietem natura indixit, non motum; nec deorsum conantur aut sursum, nisi alieno in loco, hoc est, in medio dispari gravitate aut levitate prædito constitutâ: sic quæcumque elasticâ facultate pollent, motum non moliuntur, nisi cum sibi naturalem partium figuram, situmque reparare oportet. At motum, cujus origo vita est, natura perficit, etiamsi nulla præcesserit violentia: sic stirpes dum augentur, & crescunt, earum particulæ locum mutant; sic vitali facultate influentibus per nervos in animaliū musculos spiritibus,quos animales vocant,intenduntur musculi,motusque membrorum consequitur:quamvis ante motum nec stirpis particulæ,nec animalis membra vim ullā subierint in loco minimè congruo retenta.

Quæcunque igitur ob id ipsum in motum prona sunt, quia vim patiuntur, impetum illicò concipiunt, ac vis iis illata est, quo naturalem locum, seu statum, recipere valeant, licèt sæpè irrito conatu, nisi quatenùs adverso hoc impetu illatam ab obsistente violentiam retundunt, vim aliquam illi vicissim inferentes. Sic onera bajulorum humeros, quibus sustinentur, premunt, aut penduli brachij; ex quo suspenduntur, musculos ac ligamenta fatigant: id quod pariter in corpore inanimo cernere licet; quemadmodum enim ex diuturnâ prementis deorsum ponderis, ac musculorum sursùm urgentium luctâ, dissipatis spiritibus, lassitudo in animali oritur, ità pariter subjectum asserem longâ temporis morâ pondus curvat, aut etiam demùm frangit,& funem,ex quo pendet,non intendit solùm,sed etiam tandem aliquando corrupto particularum nexu disjicit.

Quo

Quo id autem pacto contingat, explicare operosum non fuerit funiculi texturam consideranti; ex tenuissimis scilicet linei aut cannabini corticis longâ maceratione, & plurimâ tunsione extenuati particulis in spiram contortis filum cohæret; ex filis autem plusculis in spiram pariter contortis funiculus, & pluribus funiculis crassiores rudentes conflantur: quod si dissolvatur omnis spira, non cohærent funiculi aut fili partes. Spira dissolvitur facta in contrarium revolutione; quò autem laxioribus gyris flectitur, eò faciliùs villi singuli ex cæteris, quibus implicantur, extrahuntur; & uno ab aliorum communione sejuncto, amplitudo spatij faciliorem exitum proximis relinquit: ex quo fit faciliùs semper ac faciliùs posse funiculum frangi; filo enim uno rupto, aut extracto, facilior est in contrarium revolutio, & spira fit amplior, ac reliqua fila faciliùs extrahûntur. Observamus autem non rarò appensum ex funiculo pondus aliquandiu in gyrum contorqueri; dum scilicet suâ gravitate deorsum connitens intendit funiculum, contorta fila in contrarium revolvuntur. Sed &, quamvis nulla fieret in contrarium revolutio, satis constat ex illâ intensione funiculum distrahi, ac produci; atque adeò spiram laxiorem fieri, paulatimque unum aut alterum villum educi, locumque fieri vaporibus, qui proximum villum corrumpentes faciliori scissioni parant, atque adeò, serpente lue, demùm non tot integri supersunt villi, qui possint ponderis gravitati obsistere, quin diffringantur. Ex quo satis apparet suspensum pondus, licèt non omninò descendat, impetum tamen concipere, quo retinenti repugnat, & vim aliquam vicissim infert.

Nec absimili ratione in reliquis vim patientibus contingere observabimus, ea scilicet moliri illicò naturalis statûs reparationem, aliquidque efficere, licèt tenuissimum, quod demum appareat, ubi temporis morâ augmentum ceperit. Sic hastam per vim inflexam si continuò dimittas, illa sese restituit, facultate elasticâ; at si dies aliquot, aut etiam diutiùs per vim sinuata permanserit, sibi dimissa antiquam rectitudinem non reparat; elanguit nimirùm facultas elastica, quæ ex violentâ particularum compressione aut distractione oriebatur. Cùm enim primùm hasta flectitur, particulæ concavam curvaturæ partem respicientes comprimuntur, contra verò, quæ convexam respiciunt,

ciunt, distrahuntur; quare tùm quæ raræ, tùm quæ densæ factæ sunt, dum vim illicò prorsùs excutere conantur, conspirant, ut pristinam hastæ rectitudinem moliantur: Quod si id non licuerit, hæ quidem aliam ex angustiis evadendi, quâ facilior patet via, rationem tentant, ita ut demùm subtilissimas in rugas crispentur, illæ verò sese ad angustiora spatia sensim recipientes mutuum nexum solvunt, tenuissimosque poros relinquunt, aut si qui priùs interjecti fuerint, ampliùs hiare permittunt. Id quod ubi jam contigerit, frustrà submoves, quæ admoveras impedimenta; & spontè curvaturam hasta servat, nisi fortè particulis omnibus adhuc per tempus non licuerit vim totam excutere; tunc enim se se languidiùs restituunt, pro ratione reliquæ violentiæ. Hinc patet arcum, quò fuerit contentus atque adductus vehementiùs, remitti aliquando, & manualium tormentorum rotas interdum laxari oportere, ne vis elastica languidior facta minùs utilis fiat.

Ex his igitur paulò enucleatiùs explicatis, in quibus longiore temporis fluxu motum aliquem tardissimum contigisse, atque adeò etiam impetum jam tum ab initio statim fuisse productum constat, conjecturam in reliquis capio, & ab iis impetum concipi statuo, quæ aut loco naturali dimota, aut incongruam partium positionem nacta id repetunt, quod natura exigit. Motus autem non pro impetûs tantum, sed & pro resistentiæ modo consequitur.

CAPUT III.

Quâ ratione semel conceptus impetus pereat.

UT impetûs natura, quam inquirimus, explicatiùs atque distinctiùs innotescat, ex quo pariter, quæ corpora, quâve ratione, impetum respuant, intelligamus, hîc nobis est vestigandum, quâ ratione conceptum semel impetum abjiciant: hinc nimirùm in uberiorem ipsius resistentiæ notitiam venientes ad explicandam motûs machinalis causam propiùs accedemus.

Et sanè conceptum impetum, naturâ suâ, nec stabilem semper permanere, nec ad unicum temporis punctum durare, satis constat: sivè enim spontè profluat ex naturâ debitum sibi locum quærente, sivè alienâ vi impressus suo loco corpus extrudat, perpetuus esse nequit; omnis scilicet motus terminum habeat necesse est; nam si violentus quidem est, perennis utique non est; sin autem naturalis, quem violentus præcesserit, certis definitur terminis; à loco enim, in quo quietem natura indixit, corpus infinito intervallo non abest, ac proinde ubi eum attigerit, demùm conquiescet, nec impetu perpetuo opus erit, cùm motum cessare oporteat. Sed neque temporis momento circumscribi impetum sivè in naturali motu acquisitum, sive in violento impressum, plura sunt, quæ palam faciunt: ut enim reliqua sileam nullæ essent funependulorum oscillationes, nullus emissæ sagittæ motus, si conceptus impetus illicò periret.

In duo autem veluti genera tribuendus est Impetus ex naturâ dimanans; alius Innatus, seu quasi insitus, alius Acquisitus dicitur. Innatum, seu quasi insitum, voco, non quem corpus jugiter obtineat, sive suo in loco, sive in alieno quiescat; sed eum, qui facultati se movendi præcisè respondet, nullo facto per continuam adjectionem incremento: quandiù enim corpus ita simili secundùm gravitatem corpore circumfunditur, ut naturali in loco consistere dicendum sit, quare conetur motum? conatum autem hîc ab impetu non distinguo: satis igitur citrà quemlibet impetum suo se tutatur in loco per hoc, quod eâ facultate sit præditum, quæ in contrariam partem conniti valeat illicò, ac vis inferri cœperit. Hinc nullum aquæ impetum tribuo intrà aquam consistenti; sed tunc solùm cùm situla plena è lacu extrahitur, ea aquæ pars impetum habet, quæ suprà subjectam lacûs superficiem aëre circumfusa motum expetit, quo suum repetat locum repugnans sustinenti. Impetum hunc, qui naturali se movendi facultati respondet, & est ipsa gravitatio, seu naturalis ad descensum propensio, Innatum voco, & is est, cui extrinseca causa repugnat motum impediens. Quòd si suspensum corpus sibi relinquatur, ita suum in locum contendit, ut vis naturalis æquè semper ad agendum applicata, nec impedita, momentis singulis novum impetum acquirat, qui propterea

Acquisitus

Acquisitus dicitur, & posterior priori additus intensionem efficit: sapienti sanè naturæ instituto; nam si corpora per se ipsa ac suâ sponte mota non accelerarent; sed naturalis motus planè æquabilis esset, tardè nimis locum suum consequerentur; atque adeò augendus continuò fuit impetus, ut & motus incrementum acciperet: at si innatus impetus valdè intēsus esset, corpora nonnisi ægerrimè aliò transferri, aut alieno in loco retineri pro animalium, & hominis utilitate possent; finge scilicet animo tibiam tanto impetu innato repugnare, ne attollatur, quanto impetu in aëre ex 200 passuum altitudine descenderet; quanto id tibi esset incommodo? Quare peropportunum accidit, ut vehemens non esset singularum particularum impetus innatus, qui tamen ubi motum efficeret, novâ accessione posset augeri.

Quod ad impetum Innatum spectat, quem à gravitatione ipsâ & proximâ motus exigentiâ non sejungo, utique frustrà esset, si omni prorsus effectu careret; impetus autem motum aut efficit, aut saltem exigit: propterea illum statim perire autumo, ac fuerit corpus in loco suo: Id quod hoc deprehendes experimento. Scrobem defossâ humo altè excavato; situlam aquæ plenam, & noti ponderis, intrà illam suspendito; tùm aquam in scrobem tantâ copiâ derivato; ut situlam usquequaque circumplectatur: illicò evanescet totius aquæ priùs in situlâ gravitantis pondus, quin & situla ipsa pro gravitatum secundùm speciem dissimilitudine levior apparebit, ut ex Hydrostaticis constat. Periit ergo innatus impetus, quo aqua situlam replens descensum moliebatur.

At impetum Acquisitum non continuò perire, ac eò ventum fuerit, ubi quiescendum esset, hinc saltem disces, quod ligneum globum aquæ cæteroqui innataturum si in sublime attollas, & ex illâ altitudine cadere permittas, infrà aquæ superficiem descendere, ac penitùs immergi videbis; quamquam postea emergat, & ubi aliquoties subsultaverit, demùm pro gravitatum aquæ, & ligni disparitate emersus quiescat. Quæ sanè immersio, nisi Acquisitus impetus adhuc duraret, omninò non contingeret. Verùm nihil rem per se satis abstrusam æquè in lucem evocat, ac funependulorum motus; plumbum enim ex filo suspensum, & à perpendiculo dimotum, ita descendens

arcum describit, ut ferè parem arcum, & vix (aut fortè ne vix quidem) minori tempore ascendens describat. Cui autem, repugnante plumbi gravitate à naturâ insitâ, tribuatur ascensus, nisi impetui acquisito dum descenderet, adhuc post descensum duranti? Quemadmodum verò in descensu posteriores motûs partes prioribus velociores sunt, factâ nimirum novi impetûs accessione, ita ex opposito ascensus ex celeritate in tarditatem desinit, factâ acquisiti impetûs decessione continuâ, donec ita elanguerit, ut gravitas ipsa superet, & iterum descendens alternas vibrationes efficiat. Perit igitur Acquisitus impetus non totus simul; sed sensim extenuatur; idque non aliâ ratione, quàm quâ proportione impeditur motus, quocumque tandem ex capite impedimenta oriantur. Cum enim impetus contrarium impetum non habeat, si præcisâ quidem impetûs natura spectetur (quippe qui unus & idem contrariorum motuum origo est, ut ex funependulis ultrò citróque sponte vibratis & ex pilâ lusoriâ deorsum cadente, ac vi concepti impetûs sursum resiliente, constat) reliquum est, ut pereat pro ratione eorum, quæ aut motui corporis obsistunt, aut illud aliò quoquomodo dirigunt.

A B E D F H G I M L N K C

Præstat autem hîc funependuli motum paulò attentiùs considerare. Sit plumbeus globulus B filo A B connexus clavo in A. Si globulo liceret, quâ impetus innatus urget viâ, descendere, utique rectam B C percurreret; sed funiculo retinente cogitur arcum B K describere, adeò ut semper in alio & alio plano inclinato constitutus, alia, & alia habeat gravitatis momenta, ut lib. 1. cap. 15 explicatum est; hæc autem sunt pro Ratione Sinuum angulorum declinationis à perpendiculo A K. Quare totum momentum, quod in B esset ut A B, singulis momentis in descensu libero per rectam B C paribus saltem incrementis augeretur (Quicquid sit an etiam pro Ratione duplicatâ temporum, de quo alias disputabimus) sed cum à rectitudine deflectat, cum venerit in D, non additur momentum ut E F, sed ut E D: similiter in G momentum non est

est ut HI, sed ut HG. Augetur igitur impetus in descensu BK non omninò pro Ratione momentorū temporis, quo motus durat, sed pro Ratione momentorum gravitatis, quæ subinde obtinet minora & minora; pars siquidē impetûs ab insitâ globuli gravitate producti deteritur in intendendo filo, quo retinetur. Quapropter ubi in K venerit per arcum BK, non tantum habet impetûs, quantum si per lineam perpendicularem arcui BK æqualem descendisset; in motu enim ad perpendiculum cum nihil retineat aut impediat, totus impetus ad descensum urget velociùs, quàm ubi repugnat aliquid. Ex quo fit quod, cùm arcus BK ad Radium AB, hoc est ad BC æqualem, sit proximè ut 11 ad 7, ex Cyclometricis, multò plus temporis in percurrendo arcu BK, quàm in rectâ BC, insumitur; tardiùs scilicet movetur quàm in perpendiculari, quæ ad BC esset ut 11 ad 7. manente itaque, quamdiu corpus naturâ urgente movetur, impetu acquisito, qui resistentiam excedit, in fine descensûs in K totus impetus est ut aggregatum omnium Sinuum Quadrantis: at in perpendiculari BC in fine descensùs in C esset ut aggregatum omnium parallelarum ipsi AB in Quadrato AC; ac propterea (in re Physicâ si liceat cum geometrizantibus per Indivisibilia ratiocinari) erit impetus per arcum BK acquisitus ad impetum per rectam BC acquisitum ut Quadrans ABK ad Quadratum AC, hoc est ut 11 ad 14, ex iis quæ in Cyclometriâ demonstrantur.

Quoniam verò ubi ad perpendiculum AK globulus descendens venerit, nihil objicitur, quod motum prorsùs impediat, quin ad easdem partes pergat ferri ex præconcepti impetûs directione, non sistit in perpendiculo; sed ulteriùs pergens ascendit, nec nisi per arcum circà centrum A, funiculo scilicet retinente. Sed jam repugnat ascensui gravitas plumbi, non quidem quantum in perpendiculo KA, verùm pro ratione Sinuum angulorum declinationis; qui cum semper ascendendo crescant, major est etiam momentorum gravitatis Ratio nitentium contrà impetum descendendo acquisitum. Quare tantum abest, ut novus singulis temporis punctis impetus sursum directus producatur, ut potius ex eo tantumdem dematur, quanta est ascendentis plumbi repugnantia. Hinc est ascensum initio velociorem esse, quia adhuc multus est impetus acquisitus, & pro

Sinuum declinationis brevitate, exigua illius pars deteritur, atque adeò motus efficitur celerior: quia verò diminuto sensim impetu,& auctis cõtrariæ gravitatis mométis pro Sinuum declinationis increméto,minor fit ipsius impetûs ad contrariũ nisum Ratio,tardior sequitur motus,& plus acquisiti impetûs perit,donec demùm prorsus evanuerit, & superante gravitate globulus iterum descendat. Quamvis autem si positio sola spectetur, iisdem Reciprocè gradibus minui videatur impetus, quibus fuit auctus, totidemque momentis temporis, ita ut quantum postremo temporis puncto accessit, tantumdem primo decedat, adhuc tamen aliqua est obsistentiæ appendicula ex aëre dividendo, ac propterea paulo ampliùs extenuatur impetus acquisitus, quàm pro Ratione incrementi Sinuum declinationis: quò autem velocior est motus, magis etiam aër dividendus comprimitur, densatúsque plus obsistit quàm rarus; quòd si medium non fuerit compressionis capax, sàltem æquali tempore plures medij partes scinduntur, quàm in motu tardiori, ac propterea etiam multiplex est medij resistentia: Ex quo fit arcum ascensûs paulò minorem semper esse arcu descensûs, &, cum vicissim globus remaneat ex humiliore loco ac priùs descendens, breviorem pariter secundi ascensûs arcum perfici, atque ita deinceps, ut servatâ eâ in motu semper minori reciprocando constantiâ demum quiescat in perpendiculo.

At, inquis, dura magis obsistunt corpori, ejúsque motum validiùs impediunt, quàm mollia, quæ dum se comprimi patiuntur, & loco paulisper cedunt, motui aliquantulùm & ex parte obsecundant: si igitur pro Ratiône impedimenti debilitatur acquisitus impetus, minus detrahitur impetûs corpori, quod ex alto decidens à substratis paleis excipitur, quàm si ad saxum allideretur; vehementiùs igitur à luto quàm à saxo reflecteretur, contrà quàm docet experientia.

Fateor eburneum globum segniùs resilire delapsum in glebam humore perfusam, quàm in marmor; non tamen his consequens est, ut impetûs acquisiti diminutioni alius statuendus sit modus, quàm ex impedimento: ubi enim globus cadens extimam subjecti corporis superficiem attigerit, non quiescit, sed pergit moveri, aut deorsùm comprimendo corpus molle, aut illicò sursùm reflexum à duro. Ita autem à corpore molli excipitur,

cipitur, ut licèt hoc cedat, impediat tamen & remoretur motum; ac proinde quò magis cedit subjectum corpus, eò diutiùs movetur globus cum ipso, vel intrà ipsum; atque interea plus impetûs perit: quid igitur mirum, si languidiùs postea resiliat, cum exigua impetûs portio reliqua sit? Quòd si durū esset subjectum corpus, impetu nondum debilitato reflecteretur validiùs. Hinc fieri potest adeò molle esse subjectum corpus, ut dum illud penetrat decidens globus, tantum impetûs deperdat, ut, quod reliquum sit, non satis sit ad vincendam insitam globo gravitatem, qui propterea neque resilire valeat. Quamvis itaque corpus molle minùs obsistat quàm durum, diutiùs tamen resistit; & per aliquot momenta aliquoties diminutus impetus minore mensurâ; eò decrementi venire potest, ut magis imminutus demum fuerit, quàm si unico momento magis obstitisset corpus durum. Cæterùm paribus momentis plus perit impetûs ex allisione ad corpus durum, quàm ad molle, quippe quod magis opponitur motui. Porrò huic rei explicandæ similitudo aliqua peti posset ex luce, cui sanè si contingat per medium diaphanum quidem, sed densum, pergere, languidiùs multò reflectitur à speculo, in quod incurrit, si densioris medij longior fuerit tractus, quàm si brevior, perinde atque eò minùs reflectitur corpus, quò molliori magísque subsidenti corpori occurrit. sed quoniam quæ de luce dicenda essent, fortè obscuriora acciderent, ab hujusmodi similitudine prudēs abstineo.

Sed ex illud est in durorum corporum collisione observandum, quod aliqua particularum compressio aliquando contingit sivè in alterutro, sivè in utróque, quæ se facultate elasticâ restituentes motum reflexum juvant: id autem manifesto experimento constat in pilâ ex gummi, ut vocant, Indico, quæ ad terram elisa frequentissimè subsultat; at ubi in corpus molle incidit, neque hujus neque illius partes violentam compressionem subeunt, quam sese restituentes excutere debeant. Sic & pilâ in sphæristerio ludentes satis nôrunt eam validiùs reflecti objecto recticulo, quàm ligneo batillo; intenti scilicet nervi ex contortis siccatísque animalium intestinis reticulum constituentes cùm pilæ ictum excipiunt, flectuntur quidem aliquantulum; sed illicò sibi pristinam rectitudinem reparantes pilam excutiunt (id quod ligneo bastillo non contingit) novoque hoc

impetu

impetu auctus reliquus pilæ impetus motum quoquè efficit majorem: quòd si in reticulo flaccidi, & remissi sint nervi, languidè pila reflectitur.

Ad quandam autem reflexionis speciem pertinere censenda est concussio, sive vibratio, aliquarum saltem corporis partium, ubi totum ex reliquo impetu resilire nequit: sic corpus ita attollens, ut summis pedibus innitaris, postmodum recidens in talos, eò validiorem partium concussionem percipies, quò velociùs recides. Simile quid etiam in inanimis contingere ratio suadet, neque enim ita semper solida aut prorsus homogenea tota moles est, ut nullæ omninò partes concuti valeant: quin etiam allisi corporis partes, si non adeò tenaci vinculo inter se cohæreant, ex reliquo impetu aliæ aliò distractæ desiliunt.

Hinc, docente naturâ, ex alto desilientes ubi terram pedibus attigerint, genua antrorsum inflectunt, quasi calcaneis insessuri, ne conceptus ex saltu impetus superiorem corporis partem deorsum validiùs urgens subjectas tibias, & genua ita premat, ut inde divisio aliqua membrorum, aut ossium luxatio, aut nervorum seu tendinum nimia distensio dolorem gignat: hoc autem valet illa genuum inflexio ad extenuandum impetum, quod & flexili mollitiâ subsidens terra uliginosa, si quando lapis in eam ex alto deciderit. Sic Atlas Sinicus pag. 123. in XI. Provinciâ Fokion, ubi sermo est de flumine Min, quod violento cursu per saxa volvitur, ait naves, quibus ibi navigatur, ex diverbio vocari *Papyraceas, eo quòd tenuibus ac minimè resistentibus constent asseribus, imò ne clavis quidem compaginatis; sed vimine quodam lentissimo; unde tametsi in saxa impingat navis, sæpè tamen minimè rumpitur, quia vix resistit.* Et pag. 127. de catadupis aquarum in flumine per quod ad Jenping navigatur loquens ait. *Cum naves transeunt, ne cum aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, scitè præmittunt nautæ aliquot straminis fasces, ad quos navis leviùs impingat, ac transeat.*

Jam verò ad impetum extrinsecùs impressum mentem oculosque intendentes non illum semper momento perire animadvertimus, aut illicò, ac externus agitator cessat.

Unde enim fit, ut concitato navigio, cùm vela nautæ contraxerunt, aut remiges inhibuerunt, retineat tamen ipsa navis motum & cursum suum, intermisso ventorum incursu, pulsúve remorum?

remorum? nisi quia navis, etiam nullo impellente, vi impressâ urgetur. Quid rhedam cursu procedente faciliùs quàm initiò promovet, equis licèt languidius connitentibus? cúrve onus aliquod ingens protrudentes, aut trahentes hoc maximè cavent, ne contentionem illam quies interrumpat, experientiâ satis edocti incitatum semel minori labore propelli, quàm commoveri quiescens? nisi quia reliquus ex priore motu impetus adhuc perseverans posteriorem motum juvat. Hoc tamen tria hæc differunt, quòd onus, cessantibus iis, qui protrudebant, consistit illicò (nisi fortè volubilitatem habens, aut subjectis cylindris innixum, adhuc modicum quid volvi aut progredi pergat) rheda currentes equos subitâ funium abruptione disjunctos sequitur ad passus aliquot non adeò multos pro viæ æquabilitate præcedentisque velocitatis ratione; navigium verò submissis antennis, remísque cessatione torpentibus aliquandiu, intervallo non sanè contemnendo, provehitur. Oneris scilicet motui, cui volubilitatem neque ars, neque natura dederit, impedimento est ipsa extremitas aspera subjectam planitiem salebris quandóque non carentem contingens, gravitasque ita validè premens, ut major futurus esset partium tritus, quàm pro impetûs modo, qui reliquus esset, superari posset: Id quod currenti rhedæ idcircò non contingere planum est, quia licèt nihilo levior sit quàm onus protrusum, minùs tamen rotarum modioli leniter cum axibus confligentes motum retardant. At navis sponte suâ innatans, ventorum incursione, remorúmve pulsu diutiùs acta, vix, aut fortè ne vix quidem, mole suâ reluctatur, nisi quatenus diffindenda est aqua; nec sinè multo facilitatis compendio; prior siquidem unda, quam prora impellens excitat, aliam ante se urget ad easdem partes: propterea impressus navi impetus modicum nactus impedimentum diù durat, illámque promovet. Quare idem de impetu extrinsecùs assumpto dicendum est, quod de acquisito; nimirùm minui pro Ratione eorum, quæ instituto motui obsistunt, aut etiam prorsùs perire.

Præter ea autem quæ utrique motui tùm naturali, tùm violento æquè opponuntur, (cujusmodi est medium dividendum, objecti corporis occursus, aut contingentis tritus atque conflictus; retinaculum, quod certo limite motum definiat, & alia

id genus) illa est externo impulsui peculiaris repugnantia, quæ ex inhærente corpori gravitate oritur, sivè illi innatus impetus, sive acquisitus modum statuat. Neque id simpliciter tantùm, sed comparatè considerandum est, quam scilicet in plagam impulsus motum dirigat, & quatenus gravitatis propensioni opponatur. Quemadmodum enim qui in pilâ aromata pinsunt, nihil repugnantem, quin & impulsui obsecundantem, experiuntur pistilli gravitatem deprimentes; contrà verò attollentes fatigat eadem gravitas directò deorsum urgens; medium autem quiddam tenet in obsistendo, si motio transversæ contingat; sicut experiri licet, si ex funiculo pendens idem pistillus à perpendiculo dimoveatur; minore enim conatu opus est: ita quò minùs in oppositam gravitati plagam dirigitur impulsus, eò etiam diutiùs perseverat minus habens impedimenti. Hinc est quod gravitas æquabiliter toto corpore fusa si aut ex centro suspendatur, aut coni apici insistat, levi negotio, ac satis diù, in gyrum convertitur; innatum videlicet gravitatis impetum vis ipsa suspendens aut sustentans elidit; nihil verò impulsum remoratur præter aut funiculi suspendentis spiras paulò spissiores, aut tritum cum subjecto cono, aërisque dividendi resistentiam; quæ tamen si tollatur in corpore orbiculari circà centrum commoto, etiam longior fit conversio. Sic ferream sagittam palmarem crassiusculam instar acûs magneticæ in æquilibrio constitutam levissimo impulsu ac diutissimè in gyrum agi observavi; vix enim acutissimum verticem, cui innitebatur, terebat, & aëris intrà eumdem gyrum circumducti modica erat resistentia. Id autem multo luculentiùs apparet in verticillo, cujus axem perpolito alveolo insistentem extremo pollice ac indice leviter comprimens, ac paulò celeriùs vertens, eò diuturniori vertigine contorqueri videbis, quò pauciores minoresque offenderit in subjectâ tabulâ asperitates, ad quas allisus paululùm inclinetur, aut aliò reflectatur.

Quòd si magnetis polo ritè armato chalybeum axiculum congruo verticulo instructum admoveris, ut planè à magnete suspendatur, tùm summis digitis opportunè axem terentibus vertiginem ei delicatè ac molliter conciliaveris, miraculi loco tibi erit tàm diuturna conversio; quippe cui non subjecti alveoli asperitates saltitare cogentes, non gravitas ipsa premens, tritum-

que

que augens, non suspendentis funiculi violenta contortio obsistunt, motúmve aliquatenus impedientes impressum impetum imminuunt; sed magnetico radio suspensus intra se perpetuò volvitur lævissimum chalybem magnetis polo adhærentem lenissimè terens.

Illud etiam in motu, qui ab extrinseco provenit, considerandum est, quòd contingere potest duos adesse motores, qui corporis motum in diversas partes dirigant: quare alter alteri obsistit, & motus ex duplici directione compositus is est, qui non respondeat mensuræ duplicis illius impetûs, si singuli integrè accipiantur. Constat enim, si æquabili & æquali conatu urgeant corpus, moveri aut per diametrum Quadrati, si directiones sint ad angulum rectum constitutæ; aut per Diagonalem lineam Rhombi, si directiones obliquæ sint: si verò æquabiles quidem sint, sed inæquales conatus, per diametrum Rectanguli aut Rhomboidis moveri, pro ut ad rectum aut obliquum angulum directiones sibi invicem respondent. Semper autem minor est motus quàm pro duorum illorum impulsuum ratione; diameter siquidem brevior est aggregato duorum adjacentium laterum. Quòd si æquabiles non sint impetus, vel saltem alter æquabilis sit, alter acceleratus aut retardatus, linea curva describitur; quæ pariter minor est duabus rectis, quæ vi singulorum impetuum describerentur; ab illis si quidem continetur.

Hîc tamen advertendus animus est, & observare oportet æquabilem impulsum (si continuus sit, nec morulis interruptus) esse non posse, nisi ab animali semper æqualiter conante efficiatur; quia gravium descensus naturaliter acceleratur; elasmata verò dum se restituunt, semper languidiùs singulis momentis conantur, si quidem virtus elastica consideretur: quamquàm pòsteriore momento quod est reliquum prioris impetûs, intensionem efficit additum posteriori licèt remisso. Vix igitur contingere potest motum unum à duplici impetu extrinsecùs impresso fieri per lineam rectam nisi corpus à duplici motore æquabiliter urgeatur.

Cum itaque impetus acquisitus, aut aliundè impressus, sit qualitas propter motum instituta, quæ non nisi in motu producitur, ita pariter nisi in motu, & cum motu non conserva-

tur. Quare ſi corpus eò deveniat, ut nullo prorſus pacto agitari queat, aut interiore motu cieri, quo momento impeditur motus, ne ſit, eo momento impetus perit, ceſſante videlicet causâ effectivâ ab ejus conſervatione eo ipſo quod ceſſat finis, propter quem impetus eſt. Quod ſi impedimentum occurrat non prorsùs motum tollens (ut ſi globus in plano horizontali rotatus veniat ad planum inclinatum, per quod ex concepto impetu aſcendat) tunc pro ratione impedimenti extenuatur impetus, donec tandem pereat.

CAPUT IV.

Quâ ratione vis movendi cum impedimentis comparetur.

MOtus omnis nec in oppoſitas, nec in diverſas plagas, ſed per certam lineam dirigitur; unico quippe in loco, non in pluribus, eodem temporis puncto eſſe poteſt corpus.

Nihil igitur motui moram & impedimentum inferre poteſt, niſi directò aut obliquè illi ſecundùm eam lineam, per quam inſtituendus eſſet, antè, ponè, ad dextram, ad lævam, ſurſum, deorſum opponatur. Si enim duo corpora eâdem pergerent viâ, & maximâ velocitatis, aut tarditatis conſpiratione conſentirent, tunc neque poſterius ab eo quod antè eſt, traheretur, neque prius à poſteriore urgeretur, neque alterum alteri impedimento eſſet. Hinc manifeſtum eſt non poſſe impedimentum ſuperari, quin ei vis aliqua inferatur.

Rem porrò univerſam duas in partes tribuere poſſumus, ut duplex Reſiſtentiæ genus ſtatuatur; Formalem alteram, alteram Activam ſcholæ vocarent. Corpus enim, quod obſtat, aut retinet, ſi motum prorsùs nullum conetur inſtituto aut deſtinato motui adverſantem, reſiſtit quidem, ſed Formaliter; nihil ſcilicet efficit, quo repugnet, ſed ſuo tantùm ſe tuetur in loco: Sin autem & contrà nitatur, aut retrahat, jam non obſiſtit ſolùm, ne loco per vim dimoveatur; ſed etiam impetum in contrariam

trariam plagam directum efficit, cujus vi motum impedit, ac propterea Activè resistit. Huic autem verbo, cùm *Resistere* dicimus, subjecta notio est, in causâ esse ne motus fiat, aut saltem non eâ velocitate, quæ virtuti movendi non impeditæ cæteroqui responderet. Sic paries, in quem incurris, tibi resistit Formaliter, ne procedas, & aqua stagnans, cui collo tenus immergeris, progredienti resistit Formaliter, ne velociter, sicut intrà aërem movearis pro ratione impetûs, quo conaris progredi: qui verò occurrens te repellit, ut si coneris contra ictum fluvij, non Formaliter tantùm, sed etiam Activè resistit; non solùm enim obstat, quia ejus in locum succedere non potes, nisi eum loco dimoveas, sed etiam tibi adversum impetum imprimit, ut te loco extrudat.

Cum itaque impedimenta motûs externo impetu submovenda sint, virtus autem movendi certa sit ac definita, constat vires omnes, quæ in corpore promovendo, si nihil obstaret, exercerentur, duas in partes distrahi, ad movendum scilicet corpus, & ad tollenda impedimenta, Concipit igitur impetum, qui motum efficiat, & obstanti corpori impetum imprimit, ut loco cedat. Quid igitur mirum, si distractis viribus languidior sequatur motus? Quia verò quò majori velocitate corpus obstans propellendum est, aut trahendum, majori quoque impetu impresso opus habet, palàm est majorem quoque in propellente, aut secum rapiente, impetum requiri, ut majorem resistentiam vincens se ipsum pariter moveat.

Hic autem quid monuisse oporteat vim resistendi superandam esse à virtute movendi? quis enim ambigat, an, si pares illæ fuerint, nullus futurus sit motus? Quòd si impedimentum prorsùs immotum adversùs conantem perstat, nullum pariter recipit impetum; qui scilicet, etiam si priùs fuisset, motu cessante periret. Hinc in animali defatigatio membrorum oritur, quando prorsùs in irritum conatus cadit; impetus enim, quem concipit, ut æqualem motum imprimeret impedimento, si hoc superari posset, in animali ipso motum aliquem efficit, sed quia progredi vetatur ab ostante aut retinente impedimento, impetus ille non totius animalis motum ulteriùs promovet; sed membrorum partes alias comprimit, alias distendit, unde & dolor aliquis, & lassitudo provenit. At si corpus, cui motus debetur,

cùm inanimum ſit, nequeat impetum, quemadmodum animantes, ex arbitrio temperare, & quia ſolidum eſt ac durum, nullam pati compreſſionem aut diſtentionem partium poſſit, ſicut & corpus obſtans aut retinens compreſſionem omnem aut diſtentionem reſpuit; tunc nullum concipit aut imprimit impetum præter innatam gravitationem, aut levitationem, cùm per vim in loco non debito detineatur. Ex hoc conjecturam capere licet de eo, quod contingit, quando virtute movendi reſiſtentiam vincente impedimentum ſubmovetur; impediri videlicet, ne producatur motus, juxta reſiſtentiæ modum atque menſuram; quæ ſicuti non quâlibet minimâ vi ſuperari poteſt, ita majori cedit.

Verùm quonam id pacto contingat, ut explicare conemur, illud obſerva, quòd ſi corpus idem quadruplo velociùs moveri debeat, ac moveretur priùs certâ impetûs menſurâ, utique quadruplo majorem impetum exigit, ut pro impetûs intenſione aut remiſſione velocior aut tardior ſequatur motus. At ſi corpus aliud movendum quadruplo gravius exhibeatur, in hoc impetus ille quadruplex ſubquadruplam efficiet intenſionem, ac propterea etiam motum habebit tardiorem, ſi cætera ſint paria, pro impetûs intenſione. Si cætera, inquàm, ſint paria; ſæpè enim aër, aut aqua plus velociori motui reſiſtunt, quàm tardiori, & moles major efficit, ut non omninò velocitas intenſioni impetûs reſpondeat. Hæc tamen nunc mente ſecernamus, perinde atque ſi nihil officerent motui.

Quoniam igitur motus ab omni velocitatis aut tarditatis menſurâ ſejungi nequit, finge corpus per vim movendum hujuſmodi eſſe, ut ſpectatâ mole ſeu materiâ, ac ſpecificâ gravitate, ad percurrendum ſpatium paſſuum 100 unius horæ quadrante, indigeret impetu, cujus intenſio eſſet particularum 4 in ſingulis corporis movendi partibus: molem autem, exempli gratiâ, diſtinctam concipe in particulas 100 minimas. Quare ſpectatâ tùm extenſione tùm intenſione impetûs, neceſſe eſt illi à motore imprimi impetûs particulas 400. Quòd ſi corporis per vim movendi moles ac materia eſſet quadruplex alterius, ſi nimirum ratione materiæ extenſionis particulas haberet 400, jam impetus idem ſubquadruplam efficeret intenſionem, & ſingulæ impetûs particulæ ſingulis corporis particulis ineſſent; atque adeò

adeò etiam hujus velocitas esset subquadrupla prioris velocitatis: par tamen utrobique esset, illud quidem velociùs, hoc tardiùs movendi difficultas, cum in utroque particulas 400 impetûs produci oporteret; utriusque enim impetûs extensiones & intensiones essent Reciprocè in eadem Ratione. In corpore itaque, ex quo motus originem ducit, tanta vis movendi inesse debet, ut & corpori impedienti, quod submovetur, congruentem motui impetum imprimat, hoc est particulas 400, & ipsum se pariter promoveat: nihil enim accepto extrinsecùs impetu agitatur à motore prorsùs immoto, ut eunti per singula patebit.

Jam verò quoniam idem corpus modò remissiùs, modò concitatiùs moveri pro impetûs intensione videmus, probabilis conjectura est in iis, quæ non suo arbitrio, sed naturæ reguntur imperio, totum impetum produci, qui virtuti efficiendi respondet: hæc autem in impedimento, cujus resistentia vincitur, impetum eâ intensionis mensurâ imprimit, quæ illi motûs velocitatem conciliet ipsius corporis moventis velocitati congruentem, adeò ut movendi facultas totas suas vires exerat partim impetum imprimens submovendo impedimento, partim motum efficiens in ipso corpore: ex quo fit quod eò remissiorem motum in se motor efficiat, quò major secundùm intensionem impetus impeditur ab impedimento. Sic plumbeus globus bilibris si, funiculo excavatæ volubilis orbiculi curvaturæ inserto, connectatur cum globulo subduplæ gravitatis, non eâ velocitate descendit, quâ descenderet sibi relictus absque ullâ appendice; velociùs tamen movetur, quàm si esset globuli adjuncti tantùm sesquialter; quia scilicet ut ad æqualem velocitatem temperentur motus tùm impedimenti sursùm, tùm corporis moventis deorsùm, minor intensivè impetus impediendus est à globulo subduplo quàm à subsesquialtero; ac propterea major est secundùm intensionem reliquus impetus motum efficiens concitatiorem.

Quòd autem à globo descendente imprimatur impetus globulo, quem sursùm trahit, hinc constat, quod si globulus ille non sit admodum gravis, tùm demùm subsilit, ubi globus velociter descendens subjectum planum attigerit: quid enim illum subsilire cogeret quiescente jam globo, à quo trahebatur, nisi adhuc aliquid impressi impetûs remaneret? At quòd impressus

pressus hîc impetus non ab ipso motore, sed ab impetu, quem ille concepit, proximè efficiatur, hinc sibi suadent plures, quia ex alterâ parte impetum ab impetu produci posse manifestum videtur ex percussionibus projectorum, ut cùm globus projectus in quiescentem globum impactus illum trudit; ex alterâ causam proximam effectui homogeneam congruenter naturæ statuimus; sic enim & calorem in nobis à calore potiùs quàm à substantiâ ignis proximè produci existimamus. Sed quid de percussionum impetu dicendum sit, suo loco constabit inferiùs.

Motoris demùm velocitatem intensioni impetûs concepti non respondere experimur, cum valdè conantes ut onus raptemus; parùm progredimur; at si funis ex improviso abrumpatur, illicò corruimus, impetu scilicet concepto motum validiùs efficiente, ubi desierit impetum oneri, quod raptabatur, imprimere.

Hinc fit quòd, si ea fuerit corporum dispositio, ut impedimentum tardè submovendum sit, ac proinde remissiore impetu opus habeat, qui sibi imprimatur; corpus verò, cui motus omnis tribuitur, non æquali tarditate cum impedimento ferri necesse sit, sed velociùs præ illo moveri possit, hoc sanè eò minùs habet resistentiæ, quò minorem in intentione impetûs mensuram impedimento eidem imprimere debet, ut illud submoveatur. Contrà verò si ita fuerint disposita, ut impedimentum velociùs præ ipso motore moveri oporteat, multò magis resistit, quàm si pariter moverentur, plus enim impetûs imprimendum est, ut motus consequatur.

Hactenùs resistentiam potissimùm Formalem, impedimento nihil in adversum conante, contemplati sumus; jam ad Activam transeamus, cum scilicet duo corpora invicem aut omninò, aut ex parte repugnant, quia motum in diversas aut opposítas plagas directum moliuntur. In medio vase aquâ pleno statuatur lignea tabella crassiuscula, eique lapis imponatur: dum illa conatur ascendere, hic descendere, se invicem urgent; sed cum se vicissim permeare nequeant, si paribus quidem viribus confligant, sine motu consistunt; sin autem imparibus, aut ambo ascendunt, aut ambo descendunt, pro ut sive tabellæ levitas, sive lapidis gravitas oppositam vicerit. Quod si lapis tabellæ non impositus, sed suppositus, arctè tamen connexus

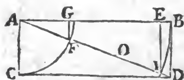
fuerit,

fuerit, adhuc contrarios motus conantur, non se tamen invicem urgent, sed vicissim retrahunt, quandiù vinculum non revellatur, aut rumpatur. Hic verò subdubitet quispiam, utrùm corpora, quæ contrario nisu reluctantur, sibi vicissim impetum imprimant, nec ne, aut æqualem, si pares fuerint vires, aut, si impares, inæqualem: Quando enim ob virium æqualitatem utrumque corpus consistit, eodem pacto quies sequitur, si unumquodque suam gravitationem aut levitationem servans nihil alteri imprimat, ac si lignea tabella levitans partem impetûs sursum directi conferat imposito lapidi, à quo gravitante vicissim recipiat tantumdem impetûs deorsum directi; ex quo fiat, ut lapis habens concepti ac innati impetûs deorsum directi vires æquales viribus impetûs sursum directi consistat, idemque in ligneâ tabellâ contingat. Cùm verò inæquales fuerint vires, id quod validius est, eodem modo superat, sive nihil contrarij impetûs ab infirmiore opposito recipiat, sed minorem motum vi sui impetûs producat pro ratione virium, quibus superat; sivè partem impetûs contrarij recipiat, quæ proprij impetûs vires attenuet.

Quotidianum est hujus æqualitatis aut inæqualitatis experimentum in iis, quæ innatant humori; hæc enim humori imposita, quia in aëre gravitant, descendunt; pars verò immersa levitat in humore; prægravata tamen à reliquâ parte extante deorsum adhuc urgetur, donec inter partem immersam & extantem fiat æquilibrium, & tantumdem pars immersa levitet in humore, ac extans gravitat in aëre. Sic massa plumbea argento vivo imposita descendit, donec molis plumbeæ pars $\frac{2}{13}$ extet; est enim specifica plumbi gravitas ad specificam mercurij gravitatem ut 11 ad 13. levitat itaque plumbum in mercurio ut 2, gravitat in aëre ut 11; igitur plumbeæ massæ partes 11 levitantes singulæ ut 2 parem habent conatum sursum, ac partes 2 gravitantes singulæ ut 11 conantur deorsum. Quòd si ita deprimeretur plumbum, ut ejus partes 12 immergerentur, & una extaret; jam unica pars gravitans ut 11 vinceretur à partibus 12 levitantibus singulis ut 2, ac propterea adhuc pars una emergeret: quemadmodum si quatuor partes extarent, & novem immergerentur, harum levitas 18 ab illarum gravitate 44 vinceretur, ideóque adhuc duæ immergerentur.

Jam si dixeris à partis immersæ levitantis momentis 18 impediri momenta 18 partis extantis gravitantis, adeò ut supersint tantùm vires juxtà excessum gravitatis, scilicet momentorum 26, juxta quem excessum impetum imprimat parti immersæ, ut deprimatur, tunc autem cum paria fuerint levitatis atque gravitatis momenta, jam non invicem agere, sed se vicissim impedire, probabilior fortasse videatur alicui philosophandi ratio hîc, ubi directè sibi invicem adversantur directiones; alteruter enim aut neuter impetus movet oppositum corpus. Verùm quoniam ubi lineæ directionum motûs non sunt in directum positæ; sed inclinationem habent, motus mixtus, qui sequitur, ex utroque impetu unum motum temperari indicat, in eam feror sententiam, ut existimem duo corpora obliquè sibi invicem repugnantia vicissim imprimere, & recipere impetum in diversas plagas directum pro modo virtutis uniuscujusque, adeò ut si paria sint momenta, medius planè inter utramque directionem sequatur motus, si disparia, sequatur pro modo excessûs.

Fieri autem hanc mutuam impetûs communicationem hinc apparet, quòd si duo corpora, quorum virtus movendi ut A B & A C, in loco, ubi A, constituta moveri cœperint, alterum quidem, quod ad dexteram est, cum directione A B, alterum verò, quod ad sinistram, cum directione A C, ita se impediunt, ut quod ad lævam est, urgeat reliquum, ne per rectam A B procedat; hoc verò quod ad dexterã est, illud impediat, ne per rectam A C incedat; sed propellat ita, ut ambo habeant directionem mixtam A D. Hæc autem linea A D cum major sit singulis lateribus A B, A C in rectangulo, aut rhomboide, ut quadrato, aut rhombo, cavè nè putes singulis corporibus supra proprium impetûs modum factam esse aliquam ab externo impetu virium accessionem: quî enim fieri possit, ut corpus nullo repugnante possit certo tempore percurrere lineam A B, diminutis verò impetûs viribus ex resistentiâ, pari tempore longiorem lineam A D percurrat? An quia recipiat à corpore repugnante impetum, cujus accessione augeatur proprius impetus, qui reliquus est? At si propter virium æqualitatem percur-



rant

rant Quadrati diametrum, utique tantumdem alterum ab altero recipit impetûs, quantum tribuit: igitur non est major vis impetûs, quàm si nihil repugnaret: ex quo fit neque motum velociorem esse posse, ut pari tempore diametrum percurrant, quo singula describerent latus Quadrati.

Non igitur ex illâ mutuâ impetûs in diversâ directi communicatione fit in singulis corporibus impetûs intensio major (si propriè loquendum sit, habent enim impetus illi, conceptus scilicet, & impressus, directionem diversam) quàm ferat propria singulorum virtus: id autem potissimùm constat, quando singulorũ directiones valdè obtusum angulũ constituunt; corpora enim in motu breviorem Rhombi aut Rhomboidis diametrũ describunt, quæ linea aliquando minor est singulis lateribus.

Finge itaque corpus, quod percurreret A B, nullo impedimento prohiberi, quin moveatur eâdem velocitate per A D; utique solùm æquale spatium A I decurreret, impediret tamen, ne aliud corpus habens directionem A C, illique perpetuò adhærens, decurreret juxta suam directionem spatium æquale ipsi A C; sed tantùm E I, hoc est Sinum anguli B A D loco Tangentis ejusdem anguli, posito Radio A I.

Finge iterum alterum corpus habens directionem A C eâdem velocitate moveri per A D; utique non nisi spatium A F, ipsi A C æquale, motu dimetiretur, prohiberetque, ne reliquum corpus habens directionem A B, illique perpetuò adhærens, progrederetur nisi in F, hoc est spatio æquali ipsi B D; sed versùs B non procederet nisi juxta mensuram A G minorem ipsâ A C. Atqui utrumque suam habet directionem, & non per A D, seque vicissim impediunt; igitur dum simul moventur, neque subsistunt in F, neque veniunt in I; sed medio loco consistunt, puta in O.

Dixeris fortasse A O æqualem ipsi A E ita, ut sit sicut D B ad B A, ita I E ad E A, hoc est ad A O, aut A O esse medio loco proportionalem inter A F & A I, hoc est inter A C & A B mensuras virium impetûs singulorum corporum. Hoc tamen secundo loco propositum non facilè admiserim, quia ubi æquales sunt virtutes movendi, medio loco proportionalis est æqualis singulis extremis, ac propterea utrumque corpus impeditum æque velociter moveretur, ac non impeditum. Primum verò,

quod ſcilicet AO æqualis ſit ipſi AE, gratis aſſeritur; neque enim potior ulla apparet ratio, cur ad inſtituendam analogiam aſſumatur potiùs IE, quam quælibet alia minor linea cadens inter G & E. Ego autem libentius profiteor me neſcire, quâ Ratione analogia hæc inſtituatur, quam aliquid certi divinando ſtatuere.

Verùm quamvis non utrumque corpus velociùs moveatur quàm pro ſuâ virtute, alterum tamen quod urgetur, ſeu rapitur à validiori, poteſt, factâ impetûs acceſſione, plus ſpatij percurrere, quàm pro ſuis viribus: impeditur ſiquidem motus non abſolutè, ſed juxtà eam directionem. Hinc fit corpus habens directionem & velocitatem AC minorem velocitate AB promoveri ultrà punctum F in lìnea mixti motûs AD.

At inquis: an ſi nautæ remis incumbant, veliſque obliquis ventum excipiant, tardior erit motus, quàm ſi navis vel à ſolis remigibus, vel à ſolo vento impelleretur? contrarium ſanè videtur experientia evincere. Verùm ſi rem attentiùs conſideres, aliam planè eſſe rationem deprehendes, cum duo corpora ſe moventia viciſſim ſe impediunt, aliam cùm unum à duplici extrinſeco impetu in diverſa directo impellitur: de illis hactenùs ſermo fuit, neque ulla ratio ſuadere poteſt velocius à tardiore incitari, quamquam tardius à velociore urgeatur, ut dictum eſt.

At ſi unum corpus à duobus æqualis aut inæqualis virtutis impetum recipiat, utique magis intenſus, vel ſi intenſionem propriè dictam neges, certè major eſt impetus, quàm ſi ab alterutro tantùm reciperet impetum: quare nil mirum, ſi ea motûs velocitas conſequatur, quæ utrumque impetum ſingillatim ſumptum vincat, quamvis utroque ſimul ſumpto minor ſit, quia habent directiones oppoſitas, ut alibi explicabitur. Hinc eſt navim velociùs agi velis remiſque, quàm ſi aut ſolâ ventorum vi, aut ſolâ remigum ope propelleretur, & cymbam, dum ſecundo flumine rapitur, ſimulque remis ad alteram ripam impellitur, velociùs moveri, quàm aut in ſtagno eâdem remigum operâ, aut à flumine ceſſantibus remis ageretur. Quemadmodum enim neque ventus remos impellit, neque ab his ventus impellitur, ita neque ſe viciſſim immediatè impediunt, aut ſibi mutuò repugnant; atque adeò non eſt hîc eadem philoſophandi ratio, ac cùm duo corpora ſibi invicem immediatè reſiſtunt,

&

& alterum alterius vires extenuat impediens, ne juxtà propriæ virtutis mensuram motum concipiat.

Ex his quæ hactenùs dicta sunt, illud satis constare videtur, quòd animal eatenùs in motu difficultatem ac resistentiam percipit, quatenùs multum impetûs concipere debet, ex quo musculorum contentio oritur, neque tamen ea sequitur motûs velocitas, quæ tanto impetui responderet, dum submovendo impedimento maximam virium partem impendit impetum imprimens: unde fit plurimum influentis spiritûs animalis absumi in tàm diuturnâ, vel tàm validâ musculorum contentione, ac proinde lassitudinem sequi, atque aliquando etiam contentorum musculorum dolorem, cum id non contingat sine aliquâ partium compressione aut distentione. Quò igitur velociùs moveri potest animal pro ratione concepti impetûs, eò minorem percipit in submovendo impedimento difficultatem; & quidem maximè si alternâ contentionis ac remissionis musculorum vicissitudine labor mitescat.

Curiosiùs autem inquirenti, quam Rationem habeat motoris impetus ad impetum corpori, quod movetur, quatenus movetur, impressum, ut aliquatenus satisfaciam, assero ut minimum duplam esse, non quidem intensivè, aut extensivè; sed entitativè. Quatenùs, inquam, movetur, hoc est quatenus vincitur ejus resistentia: cæterùm potentia movens in se producit, & in mobili æqualem impetum; sed quemadmodum ubi calor frigori permiscetur illud vincens, non percipitur nisi quatenus excedit vim frigoris, ita impetus oneri impressus eatenus movet, quatenùs ejusdem resistentiam superat: Hunc autem excessum subduplum impetûs motoris satis probabili conjecturâ affirmo. Illud enim hoc mihi suadet, quòd motoris virtutem metitur excessus impetûs, quem ille habet suprà impedimenti resistentiam: resistentiæ autem modus, ut sæpiùs dictum est, ex velocitate motûs, quæ concilianda est gravitati corporis submovendi, desumitur; hoc enim ideò resistit partibus ex gr. 100 impetûs, quia si solùm fuerint 100 partes impetûs, fieri non potest ut moveatur tantâ velocitate, sed pluribus impetûs partibus indiget: excessus igitur virtutis motoris æqualis est ut minimum resistentiæ mobilis; atque adeò tota virtus motoris, hoc est impetus ab eo conceptus, æquivalet tùm resistentiæ mobi-

lis

lis juxta menſuram requiſitam ad motum, qui ſequitur, tùm principio motûs ejuſdem mobilis: atqui motus hic æqualis eſt motui, cui illud reſiſtit, totus igitur impetus motoris duplus eſt impetûs, qui motum efficit in mobili, quatenus movetur.

Hinc eſt eodem conatu motoris diſparem effici motum, ſi potentia æqualiter moveatur cum mobili, ut conſtat: quia nimirum impetus mobili impreſſus inæqualem habet intenſionem, quamvis entitativè æqualis ſit. Si enim tota motoris virtus ſit 20, & decem impetûs particulas reſiſtentiam ſuperantes mobili imprimat, in quo intenſio fiat ut 1, in mobili gravitatis ſeſquialteræ, particulæ eædem decem impetûs intenſionem efficiunt ut $\frac{2}{3}$; quare & hujus motus erit ſubſeſquialter, ac proinde motor, qui æqualiter cum mobili movetur, etiam tardiorem habet motum, quàm cùm motum priori mobili conciliabat.

Patet igitur ex his nunquam fieri poſſe, ut corpus grave minoris aut æqualis virtutis alterum moveat ita, ut planè in velocitate conſentiant; illud enim corpus minùs aut æquè grave concipere non poteſt impetum, qui & ſibi ad motum ſufficiat, & alteri impetum imprimat: finge ſcilicet animo fuiſſe impetum impreſſum corpori æquè vel magis gravi; hîc utique cum non excedat reſiſtentiam mobilis, nullum efficere poteſt motum; igitur neque impreſſus fuit impetus, ne ſit omninò inutilis. Quòd ſi eâ ratione diſponantur ut motor velociùs moveri poſſit quàm mobile, jam fieri poteſt, ut à minore majus moveatur: nam ſi motor certâ quâdam velocitate movere poſſit pondus unius libræ motu ſibi æquali, eodem conatu & eâdem velocitate ſe movens movebit pondus centum librarum, ſi hoc ita ſit diſpoſitum, ut centuplo tardiùs moveatur: quia nimirum idem entitativè impetus in hoc pondere centuplo remiſſior, quàm in pondere unius libræ, ſufficit ad motum centuplo tardiorem. Motus ſiquidem centum librarum ſubcentuplus in velocitate, æqualis eſt motui unius libræ centuplo in velocitate; ſi enim libra percurrit centum ſpatij digitos ſibi ſuccedentes in longitudine, pari tempore centum libræ percurrunt quidem unicum digitum longitudinis ſpatij, centum tamen ſpatia digitalia percurrunt, ſingulæ ſcilicet libræ digitum.

CAPUT V.

In quò Machinarum vires sitæ sint.

POtentiam oneri movendo cæteroqui imparem præstare posse, si machina adhibeatur, quotidiano experimento discimus; adeò ut ipsa unica pluribus potentiis machinâ destitutis virtute æqualis sit, & quæ pondus solitarium ac simplex loco prorsus movere non poterat, ubi se ad machinam applicuerit, jam non ponderi tantùm, sed & machinæ motum conciliet. Quid ergo illud sit, ex quo hujusmodi virium incrementum oritur, hîc pervestigandum est; & ad illud causæ genus revocatur, quam Scholæ Formalem appellant; est scilicet ratio, per quam fit, ut sit, atque dicatur Machina: hoc autem incrementum virium, ut ex dicendis constabit, ex machinæ figurâ pendet secundùm quam potentiæ, & ponderis motus sibi invicem pro ratâ portione respondent.

A machinâ quâ machina est, potentiæ moventis vires non augeri certum est; nihil enim illi interioris virtutis impertitur, & quâ machina est, ab omni innatâ gravitate sejuncta intelligitur: vectis siquidem, ferreus sit, sive ligneus, machinæ rationem non immutat, si sola intercedat materiæ gravioris aut levioris disparitas.

Quòd si faciliùs ferreo vecte tricubitali deorsùm premens attollas saxum, quàm si ligneo vecte pariter tricubitali utaris (quia nimirum ferreus vectis habet sibi adnexam ex gravi materiâ, quâ constat, potentiam, quæ deorsùm urgendo te juvat, ut saxum attollatur,) id planè esse extra vectis naturam, quâ vectis est, manifestum erit, si non deorsùm, sed sursùm, aut à lævâ in dextram connitendum sit, ut duo connexa disjungas; tunc enim ferrei vectis gravitas sustentanda laborem potiùs creabit, quàm ut præ simili ligneo vecte motum hunc faciliorem reddat. Quare præter Mechanicæ facultatis institutum machinis accidit, ut gravitate suâ potentiæ moventis vires adaugeant, non quidem illam immutando, facto interiore virtu-

tis

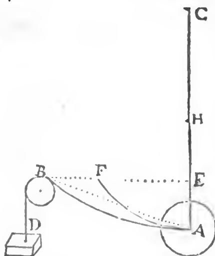
tis additamento; ſed aliam potentiam, quæ conjunctis cum illâ viribus agat, conſociando.

Sed & illud animadvertendum eſt, vix unquam fieri poſſe, ut potentia movens nihil prorſus impedimenti à machinâ recipiat: ſivè enim machinæ ipſius pars aliqua gravis elevanda eſt; ſivè membrorum, in quæ machina diſtribuitur, invicem confligentium, ſeque viciſſim terentium aſperitas obſiſtit; ſive motus (ut machinæ ipſi, cui applicatur potentia, obſecundet) à ſuâ directione inflectitur; ſivè quid hujuſmodi intercedit, quod aliquid de motûs velocitate imminuat, quæ cæteroqui conceptum potentiæ ab omni machinâ abſolutæ impetum conſequeretur. Ex his tamen aliqua ſunt, quæ ita motui potentiæ officiunt, ut ad retinendum onus juvent; hujus ſiquidem gravitas minùs adversùs potentiam valet, ſi & ipſum, quia machinæ illigatum à recto in centrum gravium tramite deflectere, vel mutuum partium ſe terentium conflictum vincere cogatur, ut vim potentiæ inferat. Verùm hæc, quamvis, ubi res ad praxim deducitur, per incuriam diſſimulanda non ſint, ſub ſtaticam conſiderationem hîc non cadunt, ubi machinarum vires expenduntur; harum enim figura perindè attenditur, atque ſi nihil adjumenti, nihil detrumenti ex materiâ accederet.

Ad rem itaque propiùs accedentibus recolenda ſunt ea, quæ in ſuperioribus hujus libri capitibus diſputata ſunt, proximam videlicet motûs effectricem cauſam impetum eſſe ſive ab interiore virtute manantem in iis, quæ ſponte ſuâ moventur, ſivè extrinſecùs aliunde impreſſum iis, quæ naturâ repugnante per vim cientur: ex cujus impetûs intenſione, quatenùs omnem reſiſtentiam ſuperat, motuum velocitas oritur: nunquam autem à velocitate aut tarditate motum ſejungi poſſe certum eſt, quippe qui nec ſinè ſpatio per quod decurratur, nec ſinè partium ſibi certâ lege ſuccedentium continuatione ac ſerie intelligi poteſt. Quare & reſiſtentiæ momenta tùm ex corporis movendi gravitate, tùm ex velocitate componi ſæpiùs innuimus, ut hinc innoteſcat fieri facilè poſſe, ut, ſicut ejuſdem gravitatis reſiſtentia inæqualis eſt, ſi velocitate inæquali movenda ſit, & gravitatum inæqualium diſparia ſunt reſiſtentiæ momenta, ſi Ratio, quæ ex gravitatum & velocitatum Rationibus componitur, ſit Ratio Inæqualitatis, quia gravior velo-
ciùs,

ciùs, minùs gravis tardiùs movetur; ita gravitatum inæqualium par sit resistentia, si quæ inter gravitates intercedit Ratio, eadem reciprocè inter velocitates inveniatur. Quemadmodum enim quæcumque calori adversantur, vehementiorem quidem validissimè respuunt, tenuissimum verò facillimè admittunt; haud dispari ratione pondera, si velociùs incitare velis, impensiùs reluctantur, minimo ac tardissimo motui levissimè obsistunt.

Quoniam igitur naturâ definitum est, quantam gravitatem, quantâque velocitate, pro certâ impressi impetûs mensurâ, movere possit Potentia concepto impetu, qui pro ratâ portione respondeat impetui quem illa oneri imprimit, ut Potentia, & onus æquali velocitate moveantur; satis constat eandem impetûs mensuram parem esse movendo oneri graviori, si quâ Ratione posterior hæc gravitas priorem gravitatem vincit, eâdem Reciprocè Ratione prioris velocitas posterioris tarditatem superet; utrobique scilicet par est resistentia, ac proinde ab eâdem potentiâ vinci potest. Cùm enim ea, quæ simul æqualiter moventur, æquali impetu ferantur; si Potentia tàm tardè moveretur ac pondus per machinam, indigeret impetu ex. gr. subquintuplo ejus quo illa movetur quintuplo velociùs ac ipsum Pondus. Verùm impetus hîc subquintuplus ineptus esset ad oneris resistentiam quintuplo ferè majorem vincendam; sed solum superare posset ac movere $\frac{1}{5}$ ponderis. Quinque igitur impetûs huic æquales possunt totam resistentiam superare. Cum itaque in motu quintuplo velociori Potentiæ sit verè impetus quintuplus, poterit etiam elevare pondus, quod est quintuplo majus, quàm sit $\frac{1}{5}$ ipsius. Verùm hîc ubi de motûs velocitate sermo est, non is quidem absolutè accipiendus est; sed quâ parte gravium naturæ repugnat: si enim plumbeus globus A ex C dependeat funiculo C A, & circà versatilem orbiculum B stabili axi infixum ducatur filum connectens globos A & D, certum quidem est globum A, si usque ad B perveniat, tantumdem spatij in arcu AB percurrere, non tamen tantumdem ascendere, quantum globus D secundùm rectam BD descendit; sed ascensum metitur AE, nimirum Sinus Versus arcûs AB, qui minor est eodem arcu (arcus siquidem major est rectâ AB lineâ ipsum sub-



tendente, quæ opposita recto angulo E major est quàm trianguli basis A E) ac propterea resistentiæ momenta non ea sunt, quæ ex velocitate motûs A B, sed A E, & ipsâ globi A gravitate componuntur. Ex quo fit globum D quamvis minorem posse globo A graviori præstare, ac illum ad certam altitudinem elevare, ut cuilibet experiri licet, cum tamen illi ascensum suo descensui æqualem nullatenùs conciliare possit. Quòd si idem globus A ex breviore funiculo H A dependeat, experimento constat opus esse globo D gravitatem addere, ut valeat illum per arcum A F elevare ad eandem altitudinem A E: magis quippè laboriosum est breviore motu A F, quàm longiore motu A B ad eandem altitudinem ascendere; atque adeò plus virium in D requiritur, ut globo A majorem impetum imprimat, ex cujus intensione plus singulis temporis momentis ascendat in hoc posteriore motu, quàm in priore. Ne tamen motui globi D tribue mensuram arcûs A B sed rectæ A B.

Sicut autem ubi potentiæ & oneris æquales esse debent motus, potentiæ vires gravitate oneris majores esse oportet, ut vim illi inferant; ita pariter ubi potentia & onus in motuum velocitate dissentiunt, & illa quidem velociùs, hoc tardiùs movetur, necesse est majorem esse Rationem Potentiæ ad Onus (licet illa minor sit onere) quàm sit Ratio tarditatis hujus ad illius velocitatem; ut scilicet ratio Potentiæ ad onus, quæ ex motuum, & virium Rationibus componitur, sit Ratio majoris inæqualitatis. Sit ex. gr. Ratio motûs Potentiæ ad motum Oneris ut 3 ad 2; si Ratio virium potentiæ absolutè sumptæ ad gravitatem oneris sit Reciprocè ut 2 ad 3, Ratio ex his Rationibus composita est Æqualitatis, scilicet 1 ad 1, & motus nullus sequitur; multò minùs si fuerit Ratio minor quàm 2 ad 3; proveniret

niret enim Ratio minoris Inæqualitatis : debet ergo esse major Ratione 2 ad 3. Sit ex hypothesi Ratio 4 ad 5 ; jam Ratio composita ex Rationibus 3 ad 2, & 4 ad 5, est Ratio 6 ad 5 majoris Inæqualitatis.

Neque hoc ita dictum intelligas, quasi motus ipse Potentiæ, ejusque velocitas, efficiendi vim haberet ; sed ex ipsâ majore potentiæ velocitate innotescit impetum, qui radix est motûs, minus invenire impedimenti ex onere, quod minùs resistit, eo quòd tardiùs movendum est, quàm si æqualem velocitatis gradum cum potentiâ sortiri deberet. Quare licèt potentia minor sit, ac pauciores entitativè particulas impetûs producere valeat, quàm potentia major, satis in aperto est fieri posse, ut potentia major majorem inveniens resistentiam nequeat impetum imprimere, ac movere onus, quod movebitur à minore potentiâ, si onus idem minùs resistat, cum sit tardiùs movendum : impetus enim à minore potentiâ oneri impressus satis est ad vincendam minorem hanc resistentiam ; cum tamen potentia major non satis habeat virtutis, ut eam impetûs mensuram oneri imprimat, quæ majorem illius resistentiam superaret.

In eo igitur totum Mechanices artificium consistit, ut sua instrumenta ita disponat, locisque congruis ita Potentiam, & Onus collocet, ut Potentiæ motus velocior sit præ motu Oneris : tùm horum motuum Ratione attentè perspectâ definies, quænam Potentia datum Onus movere, vel quodnam Onus à datâ Potentiâ moveri queat ; si nimirum Potentiæ vires ad oneris gravitatem majorem habeant Rationem, quàm sit Ratio motûs Oneris ad motum Potentiæ. Neque enim Machina aut Potentiæ vires auget, aut oneris gravitatem minuit, sed Ponderis resistentiam ad Potentiæ virtutem accommodat.

Physica autem causa hæc est, quia impetus à Potentiâ productus, qui in onere minori movendo æque velociter cum potentiâ majorẽ haberet intensionem, in onere majore sed tardiùs movendo minorem quidem habet intensionem, sed quæ satis est pro minore resistẽtiâ. Fac enim oneris particulas graves esse 20, illique à Potẽtiâ aliquãto graviore imprimi particulas 100 impetûs, quibus vincitur Oneris resistentia : intensio in singulis particulis gravitatis est particularum impetûs 5, juxtà quam intensionis mensuram sequitur motus æque velox Potentiæ & oneris,

hujus quidem per vim sursùm; illius verò juxtà naturam deorsum. Sit adhuc eadem Potentia; sed offeratur Onus, cujus particulæ gravitatis sint non jam 20; sed 50: Potentiæ virtus est eadem; quapropter non nisi resistentiam vincere potest, cui vincendæ sufficiant particulæ 100 impetûs; hæ autem in Onere graviore ut 50 efficerent solùm intensionem ut 2: Non igitur Potentia & onus æquè veloci motu, qui respondeat intensioni ut quinque, sicuti priùs, moveri poterunt; sed ut onus moveri possit, impetúmque à potentiâ recipere, opus est ita illud collocare, ut quò magis Ratione gravitati resistit; eò minùs ratione tarditatis motûs resistat, séque eâ ratione temperent duæ hæ resistentiæ, ut una conflετur resistentia non major illâ, quæ oriebatur ex onere gravi ut 20 æqualiter movendo: id quod fiet, si motus Potentiæ, quatenùs machinæ applicatur, ad motum oneris sit ut 5 ad 2 in Reciprocâ Ratione intensionum impetûs producti. Quare motus Potentiæ ad motum oneris est duplus sesquialter, quemadmodum posterior hæc oneris gravitas ut 50 est prioris gravitatis ut 20 dupla sesquialtera: atque hinc manifestum est particulas gravitatis 50 resistentes ut 2 ratione motûs comparati cum motu potentiæ, requirere particulas 100 impetûs, quemadmodum particulæ gravitatis 20 resistentes ut 5 ratione motûs comparati cum motu ejusdem Potentiæ requirunt particulas 100 impetûs. Quid igitur mirum, si potentia eadem eodem conatu movet onus ut 50 velocitate ut 2, quo conatu movet onus ut 20 velocitate ut 5?

Servatur itaque perpetua quædam justitia inter potentiæ vires, oneris gravitatem, spatia motuum, ac tempora; quò enim decrescunt potentiæ vires, aut oneris gravitas augetur, eò breviora sunt spatia, & longiora tempora motuum ipsius oneris; sed ampliora spatia motuum potentiæ debilioris, quæ præ onere velociùs movetur. Hinc dato onere graviori submovendo, aut potentiam augeri, aut, si illa immutata permaneat, oneris motum imminui, seu potentiæ motum augeri necesse est: Tenui enim potentiâ ingens pondus citò moveri non potest.

Formalem igitur Machinæ Rationem, quâ Machina est, in eo sitam esse deprehendimus, quòd ea figura sit, quæ potentiæ, & oneris motibus legem ita statuat, ut Potentia velociter, Pondus lentè moveatur; sic enim fit, ut minor oneris resistentia virtuti

tuti vim movendi, etiamsi minorem, habenti pro ratâ portione respondeat. Satis igitur erit, ubi singularum machinarum vires expendendæ erunt motuum inire rationes, qui ex machinæ agitatione oriuntur: nam si Potentia præ Onere velociùs moveatur, operæ pretium faciet Machinator; modò non adeò tenuis sit motuum Ratio, ut quicquid utilitatis ex machinæ figurâ accedit, deferatur ex partium se terentium conflictu; nam perinde esset, ac si oneri gravitas adderetur.

Ex his liquet à non paucis plus operæ laborisque consumptum, quàm par esset, ut Aristoteli adhærerent in referendis machinarum viribus in circuli naturam planè admirandam: *Quapropter* inquit initio qq. Mechan. *non est inconveniens ipsum miraculorum omnium esse principium. Ea igitur quæ circà libram fiunt, ad circulum referuntur; quæ verò circa vectem, ad ipsam libram; alia autem ferè omnia, quæ circa mechanicas sunt motiones, ad vectem.* Nisi enim fucum veritati faciamus, quæ demum miracula ita circulum à reliquo figurarum vulgo secernunt, ut in eum admiratio omnis corrivata confluat, nec nisi hinc in cæteras derivetur? An quòd linea eadem, quâ circuli ambitus definitur, omnis latitudinis expers, cava pariter atque convexa amico fœdere copulat, quæ sibi invicem repugnant? Cavum si quidem à convexo, quæ recto interjecto discriminantur, perinde diffidere censemus, atque minus à majori, inter quæ sibi adversantia id, quod æquale est, intercedit. At hæc ita vulgaria sunt, ut non Hyperbolæ solùm, ac Parabolæ, aut Nicomedis Conchoidi, aut Archimedis Spiralibus, aut Dinostrati Quadratici, cæterisque omnibus extrà Geometricas leges curvis lineis communia sint; verùm etiam in angulo quocumque rectilineo facilè ab omnibus observentur; cum lineæ rectæ, quibus inclinatis angulus constituitur, hinc quidem sibi mutuis nutibus annuere, hinc verò abnuere videantur; quibus oppositis nutibus media pariter interjacet directa positio, omni inclinatione submotâ.

An ipsâ nascentis Circuli exordia admiratione non carent, quòd æquè ex Radij ejusdem in centro subsistentis quiete, ac circumlati motu oriatur? Sed quid hæc in circulo potiùs suspiciamus, quàm in Helice, cui genesis haud dispar contingit? Quòd si circulo primas ideò deferendas existimemus, quòd

in ſe recurrens peripheria ibi ſui motûs terminum inveniat, unde ſumpſit exordium; & circumacta, quæ ex adverſo ſunt, partes oppoſitis cieat motibus, ita ut progredientibus ſupremis infimæ regrediantur, & in ima detrudantur ſiniſtræ, dextris in altiora provectis: Quid Ellipſim præjudicio repellimus? cum & hæc unico limite cavo pariter atque convexo in ſeſe redeunte circumſcripta in contrarias partes incitetur; nec à rectâ tantummodo lineâ alternis auctâ crementis, imminutáque decrementis altero terminorum quieſcente, ſed ettiam (quod verè miraculo proximum eſt) utroque extremo flexilis lineæ in binis Ellipſeos umbilicis defixo ab illâ in alios, atque alios angulos ſinuata deſcribatur.

At, inquis, in circulo ſemidiametri partes eodem impellente circà centrum agitatæ ita diſpari velocitate feruntur, ut earum tarditas aut concitatio intervallo, quo ſingulæ à centro abſunt, ſit analoga. Verùm & hoc Ellipſi, ac plano Helicoidi aliquatenùs pro ſuo modulo commune eſt; ſemidiametri enim circumactæ puncta à centro remotiora velociùs feruntur. Partes autem quieſcenti centro propiores cunctabundas moveri, naturæ pro viribus oppoſita diſterminantis inſtituto conſentaneum eſſe nemo non videt, qui tarditatem interjici videt quietem inter, ac motûs velocitatem. Quare ſapientiſſimo conſilio factum, ut eorum, quæ firmo nexu invicem ſolidata ſubſiſtunt, vel particulæ omnes æquis paſſibus moveantur, vel ſi qua motæ diſpendium ſubeat, finitimarum velocitas, ſervatâ aliquâ vicinitatis analogiâ minuatur: ne ſcilicet ſolutâ compage diſſiliant.

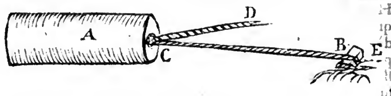
Quæ verò ad explicandum, cur ea, quæ centro propiora ſunt, tardiùs in gyrum contorqueantur, Author illius libri Quæſt. mechan. comminiſcitur de duplici motu, naturali videlicet, ac præter naturam, quibus feratur ea, quæ circulum deſcribit linea (quaſi breviorem lineam vis major à trahente centro illata magis à naturali motu, qui ſecundùm Tangentem eſt, deflecteret) ea ſunt, quæ facillimè corruant, & minimè cum Ariſtotelis doctrinâ cohæreant, qui lib. 1. de Cælo. ſumma 4. circularem motum & ſimplicem, & naturalem,

naturalem, & priorem recto disertissimè pronunciat; *Perfectum enim*, inquit text. 12; *prius naturâ est imperfecto; circulus autem perfectorum est, recta verò linea nulla.* Quis ergo in circulo motus præter naturam? *necessarium est*, ait text. 8. *esse aliquod corpus simplex, quod natum est ferri circulari motu secundùm suam ipsius naturam.* Ea certè quibus insita est in motum propensio, in gyrum aguntur, ut sydera; aut saltem motu in se recurrente circulum æmulantur, ut ex cerebri & cordis systole ac diastole spirituum ac sanguinis circuitio oritur; aut plurium circularium motuum commixtione unum temperant motum, ut animalia cum progrediuntur; ossa siquidem, quibus membra subsistunt, ita à musculis commoventur, ut unumquodque sui motus centrum constituat in eâ finitimi ossis parte, cui sive Καθ' ἐνάρθρωσιν, sive κατὰ διάρθρωσιν flexili compage inseritur. At motu recto, ut potè brevissimo, nihil fertur, nisi cui ex naturæ instituto cedit quies certo in loco, à quo abstractum fuerit, eóque sibi redditum spontè remigrat. Nihil igitur præter naturam in circuli motu deprehendi potest, ex quo dispar illa intimarum atque extimarum partium velocitas petenda sit; cum vix alium natura per se expetat simplicem motum præter circularem. Cur autem qui secundùm rectam extremæ semidiametro ad perpendiculum insistentem lineam fit motus, naturalis censeatur? An quia gravia suis nutibus ad terræ centrum rectâ feruntur? Semidiametro igitur, nisi in verticali plano constituatur horizonti parallela, motus qui secundùm lineam circuli Tangentem est, præter naturam continget, quippe qui à rectâ, quæ gravia in centrum dirigit, deflectat: & in circulo horizonti parallelo circumacta semidiameter nullo naturali motu agitabitur; nulla enim recta linea circuli Tangens in eo plano est, quæ lineæ directionis gravium congruat: & tamen quemcumque demum situm circulus ejusque semidiameter obtineat, eandem semper motuum analogiam servant partes pro ratione intervalli à centro, citrà ullam motuum naturalis, & præter naturam, commistionem.

Verùm mirifica sit circuli natura; quid hæc ad explicandam Mechanicarum motionum causam? an ut hanc ignotam fateamur, quia admirandam prædicamus? sed unico argumento, commenta hujusmodi disjiciamus. Si minor potentia majori ponderi

ponderi prævaleat, nullúsque intercedat circularis motus, certũ est hoc virtutis incremẽtum neque in Vectem, neque in libram neque in Circulum referri posse: adeóque principium aliud esse magis latè patens, à circulo absolutum: Atqui citrà omnem circularem motũ minor potentia præpollet graviori ponderi: Manifestum est igitur frustrà ex circulo peti Mechanicarum motionum principium; sed illud esse, quod à nobis indicatum est, quippe quod, ubicumque reperitur, hoc efficit, ut minor potentia majori ponderi motum conciliet, nec is unquam sine illo contingit.

Assumptionis veritas ut innotescat, ingensque pondus tardè movendum à tenui virtute sine circulari motu propelli posse confirmem, non ego te in suburbanum campum deducam, ut tenerrimo germini suppullulanti incumbentes glebas demùm loco cessisse observes, aut marmora Messalæ scindentem caprificum obtrudam, turresque longâ annorum serie labefactatas enatis fruticibus atque virgultis; ne mihi fortè herbescentes cuneos obtrudas, quos ad vectem, & circulum revocare velis.

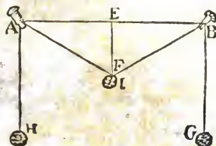


Sed age raptandus sit in plano horizontali, aut inclinato, aut etiam elevandus sit ad perpendiculum cylindrus A. Experire primùm quanto labore id præstes illum trahens illigato fune in C, & arreptâ extremitate funis B. Tùm in B infixo firmiter paxillo ductarius funis alligetur; hic porrò inseratur annulo C optimè ferruminato, & quoad ejus fieri poterit exquisitè polito, arreptáque alterâ funis extremitate D iterum trahe cylindrum, & quantò minori labore id perficias, tu te ipse docebis. At hîc nulla circuli vides miracula; hîc libra nulla; nullus hîc vecti locus: motus enim tùm potentiæ trahentis, tùm cylindri, rectus est. Facilitatis autem discrimen non ex ullo circulari motu, qui nusquam apparet, sed ex eo oritur, quòd primùm potentia & onus æqualiter moventur; posteà verò cylin-

dri

dri velocitas subdupla est velocitatis potentiæ; quia cum ex C cylindrus venit in B funis ultrà B extenditur juxtà longitudinem CB usque in E; ac propterea motus potentiæ duplus est, scilicet CE.

Statue item in pariete puncta duo A & B (quo autem majore intervallo disjuncta fuerint, res meliùs succedet) ibique clavos rotundos nihil habentes asperitatis infige. Tùm pondera duo H & G æqualia assume, cáque funiculo nullis nodis aspero, sive serico crudo, sive crinibus equinis connexa impone claviculis A & B, ut liberè ex iis dependeant: suâ autem gravitate



funiculum AB intentum Horizonti parallelum servabunt, & neutro prævalente ob gravitatis æqualitatem prorsùs immota consistent. Elige jam pondus tertium I, quod alteri datorum H & G æquale sit, aut etiam singulis aliquantò minus; illudque in E extento funiculo AB adnecte: statim pondus I secundùm rectam EF descendens videbis; pondera autem H & G per rectas HA, & GB ascendentia, quâ mensurâ funiculi inflexi partes AF, BF simul sumptæ excedunt rectam AB. Nullus igitur motus circularis hìc est; sed omnes recti ad perpendiculum, & tamen potentia I minor commovet majus pondus, quod ex H & G conflatur.

Id autem ideò contingere, quia motus EF descendentis I major est motu ascendentium H & G, hinc manifestum est, quòd pondus I usque ad certum terminum descendit, ibique subsistit: quòd si illud manu apprehensum adhuc deorsum trahens eleves pondera H & G, ubi manum indè abstraxeris, pondera H & G prævalent, ac descendentia elevant pondus I ad certum illum terminum, ubi sponte substiterat: quia nimirum ultrà illum terminum non jam major est Ratio ponderis I ad pondera HG, quàm sit Ratio motuum H & G ad motum I. Hæc autem inferiùs, ubi de librâ & Æquilibrio sermo erit, paulò fusiùs & dilucidiùs explicabuntur; nunc enim satis est

pro institutâ disputatione ostendisse minorem gravitatem præpollere citrà omnem motum circularem.

Ratum itaque esto ad nullum certum machinæ genus cætera esse revocanda; sed omnibus commune esse principium, ex quo vires desumunt; impetûs scilicet à potentiâ producti proportio ad ponderis resistentiam (quæ eò minor est, quò tardiùs moveri debet) ea est, quæ motûs facilitatem conciliat; nullus quippe adeò tenuis impetus reperitur, cui lentissimus aliquis motus non respondeat, si intereà à velociori motu potentia non prohibeatur. Ubi autem de potentiæ velocitate sermo est, non ea intelligatur, quæ esset, ubi præter se nihil ipsa moveret, absoluta ab omni resistentiâ; sed eam velocitatem intellige, quæ comparatè dicitur, ubi ejus motus cum oneris motu confertur. Semper tamen impetus, qui in Potentiâ reperitur quatenùs excedit resistentiam ponderis, majorem in eâ intentionem habet, quàm in pondere, quamvis pares entitativè sint impetus Potentiæ, & oneris. Hæc autem clariùs patebunt lib. 4. cap. 1.

CAPUT VI.

Quid attendendum sit in Machinæ collocatione, atque materie.

QUamvis instructarum Machinarum vires ad calculos revocentur inspectâ earum figurâ, ut Potentiæ atque oneris motus invicem comparentur; quo tamen loco & situ Machina ipsa collocetur, dispiciendum est, ut innotescat, quanta illi vis inferatur tùm ab oneris gravitate, tùm à potentiæ conatu: ex hoc siquidem decernendum erit, quàm solidam construi oporteat Machinam. Quotus enim quisque est, qui ignoret longè solidiorem requiri machinam, si ex illa dependeat, aut illi incumbat onus, quàm si non machinæ; sed subjecto plano, innitatur idem pondus, aut aliunde dependeat? alia scilicet sunt gravitatis momenta contrà virtutem sustinentem etiam citrà motum, alia verò momenta, quatenus motui adversatur.

Hinc

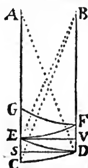
Hinc operæ pretium fuerit non contemnendum, si res ita à Machinatore disponantur, ut pondus, quàm minimum fieri possit, à machinâ sustineatur: hâc enim ratione fiet, ut longiùs avertatur periculum luxationis aut fractionis membrorum, quibus machina distinguitur, etiamsi exilior illa fuerit; & machinæ gravitas aliqua subtrahetur, dum moles ipsa minuitur, atque proinde movendi oneris difficultas non augebitur ex machinâ; quæ etiam minore impendio parabitur.

Sit exempli gratiâ pondus A, quod sit trochleâ attollendum in D. Poterit id duplici ratione fieri; primùm raptando illud in plano Horizontali ita, ut ex B veniat in C, tùm alligatâ trocleâ in I illud attollendo ad perpendiculum usque in D: cum raptatur, totum incumbit pondus subjecto plano; cum attollitur, totum ex trochleâ dependet. At si trochleâ utaris, de cujus firmitate subdubites, & loci dispositio ferat, ut possit ex E & H onus suspendere, res faciliùs perficietur. Ponderi enim A adnecte funem O E, ex quo pendere possit in E, ac præterea tantumdem funis O S liberè vagantis; trochleam autem alliga in F: ubi verò ope trochleæ adduxeris pondus ex O in G, tùm funem O S liberè vagantem eleva, ac benè intentùm adnecte in H, ut jam pondus ex H dependeat ad perpendiculum: Ex hoc fiet, ut resoluto fune O E, liberéque vagante, ope trochleæ in F alligatæ adducas pondus ex G in D multò minori labore, quàm si ex B in C illud raptâsses, & ex C in D sustulisses. Constat autem pondus idem minùs conniti adversùs lineas F G aut F D, quàm adversùs perpendiculares H G aut I D, ex iis quæ disputata sunt lib. 1. cap. 15, ac propterea etiam minùs dubitari potest de trochleæ firmitate.

Hoc autem compendium elevandi pondera perinde, atque si per planum inclinatum attollerentur, ea scilicet suspendendo atque obliquè trahendo, ubi in praxim ritè deduxeris, appa-

rebit quanto labori, & quàm magnis sumptibus parcatur: cum neque vincendus sit partium tritus atque conflictus inter pondus, ac subjectum planum, neque sternendum sit multo robore planum ipsum, quod oneri sustinendo non impar sit. At ubi funem E O, quoad ejus fieri poterit, intenderis, aquâ largiter imbuito; hoc enim fiet, ut sese contrahens etiam paulò intentior, atque ad destinatum opus evadat aptior.

Quæ cum ita sint, alia se offert methodus elevandi pondera non levi laboris compendio, si nimirùm duplex adhibeatur



trochlea, altera quidem in A imminens ponderi ad perpendiculum, altera verò in B. Adhibita igitur trochlea B elevabit pondus ex C in D, ibique totum ex B pendebit: tùm vicissim trochleâ A utere, & ex D in E ascendet pondus, quod ibi totum ex A pendebit: iterum igitur adhibe trochleam B, ut ex E in F ascendat; atque vicissim, adhibitâ trochleâ A ascendet ex F in G; & sic deinceps.

Ubi vides motum ponderis ascendentis per arcus C D E F G majorem esse quàm si rectâ ad perpendiculum elevatum fuisset ex C in G. Quia verò altitudines perpendiculares singulis arcubus respondentes subinde majores fiunt, propterea plus virium à potentia movente adhibendum est in progressu. Quâ autem Ratione altitudines illæ perpendiculares crescant, facilè innotescet, si arcuum singulorum Sinus versos suis Radiis respondentes ad calculos revocaveris; arcus enim superiores & plurium esse graduum, & ex Radio minori, manifestum est: distantia autem parallelarum A C, B D perpendicularium eadem semper est; quapropter & æquales lineæ sunt Sinus Recti arcuum inæqualium in circulis inæqualibus, videlicet arcuum majorum in circulis minoribus. Quamquam nec omninò necesse est ità singulis tractionibus pondus attollere, ut ad perpendiculum dependeat; si maximè trochleæ invicem non modicum distarent; sed sufficeret alternis operis trochleas agitare, ut ascendens pondus modò ad hoc, modò ad illud perpendiculum accederet, ita tamen ut ultró citróque transgrediatur perpendiculum, quod medium cadit inter extremas A C & B D; alioquin

alioquin par non eſſet utriuſque trahentis labor. Cæterùm ſatius eſt A & B parùm diſtare.

Ut autem exemplo aliquo res manifeſta fiat, ſtatuamus altitudinem A C eſſe pedum 70, diſtantiam verò A B pedum 30, cui æqualis eſt ea, quæ ex D cadit perpendicularis in A C, ſcilicet D S. Quare in triangulo A S D rectangulo nota eſt Hypothenuſa A D, quæ æqualis eſt ipſi A C, & nota eſt Baſis S D. Atqui conſtat Perpendiculum A S eſſe medio loco proportionale inter ſummam atque differentiam Hypothenuſæ ac baſis, ſcilicet inter 100 & 40; igitur ducta prima in tertiam, videlicet ducta ſumma in differentiam dabit 4000 Quadratum Mediæ (hoc eſt perpendiculi A S) cujus Radix ped. $63\frac{1}{4}$ ferè eſt Perpendiculum A S. Igitur elevatio C S eſt ped. $6\frac{3}{4}$.

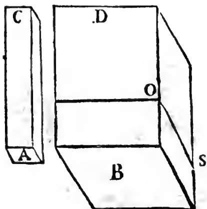
Cum itaque B D æqualis ſit ipſi A S (jungunt enim parallelas æquales A B & S D) iterum in triangulo B V E rectangulo nota eſt Hypothenuſa B E ped. $63\frac{3}{4}$, & Baſis E V eſt ped. 30: Quare inter ſummam ped. $93\frac{3}{4}$, ac differentiam ped. $33\frac{3}{4}$ media proportionalis ped. 55. 67″. eſt Perpendiculum B V; atque adeò elevatio D V eſt ped. 7. 58″. major quàm C S. Et ſic de reliquis.

At ſtatue diſtantiam A B ſolùm ped. 20: reperies perpendiculum A S vix excedere ped. 67; quare elevatio C S erit ped. 3 ferè; ac propterea etiam Perpendiculum B V erit paulò majus ped. 63. 94″; & elevatio D V ped. 3. 06″; & ſic de cæteris.

Potentiæ verò elevantis motum metitur differentia, quæ inter lineas B C & B D intercedit: quando autem diſtantia A B eſt ped. 30, linea B C eſt ped. 76. 15″; at cum eſt ped. 20, B C eſt ped. $72\frac{4}{5}$. Cum igitur in primo caſu B D ſit ped. $63\frac{1}{4}$, motus potentiæ eſt ped. $12\frac{9}{10}$; in ſecundo autem caſu cum B D ſit ped. 67; linea autem B C ſit ped. $72\frac{4}{5}$, motus potentiæ eſt ped. $5\frac{4}{5}$. Quare in primo Ratio motûs Potentiæ ad motum ponderis eſt $12\frac{9}{10}$ ad $6\frac{3}{4}$, in ſecundo Ratio eſt $5\frac{4}{5}$ ad 3: & factâ reductione ad alias denominationes, prima Ratio eſt 86 ad 45, ſecunda Ratio eſt 29 ad 15, quæ ſi ad eumdem denominatorem 45 reducatur, erit 87 ad 45. Conſtat autem majorem eſſe Rationem 87 ad 45, quàm 86 ad 45. per 8. l. 5. Majorem igitur Rationem habet motus Potentiæ ad motum ponderis, quan-

craſſitiei ac longitudinis parallela ſimul poſita requirant vim decuplam; ſi in unum funiculum decem illa fila ritè contorqueantur, multò majorem vim quàm decuplam requiri, ut funiculus frangatur, manifeſtum eſt: quemadmodum & ligneus tigillus multo validiùs reſiſtit fractioni, quàm virgarum faſciculus eidem tigillo æqualis; major eſt enim particularum unio, ubi in unum corpus coaleſcant, quàm ubi plura minora corpora conſtituantur.

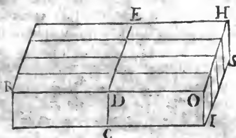
Hinc ſi fuerint duo parallelepipeda quadrata A & B, quorum latera ſint in Ratione quadruplâ, altitudines verò A C, & B D æquales; conſtat ex 32. l.11 ea eſſe inter ſe ut baſes; baſes autem ſunt quadrata laterum; igitur parallelepipedum B eſt ſedecuplum parallelepipedi A. Finge ſexdecim parallelepipeda ipſi A æqualia in faſciculum colligata, & ſciſſionem faciendam juxta lineam O S vi oneris in O poſiti: certum eſt faciliùs frangi poſſe ſexdecim illa parallelepipeda, quàm parallelepipedum B illis omnibus æquale; ut enim ſcindatur, curvari oportet vi oneris incumbentis; illa autem ſexdecim faciliùs curvantur quàm ipſum B. Id quod manifeſtum fiat, ſi virgam ex ſalicto decerpens, eamque leniter inflectens obſerves, quâ quidem parte virga curvata eſt, tenerum corticem in rugas aſſurgere atque criſpari, quâ verò parte convexa eſt, corticem diſtrahi atque diſtendi. Ex quo facilè arguimus, quid durioribus corporibus contingat, quæ non adcò manifeſtè corrugari poſſunt; flecti ſcilicet nequeunt, quin aliqua fiat interiorum partium compreſſio, & exteriorum diſtractio. Hinc in parallelepipedo B, quod flecti intelligitur, ut ſcindatur, partes, quæ circa O, comprimuntur; quæ verò circà S, diſtrahuntur: huic autem motioni repugnant omnes particu-



læ

læ vi nexûs, quo unaquæque cum sibi proximè cohærentibus particulis colligatur. Cum autem sexdecim illa parallelepipeda minora non sint invicem connexa, quemadmodum particulæ omnes parallelepipedi B in unam molem coaluerunt, constat pauciores nexus faciliùs, quàm plures, dissolvi.

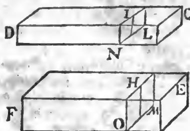
Hoc verò ut pleniùs atque apertiùs explicetur, intellige solidum longiusculum R S in plures tenues laminas plano R I parallelas divisum, sibique ita vicissim congruentes, ut earum extremitates constituant planum H I. Omnes hasce laminas secundùm extremitates fulcris impositas pondus super D C constitutum adeò premat, ut curvari aliquantulum cogantur. Observabis illicò extremitates illas non jam ampliùs in eandem planitiem H I exæquari; sed eas quidem laminas, quæ cavitatem spectant, magis curvari; minùs verò eas, quæ convexitati respondent, ac propterea extimæ laminæ extremitatem ab extremitate intimæ laminæ, quæ ponderi imposito cohæret, magis recedere, quàm intermediarum extremitates. Constat itaque in hoc motu singularum laminarum particulas, dum curvantur, non iis respondere adhærentis laminæ particulis, quas priùs contingebant, cùm omnis curvitatis expertes erant, atque faciliùs potuisse singulas laminas moveri, quia nullo nexu invicem copulantur. Quòd si ex iis unum solidum R S planè integrum coalescat, manifestum est planitiem H I permanere, ac propterea, dum curvatur, necesse est, ut interiores particulæ invicem connexæ distrahantur, cum nequeant aliæ ab aliis secedere, quemadmodum in laminis contingere observavimus. Hinc oritur major solidi, quàm laminarum, resistentia, ne frangatur. Non negarim tamen aliquando satius esse duobus mediocribus tigillis uti, quàm crassiore tigno illis æquali; quia nimirum alterutro labem patiente rimasvè agente, alter faciliùs integer perseverat; in crassiore autem tigno, si rimam du-



cere occœperit, periculum eſt, ne malum ſerpat juxta venarum aut fibrarum ductum. Cæterum ſublato hujuſmodi periculo, ubi reliqua paria ſint, craſſiora corpora difficiliùs franguntur.

Quare ſolidorum reſiſtentia, ne frangantur, major eſt quam pro Ratione ſectionum; hæc ſiquidem Ratio ſectionum ſervari quidem intelligitur, ſi limâ aut ſerrâ ſecari corpora oporteat; illæ enim tantummodo particulæ reſiſtunt, quæ ſectionem admittunt; at ubi de fractione agitur, quæ præter motum particularum, quæ dividuntur, motum etiam aliquem exigit aliarum, quas comprimi aut diſtrahi opus eſt, plus, minùs, pro Ratione vicinitatis, longè alia eſt Ratio, prout compreſſio illa atque diſtractio particularum faciliùs aut difficiliùs perfici poterit. Hoc autem ex ipsâ figurâ potiſſimùm pendet: Solidi enim R S ſectio C D E eadem quidem eſt, ſivè illud circà D E longiorem lineam, ſivè circa C D breviorem, curvari debeat, ut frangatur; ſed non eadem eſt in fractione C D ac in fractione D E frangendi difficultas; nam cum propiores ſint puncto D partes, quæ ad C, quàm quæ ad E ſitæ ſunt, conſtat has quidem magis cum circà lineam C D curvatur ſolidum, illas verò, cùm circà lineam D E curvatur, minùs diſtrahi oportere, ut fractio ſequatur. Quò autem magis diſtrahi debent particulæ, quæ ex D versùs E recedunt, magis interim comprimi neceſſe eſt eas, quæ ad D accedunt ſecundùm lineam R O in plano R I. Major igitur eſt difficultas, ſi circà breviorem lineam C D curvetur, & fractio ſecundùm longiorem lineam D E ſequatur, quàm ſi contrà curvetur circà longiorem D E, & fractio ſit juxtà breviorem C D.

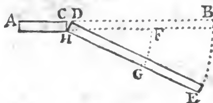
Jam igitur ſi duo ſolida invicem comparentur, quæ ejuſdem ſint materiæ ejuſdemque longitudinis, & in pari ab extremitatibus diſtantiâ frangi oporteat, ſtatuatur in utroque ſolido punctum fractionis, per quod intelligatur planum ſecans ſimiliter inclinatum, facienſque in utroque ſolido ſuperficies, quas vocemus *Baſes*. Item planum per quod movetur Potentia vim frangendi habens, ita productum intelligatur, ut Baſibus prædictis ſimili inclinatione occurrens deſcribat ſectionum lineas, quas vocemus Craſſities. Ut ſi fuerint duo ſolida



da C D & E F æqualis longitudinis, parieti infixa secundùm æquales partes C I & E H, ut in punctis I & H fiat fractio, ex hypothesi. Si per ea puncta agantur plana similiter inclinata, erunt superficies I L & H M, quas vocamus hìc *Bases*. Jam in extremitatibus D & F æquè remotis à punctis I & H sint Potentiæ vim frangendi habentes, & per lineam motûs hujusmodi Potentiarum intelligantur plana cum simili inclinatione occurrentia basibus I L & H M, ponamúsque communes horum planorum sectiones esse lineas parallelas, & æquales lineis I N & H O; quas sectiones vocamus *Crassities* solidorum, atque pro earum mensurâ usurpamus lineas I N & H O. Cum itaque frangendi difficultas oriatur tùm ex numero partium, quæ separandæ sunt, has autem ipsæ Bases I L & H M definiunt, tùm ex violento motu distractionis partium, qui ex ipsâ solidorum crassitie I N, & H O dignoscitur; illud consequens est, quòd Resistentiæ solidorum Ratio ea sit, quæ ex Ratione Basium, & Ratione Crassitierum componitur. Hinc est quòd si Bases fuerint similes, & quæ est Ratio laterum homologorum, ea etiam sit Crassitierum Ratio, resistentiæ ad fractionem invicem comparatæ erunt in Ratione triplicatâ laterum homologorum; ac propterea cylindrorum resistentia ad fractionem erit in Ratione triplicatâ Diametrorum, seu Crassitierum.

Hanc, de quâ hactenus nobis sermo fuit, *Resistentiam absolutam* dicimus, quam solidum habet, ne dividatur: quò enim plures partes debent præter naturam comprimi, aut distrahi, plures sunt resistentiæ; & quò magis hoc motu debent momento eodem præter naturam moveri, eò etiam magis resistunt: quâ igitur ratione plures sunt resistentes, & quâ Ratione magis resistunt, tota resistentiæ ratio componitur; quæ ex ipsâ corporis soliditate pendet, nullâ habitâ ratione longitudinis ipsius solidi: Propterea *absoluta* dicitur. Nam si longitudines frangendorum corporum comparemus, quæ suâ varietate mutant frangendi difficultatem, aut facilitatem, re-

ſiſtentia hæc dicenda erit *Reſpectiva*; quæ aliquando ea eſſe poteſt, ut corpus majore reſiſtentiâ abſolutâ præditum reddatur magis obnoxium fractioni; longitudo ſiquidem auget frangendi facilitatem: ideo autem *Reſpectivam* dicimus, quia comparatè ad momenta potentiæ ſumitur; hæc verò momenta ex variâ longitudine, ſeu diſtantia à puncto fractionis pendere manifeſtum eſt. Sit enim ſolidum A B, quod ita flectatur, ut fiat fractio C D: Potentia movens in B conſtituta dum perficit ſpatium B E, diſtractio particularum ſolidi fit ſolùm per ſpatium C D (aut veriùs per C H D, nam etiam partes inter C & H diſtrahuntur; Sed hîc claritatis gratiâ ſolùm extremæ C D conſiderantur) quod eſt multo minus ſpatio B E ſecundùm Rationem H D ad H E. At ſi ſolidum frangendum ſit A F, aut ſi ſit totum A B, tamen Potentia movens ſit ſolùm applicata in F, Potentia perficiens ſpatium F G (quod eſt minus quàm B E in Ratione H F ad H B) major eſſe debet quàm Potentia in B ſecundùm Rationem Reciprocam motuum B E & F G, ut ſequatur idem motus diſtractionis partium C D; nam ex 8. l. 5. minor eſt Ratio F G ad C D, quàm ſit Ratio B E ad eandem C D. Conſtat igitur à longitudine augeri facilitatem frangendi, ac proinde Reſiſtentiam hanc Reſpectivam eſſe ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum.



Ex quo obiter apparet, cur ſolida Horizonti perpendicularia magis reſiſtant fractioni, ſi potentiæ motus, ſeu conatus, ſit ad perpendiculum Horizonti: quia videlicet in hujuſmodi motu ad perpendiculum æqualiter moveri oportet Potentiam cum ſolidi particulis, quæ diſtrahi aut comprimi debent: ut autem Potentia ſuperet vim reſtititivam, aut major eſſe debet Ratio motûs potentiæ ad motum corporis reſiſtentis, quàm ſit Ratio virium reſiſtendi ad virtutem movendi, aut virtus movendi abſolutè major eſſe debet vi reſiſtendi: Cum itaque in motu perpendiculari intercedere non poſſit motuum inæqualitas, neceſſe eſt virtutem movendi vehementer augeri, ut ſuperet vim, quâ

quâ particulæ solidi invicem connexæ repugnant, ne distrahantur, aut comprimantur.

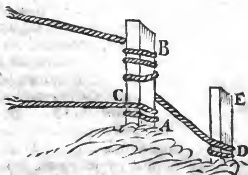
Hinc ex hastâ ad perpendiculum suspensâ pendebit ingens saxum, & tigillum perpendiculariter terræ insistentem premet moles, penè dixerim, immensa, citrà hastæ aut tigilli fractionem: quia omnes hastæ atque tigilli partes & æqualiter cum onere suspenso aut incumbente moveri deberent, & omnes æqualiter resistunt distractioni aut compressioni: At si ad horizontem inclinata aut parallela fuerint hujusmodi solida (hasta videlicet atque tigillus) non est æqualis omnium partium distractio aut compressio, minùs enim distrahuntur, quæ puncto H proximæ sunt, quam quæ ad D accedunt (concipe H in media crassitie) contrà verò illæ magis, hæ minùs comprimuntur; quemadmodum neque motui distractionis aut compressionis esset æqualis motus oneris deorsùm urgentis in hastæ, vel tigilli non perpendicularium extremitate constituti, sed multò major esset hìc oneris motus. Quoniam verò rerum natura magis repugnat corporum penetrationi, ad quam quodammodo accedere videtur compressio, quàm corporum unitorum divisioni, ubi vacui metus absit; hinc est majorem molem faciliùs sustineri à fulcro ad perpendiculum subjecto, quàm suspendi ex solido perpendiculari citrà fractionis periculum. Quamvis negandum non sit ad hujusmodi facilitatem, quam experimur in sustinendo potiùs, quàm in retinendo onere, conferre plurimum, quòd tellus, cui fulcrum infigitur, demùm non subsidit; at laqueare seu fornix ex quo solidum pendet onere prægravatum, tantam gravitatem non ita facilè ferre potest. Quare ad tollenda in superiores ædificiorum partes ingentia saxa multo cautiùs atque tutiùs ij operantur, qui longam trabem, aut plura tigna ritè connexa, quasi navis malum rudentibus usquequaque firmatum, ne à perpendiculo deflectat, statuunt, cui superiorem trochleam adnectant; quàm qui trabem Horizonti parallelam parieti infigunt ad idem munus præstandum; hæc siquidem horizonti parallela magis fractioni obnoxia est, quàm perpendicularis; præterquam quod parietem aliquatenus labefactare potest, cum habeat ratio-

nem vectis in superiora propellentis saxo deorsum urgente; nisi huic periculo ex arte obviam eatur.

Comparatis itaque invicem solidorum frangendorum longitudinibus, hoc est intervallis inter fractionum puncta & locum, ubi potentia vim frangendi habens constituta intelligitur, quò major est longitudo, eò minor est resistentia solidi, ne frangatur. Qua propter ubi duo data solida conferantur, quæcumque demùm illa sint, non solùm eorum Resistentia Absoluta, quæ ex Rationibus Basium, & Crassitierum componitur, attendenda est, sed etiam Resistentia Respectiva, quæ ex longitudinibus pendet: atque adeò adæquata Ratio resistentiæ, ne frangantur, ea est, quæ componitur ex Rationibus Basium & Crassitierum atque ex Ratione longitudinum Reciprocè sumptarum: cùm enim longitudini majori respondeat minor resistentia, manifestum est longitudinum Rationem esse Reciprocè sumendam, ut resistentiæ, quæ ex illis oritur, Ratio habeatur. Hinc est fieri aliquando posse, ut solidum crassius minùs resistat fractioni, quàm subtilius, si hoc breve sit, illud verò valdè longum, si videlicet longitudo crassioris ad longitudinem subtilioris Rationem habeat majorem, quàm sit ea, quæ ex Rationibus Basium, & Crassitierum componitur. Sic si duo fuerint cylindri, & alter triplo crassior fuerit reliquo, sed etiam trigecuplo longior fuerit illo, minùs etiam fractioni resistet; quia resistentia absoluta majoris cylindri ad minorem est ut 27 ad 1, sed resistentia Respectiva ejusdem majoris ad minoris resistentiam pariter respectivam est ut 1 ad 30: Ratio ergo ex his Rationibus 27 ad 1, & 1 ad 30 Composita, est Ratio 27 ad 30, hoc est 9 ad 10, ac propterea major cylindrus resistit fractioni ut 9, minor verò fractioni resistit ut 10.

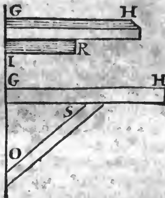
Desine jam mirari, si quando paxillum maximis viribus resistere videris; quia nimirùm potentia, quæ motum conatur, proximè applicata est parieti aut plano, cui paxillus infigitur: quòd si remotior illa fuerit, etiam minùs hic resistet. Sic defixo in terram paxillo AB, cui funis AC alligatur, experientia docet paxillum eò resistere validiùs, quò propiùs ad A alligatur funis, debiliùs autem resistere, quò magis

magis ad B accedit; in A nimirùm motus potentiæ trahentis vix excederet motum paxilli, qui ibi flecteretur ex hypothesi; at fune in B posito, potentia ibi constituta, & per funem applicata multò velociùs moveretur, quàm paxilli partes propè A, quæ ibi flecterentur.



Quòd si loci conditio, aut ipsa oneris movendi constitutio id exigat, ut funis propè B alligetur, & de paxilli A B firmitate dubitetur, paxillum alterum D E paulò remotiorem commodo loco depange ita, ut funis primùm in D firmetur, deinde circa B convolutus extendatur, pro ut operis faciendi ratio fieret.

Eâdem ratione si tigillus, ex quo onus dependere debet, parieti sit infixus, & sit G H, fractioni magis erit obnoxius, quò propiùs accedet pondus ad H: propterea aut ei subjicitur brevior tigillus I R omninò contiguus, aut supponitur fulcrum O S inclinatum; quod fractionem eò validiùs impediet, quò minùs distabunt H & S, & quò acutior fuerit angulus, quem fulcrum S O cum pariete constituit, seu, quod eôdem recidit, quò magis ad recti anguli quantitatem accedet angulus G S O. Quæ omnia ita ex dictis aperta sunt, ut ulteriori explicatione non egeant.



Sed & illud hîc, ubi de Resistentiâ Respectivâ sermo est, adjiciendum videtur, quòd ex solâ majori longitudine hæc non minuitur, nisi cùm longitudo solidi ad perpendiculum insistit

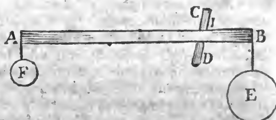
Horizonti;

Horizonti ; tunc enim gravitas ipſa ſolidi tota incumbit ſubjecto plano ; & tantùm Potentia oblique atque in tranſverſum trahens applicata extremitati longioris ſolidi plus habet momenti , quàm applicata extremitate brevioris , quia velociùs , & faciliùs movetur ſecundùm Rationem longitudinum illarum. At quando ſolida ſunt horizonti parallela, aut ad illum ita inclinata , ut centrum gravitatis partis illius, quæ erumpit ex corpore , cui ſolidum infigitur , non immineat baſi ſuſtentationis , non ſola longitudo attendenda eſt, ſed & ipſa gravitas , quæ etiam nullo addito extrinſeco motore ſua habet momenta , quibus deorſum connititur. Ex quo fit pro majori gravitate etiam frangendi facilitatem augeri , ipſa nimirum gravitas eſt potentia conjuncta , quæ augetur pro ratione materiæ ; materia autem augetur pro ratione longitudinis (cætera ſiquidem paria eſſe hîc claritatis gratiâ , ponamus) ac propterea longius priſma comparatum cum breviori priſmate , eo quòd majorem habeat gravitatem , minùs reſiſtit fractioni ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum. Atqui Ratio motûs hujuſmodi Potentiæ conjunctæ eſt ſecundùm Rationem longitudinum , & ex dictis Ratio Reſiſtentiæ in ordine ad hujuſmodi motum eſt permutatim ac Reciprocè ſecundùm eandem longitudinum Rationem : igitur Ratio duplicatur , & reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ſecundùm ſubduplicatam Rationem longitudinum reciprocè ſumptarum. Id quod etiam hinc conſtat , quia cùm ſingula illius longitudinis puncta ſuam habeant gravitatem , ſua omnibus inſunt momenta pro Ratione diſtantiæ à puncto quod eſt veluti centrum motûs ; ergo aggregata momentorum ſunt ut ſectores ab illis longitudinibus tanquam à Radiis deſcripti ; ſunt autem ſimiles ſectores in duplicatâ Ratione Radiorum. Quare ſi longitudines ſint ut 3 ad 2 , Reſiſtentia reſpectiva longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 4 ad 9. Tota igitur ſolidorum reſiſtentia , ne frangantur , componitur ex Rationibus Baſium , & Craſſitierum , & ex ſubduplicatâ Ratione longitudinum permutatim ac reciprocè ſumptarum.

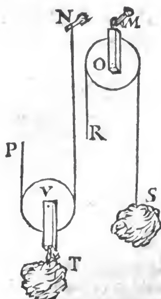
Ex his itaque , quæ de ſolidorum reſiſtentiâ , ne frangantur , hactenùs diſputata ſunt , conjecturam facilè accipiet prudens

prudens machinator, quàm solida & crassa statui debeant quæque machinarum membra, quóve loco collocanda sint, ut & materia & forma respondeant fini, in quem machinæ destinantur: neque enim satis est concinno, & eleganti diagrammate machinam oculis repræsentasse, ejusque vires ad calculos revocâsse, quantum quidem ex machinæ figurâ colligitur, si demùm, instituto motu machina pondere prægravata luxetur.

Illud tamen præterea Machinator animadvertat, oportet, quod spectat ad momenta virium, quas potentia movens exercet; neque enim sola ponderis gravitas machinam, aut corpus, cui machina alligatur, aut innititur, urget aut premit, sed & ipsâ potentia, dum adversùs ipsum pondus conatur machinam movens, aliquando auget gravitatem ex oppositâ parte, adeò ut & huic & ponderi resistere debeat machina, aut id, quod machinam retinet. Si enim fuerit vectis AB innixus super baculum CD, ex B pendeat globus plumbeus E, & extremitas A quiescat aliquo corpore retinente, ut si fuerit parieti infixa; solo globo E gravitante minus periculum subest fractionis tùm vectis, tùm baculi CD sustentantis, quàm si in A sit potentia F; cujus conatus deorsùm oppositus conatui deorsùm ponderis E faciliùs curvitatem, aut etiam demùm fractionem vectis efficere potest in I, ut patet; immò & baculus CD sustentans vectem, non solùm momenta ponderis E, sed & momenta Potentiæ F; quæ in I uniuntur, in se recipit; atque adeò utrisque ferendis par esse debet.



Simile quiddam observare est, si ex orbiculo O, in clavo M suspenso, circà suum axem versatili, dependeat pondus S, & Potentia in R deorsùm conata cogat pondus S ascendere: certum est enim ab axe orbiculi, & à clavo M sustineri non



ſolùm pondus S, ſed & Potentiam, quæ eſt in R. Contrà verò ſi orbiculus V ſit adnexus ponderi T, funis autem orbiculo inſertus alligetur clavo in N, & potentia P ſurſum trahat, conſtat ab axe quidem orbiculi ſuſtineri ſolum pondus T; à clavo verò N non totum pondus T ſuſtineri, ſed ejus ſemiſſem, nam etiam Potentia P ſuſtinet pondus. Validior igitur eſſe debet clavus M quàm clavus N, hic enim ponderis ſemiſſem fert, ille verò plus quàm duplum. Potentia enim R major eſt pondere S.

Quòd ſi tàm pondera S & T, quàm clavi M & N, atque Potentiæ R & P non in plano Verticali, ſed in Horizontali conſtituantur, certum eſt pondera S & T non ſuſpenſa ſed jacentia, nihil adversùs clavos M & N; aut adversùs ſuorum orbiculorum O & V axes conari, immò neque adversùs Potentias R & P; quandoquidem toto niſu plano ſubjecto incumbunt, nullámque exercent Activam Reſiſtentiam; ſed Formalem tantummodo, quâ repugnent Potentiis moventibus: quæ quidem reſiſtentia, tùm ex ip â ponderum gravitate, tùm ex attritu ſubjecti plani componitur. Clavorum igitur M & N ea ſit, oportet, ſoliditas atque firmitas, quæ potentiarum R & P conatibus reſpondeat; ne forte clavi ipſi frangantur faciliùs, aut revellantur, quàm pondera ſuo loco dimoveantur. Sed hæc innuiſſe ſat fuerit, ut ſingula diligenter à machinatore circumſpicienda eſſe intelligatur; neque tamen in his ad nauſeam diutiùs immorandum.

CAPUT

CAPUT VII.

Præstet-ne Machinam augere? an componere.

EX iis, quæ de Machinarum viribus disputata sunt satis liquet nullum dari finitum Pondus quod data Potentia movere non possit si congruens machina adhibeatur: cum etenim data sit Ratio Ponderis ad Potentiam, eo artificio Machina disponatur, ut Ratione illâ datâ fiat major Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis; & Pondus cedet Potentiæ moventi. Sic vicissim si oblata fuerit machina, examinandus primùm est locus, ubi Potentia applicanda est, ubi Pondus collocandum; tùm utriusque motûs rationes ineundæ: & pronunciabis majorem requiri rationem Potentiæ ad Pondus, quàm sit Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ. Sit enim ex. gr. motuum hujusmodi Ratio, quæ est 3 ad 8; Potentia vim movendi habens ut 3 non movebit Pondus, cujus vis resistendi, & momentum, sit ut 8; sed opus est, ut illa major sit quàm 3. At neque Potentiam augere potes, ut oportet, neque Ponderi quicquam detrahere: vide igitur utrum fieri possit, ut mutetur in machinâ motuum Ratio, aut Potentiæ motum augendo, aut ponderis motum minuendo.

Hinc manifestum est machinam majorem non plus afferre facilitatis præ minore, si illæ quidem omninò similes fuerint (modò utraque satis solida sit, ne fractioni sit obnoxia) motuum enim Ratio eadem est in utrâque. Sic Vectis 100 palmorum si ita ab hypomochlio distinguatur in partes ut hinc palmos 20, hinc 80 relinquat, non majorem movendi facilitatem præbebit, quàm vectis palmorum quinque ita divisus ab hypomochlio, ut hinc palmus unus, hinc verò quatuor relinquantur. Ut igitur longior ille Vectis utilior accidat, si hypomochlium quidem transferri queat, remove illud à Potentiâ, & admove Ponderi, motuumque Ratio augebitur; patet scilicet majorem esse Rationem 85 ad 15, quam 80 ad 20: Quod si verò hypomochlium ita fixum sit ac vecti adnexum,

ut mutari loco nequeat, abscinde palmos $5\frac{15}{17}$, adeò ut hinc sint palmi 80 ut priùs, hinc autem sint palmi $14\frac{2}{17}$, & eadem erit Ratio, quæ est 85 ad 15. Quare breviore vecte plus ponderis movebis, quàm longiore; vis enim, quæ longiore illo 100 palmorum movebat pondus librarum 100, breviore hoc palmorum $94\frac{2}{15}$ movebit libras $141\frac{2}{3}$: Quia quamvis in utroque Vecte hypomochlium habente post palmum octuagesimum, Potentia eodem semper motu moveatur, non tamen idem est ponderis motus, qui in minore vecte minor est, in majore major, ac proinde motûs Potentiæ ad motum Ponderis Ratio major est in minore, minor in majore vecte. Quod si demùm nec hypomochlium transferre, nec vecte mutilato uti liceat, licebit sanè fustem, vel quid simile, firmiter ad alligatum Vecti adjungere, potentiamque ab hypomochlio longiùs removere: oporteret autem additamentum hujusmodi esse palmorum $33\frac{1}{3}$; nam ut 15 ad 85, ita 20 ad $113\frac{1}{3}$; adeóque totus vectis esset palmorum $133\frac{1}{3}$.

Porrò hic observa, quantò facilius sit ponderis motum minuere, quàm potentiæ motum augere: in allato siquidem exemplo, manente eodem potentiæ motu, minuitur ponderis motus decurtato vecte ac diminuto palmis $5\frac{15}{17}$; manente autem eodem ponderis motu augetur Potentiæ motus acuto vecte palmis $33\frac{1}{3}$: Quia nimirum in Ratione majoris Inæqualitatis si Consequens terminus minor minuatur, aut Antecedens terminus major augeatur, fit adhuc major Inæqualitas; ut autem eadem Ratio servetur aucto Antecedente ac diminuto Consequente, manifestum est, quæ pars Consequentis integri est consequens diminutus, eam debere esse partem Antecedentis aucti Antecedentem datum: atqui Antecedens datus est major dato Consequente; igitur plus addendum est Antecedenti, quàm demátur Consequenti. Sic data sit Ratio 8 ad 6: Consequens bifariam secetur, ejusque semissis fiat novus Consequens; erit Ratio 8 ad 3 majoris adhuc inæqualitatis; hæc enim est dupla superbipartiens tertias, illa verò erat solùm sesquitertia. Ut igitur retento priori Consequente 6 sit eadem Ratio dupla superbipartiens tertias, sicut Consequens fuit bifariam divisus, ita datus Antecedens 8 est duplicandus, ut sit Ratio

16

16 ad *6* : plus autem est totus antecedens major qui additur, quàm sit semissis Consequentis minoris qui demitur. In re autem nostrâ semper Ratio motûs Potentiæ per machinam validioris factæ ad motum dati ponderis est Ratio Majoris inæqualitatis: Quapropter satius est Ponderis motum minuere, quam potentiæ motum auctâ machinâ augere.

Hæc quidem, quæ in vecte proposita facilè ac in promptu est perspicere, in cæteris pariter mechanicis Facultatibus, ut in Trochleis, Cochleâ, & reliquis intelligenda sunt, ut ex iis, quæ inferiùs dicentur, suo loco manifestum fiet. Sed quoniam ad ponderis motum extenuandum certos quosdam fines ipsa machinarum materia præscribit; neque enim quemadmodum quantitatem omnem, & corporum molem in subtiliores, ac subindè subtiliores partes mente concidimus, ita etiam id re ipsâ perficere atque in praxim deducere possumus: propterea ut plurimum cogimur Potentiæ velociorem motum conciliare, ut majorem obtineat Rationem ad motum Ponderis. Quis etenim non incassum uti possit Vecte, cujus hypomochlium à pondere satis gravi non ampliùs distet, quàm per digiti semissem? aut Cochleam adhibere, cujus spiras intervallum capillaceum secernat?

Verùm cum id duplici methodo præstare possimus, videlicet aut Machinam ipsam, specie non mutatâ, augentes, aut illam ex pluribus membris componentes, sive ejusdem generis sint, sive diversi; operæ pretium fuerit perpendere; majus-ne in augmento? an verò in compositione? compendium inveniatur. *Augmentum* voco (ne ullus subsit æquivocandi locus) cum ejusdem Facultatis species immutata permanet, factâ solum partis alicujus accessione; ut si, quia Vectis justo brevior est, Potentiæ ab hypomochlio distantiam longiorem facias; cum Trochleæ adhibeantur oneri movendo impares, amplificatis loculamentis orbiculorum numerum augeas; quia Cochlea ob spirarum raritatem minùs valida est quàm oporteat, lineam ipsam ita inclines, ut spissioribus spiris circumducatur. At verò *Composita* dicitur Machina, cum invalidæ Facultati membra alia adjiciuntur, aut generis ejusdem, ut cum Vectis Vecti, Cochleæ Cochlea, Trochleis Throchleæ adjunguntur; aut diversi generis, ut cum facultates ipsæ permiscentur, vecti trochleas,

Cochleæ vectem, Trochleis Cochleam, & deinceps, adjungendo. Prioris Compositionis intrà idem genus specimen aliquod exhibui in *Terrâ Machinis motâ : Dissertat.* 1. & inferius suis locis de eâ redibit sermo: Posterioris autem Compositionis diversarum Facultatum, ubi de singulis disputabimus, exempla aliqua subjiciemus, ut discat Tyro Machinarum vires ritè ad calculos revocare, solertiamque machinandi acquirat.

Quamvis autem quæstio hæc multò dilucidiùs explicaretur, si unamquamque Facultatem singillatim attingeremus, quàm si unâ comprehensione omnia complectamur ; hîc tamen doctrinæ ratio exigit, ut dimissis rivulis fontem ipsum aperiamus, ex quo in Machinam Compositam vis major, quàm in Amplificatam, majore compendio derivatur. Et quidem cum res tota ex potentiæ atque Ponderis motuum Ratione pendeat, quamdiu in simplici aliquâ facultate consistimus, motus Potentiæ ad motum Ponderis simplicem habet Rationem; si verò Facultas una cum aliâ quâpiam facultate conjungitur, atque connectitur, jam Potentiæ motus ad motum ponderis eam habet Rationem, quæ ex singularum facultatum rationibus componitur. Voco autem *singularum Facultatum Rationem* eam, quæ inter ipsos Potentiæ ac Ponderis motus intercederet, si facultas illa solitaria adhiberetur; Atqui Ratio hæc motuum in singulis Facultatibus modum recipit ex Facultatis ipsius partibus, quarum altera ad Potentiam, àd Pondus altera spectare videtur; ut per singulas Facultates eunti constabit. In Vecte enim Ponderis ab hypomochlio distantia pertinet ad Pondus, Potentiæ autem distantia ab eodem hypomochlio penes potentiam est: In Trochleis ipsarum Trochlearum distantia Pondus respicit; funis autem explicatio Potentiam.: In Axe in Peritrochio crassities Axis Ponderi, Peritrochij amplitudo Potentiæ tribuitur: In Cuneo longitudo ad Potentiam spectat, crassities ad Pondus : In Cochleâ demùm spiræ circumductæ perimeter ad Potentiam attinet, extremitatum spiralis lineæ intervallum, ad Pondus. Manifestum est igitur, ubi simplex motuum Ratio in singulis Facultatibus augenda fuerit, manente eâ parte, quæ ad Pondus spectat, necessariò ita augendam esse partem reliquam, quæ Potentiæ tribuitur, ut majori illi motuum Rationi respondeat. Sic dato Vecte palmorum sex; quo potentia moveatur

veatur in quintuplâ Ratione ad Pondus, si maneat eadem ponderis ab hypomochlio distantia, & motuum Ratio esse debeat vigecupla, satis constat totum vectem requiri palmorum 21, ut unus Ponderi cedat, Potentiæ autem viginti.

At verò si motuum Ratio ex Rationibus componenda sit, satisfuerit datæ Facultati minorem Rationem continenti, quàm oporteat, Facultatem aliam adjicere, cujus Ratio cum priori Ratione composita quæsitam Rationem constituat. Sic dato Vecti quintuplam rationem continenti adjunge aliam quamlibet facultatem quadruplæ Rationis; ex quadruplâ enim Ratione & quintuplâ componitur Ratio vigecupla quæsita. Ita autem secunda hæc Facultas priori Facultati adnectenda est, ut quemadmodum duorum Magnetum oppositi poli junguntur, Australis videlicet unius Aquilonari alterius, sic duarum Facultatum oppositæ partes connectantur, ut scilicet quo loco ad priorem Facultatem applicanda esset Potentia, eidem admoveatur locus Ponderi in secundâ Facultate destinatus: proinde siquidem se res habebit, atque si pondus diminutum pro Ratione prioris facultatis, videlicet sub quintuplum, in secundam hanc Facultatem transferretur, in quâ ejus motus ad motum Potentiæ Rationem haberet subquadruplam: re enim verâ duabus hisce Facultatibus junctis, Potentiæ motus vigecuplus est ad motum Ponderis; nam Pondus in vectis extremitate alterâ constitutum quintuplo tardiùs movetur, quàm reliqua vectis extremitas; hæc autem posteriori Facultati loco Ponderis adjuncta quadruplo tardiùs movetur quàm Potentia; igitur Ponderis motus vigecuplo tardior est motu Potentiæ.

Statuamus exempli gratiâ secundam hanc Facultatem Vecti adjunctam esse pariter Vectem ejusdem generis quinque palmorum ita ab hypomochlio distinctum in partes, ut hæ in quadruplâ sint Ratione: Ecce quanto compendio rem assequamur; id enim quod simplici Vecte palmorum 21 præstandum esset, compositis vectibus duobus altero palmorum sex, altero palm. quinque perficimus, servatâ semper eâdem Ponderis ab hypomochlio distantiâ, nimirum palmi unius. Hæc tamen de duobus hisce vectibus dicta ita intelliges velim, ut ad motum simpliciter pertineant; non verò ad motûs quantitatem; satis enim scio

ſcio non ad eam diſtantiam promoveri poſſe Pondus adhibito ſecundo hoc vecte, ad quam promoveretur Vecte palmorum 21: Verùm hic ſola movendi facilitas conſideratur. Quòd ſi non alterum Vectem adhibeas; ſed aliud facultatis genus, ut Trochleas binis orbiculis inſtructas, & Vecti in loco Potentiæ adnexas, multò adhuc faciliùs movebitur Pondus, cujus motus erit ſubvigecuplus motûs Potentiæ funem Trochlearum trahentis, & tantus erit Ponderis motus, quantus eſſet, ſi extremitati Vectis palmorum ſex apponeretur Potentia quadrupla datæ Potentiæ. Idem planè de cæteris dicendum Facultatibus.

Hinc manifeſtum eſt compoſitis tribus, quatuorve, aut pluribus Facultatibus, Rationem Compoſitam motus potentiæ ad motum Ponderis fieri multò majorem; cui ſi æqualem Rationem habere velimus unicâ atque ſimplici Facultate, hujus magnitudinem aliquando enormem fieri neceſſe eſſet; ut ſuis locis infrà declarabitur.

In eo igitur elucebit Machinatoris induſtria, ſi Facultates ipſas aptè congruenterque diſponat, atque permiſceat, ſpectatâ materiæ ſoliditate, ſpatij amplitudine, Ponderis poſitione, Potentiæ virtute, temporis ad movendum conceſſi opportunitate: hæc enim omnia attentiſſimè perpendenda ſunt; ne, dum nimis ſollicitè laborem imminuere ſtudet, motum plus æquo imminuens, tardioremque efficiens temporis jacturam faciat, aut totum ſpatium machina implens in eas anguſtias Potentiam moventem conjiciat, ut motum expeditè perficere nequeat.

CAPUT VIII.

Cur majores Rotæ motum juvent præ minoribus.

ONera ſi ex alio in alium locum deportanda fuerint, gemino labore opus eſt, conatu videlicet, quo ſuſtineantur, & impetu, quo transferantur: propterea ſatius eſt ita res diſponere, ut vires omnes ad transferendum exerceantur, citrà conatum ſuſtinendi; ut eâ ratione vel gravius onus vel idem multò

multò faciliùs à potentia moveatur, quàm si ea illud sustinere pariter atque transferre cogeretur. Quoniam verò (cum onera subjecto plano imposita illud premant, atque tùm onerum tùm subjecti plani facies, quæ se invicem contingunt, non ita læves sint, ut partes omnes in rectum directæ nihil habeant asperitatis; quin immò ut plurimum, & salebris impedita via sit, & movendi corporis partes aliæ præ aliis extent atque emineant) ex mutuo prominentium particularum tritu atque conflictu difficultas ad movendum oriretur; idcirco optimo consilio factum est, ut oneribus ipsis subjiciantur Cylindri aut Rotæ, quæ dum in gyrum aguntur, conflictum illum partium tollunt, qui vitari non posset, si onera super plano raptarentur. Hinc Cisia, Sarraca, Vehes, Carri & genus omne plaustrorum. Id quod etiam homines ipsi, ut terrestre iter commodiùs habeant, & minori jumentorum labore illud perficiant, quàm si iis insidentes veherentur, suos in usus retulerunt: Hinc Belgæ sua esseda, Galli petorita & rhedas, Hispani pilenta, Itali carpenta; & pro suâ quisque voluntate diversa vehiculorum genera excogitârunt, quæ subjectis rotis aguntur: dum enim Rota convertitur, ejusque curvaturæ partes aliis atque subinde aliis subjectæ planitiei partibus aptantur, adeóque currus promovetur, solus rotæ modiolus axis ambitum axungiâ lubricum terit; ex quo tritu aut nulla aut levis mora motui infertur.

Illud autem est omnibus exploratissimum, & quotidiano experimento confirmatum, quo majoribus rotis instructi currus (nisi discrimen aliquod in cæteris intercedat) multò faciliùs trahuntur, passimque observatur Romæ in vulgaribus illis vehiculis (ab antiquis Cisiis aut parum aut nihil distant) quæ cum ex celeberrimi Architecti Bonarotæ præscripto duas ingentes rotas habeant, tantis ponderibus onusta cernuntur, ut miraculo proximum videatur ab unico equo tam ingentia onera trahi posse: id quod alibi neutiquam fieri potest, ubi minoribus Rotis vehicula hujusmodi instructa longè minoribus oneribus deferendis paria sunt, si unicus equus adhibeatur.

Hujus rei causam indaganti acquiescendum non est iis, qui illam ex rationibus Vectis petendam esse existimant, perinde atque si rotæ majoris semidiameter esset longior Vectis, minoris verò brevior; ac propterea majore rotâ faciliùs moveretur

vehiculum onustum, quàm minore, quia & longiore vecte faciliùs pondera moventur, quàm breviore. Hoc, inquam, à veritate abesse palam fiet, si animadvertamus potentiam trahentem medio temone applicatam esse axi, cui pariter axi innititur onus; atque adeò tùm onus tùm Potentiam concipi quasi in Rotæ centro, cujus semidiametri altera extremitas hypomochlij punctum designaret. Atqui Vectis, in quo Potentia & onus ab hypomochlio eandem aut æqualem distantiam habent, parùm aut nihil habet utilitatis: immò in Vecte, quâ vectis est, tria puncta diversa tribuenda sunt Potentiæ, oneri, & Hypomochlio, ut infrà, ubi de Vecte disputabitur: in Rotâ autem duo tantummodo puncta considerantur, scilicet centrum & semidiametri extremitas. Igitur in Rotâ ratio Vectis non invenitur, ideóque neque major Rota accipienda est quasi longior Vectis. Aliundè itaque petendam esse causam, cur majores rotæ præ minoribus motum juvent, manifestum est.

Et primùm quidem, quod ad moram illam attinet, quæ ex modioli Rotæ atque axis tritu oritur, eam minorem esse in majoribus Rotis, satis constat, si attendamus axis crassitiem, non Rotæ magnitudini respondere, sed oneris gravitati, quam opus est sustinere; quapropter axi satis valido pro ratione ponderis sustinendi parùm refert, utrùm Rota, cujus radij bipalmares sint, an verò tripalmares, infigatur: manente igitur eodem axe aut major, aut minor Rota vehiculo subjici potest. Sed quoniam Rota major, cujus diameter sesquialtera est minoris, dum conversionem unam perficit, spatium quoque sesquialterum decurrit, eumdem tamen axem, quem minor Rota, terit, hinc fit, per 8. lib. 5. eumdem axis ambitum ad majoris Rotæ perimetrum (hoc est ad ejus motum) minorem habere rationem quàm ad perimetrum minoris Rotæ (hoc est ad minorem motum) atque adeò tritus ille modioli, & axis minùs impedit majorem motum quàm minorem.

Deinde, ut cap. 16. lib. 1. subindicatum est superiùs, majores rotæ efficiunt, ut axis magis à terrâ distet; ac proinde temo, cui alligatus est equus, vel subjecto plano parallelus est, vel minimùm à parallelismo recedit: ex quo fit tractionem aut parallelam esse, aut saltem minùs obliquam, quam si Rota minor esset, & axis depressior: quò autem minor est tractionis obliquitas,

obliquitas, minorem quoque esse trahendi difficultatem loco citato explicatum est.

Ad hæc viarum asperitatem impedimento esse nemo nescit; offendicula autem, in quæ vehiculorum Rotæ incurrunt, magis obsistere minori Rotæ, quàm majori, facilè ostenditur; hîc enim pariter (id quod de magnitudinibus demonstrat Euclides lib. 5. prop. 8.) idem majorem habet Rationem ad minus, quàm ad majus. Nam si Rotæ minoris semidiameter C B fuerit, majoris autem C D, & in planis parallelis B A, D E volvantur, ut impedimentum simile similiterque positum invenient, multò majus esse oportet illud, quod majori Rotæ objicitur, quàm quod minori. Sit enim minoris offendiculum G I; ducatur ex centro per I recta, quæ sit C I E secans majoris Rotæ peripheriam in H: erit igitur arcus I B similis arcui H D, & ille quidem minor, hic verò major, ut manifestum est. Ducatur in planum perpendicularis H F, & hoc erit impedimentum majoris Rotæ simile impedimento minoris I G, nam similem arcum à conversione circà centrum cum plani contactu impedit; necesse quippe est Rotam majorem converti circà punctum H, sicut & minorem circà punctum I, ut transgrediantur obsistens offendiculum. Porró lineam H F majorem esse quàm I G sic ostenditur. Quoniam A B & E D parallelæ sunt, triangula C B A, & C D E similia sunt: ergo per 4. lib. 6. ut C B ad C D, hoc est ut C I ad C H, ita C A ad C E; & permutando ut C I ad C A, ita C H ad C E; & dividendo ut C I ad I A, ita C H ad H E: at C I minor est quàm C H; igitur per 14. lib. 5. etiam I A minor est quàm H E. Item quia A B & E D ex hypothesi parallelæ sunt, recta I E in illas incidens facit angulos I A G & H E F æquales per 29. lib. 1. sunt autem triangula I G A & H F E rectangula ad G & F ex constructione; sunt igitur similia, &

per 4. lib. 6. ut I A ad I G, ita H E ad H F: quare cum ex dictis I A minor sit quàm H E, erit per 14. lib. 5. etiam I G minor quàm H F.

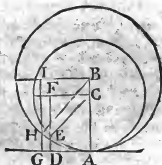
Cum itaque H F major sit quàm I G (assumptâ D M æquali ipsi I G, & ductâ perpendiculari M S, donec occurrat periphæriæ in S) inter Tangentem E D & arcum circuli statuatur perpendicularis S L æqualis ipsi I G; & ex centro C ducatur per S recta C O. In triangulo igitur C E O angulus internus E, per 16. lib. 1; minor est externo S O L; igitur etiam angulus S O L major est quàm I A G: adde utrique angulum rectum, ergo duo S L O, S O L simul majores sunt duobus I G A, I A G simul; ac propterea etiam externus L S C major est externo G I C per 32. lib. 1. Quapropter semidiameter C S obliquior incidit in offendiculum S L, quàm semidiameter C I incidat in æquale offendiculum I G: minùs igitur impeditur Rotæ majoris conversio, quàm minoris, quippe cui minus directè opponatur æquale offendiculum.

Præterea cum trahendi difficultas hinc oriatur, quòd Rota incurrens in obstantem lapidem, aut quid simile, jam non circà suum centrum convoluta aptatur subjecto plano, sed, dum Rota adhæret atque insistit offendiculo, necesse est plaustrum cum imposito onere elevari pro objecti impedimenti altitudine; faciliùs ab eâdem Potentia elevatur plaustrum onustum, si major fuerit Rota, quàm si minor, quia videlicet motus Potentiæ ad eandem elevationem majorem habet Rationem in Rotâ majore quàm in minore, cum illâ enim plus movetur, quàm cum istâ. Sit majoris Rotæ impedimentum L S planè æquale impedimento G I minoris; producatur perpendicularis L S in T, & perpendicularis G I in V: tùm intervallo S C describatur arcus C T, & intervallo I C describatur arcus C V. Certum est in motu Rotæ majoris propter obicem L S manente puncto S transferri centrum C in T, ita ut S T sit Rotæ semidiameter æqualis semidiametro C D, & similiter in motu Rotæ minoris propter offendiculum G I manente puncto I transferri centrum C in V, ita ut I V æqualis sit semidiametro C B. Quoniam verò C D, V G, T L ad angulos rectos subjecto plano insistunt, & parallelæ sunt, anguli alterni V I C, I C B æquales sunt per 29. lib. 1, eorumque mensuræ, arcus videlicet V C &

I B,

IB, æquales sunt; & ob eandem Rationem anguli alterni TSC, SCD, eorumque mensuræ arcus TC & SD, sunt æquales. Atqui arcus SD major est quàm IB; igitur & arcus TC major est quàm VC; hi autem arcus TC & VC respondent motui Potentiæ trahentis: longiore igitur ac majore motu Potentiæ fit eadem elevatio, ac proinde faciliùs in Rotâ majore quàm in minore. Porrò arcum SD majorem esse arcu IB, magisque distare punctum S à puncto D, quàm punctum I à puncto B, illicò manifestum fiet, si duos circulos datis duobus, æquales descripseris se intùs contingentes, & ad contactûs punctum lineam Tangentem duxeris, quocumque enim posito minoris circuli offendiculo inter Tangentem, & circulum minorem interjecto, illud idem offendiculum longiùs à contactûs puncto removendum videbis, ut inter Tangentem eandem, & circulum majorem interjici possit: Id quod adeò manifestum est, ut non sit in eo explicando diutiùs immorandum.

Quòd si ad calculos rem hanc curiosiùs revocare libeat, sit ex gr. Rotæ minoris semidiameter CA pedum duorum, scilicet digitorum 32, offendiculi verò DE altitudo digitorum 4. Cum igitur FD & CA parallelæ sint, sicut & FC ac DA per 34. lib. 1. FD & CA æquales sunt, remanetque EF digit. 28, & est Sinus anguli FCE, quo cognito innotescit complementum, arcus scilicet quæsitus EA. Fiat itaque ut CE ad EF, hoc est ut 32 ad 28, seu ut 8 ad 7, ita 100000. Radius ad 87500 Sinum arcûs gr. 61. 2′ 42″; erit enim quæsitus arcus EA gr. 28. 57′ 18″. Jam verò positâ semidiametro CA digitorum 32, fiat ut 113 ad 355, ita data semidiameter digit. 32 ad semiperipheriam circuli digitorum ferè $100\frac{1}{2}$, scilicet 100. 53″: ergo arcus EA est proximè digitorum 16.



At Rotæ majoris semidiameter BA sit sesquialtera (quicquid sit quòd figura solùm exprimat sesquiquartam) pedum scilicet trium, hoc est digitorum 48, & offendiculum GH

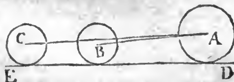
pariter digit. 4. Quare HI eſt digit. 44 Sinus anguli IBH, ex quo innoteſcet arcus complementi HA. Fiat ut BH 48 ad HI 44, ſeu ut 12 ad 11, ita Radius 100000 ad *91666* Sinum arcûs gr. *66. 26'. 33''*; & eſt quæſitus arcus HA gr. 23. 33'. 27''. Jam ſit ut 113 ad 355, ita ſemidiameter 48 ad ſemiperipheriam digitorum $150\frac{6}{7}$ ferè: igitur arcus HA eſt proximè digitorum 20. Cum itaque dum onus elevatur ut 4, Potentia in minore Rotâ moveatur ut *16*, in majore autem ut 20 (ut paulò ſuperiùs oſtenſum eſt motum centri æqualem eſſe arcubus EA, & HA) facilitas movendi, quæ hinc oritur, erit ut 5 ad 4.

Ex his manifeſtum eſt, in vehiculis, quæ quatuor rotis inſtruuntur, quarum binæ priores minores ſunt, poſteriores verò majores, faciliùs ſuperari impedimenta à poſterioribus rotis quàm à prioribus, ac propterea minori labore currum ab equis trahi, quàm ſi poſteriores prioribus eſſent æquales. Id quod opportunè factum eſt, quia ut plurimum (quemadmodum in antiquioribus Rhedis viatoriis cernere eſt) in poſteriorem potiùs, quàm in anteriorem currus partem, onus rejicitur, atque adeò poſterior axis magis premitur: quærendum igitur fuit aliquod laboris compendium. Quamquam non negarim alio prorſus conſilio primùm excogitatam hanc Rotarum inæqualitatem; ut nimirum onus conſtitutum quaſi in plano trahentem versùs inclinato, faciliùs quoque illum ex impreſſo anterioris tractionis impetu ſequeretur, ſi in planitie quidem tractio fieret; ubi verò ſuperandus eſſet clivus, ut minùs adversùs trahentem repugnaret onus ſe ipſum in proclive urgendo; nam ſi Rotæ æquales eſſent, longè faciliùs vehiculum in poſteriora relaberetur, pro ipſius clivi inclinatione, cui parallelum eſſet planum oneri ſubjectum inſiſtens axibus æqualium Rotarum: at Rotis inæqualibus poſitis, & poſterioribus quidem majoribus, planum, cui onus incumbere intelligitur à poſteriori axe ad anteriorem deductum minùs inclinatur, quàm collis proclivitas ferat; ac propterea trahentibus equis minùs repugnat. Licèt autem non ſemper aſcendendum ſit in colles & clivos, quorum aſcenſus manifeſtè arduus eſt atque difficilis, rarò tamen, aut ferè nunquam, adeò æquata eſt viarum planities, quin leviter ſaltem inflexæ modò aſcendere

ascendere cogant, modò descendere: in quâ ascensuum atque descensuum vicissitudine non modicè utilis est illa Rotarum inæqualitas.

Hinc manualia illa curricula (seu rusticæ vehes) quæ binis brachiis instructa unicam habent in anteriore parte rotam & sublevatis brachiis conversa Rotâ promoventur, faciliùs construi possent, si propè vectorem duæ essent Rotæ majores illâ anteriore Rotâ, ita ut harum diameter triplex esset diametri illius: hunc enim unicus homo multò majus pondus transferre potest vel impellendo, cùm in planitie est, aut clivum ascendit, vel trahendo, cùm ex declivi descendit; levatur siquidem labore sustinendi, & omnes vires exercet impellendo aut trahendo; & illa Rotarum inæqualitas in causâ est, cur faciliùs impellatur pondus versùs illam partem, in quam inclinatur.

Et quoniam in Rotarum inæqualium mentionem incidi, illud hîc pariter observandum videtur, commodiùs currum moveri, cùm anteriores Rotæ à posterioribus aliquantulùm distant, quàm cùm valdè vicinæ sunt (ubi tamen reliqua omnia paria fuerint; neque aliud præter Rotarum distantiam, intercedat discrimen) si in planitie quidem, & viâ minimum flexuosâ deducendus sit. Quia nimirum quo propiores fuerint axes, planum, cui onus incumbit, magis inclinatur, ac propterea anteriores Rotas premens adversùs subjectam tellurem minus obliquè conatur, ideóque pondus illam validiùs urgens majorem creat movendi difficultatem: contrà verò si axes invicem paulò remotiores fuerint, minùs inclinato plano, minor est priorum rotarum pressus in subjectam tellurem. Sic si Rotæ fuerint A & B, planum, cui onus insidet, est A B, at si Rotæ fuerint A & C, planum est A C, quod utique minùs inclinatum est, magisque



accedit ad parallelismum cum Horizonte D E, atque adeò Rota B magis terram premit, quàm Rota C. Si enim in utroque plano pondus fuerit similiter positum (puta circà medium)

dium) linea directionis à centro gravitatis ponderis ducta cadet ad angulos magis inæquales in planum A B magis inclinatum, quàm in A C minùs inclinatum, atque momentum gravitatis ponderis magis accedet ad B quàm ad C, ut infrà suo loco explicabitur, & subindicatum est superiùs lib. 1. cap. 14. §. *Ex his fieri potest.* Hinc Hamburgensia plaustra, quibus merces Hamburgo Norimbergam devehuntur, longiora sunt, quia nec altiores clivi in itinere frequentes occurrunt, nec angustæ sunt viarum flexiones, ex quibus oriatur aut ascendendi, aut plaustrum inflectendi difficultas. Quare illis & majora onera imponi possunt, & sex equi non bini & bini, sed singuli recto ordine adjunguntur; quo fit ut non in diversa trahentes, omninò simuli impetu currum deducant. Quòd si viæ plus haberent difficultatis tùm ex clivis, tùm ex flexionibus, non expediret tàm longa plaustra construere, nec equos tam longâ serie disponere, ut cuique rem vel leviter consideranti statim patebit.

CAPUT IX.

Quid Cylindri & Scytalæ ad faciliorem ponderis motum præstent.

ADeò ingentia aliquando pondera transferenda proponuntur, ut ea carris imponere transvehenda aut nimis operosum sit, aut periculo non vacet, ne rotarum axes pondere prægravati diffringantur, aut propter soli mollitudinem rotæ devorentur: propterea rationem aliquam inire oportet, quâ voti compotes simus, citrà hujusmodi pericula. Et quidem si corpus teres sit, nec viarum salebræ, aut angustiæ impedimento sint, ipsum versari in gyrum poterit simili artificio, quo ad deportandos Ephesum ex lapicidinis scapos columnarum centum viginti septem altitudine pedum sexaginta usus est Ctesiphon Gnossius (sic eum vocat Plinius lib. 7. cap. 37. cum Vitruvio lib. 10. cap. 6, quem tamen idem Plinius lib. 36. cap. 14. cum

cum Strabone vocat Cherſiphronem) celeberrimo Dianæ templo conſtruendo præfectus, & quidem felici eventu: capitibus enim ſcaporum, ubi axis extremitates deſinebant, ſubſcudis in modum inſeruit, atque implumbavit ferreos axes: tùm de materiâ trientali ſcapos (hoc eſt ligneos tigillos craſſitudinis unciarum quatuor pedis, ſeu pollicum quatuor) duos longiores juxtà columnæ longitudinem, duoſque breviores tranſverſarios ita compegit, ut parallelogrammum conſtituentes columnam poſſent complecti; mediiſque tranſverſariis ferreas armillas inſeruit, quibus axes ferrei infigebantur, adeò ut liberè verſari poſſent, cum boves traherent; quemadmodum & in gyrum volvuntur cylindri marmorei aut lapidei, quorum uſus eſt in exæquandis ambulationibus. Eſt autem maximè veriſimile, & probabile, ita firmiter ligneum illud parallelogrammum fuiſſe compactum, ut non ſolùm extremis tranſverſariorum capitibus anterioribus alligari poſſent boves; ſed etiam per totam anterioris ſcapi longitudinem diſtribui, ut faciliùs columna transferretur.

Proſperum exitum conſecuta ſcaporum vectura animum adjecit Methageni Cteſiphontis filio, ut paternam induſtriam æmularetur in Epiſtyliis vehendis: cum enim horum figura non ea eſſet, quæ perinde atque cylindrica volvi poſſet, duabus rotis pedum circiter duodenûm ſingula epiſtylia firmiter incluſit; rotarumque centris ferreos axes infixit, qui in armillis ſimilem haberent verſationem, ac dictum eſt in ſcaporum vecturâ. Cum enim boves ligneo parallelogrammo alligati traherent, Rotæ volvebantur, atque cum illis pariter epiſtylia Rotis cohærentia in gyrum verſabantur; quippe quæ in ſubjectum ſolum non incurrebant, cum ſolæ Rotæ terram attingerent. Hâc methodo corporibus, quæ non ſunt ad volubilitatem rotundata, facilem converſionem conciliare poſſumus; ex Rotis nimirum & pondere moles una compingitur, cujus extremitatibus cylindricis tota innititur, nihilque refert, cujus demum figuræ ſit pars media, ſcilicet pondus, modò hæc à ſolo aliquantulum diſtans motum non impediat. Quâ autem ratione aut Rotæ conſtruantur, aut illis onus includatur, artificis ſeu architecti ſolertiæ relinquitur.

Methagenis artificium imitatus Paconius, teste Vitruvio lib. 10. cap. 6. lapideam basim longam pedes duodecim, latam pedes octo, & altam pedes sex Apollinis colosso restituendam, duabus Rotis pedum circiter quindecim, similiter inclusit: sed aliâ ratione ac Methagenes deducere statuit. A Rotâ ad Rotam circâ lapidem fusos sextantales, hoc est crassitudinis pollicum duorum, ad circinum compegit ita, ut fusus à fuso non distaret pedem unum. Tùm circâ fusos funem involvit, qui bobus trahentibus explicabatur, & convertebantur Rotæ. Verùm quia funis circumvoluti spiræ ad unam, aut ad alteram partem spectabant, non poterat viâ rectâ ad lineam deduci moles illa; sed modò in hanc, modò in illam partem deflectebat, ut opus esset retroducere, adeò ut ducendo & reducendo pecuniam contriverit, & operam luserit Paconius. Potuisset tamen huic malo occurrere, nec sui inventi laude fraudari, si circâ fusos non unicum, sed duplicem funem ita involvisset, ut funium spiris vel ab extremitatibus fusorum, vel à medio, incipientibus, funis uterque paribus semper intervallis à sibi proximâ Rotâ distarent; sic enim factum fuisset, ut boves æqualiter utrumque funem trahentes, æqualiterque evolventes, molem illam rectâ viâ deducerent.

Quamquam autem suâ laude non careant hujusmodi artificum inventa, expeditissimè tamen, & citrà impendium, onera ingentia traducuntur subjectis cylindris, qui pondere pressi, cùm illud trahitur, convertuntur. Palangas peculiari vocabulo Veterès dixere fustes teretes, qui navibus subjiciuntur, cùm attrahuntur ad pelagus, vel cùm ad littora subducuntur; ut apud Nonium Marcellum legisse me memini. Neque aliud quidpiam censendus est Cæsar intellexisse, ubi lib. 3. Belli Civil. scribit *Quatuor biremes subjectis scutulis* (fortasse *scutalis*, hoc est *scytalis*, antiquis enim Romanis *u* literam usurpari solitam loco *y* literæ Græcæ notum est) *impulsas vectibus in interiorem partem transduxit.* Sunt autem scytalæ ut apud Suidam, rotunda & polita ligna: aliquid tamen peculiare addit Aristoteles in Mechan. quæst. 11. quærens, *cur super scytalas faciliùs portantur onera quàm super currus, cum tamen ij magnas habeant rotas, illæ verò pusillas?* Scytalis nimirum pusillas

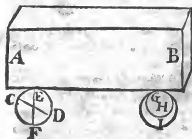
illas rotas adjectas intelligit, non eas quidem circà axem, sed cum axe ipso, cui adnectuntur, versatiles; cujusmodi essent in hoc schemate rotulæ A & B cum suo axe connexæ.



Porrò duplicem hujusmodi scytalarum usum considero: si enim onus impositum incumbat Rotulis ipsis, vel quia plana sit ejus superficies, vel quia tabulato fuerit superpositum, perinde res se habet, atque si cylindrus esset, cujus diameter idem esset cum rotularum diametro: neque tunc admodum refert, cujusnam figuræ sit axis, quem onus non tangit, sive rotundus ille sit, sive angulatus. At si onus ipsi axi incumbat, promineantque hinc & hinc rotulæ, omninò necesse est axem rotundum esse, ut fieri possit rotularum conversio, atque ita longum, ut inter rotulas onus laxè intercipiatur; maximè quippe cavendum est, ne rotulæ onus contingant, alioquin ex mutuo conflictu mora non mediocris motui crearetur. Ideò autem excogitatæ videntur hujusmodi scytalæ, ut minimâ sui parte secundùm extremitates tangerent subjectum planum, atque adeò in pauciora incurrerent offendicula, quàm cylindri totâ suâ longitudine incumbentes plano. Sed illæ ab usu artificum jam diù intermissæ locum simplicibus cylindris concessere, quippe qui ob continentem sibique semper similem figuram solidiores sunt, & periculo carent, cui obnoxiæ sunt scytalæ, ne videlicet Rotulæ illæ labem aliquam faciant cum rotunditatis, atque adeò etiam motûs, detrimento. Illud verò commodum, quod ex offendiculorum evitatione oriebatur, obtinemus pariter, si duplicem planorum tigillorum seriem substernamus capitibus cylindrorum; hinc enim fit, ut viarum salebræ evitentur, & Cylindri modicâ sui parte contingant subjectos tigillos, qui viam planam & æquabilem constituentes moram nullam motui injiciunt.

Sed & in hoc cylindrorum usu communiter censetur aliquid inesse facilitatis majoris ad onera deducenda, quàm si illa currui imponerentur; tùm quia currui sua inest gravitas, quæ unà cum impositâ sarcinâ majus onus constituit, ac

propterea in utroque transferendo is, qui trahit, majorem impendit laborem; at subjectis oneri cylindris, horum gravitas nihil officit trahenti: Tùm quia currûs Rotæ, cum sint circà suum axem, cui infiguntur, mobiles, aut hûc & illuc nutant, si laxa sint capita, nec clavo exquisitè coërceantur, aut si arctiùs axi cohæreant, axem quem complectuntur, & clavum quo coërcentur, validiùs terunt; & ex utroque hoc capite movendi difficultas oritur, cùm aliquid impressi impetûs aut in illâ inconstantiâ, aut in hoc conflictu conteratur: nihil autem hujusmodi cylindris contingit. Tùm etiam quia Rotæ modiolus ab axe premitur, & deorsum pondere urgente, & antrorsum impetu ad anteriora trahente; ex quo quantùm difficultatis in movendo oriatur, hinc manifestum est, quod nisi axungiâ aut amurcâ illinantur curruum axes, ægrè convertuntur rotæ, & denso stridore, quantus sit partium tritus atque conflictus, testatum faciunt. At Cylindri quantumvis ab onere premantur, nullo pingui liquore oblinendi sunt, ut lubrici fiant; nulla enim impositi oneris asperitas cylindrorum conversionem impedire potest. Nam si fuerit ingens lapis A B cylindris subjectis impositus, & cylindri punctum C congruat puncto A lapidis, diametri C D altera extremitas D tangit subjectum planum; cum verò saxum ex B versùs A propellitur, seu trahitur ex A, ita cylindrus convertitur, ut D F arcus sensim ad subjectum planum, contrà verò arcus C E ad impositum saxum accommodetur, citrà omnem saxi & cylindri affrictum.



Hinc tamen aliquid etiam incommodi cylindris adhæret, si cum plaustrorum rotis conferantur; hæ scilicet motum continuant, cum sine fine volvantur, quippe quæ axi infixæ, imposito oneri pariter, ut ita loquar, cohærent; illos verò, nimirum cylindros, onus dum promovetur, post se relinquit; ac proinde aut cylindrorum copia non exigua suppetere debet, qui

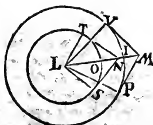
qui longâ serie dispositi onus alij ex aliis excipiant, aut qui relinquuntur, subinde transferendi sunt, ut iterùm oneri subjiciantur. Verùm hæc alterna cylindrorum translatio non adeò gravis est; qùin plus habeat adjumenti, quàm incommodi; cum enim plurimùm referat, utrùm qui subjicitur cylindrus, reliquis posterioribus cylindris parallelus, an obliquus statuatur, ut onus ad lineam viâ rectâ deducatur, aut motus sui vestigium inflectat; facillimum est opportunâ cylindri translati collocatione parallelâ, aut obliquâ, destinatum oneris motum administrare.

Illud autem non immeritò hîc examinandùm occurrit, utrùm majores cylindri minoribus potiores censendi sint, & an præstet subjicere oneri cylindrum GI majorem, an verò minorem GH. Et quidem si figuræ dumtaxat magnitudo atque parvitas spectetur, hoc unum discrimen invenio, qùod ad certam motûs mensuram perficiendam crebriùs volvi oportet cylindrum minorem, quàm majorem; onus verò à subjecto plano distare majoris diametri GI intervallo potiùs, quàm minoris GH, non video, quid conferat ad motûs facilitatem; tantum enim promovetur onus, quantus est peripheriæ arcus, cui illud in motu aptatur, eíque æqualis est arcus oppositus, qui plano pariter in motu congruit: ac proptereà parùm refert, utrùm eadem arcus mensura sit majoris circuli pars minor, an minoris circuli pars major.

Verùm si qua inter motum occurrant offendicula, hæc minùs officere majori cylindro, quàm minori, dicendum est, quemadmodum & de rotis majoribus dictum est superiori capite; siquidem majoris cylindri diameter obliquior incidit in idem offendiculum, quod minùs directè opponitur motui, & longiore motu Potentiæ fit eadem ponderis elevatio, ut ibi explicatum est.

Aliud est præterea, nec sanè nullius momenti, quod majori cylindro incitatiorem dat volubilitatem; qùod videlicet (quemadmodum & globo majori contingit) major cylindrus, quamvis Geometricam Rotunditatem non assequatur, tamen propiùs accedit ad figuram exquisitè Rotundam, quàm minor: si enim à circulo Geometricè perfecto æqualiter recedant utriusque cylindri majoris ac minoris bases, non tamen æqua-

liter angulata eſt utraque baſis, ſed in majori major eſt angulus, in minori minor, atque adeò ille magis, quàm hic, ad rotunditatem accedit. In majori autem circulo angulum, qui peripheriam complectitur, majorem eſſe palam eſt, quia idem exceſſus majori Radio additus conſtituit ſecantem anguli minoris, quàm ſi minori Radio addatur; ac propterea angulus Complementi major eſt in majori, quàm in minori. Id quod, per ſe quidem ſatis clarum, dilucidiùs explicabitur, ſi ex minore circulo extet particula, cujus altitudo ſit O N, ex majore autem circulo æqualis altitudo emineat I M. Ductis Tangentibus & Radiis, certum eſt Secantis exceſſum O N ſupra Radium L O minorem, habere majorem Rationem ad ſuum Radium, quàm habeat æqualis exceſſus I M ad ſuum Radium L I majorem ex 8. lib. 5. Eſt igitur M L P angulus minor angulo N L S, & Complementum L M P majus eſt Complemento L N S quare totus angulus V M P major eſt toto angulo T N S, ac proinde magis ad rotunditatem accedit.



CAPUT X.

Circulorum Concentricorum motus explicatur.

Circuli motus, ob id ipſum quia circulus eſt, circa ſuum centrum perficitur eâ ratione, ut ſuperiores partes progrediantur, inferiores retrocedant, anteriores deſcendant, poſteriores aſcendant, ſervatâ ſemper pari oppoſitorum progreſsûs atque regreſsûs, deſcensûs atque aſcensûs menſurâ; pro ut unicuique rem vel leviter conſideranti patet. Quare dum in gyrum circulus agitur, centrum quidem manet, reliquæ verò partes ita ſingulæ ex alio in alium locum ſibi invicem

cem succedentes commeant, ut circulus totus spatium, in quo volvitur, omninò non mutet. Quemadmodum observare est in Solis orbitâ, quam Eclipticam vocant; hæc enim diurnâ conversione circa Mundi axem Solem secum rapiens à suo loco non recedit, Sole ab ortu in Occasum commigrante: id multò magis in singulorum circulorum circà sua centra revolutione manifestum apparet. Quod si circulus aut horizonti parallelus, aut illi ad perpendiculum insistens, rapteur; motus ille nihil habet circulari affine, cum circà centrum non perficiatur, sed singula circuli puncta solo motu recto unà cum centro moveantur.

Sin autem axis circulo versatili infixus trahatur, jam circulus & cum axe pariter movetur, & circa axem volvitur; atque adeò singularum circuli partium motus is est, qui ex recto centri, & circulari ipsius orbitæ componitur. Hinc semicirculi superioris partes cum progrediantur versùs eumdem locum, ad quem centrum tendit, suum motum motui centri addunt: Contrà verò inferioris semicirculi partes retrocedentes suum motum à centri motu detrahunt. Rotæ igitur puncta omnia, dum currus trahitur, si non summatim tota revolutio, sed particulatim, accipiatur, non æquali velocitate moventur. Sit explicandi gratiâ, circulus BDAE, cujus centrum C moveatur versus F, & sit tangens GA, cui in motu applicatur ipsius circuli orbita; in quâ accipiatur sextans hinc & hinc AD, & AE. Igitur in Conversione, dum

Centrum C trahitur ad F, punctum D venit in G, & arcus DA æqualis est rectæ GA, cui in motu subinde per partes congruit: atque adeò, quarum partium semidiameter CA est 21, earum arcus AD, & recta AG est 22, & motus centri illi æqualis CF est pariter 22. Quoniam verò in motu orbitæ

bitæ circa ſuum centrum, punctum A aſcendens in E retrocedit juxta menſuram ſinûs S E (qui ad Radium C A 21 eſt ut 18) hinc eſt poſt converſionem, in qua D eſt in G, punctum A ita aſcendiſſe, ut ſit in lineâ H E parallelâ Tangenti G A, ſed motui centri tantum detraxerit, quantus eſt ſinus S E. Quia igitur Radius C D ubi congruit punctis F G, ſecat in H rectam H E, ſumatur H I æqualis ſinui S E, & puncti A totus progreſſus remanet S I partium 4, quarum S H, ſeu C F eſt 22. Quare A eſt in I, quando D eſt in G.

Contrà verò in ſuperiore ſemicirculo ſumatur item ex B hinc, & hic ſextans B K & B L; atque in converſione ubi centrum C venerit in F, & punctum orbitæ D in G, erit K in O, & diameter D K ſecabit parallelam K N in M. Igitur punctum B ita deſcendit ad parallelam N K, ut motui centri C F, hoc eſt B O ſeu R M, addiderit ſuum progreſſum juxta menſuram R L Sinum Sextantis B L, hoc eſt 18. Venit igitur B in N; atque additis R M 22, & M N 18, totus progreſſus puncti B eſt R N 40. Comparatis itaque invicem curvis lineis A I & B N, manifeſtum eſt puncta B & A non æque velociter moveri, cum eodem temporis ſpatio inæqualia loci ſpatia percurrant.

Eadem erit methodus, ſi reliquorum orbitæ punctorum velocitates aut tarditates conſiderandæ ſint: ſi tamen adverteris non eandem eſſe omnium circuli Quadrantum rationem in determinandâ menſura motûs addendi, aut demendi motui centri. Nam in anteriori Quadrante ſuperioris ſemicirculi, & in poſteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, menſura progreſſûs addendi in illo, & regreſſus demendi in iſto, attendenda eſt ex Sinu Recto arcûs, qui deſcribitur in motu circa centrum à puncto, cujus velocitas inquiritur, aut tarditas: Et quidem integer Sinus Rectus accipitur, ſi punctum à ſummo vertice deſcendens, vel ab infimo contactûs puncto aſcendens movetur, ut ex B vel ex A: ſin autem punctum conſideretur, quod intrà eoſdem Quadrantes diſtet ab extremitatibus diametri ſubjecto plano inſiſtentis, puta L aut E, quæ moventur in V, aut in P, progreſsûs aut regreſsûs menſura deſumitur ex differentiâ Sinuum Rectorum, qui reſpondent arcubus B L & B V, aut arcubus A E & A P. In poſteriori verò Quadrante ſuperioris

rioris ſemicirculi, & in anteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, progreſſus addendus, aut regreſſus demendus, motui centri, menſuram deſumit ex Sinubus Verſis, aut ex eorum differentiâ, pro ut puncti motus aſcendens aut deſcendens incipit ab extremitate Quadrantis, aut à loco medio, ut facilè cuique conſtat: neque enim ſchema multiplici linearum deſcriptione ad confuſionem implere operæ pretium eſt.

Cum itaque in oppoſitis Quadrantibus ſimilem menſuram recipiant incrementa atque decrementa ſive à ſinubus Rectis, ſive à Verſis, addenda aut demenda motui centri, manifeſtum eſt punctum quodlibet in integrâ converſione demùm progreſſum fuiſſe pari menſurâ cum motu centri. Si enim Algebricè ſtatuatur motus Centri Z, incrementum in ſuperiore ſemicirculo addendum +A, decrementum in inferiore ſemicirculo tollendum − A; manifeſtum eſt totum motum, qui componitur, Z +A − A non eſſe niſi Z.

His ita conſtitutis, quæ ita clara ſunt, ut nihil habere videantur dubitationis, nec in controverſiam vocari queant, jam eximendus eſt ſcrupulus, quem philoſophantibus injecit Ariſtoteles Mechanic. quæſt. 24. de circulorum concentricorum motu, quando alter ad alterius motum promoto communi centro movetur. Sit enim major circulus, cujus Radius C B, minor autem, cujus Radius C S; quos tangant parallelæ BF & S T, quibus item recta per centrum ducta parallela ſit C O, quam videlicet percurrit centrum, dùm trahitur. Negari non poteſt in hâc circulorum tractione & converſione peripherias tùm majoris, tùm minoris Circuli ſuis Tangentibus ita coaptari, ut factâ Quadrantis B D converſione, fiat pariter Quadrantis S I

conversio, & ubi punctum D venerit in F, punctum I fit in T, & centrum C in O, atque adeò Radius CD mutato situ factus sit OF. Major igitur Quadrans percurrit spatium BF, & minor spatium ST. At quia æquales rectæ OF & CB perpendiculares sunt ad eandem rectam BF, etiam sunt parallelæ, jungúntque parallelas ST & BF, quæ propterea etiam sunt æquales, ex 34. lib. 1. Igitur arcus SI minor arcu BD, coaptatur spatio æquali ipsi arcui Quadrantis BD, cui supponitur æqualis recta BF. Quarum itaque partium 7 est Radius CB, earum est Quadrans BD, hoc est recta BF 11, estque pariter ST 11. At quarum partium 7 est Radius CB, earum sit Radius CS 4; igitur Quadrans SI est $6\frac{2}{7}$ multo minor quàm recta ST, cui ipse Quadrans SI in motu congruit.

Id enim verò tantum præ se fert difficultatis, ut mirum sit, quot Ixiones rota hæc torqueat, & quàm varias in partes se alij aliter versent; quorum sententias si examinare liberet, in longum nimis sermonem me vocaret ista disputatio, nec satis scirem, utrùm plus aliquid lucis propositæ quæstioni affunderetur. Quid igitur probabilius dicendum videatur, paucis expono.

Priùs tamen observa in dictâ Quadrantis revolutione, quando Centrum C venerit in O, & D in F, & in I in T, tunc punctum B esse in E (est enim OE æqualis Radio CB) atque punctum S in V (est scilicet OV æqualis Radio CS) ita ut B ascendat per curvam BE, punctum autem S ascendat per curvam SV; & similiter punctum D descendat per curvam DF, punctum verò I descendat per curvam IT. Ex quo patet punctum S minoris circuli plus promoveri, quàm punctum B majoris circuli; hujus enim progressus est CE, illius autem est CV: & pari ratione constat magis ad anteriora promoveri punctum I minoris circuli, cujus progressûs mensura est IO, quàm punctum D majoris circuli, cujus progressus est DO.

Et hæc quidem, quando centri motus legem accipit à peripheriâ majoris circuli; ad cujus motum minor circulus concentricus movetur; eò quod major circulus insistit subjecto plano, cui orbita subinde coaptatur rectam lineam sibi æqualem designans ex hypothesi, dumque movetur, secum rapit interiorem circulum.

Quod

Quod si minor circulus insistat subjecto sibi plano, legemque det motui centri; quia minor peripheria designat rectam sibi æqualem, res contrario modo procedit, quia dum ad minoris circuli motum circulus major movetur, hujus orbita designat in plano subjecto lineam minori peripheriæ æqualem. Hinc si arcus S I designat rectam S G sibi æqualem, ubi I venerit in G, etiam D erit in H, atque totus Quadrans B D designabit solùm rectam B H æqualem rectæ S G. Erit igitur recta S G æqualis Quadranti S I $6\frac{2}{7}$; cui pariter æqualis est B H: Ex quo fit punctum B, quia distat à centro C partibus 7, non solùm non procedere in revolutione Quadrantis; sed retrocedere per $\frac{5}{7}$ interea, dum commune centrum C promovetur per $6\frac{2}{7}$.

Non absimili ratione punctorum B, & S jam in E & V translatorum motus per consequentes circuli Quadrantes, donec integra revolutio perficiatur, considerandus est: & quæ de uno puncto cujusque circuli deprehenduntur, de singulis ejusdem orbitæ punctis dicta faciliùs intelliguntur, quàm ut uberiori explicatione opus sit.

Ex his apertè liquet eam lineam rectam in subjecto plano designari à peripheriâ tùm majoris, tùm minoris circuli, quæ æqualis sit motui centri, prout ille legem accipit à majore aut à minore orbitâ, ad cujus motum altera movetur; ac proinde modò longiori, modò breviori lineæ rectæ in motu coaptantur ambæ peripheriæ; ut enim rectè loquitur Aristoteles loc. cit. *Quando hic quidem movet, ille verò movetur ab isto, quantum utique moverit alter, tantum alter movebitur.*

Cur igitur parem lineam rectam designat in plano utraque orbita major & minor? constat ex dictis: quia nimirum cujuslibet circuli quodlibet punctum dum trahitur simul, & volvitur, promovetur non nisi pro ratione motûs centri: sed concentricorum circulorum unum & idem est centrum; ergo unicus est centri motus, & secundùm unam eandemque mensuram motûs centri, omnia puncta tùm majoris, tùm minoris orbitæ, demum absolutâ conversione, promota sunt; singulorum enim incrementa, dum superiorem semiperipheriam motu describunt, ab oppositis decrementis elisa in inferioris semipe-

Methagenis artificium imitatus Paconius, teste Vitruvio lib. 10. cap. 6. lapideam basim longam pedes duodecim, latam pedes octo, & altam pedes sex Apollinis colosso restituendam, duabus Rotis pedum circiter quindecim, similiter inclusit: sed aliâ ratione ac Methagenes deducere statuit. A Rotâ ad Rotam circâ lapidem fusos sextantales, hoc est crassitudinis pollicum duorum, ad circinum compegit ita, ut fusus à fuso non distaret pedem unum. Tùm circà fusos funem involvit, qui bobus trahentibus explicabatur, & convertebantur Rotæ. Verùm quia funis circumvoluti spiræ ad unam, aut ad alteram partem spectabant, non poterat viâ rectâ ad lineam deduci moles illa; sed modò in hanc, modò in illam partem deflectebat, ut opus esset retroducere, adeò ut ducendo & reducendo pecuniam contriverit, & operam luserit Paconius. Potuisset tamen huic malo occurrere, nec sui inventi laude fraudari, si circà fusos non unicum, sed duplicem funem ita involvisset, ut funium spiris vel ab extremitatibus fusorum, vel à medio, incipientibus, funis uterque paribus semper intervallis à sibi proximâ Rotâ distarent; sic enim factum fuisset, ut boves æqualiter utrumque funem trahentes, æqualiterque evolventes, molem illam rectâ viâ deducerent.

Quamquam autem suâ laude non careant hujusmodi artificum inventa, expeditissimè tamen, & citrà impendium, onera ingentia traducuntur subjectis cylindris, qui pondere pressi, cùm illud trahitur, convertuntur. Palangas peculiari vocabulo Veteres dixere frestes teretes, qui navibus subjiciuntur, cùm attrahuntur ad pelagus, vel cùm ad littora subducuntur; ut apud Nonium Marcellum legisse me memini. Neque aliud quidpiam censendus est Cæsar intellexisse, ubi lib. 3. Belli Civil. scribit *Quatuor biremes subjectis scutulis* (fortasse *scutalis*, hoc est *scytalis*, antiquis enim Romanis *u* literam usupari solitam loco *y* literæ Græcæ notum est) *impulsas vectibus in interiorem partem transduxit.* Sunt autem scytalæ ut apud Suidam, rotunda & polita ligna: aliquid tamen peculiare addit Aristoteles in Mechan. quæst. 11. quærens, *cur super scytalas faciliùs portantur onera quàm super currus, cum tamen ĝ magnas habeant rotas, illa verò pusillas?* Scytalis nimirum pusillas

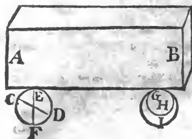
ſillas rotas adjectas intelligit, non eas quidem circà axem, ſed cum axe ipſo, cui adnectuntur, verſatiles; cujuſmodi eſſent in hoc ſchemate rotulæ A & B cum ſuo axe connexæ.



Porrò duplicem hujuſmodi ſcytalarum uſum conſidero: ſi enim onus impoſitum incumbat Rotulis ipſis, vel quia plana ſit ejus ſuperficies, vel quia tabulato fuerit ſuperpoſitum, perinde res ſe habet, atque ſi cylindrus eſſet, cujus diameter idem eſſet cum rotularum diametro: neque tunc admodum refert, cujuſnam figuræ ſit axis, quem onus non tangit, ſive rotundus ille ſit, ſive angulatus. At ſi onus ipſi axi incumbat, promineantque hinc & hinc rotulæ, omninò neceſſe eſt axem rotundum eſſe, ut fieri poſſit rotularum converſio, atque ita longum, ut inter rotulas onus laxè intercipiatur; maximè quippe cavendum eſt, ne rotulæ onus contingant, alioquin ex mutuo conflictu mora non mediocris motui crearetur. Ideò autem excogitatæ videntur hujuſmodi ſcytalæ, ut minimâ ſui parte ſecundùm extremitates tangerent ſubjectum planum, atque adeò in pauciora incurrerent offendicula, quàm cylindri totâ ſuâ longitudine incumbentes plano. Sed illæ ab uſu artificum jam diù intermiſſæ locum ſimplicibus cylindris conceſſere, quippe qui ob continentem ſibique ſemper ſimilem figuram ſolidiores ſunt, & periculo carent, cui obnoxiæ ſunt ſcytalæ, ne videlicet Rotulæ illæ labem aliquam faciant cum rotunditatis, atque adeò etiam motûs, detrimento. Illud verò commodum, quod ex offendiculorum evitatione oriebatur, obtinemus pariter, ſi duplicem planorum tigillorum ſeriem ſubſternamus capitibus cylindrorum; hinc enim fit, ut viarum ſalebræ evitentur, & Cylindri modicâ ſui parte contingant ſubjectos tigillos, qui viam planam & æquabilem conſtituentes moram nullam motui injiciunt.

Sed & in hoc cylindrorum uſu communiter cenſetur aliquid ineſſe facilitatis majoris ad onera deducenda, quàm ſi illa currui imponerentur; tùm quia currui ſua ineſt gravitas, quæ unà cum impoſitâ ſarcinâ majus onus conſtituit, ac

propterea in utroque transferendo is, qui trahit, majorem impendit laborem; at subjectis oneri cylindris, horum gravitas nihil officit trahenti: Tùm quia currûs Rotæ, cum sint circà suum axem, cui infiguntur, mobiles, aut hùc & illuc nutant, si laxa sint capita, nec clavo exquisitè coërceantur, aut si arctiùs axi cohæreant, axem quem complectuntur, & clavum quo coërcentur, validiùs terunt; & ex utroque hoc capite movendi difficultas oritur, cùm aliquid impressi impetûs aut in illâ inconstantiâ, aut in hoc conflictu conteratur: nihil autem hujusmodi cylindris contingit. Tùm etiam quia Rotæ modiolus ab axe premitur, & deorsùm pondere urgente, & antrorsùm impetu ad anteriora trahente; ex quo quantùm difficultatis in movendo oriatur, hinc manifestum est, quod nisi axungiâ aut amurcâ illinantur curruum axes, ægrè convertuntur rotæ, & denso stridore, quantus sit partium tritus atque conflictus, testatum faciunt. At Cylindri quantumvis ab onere premantur, nullo pingui liquore oblinendi sunt, ut lubrici fiant; nulla enim impositi oneris asperitas cylindrorum conversionem impedire potest. Nam si fuerit ingens lapis A B cylindris subjectis impositus, & cylindri punctum C congruat puncto A lapidis, diametri C D altera extremitas D tangit subjectum planum; cum verò saxum ex B versùs A propellitur, seu trahitur ex A, ita cylindrus convertitur, ut D F arcus sensim ad subjectum planum, contrà verò arcus C E ad impositum saxum accommodetur, citrà omnem saxi & cylindri affrictum.



Hinc tamen aliquid etiam incommodi cylindris adhæret, si cum plaustrorum rotis conferantur; hæ scilicet motum continuant, cum sine fine volvantur, quippe quæ axi infixæ, imposito oneri pariter, ut ita loquar, cohærent; illos verò, nimirum cylindros, onus dum promovetur, post se relinquit; ac proinde aut cylindrorum copia non exigua suppetere debet, qui

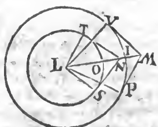
qui longâ serie dispositi onus alij ex aliis excipiant, aut qui relinquuntur, subinde transferendi sunt, ut iterùm oneri subjiciantur. Verùm hæc alterna cylindrorum translatio non adeò gravis est; quin plus habeat adjumenti, quàm incommodi; cum enim plurimùm referat, utrùm qui subjicitur cylindrus, reliquis posterioribus cylindris parallelus, an obliquus statuatur, ut onus ad lineam viâ rectâ deducatur, aut motus sui vestigium inflectat; facillimum est opportunâ cylindri translati collocatione parallelâ, aut obliquâ, destinatum oneris motum administrare.

Illud autem non immeritò hîc examinandum occurrit, utrùm majores cylindri minoribus potiores censendi sint, & an præstet subjicere oneri cylindrum GI majorem, an verò minorem GH. Et quidem si figuræ dumtaxat magnitudo atque parvitas spectetur, hoc unum discrimen invenio, quòd ad certam motùs mensuram perficiendam crebriùs volvi oportet cylindrum minorem, quàm majorem; onus verò à subjecto plano distare majoris diametri GI intervallo potiùs, quàm minoris GH, non video, quid conferat ad motûs facilitatem; tantum enim promovetur onus, quantus est peripheriæ arcus, cui illud in motu aptatur, eísque æqualis est arcus oppositus, qui plano pariter in motu congruit: ac propterea parùm refert, utrùm eadem arcus mensura sit majoris circuli pars minor, an minoris circuli pars major.

Verùm si qua inter motum occurrant offendicula, hæc minùs officere majori cylindro, quàm minori, dicendum est, quemadmodum & de rotis majoribus dictum est superiori capite; siquidem majoris cylindri diameter obliquior incidit in idem offendiculum, quod minùs directè opponitur motui, & longiore motu Potentiæ fit eadem ponderis elevatio, ut ibi explicatum est.

Aliud est præterea, nec sanè nullius momenti, quod majori cylindro incitatiorem dat volubilitatem; quòd videlicet (quemadmodum & globo majori contingit) major cylindrus, quamvis Geometricam Rotunditatem non assequatur, tamen propiùs accedit ad figuram exquisitè Rotundam, quàm minor: si enim à circulo Geometricè perfecto æqualiter recedant utriusque cylindri majoris ac minoris bases, non tamen æqua-

liter angulata eſt utraque baſis, ſed in majori major eſt angulus, in minori minor, atque adeò ille magis, quàm hic, ad rotunditatem accedit. In majori autem circulo angulum, qui peripheriam complectitur, majorem eſſe palam eſt, quia idem exceſſus majori Radio additus conſtituit ſecantem anguli minoris, quàm ſi minori Radio addatur; ac propterea angulus Complementi major eſt in majori, quàm in minori. Id quod, per ſe quidem ſatis clarum, dilucidiùs explicabitur, ſi ex minore circulo extet particula, cujus altitudo ſit O N, ex majore autem circulo æqualis altitudo emineat I M. Ductis Tangentibus & Radiis, certum eſt Secantis exceſſum O N ſupra Radium L O minorem, habere majorem Rationem ad ſuum Radium, quàm habeat æqualis exceſſus I M ad ſuum Radium L I majorem ex 8. lib. 5. Eſt igitur M L P angulus minor angulo N L S, & Complementum L M P majus eſt Complemento L N S quare totus angulus V M P major eſt toto angulo T N S, ac proinde magis ad rotunditatem accedit.



CAPUT X.

Circulorum Concentricorum motus explicatur.

Circuli motus, ob id ipſum quia circulus eſt, circa ſuum centrum perficitur eâ ratione, ut ſuperiores partes progrediantur, inferiores retrocedant, anteriores deſcendant, poſteriores aſcendant, ſervatâ ſemper pari oppoſitorum progreſsûs atque regreſsûs, deſcensûs atque aſcensûs menſurâ; pro ut unicuique rem vel leviter conſideranti patet. Quare dum in gyrum circulus agitur, centrum quidem manet, reliquæ verò partes ita ſingulæ ex alio in alium locum ſibi invicem

cem succedentes commeant, ut circulus totus spatium, in quo volvitur, omninò non mutet. Quemadmodum observare est in Solis orbitâ, quam Eclipticam vocant; hæc enim diurnâ conversione circa Mundi axem Solem secum rapiens à suo loco non recedit, Sole ab ortu in Occasum commigrante: id multò magis in singulorum circulorum circà sua centra revolutione manifestum apparet. Quod si circulus aut horizonti parallelus, aut illi ad perpendiculum insistens, raptetur; motus ille nihil habet circulari affine, cùm circa centrum non perficiatur, sed singula circuli puncta solo motu recto unâ cum centro moveantur.

Sin autem axis circulo versatili infixus trahatur, jam circulus & cum axe pariter movetur, & circa axem volvitur; atque adeò singularum circuli partium motus is est, qui ex recto centri, & circulari ipsius orbitæ componitur. Hinc semicirculi superioris partes cum progrediantur versùs eumdem locum, ad quem centrum tendit, suum motum motui centri addunt: Contrà verò inferioris semicirculi partes retrocedentes suum motum à centri motu detrahunt. Rotæ igitur puncta omnia, dum currus trahitur, si non summatim tota revolutio, sed particulatim, accipiatur, non æquali velocitate moventur. Sit explicandi gratiâ, circulus B D A E, cujus centrum C moveatur versus F, & sit tangens G A, cui in motu applicatur ipsius circuli orbita; in quâ accipiatur sextans hinc & hinc A D, & A E. Igitur in Conversione, dum

Centrum C trahitur ad F, punctum D venit in G, & arcus D A æqualis est rectæ G A, cui in motu subinde per partes congruit: atque adeò, quarum partium semidiameter C A est 21, earum arcus A D, & recta A G est 22, & motus centri illi æqualis C F est pariter 22. Quoniam verò in motu orbitæ

bitæ circa ſuum centrum, punctum A aſcendens in E retrocedit juxta menſuram ſinûs S E (qui ad Radium C A 21 eſt ut 18) hinc eſt poſt converſionem, in qua D eſt in G, punctum A ita aſcendiſſe, ut ſit in lineâ H E parallelâ Tangenti G A, ſed motui centri tantum detraxerit, quantus eſt ſinus S E. Quia igitur Radius C D ubi congruit punctis F G, ſecat in H rectam H E, ſumatur H I æqualis ſinui S E, & puncti A totus progreſſus remanet S I partium 4, quarum S H, ſeu C F eſt 22. Quare A eſt in I, quando D eſt in G.

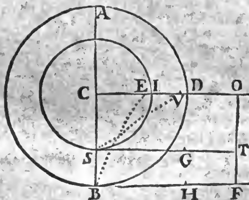
Contrà verò in ſuperiore ſemicirculo ſumatur item ex B hinc, & hic ſextans B K & B L; atque in converſione ubi centrum C venerit in F, & punctum orbitæ D in G, erit K in O, & diameter D K ſecabit parallelam K N in M. Igitur punctum B ita deſcendit ad parallelam N K, ut motui centri C F, hoc eſt B O ſeu R M, addiderit ſuum progreſſum juxta menſuram R L Sinum Sextantis B L, hoc eſt 18. Venit igitur B in N; atque additis R M 22, & M N 18, totus progreſſus puncti B eſt R N 40. Comparatis itaque invicem curvis lineis A I & B N, manifeſtum eſt puncta B & A non æque velociter moveri, cum eodem temporis ſpatio inæqualia loci ſpatia percurrant.

Eadem erit methodus, ſi reliquorum orbitæ punctorum velocitates aut tarditates conſiderandæ ſint: ſi tamen adverteris non eandem eſſe omnium circuli Quadrantum rationem in determinandâ menſura motûs addendi, aut demendi motui centri. Nam in anteriori Quadrante ſuperioris ſemicirculi, & in poſteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, menſura progreſsûs addendi in illo, & regreſſus demendi in iſto, attendenda eſt ex Sinu Recto arcûs, qui deſcribitur in motu circa centrum à puncto, cujus velocitas inquiritur, aut tarditas: Et quidem integer Sinus Rectus accipitur, ſi punctum à ſummo vertice deſcendens, vel ab infimo contactûs puncto aſcendens movetur, ut ex B vel ex A: ſin autem punctum conſideretur, quod intrà eoſdem Quadrantes diſtet ab extremitatibus diametri ſubjecto plano inſiſtentis, puta L aut E, quæ moventur in V, aut in P, progreſsûs aut regreſsûs menſura deſumitur ex differentiâ Sinuum Rectorum, qui reſpondent arcubus B L & B V, aut arcubus A E & A P. In poſteriori verò Quadrante ſuperioris

rioris semicirculi, & in anteriori Quadrante inferioris semicirculi, progressus addendus, aut regressus demendus, motui centri, mensuram desumit ex Sinubus Versis, aut ex eorum differentiâ, pro ut puncti motus ascendens aut descendens incipit ab extremitate Quadrantis, aut à loco medio, ut facilè cuique constat: neque enim schema multiplici linearum descriptione ad confusionem implere operæ pretium est.

Cum itaque in oppositis Quadrantibus similem mensuram recipiant incrementa atque decrementa sive à sinubus Rectis, sive à Versis, addenda aut demenda motui centri, manifestum est punctum quodlibet in integrâ conversione demùm progressum fuisse pari mensurâ cum motu centri. Si enim Algebricè statuatur motus Centri Z, incrementum in superiore semicirculo addendum +A, decrementum in inferiore semicirculo tollendum − A; manifestum est totum motum, qui componitur, Z +A − A non esse nisi Z.

His ita constitutis, quæ ita clara sunt, ut nihil habere videantur dubitationis, nec in controversiam vocari queant, jam eximendus est scrupulus, quem philosophantibus injecit Aristoteles Mechanic. quæst. 24. de circulorum concentricorum motu, quando alter ad alterius motum promoto communi centro movetur. Sit enim major circulus, cujus Radius CB, minor autem, cujus Radius CS; quos tangant parallelæ BF & ST, quibus item recta per centrum ducta parallela sit CO, quam videlicet percurrit centrum, dùm trahitur. Negari non potest in hâc circulorum tractione & conversione peripherias tùm majoris, tùm minoris Circuli suis Tangentibus ita coaptari, ut factâ Quadrantis BD conversione, fiat pariter Quadrantis SI



Quod si minor circulus insistat subjecto sibi plano, legemque det motui centri; quia minor peripheria designat rectam sibi æqualem, res contrario modo procedit, quia dum ad minoris circuli motum circulus major movetur, hujus orbita designat in plano subjecto lineam minori peripheriæ æqualem. Hinc si arcus S I designat rectam S G sibi æqualem, ubi I venerit in G, etiam D erit in H, atque totus Quadrans B D designabit solùm rectam B H æqualem rectæ S G. Erit igitur recta S G æqualis Quadranti S I $6\frac{2}{7}$; cui pariter æqualis est B H: Ex quo fit punctum B, quia distat à centro C partibus 7, non solùm non procedere in revolutione Quadrantis; sed retrocedere per $\frac{5}{7}$ interea, dum commune centrum C promovetur per $6\frac{2}{7}$.

Non absimili ratione punctorum B, & S jam in E & V translatorum motus per consequentes circuli Quadrantes, donec integra revolutio perficiatur, considerandus est: & quæ de uno puncto cujusque circuli deprehenduntur, de singulis ejusdem orbitæ punctis dicta faciliùs intelliguntur, quàm ut uberiori explicatione opus sit.

Ex his apertè liquet eam lineam rectam in subjecto plano designari à peripheriâ tùm majoris, tùm minoris circuli, quæ æqualis sit motui centri, prout ille legem accipit à majore aut à minore orbitâ, ad cujus motum altera movetur; ac proinde modò longiori, modò breviori lineæ rectæ in motu coaptantur ambæ peripheriæ; ut enim rectè loquitur Aristoteles loc. cit. *Quando hic quidem movet, ille verò movetur ab isto, quantum utique moverit alter, tantum alter movebitur.*

Cur igitur parem lineam rectam designat in plano utraque orbita major & minor? constat ex dictis: quia nimirum cujuslibet circuli quodlibet punctum dum trahitur simul, & volvitur, promovetur non nisi pro ratione motûs centri: sed concentricorum circulorum unum & idem est centrum; ergo unicus est centri motus, & secundùm unam eandemque mensuram motûs centri, omnia puncta tùm majoris, tùm minoris orbitæ, demum absolutâ conversione, promota sunt; singulorum enim incrementa, dum superiorem semiperipheriam motu describunt, ab oppositis decrementis elisa in inferioris semipe-

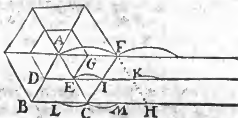
ripheriæ descriptione, solum centri motum relinquunt. Nil itaque mirum, si tres lineæ, quarum primam centrum percurrit, secundam orbita minor designat, tertiam orbita major, planè æquales sunt; pendent enim ab unico & communi motu centri, cui nihil additur, aut demitur ex integrâ conversione circa centrum, sivè illa latiùs excurrat in majore circulo, sivè arctiùs in minore coërceatur.

At, inquis, difficile est cogitatione assequi, & oratione explicare, quî fieri possit, ut peripheriâ utrâque subjectum sibi planum semper tangente, nullóque puncto manente sine motu, ita ut plana subjecta ab aliis subinde atque aliis punctis tangantur, pauciora puncta minoris peripheriæ totidem punctis rectæ lineæ coaptentur, ac plura puncta majoris peripheriæ.

Sunt qui difficultatem hanc declinant adstruentes infinita puncta tùm in circulorum peripheriis, tùm in lineis rectis, negantésque inter infinitas multitudines, quæ invicem comparentur, affirmari posse totidem in unâ infinitâ multitudine, ac in aliâ pariter infinitâ unitates reperiri, nulla enim est infiniti ad infinitum Ratio, ac proinde nulla fieri potest, perinde ac in multitudinibus finitis, comparatio minoris, aut majoris, aut propriè, &, ut aiunt, positivè æqualis. Hæc tamen (quamvis quod ad infinita Ratione carentia spectat, à me ultrò admittantur, Rationem scilicet habere dicuntur inter se magnitudines, idem & de multitudinibus dicendum, quæ possunt multiplicatæ se mutuò superare, ut definit Euclides lib. 5. ubi autem nullus est terminus, ut in infinito, nullus pariter excessus intercedere potest quavis factâ multiplicatione) non facient satis comparanti omnia puncta unius lineæ cum omnibus punctis alterius lineæ, non quâ infinitæ punctorum multitudines sunt, sed quâ finitæ magnitudines ex punctis illis quantumvis infinitis constituuntur: finitas autem magnitudines comparari invicem posse, ac Rationem inter se habere nemo negaverit. Superest igitur explicandum, quomodo peripheria minor coaptetur lineæ rectæ æquali illi eidem, cui commensuratur peripheria major.

Propterea, duce Galilæo Dialog. 1. de motu, observant similium polygonorum concentricorum motum ac conversionem, in quâ polygonum, ex quo centri motus legem accipit, singu-

la latera ita æqualibus lineæ rectæ partibus accommodat, ut in integrâ conversione linea recta subjecti plani sit æqualis perimetro polygoni: at non item partes omnes lineæ, cui alterum polygonum in motu coaptatur, si unica comprehensione sumantur, lineam æqualem polygoni majoris perimetro constituunt. Res, claritatis gratia, explicetur in Hexagonis, quorum commune centrum sit A, & latera BC, DE incumbant parallelis lineis BH, DK. Det primùm legem motui centri polygonum exterius, & majus, fiatque conversio circa punctum C, demùm latus CF congruet rectæ CH, & centrum A per arcum AF erit translatum in F; latus verò minoris polygoni EG congruet parti IK, intactam relinquens partem EI, ita tamen; ut tota EK æqualis sit ipsi CH. Id quod est manifestum, quia factâ translatione centri in F, semidiameter, quæ ex F pertingit ad H, est parallela ipsi AC, cum ad similes angulos incidat in subjectam lineam; sunt autem parallelæ etiam AF, DK, & BH; igitur tres lineæ AF, EK, CH sunt æquales, ex 34. lib. 1. Atqui quod uni lateri contingit, etiam reliquis lateribus commune est; igitur factâ integrâ conversione Hexagonum majus designabit lineam sextuplicem ipsius CH æqualem toti perimetro, & Hexagonum minus percurret lineam similiter ipsius EK sextuplicem, quæ æqualis est perimetro majoris Hexagoni, sumendo tàm partes lineæ DK, quas intactas relinquit, quàm quæ tanguntur. Cæterùm si eæ solùm, quæ ab Hexagono minore tanguntur, accipiantur, patet illas simul sumptas non esse majores perimetro ejusdem minoris Hexagoni.



Deinde polygonum interius & minus det legem motui centri, & conversio fiat circa punctum E, postquam latus EG congruit lineæ EI, & centrum est in G (in hoc enim exemplo ad vitandam in Schemate confusionem literarum assump-

tum est Hexagonum minus subquadruplum majoris, latera scilicet minoris subdupla sunt laterum majoris) cum interim punctum C retrocesserit in L, & demum latus C F congruat lineæ L M. Igitur majus polygonum solùm designat in motu, quo progreditur, lineam C M æqualem lateri minoris polygoni E I; & factâ integrâ conversione, designata erit linea sextuplex ipsius C M & ipsius E I; atque adeò utrumque polygonum æqualem lineam progrediendo designat.

Hæc quæ de Hexagonis concentricis exempli gratiâ dicta sunt, de omnibus similibus atque concentricis polygonis dicta intelliguntur, quotcumque sint laterum. Jam verò Authores illi concipiunt circulos tanquam polygona infinitorum laterum: & quemadmodum minus polygonum totidem spatia subjectæ lineæ intacta relinquit, totidemque tangit, quot habet latera; ita pariter in circuli minoris conversione, infinita spatia vacua non-quanta (ne scilicet si quanta essent, opus esset lineâ infinitâ) intermista spatiis, quæ tanguntur, adstruunt, adeò ut demùm ex omnibus spatiis tactis simul & intactis coalescat linea æqualis ei, quæ tangitur à majore peripheriâ majoris circuli.

Mihi tamen arridere non potest illa loquendi formula, quæ circulum polygonum infinitorum (& quidem infinitorum simpliciter) laterum dicit. Polygonum enim utique regulare circulus esset; polygonum autem esse non potest illud, quod angulis caret; neque anguli esse possunt, ubi non est lineæ ad lineam inclinatio; in peripheriâ verò circuli linea nulla esse potest, essent siquidem infinitæ lineæ æquales invicem, quæ utique constituerent extensionem simpliciter infinitam. Quod si infinita dixeris puncta; non est puncti ad punctum inclinatio, quæ possit angulum constituere, ac proinde circulus non est polygonum infinitorum laterum, nisi vocabulis ad opinandi licentiam immoderatè abutamur. Adde quod omnia diametri puncta ad omnia puncta peripheriæ essent in Ratione, quam Archimedes *lib. de dimensione circuli* definivit contineri inter Rationem 7 ad 22, & Rationem 71 ad 223: non igitur infinita esse possunt aut diametri, aut peripheriæ, aut utriusque puncta; ab infinitis enim Rationem omnem ablegant iidem Authores. Si

itaque

itaque circulus polygonus non est, adhuc indiget explicatione, quomodo ad circulos concentricos traducantur ea, quæ de polygonorum concentricorum conversione considerata sunt.

Quòd si circulum ita in polygonum convertamus, ut nec illi fixum definitumque laterum numerum tribuamus, nec simpliciter infinitum; sed liceat minora semper atque minora latera concipere, ut laterum ipsorum numerus semper augeatur, ita ut non simpliciter infinitus, sed indefinitus dicatur, non abnuo: proposita enim difficultas satis commodè hâc ratione explicabitur. Verùm in hac laterum extenuatione, si ad minimam extensionem deveniamus, quæ à puncto physicè non differat; non infinitus est hujusmodi punctorum numerus, sed certus est atque definitus: Nec ipsis punctis, seu minimis Physicis sua figura detrahenda est, in majori enim peripheriâ minùs curvantur interiùs, minúsque convexa sunt exteriùs, propiúsque ad lineam rectam accedunt; in minori autem orbitâ puncta hæc circularia curvantur magis, magisque convexa sunt exteriùs, & à rectitudine magis deflectentia ita absunt à subjectâ rectâ lineâ, ut, dum conversio fit circuli, & trahitur, describant in motu lineam curvam magis obsecundantem motui centri, quàm quæ describitur à punctis similiter positis in majore peripheriâ.

Cæterùm cavendum est maximè ab eo; quod quia subest æquivocationi, difficultatem in hâc quæstione auget; illud autem est, quod punctum peripheriæ cum puncto lineæ Tangentis perperam comparatur, quasi in contactu coæquarentur; id quod à veritate longè abest; se enim contingunt circulus & linea incommensurabiliter, si contactus præcisè spectetur: at si contactus & motus componantur, jam quædam extensio concipitur, quæ aliquâ ratione comparari potest cum spatio lineæ, quæ tangitur, quatenùs huic aut illi parti lineæ in motu coaptatur circulus, aut ejus pars. Quare circuli minoris, qui ad majoris circuli motum movetur, singula puncta non aptè comparantur cum singulis subjectæ rectæ lineæ punctis, quasi circuli punctum, quod est tertium à contactu, antequam incipiat motus, in conversione tangat tertium rectæ lineæ punctum; sed tanget fortasse quintum aut sextum pro ratione magnitudinis

aut

aut parvitatis ipsius circuli; pro ut in polygonis concentricis observare est; quò enim majus est interius polygonum, eò etiam minora sunt intervalla, quæ intacta relinquuntur. Et quamvis in circuli contactu intervalla hujusmodi intacta non admittantur, non est tamen abs re puncto circuli, quod voluitur simul & trahitur cum ipso circulo, vim tribuere tangendi plus quàm unum subjectæ rectæ lineæ punctum, quemadmodum majoris peripheriæ punctum in motu contingit ex punctis subjectæ lineæ rectæ non communicantibus minus quàm unum, si ad interioris circuli motum circulus exterior moveatur: nam ad majoris, & exterioris motum minor, & interior promovetur; ad minoris verò & interioris motum major & exterior circulus retroagitur. Quapropter si interior circulus in primo casu velociùs, & exterior in secundo casu tardiùs movetur comparatè ad spatium collocatum cum eorum peripheriis, nil mirum in motu perfici ab illius puncto Physico plus spatij, quàm ferat ejus magnitudo, ab hujus autem puncto Physico minus spatij: in continuâ enim quantitate partes minores subinde ac minores vera, ut opinor, Philosophia admittit. Sed quia hæc esset infinita, concertationumque plena disputatio, satis ea sint, quæ diximus, & ad utiliora gradum faciamus.



MECHA



MECHANICORUM
LIBER TERTIUS.

De Libra.

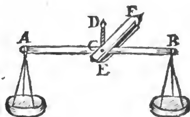
EXPLICATIS superiore Libro Causis motûs Machinalis, ordinis ratio postularet, ut ad ipsas Machinas, seu, ut ab Antiquioribus apud Pappum lib.8. Collect. Mathem. prop.10. vocantur, Facultates, ad quas Machinamenta ab artificibus excogitata reducuntur, aut ex quibus hæc componuntur, examinandas & explicandas progrederemur: Et fortè alicui videatur ab instituto nostro alienum libram hîc considerare, quippe quæ non ad motum oneribus conciliandum inventa est, ideóque nec inter Facultates enumeratur, sed usum omnem habet in motu prohibendo, ubi factum fuerit ponderibus æquilibrium. Nec eo quidem consilio libræ momenta hîc expendo, ut indè Vectis rationes explicentur (quemadmodum non paucis placet) non enim Vectis vires ad libræ Rationes revocandas existimo, cum sua cuique Facultati causa insit, communis illa quidem, sed quæ perinde in Vecte reperitur, atque si nulla prorsus existeret libra. Verùm eatenus libram Mechanicæ contemplationi inserendam censeo, quatenus non minoris artis est ea, quæ in motum prona sunt, cohibere & sistere; quàm onera quiescentia per vim suo loco dimovere: Cum maximè ad libram pertineat Statera, in qua modicum pondus multò majori ponderi æquipollet, æquatis in dispari gravitate gravitationum

momentis, ut infra in loco ostendetur. Præterquam quod explicato æquilibrio, faciliùs declaratur in motu Machinali, quid præstet major illa Ratio momentorum agendi ad momenta resistendi, quàm sit reciproca Ratio gravitatum, seu virium oppositarum, absolutè sumptarum extrà machinam; ex qua majore Ratione momentorum, etiam Potentiæ moventis virtus innotescit. Nihil autem officit libræ dignitati, quod Cain authorem agnoscere videatur, qui, ut Josephus lib. 1. Antiq. Jud. cap. 2. loquitur, *Simplicem hactenus vivendi rationem excogitatis mensuris & ponderibus immutavit, pristinamque sinceritatem & generositatem ignaram talium artium, in novam quandam versutiam depravavit.* Quid enim si quis præclaro artificio ex naturæ thesauris deprompto abutatur? Dolos & fallacias, aut errores, quibus infici potest libræ usus, ideò retegemus: ut nimirum quod Justitiæ commutativæ symbolum datur, omni injustitiæ suspicione vacet. Cæterùm quæ nobis inest arbitrij libertas, potissima naturæ rationis compotis prærogativâ, libræ, aut stateræ jure merito comparatur, quâ iniqui abutentes dicuntur Psalm. 61. *Mendaces filij hominum in stateris:* ubi S. Basilius hom. in Psalm. 61. ait *Cuilibet nostrûm intus statera quædam est à Conditore omnium apparata, per quam rerum naturam possis probè dignoscere.* & infra: *Tibi namque propria datur libra, quæ sufficiens discrimen boni, ac mali demonstrat. Corporea enim pondera in libræ lancibus probamus; quæ verò ad instituendam vitam eligenda veniunt, per liberum arbitrium discernimus: quod & stateram nominavit, quòd momentum æquale ad utrumlibet possit capere.*

CAPUT I.

Libræ forma, & natura exponitur.

EO consilio instituta est libra, ut certis, ac notis ponderibus, ignotæ gravitatis quantitas indagetur, quæ demùm innotescit, cum æquatis hinc & hinc ponderum libræ adnexorum momentis, neutro prævalente, libra consistit. In hoc instru



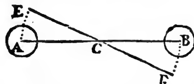
instrumento consideratur primùm *Iugum*, seu *scapus*, seu *librile* A B: hoc bifariam dividitur in C, quod, *Centrum* libræ dicitur, non quia sit necessariò Centrum gravitatis libræ, sed quia est Centrum, circa quod agitur, seu versatur jugum, infixo nimirum in C axiculo, qui & *Agina* Latinis, Græcis apud Aristotelem in quæst. Mechan. *Spartum* dicitur. Partes autem jugi videlicet C A, & C B. *Brachia*, *Rady*, aut etiam ab aliquibus *Librilia* vocantur. Ex medio jugi ad perpendiculum assurgit lingula C D, quæ inseritur ansæ E F complectenti capita axiculi, adeò ut suspensâ ex F an â, quæ horizonti ad perpendiculum immineat, tùm demùm intelligatur factum æquilibrium, cum lingula ansæ congruit, & jugum consistit horizonti parallelum. Utrùm autem *Trutina* dicenda sit ipsa lingula, an verò ansa, non conveniunt Authores: item Grammaticis dirimendam relinquo.

Extremis brachiorum punctis A & B adnectitur utrumque pondus, tam notum, quod est alterius mensura, quàm ignotum, cujus gravitas examinatur. Nihil autem refert, an pondera uncinis adnexa dependeant, an verò lancibus indè pendentibus imponantur; id quod vulgare est magisque usitatum, & libræ fecit nomen *Bilanci*. Illud enim præcipuum est, ac maximè attendendum, quòd omnia hinc & hinc æqualia sint, nimirum pondus unius lancis cum funiculis seu catenulis æquale sit ponderi alterius lancis cum suis appendiculis (pondus, inquam, ponderi æquale sit; nil enim interest æquales ne? an inæquales fuerint utriusque lancis funiculi secundùm longitudinem, modò in æquali distantiâ à centro adnectantur) & brachium alterum majus non sit reliquo brachio non solùm quoad gravitatem, quæ materiæ jugi inest, sed potissimùm quoad ipsorum brachiorum longitudinem.

Porrò hæc brachiorum longitudo non est desumenda, ut ita loquar, materialiter, à centro jugi ad extremitatem, ubi materia desinit, ex quâ constat, sivè ferrum sit, sivè lignum, sivè aliud quidpiam: sed brachiorum longitudinem definiunt

puncta jugi, ex quibus pondera dependent: horum etenim distantiam à centro omnino æqualem esse oportet. Hujusmodi autem puncta non alia sunt, quàm puncta contactûs jugi & annulorum seu uncinorum illi infixorum, quibus deinde lances aut pondera adnectuntur. Hoc illud est, in quo maxima artificis industria, atque diligentia collocanda est, ut exactissimam brachiorum æqualitatem assequatur.

Data itaque hac, quam diximus, brachiorum æqualitate, si æqualia pondera hinc & hinc addantur, manifestum est jugum libræ ex agina suspensum ad neutram partem inclinari, sed manere horizonti parallelum; fieri namque non potest, ut extremitas altera descendat, quin opposita extremitas cum adnexo pondere ascendat, & quidem æquali motu propter brachiorum æqualitatem. Finge enim pondus B descendere in F, utique



pondus A ascendet in E, atque describent arcus BF & AE æquales, quippe qui æqualibus angulis ad verticem in C subtenduntur, & ab æqualibus radiis CB, CA describuntur. At æqualis est in B vis descendendi atque in A repugnantia ad ascendendum; illa igitur præpollere non potest. Siquidem vis descendendi componitur ex ponderis gravitate, & non impeditâ motûs naturalis velocitate; repugnantia verò ad ascendendum componitur & ex ponderis contranitentis gravitate, & ex velocitate motûs præter naturam: sunt autem gravitates ex hypothesi æquales, motus etiam per arcus BF & AE essent æquales; ac proinde vis tendendi deorsum inveniens æqualem oppositam repugnantiam ad motum sursum nequit illi imprimere impetum, quo per vim moveatur: ut enim sequatur motus, aut gravitates dispares esse oportet, aut motuum Potentiæ moventis & Ponderis moti velocitates inæquales, ut major sit Ratio hujusmodi velocitatum, quàm sit reciproca Ratio gravitatum: alioquin nulla esset virium movendi & resistentiæ inæqualitas, ubi omnia essent æqualia. Cum itaque in librâ sic constitutâ intercedat omnimoda æqualitas & brachiorum, quibus definitur motus, & gravitatum, quæ sibi invicem æqualiter obsistunt, ac proinde eadem sit reciproca Ratio gravitatum

&

& motuum, jugum libræ horizonti parallelum consistere necesse est; & in alteram partem si inclinetur, manifestum est in illâ lance plus ponderis fuisse impositum, quàm in reliquâ.

Ut autem quàm exactissimè ponderum ignota gravitas examinari queat, opus est ut axiculus jugo infixus (saltem in superiore parte, cui scapus incumbit) exquisitè cylindricam figuram obtineat; hinc enim fiet, ut cùm rotundo foramine scapi contactus fiat in lineâ, quamcumque tandem positionem habeat ipse scapus: nàm quemadmodum ex prop. 13. lib. 3. duo circuli se intùs contingentes tangunt in puncto, ita duæ superficies cylindricæ, cava alterâ, altera convexa, se tangunt in lineâ. Id si fiat facilè ab æquilibrio deflectet scapus, si vel modica intercedat ponderum inæqualitas. At si angulatus fuerit axiculus, vel superior foraminis pars rotunditatem non fuerit assecuta, jam non in unâ lineâ, sed in pluribus contactus fieret, atque adeò iners esset ad motum scapus, etiamsi non omninò æqualia essent pondera lancibus imposita.

Quare artifices illos non probo, qui axem ita efformant, ut superior pars in aciem desinat, illud sibi persuadentes, quod minore partium conflictu se tangentes axis & scapus faciliorem relinquant in alterutram partem motum libræ. Id quod ut verum sit, non tamen vacat periculo, ne, dum axis capita inseruntur ansæ, acies illa planè sursùm non dirigatur, sed modicum in alterutram partem vergat: quæ declinatio si contingat, foramen autem exactè rotundum fuerit, miraculo proximum cense, si libra vacua æquilibrium constituat, ita ut lingula ritè collocata congruat ansæ; acies si quidem illa dividit inæqualiter scapi longitudinem, & brachium alterum altero longius est, atque præponderat. Hoc vitium ubi librâ contraxerit, inepti artifices nihil suspicati ab axe malè conformato, aut perperam disposito, ortum duxisse, vel brachium extenuant, vel lancem immutant, donec æquilibrium inveniant. Verùm libram hujusmodi dolosam esse inferiùs constabit propter brachiorum inæqualitatem: quæ quidem levem infert ponderum differentiam in rebus exigui momenti contemnendam; sed in iis, quæ exquisitam ponderis mensuram exigunt, non leve damnum hinc potest emergere.

Quod si axis non sit ansæ, sed scapo, firmiter infixus, volua-

tur autem in ansæ foraminibus (id quod artificibus non paucis magis arridet) jam non superior; sed inferior axiculi pars attendenda est; quippe quæ inferiorem foraminum ansæ partem contingit; & eadem, quæ de superiore parte dicebantur, observanda sunt. Illud tamen præterea in ansæ foraminibus observandum venit, quod eorum infima pars ita sit constituta, ut axis illis incumbens parallelus sit horizonti, quando ansa suspenditur, ut libere pendeat, vel ita collocatur, ut ad perpendiculum horizonti immineat: alioquin axe inclinato, jugum urgeret alteram ansæ partem, ab altera recederet; ex quo jugi cum ansa conflictu aliqua motui difficultas crearetur.

Jam verò quod ad pondera attinet, supervacaneum est monere non omnia pondera omnibus libris convenire: quamvis enim libra, quâ libra est, nullam prorsus respuat ponderum gravitatem, sed omnem quorumcumque ponderum æqualitatem apta sit indicare suo æquilibrio; quia tamen ex materiâ constat, quæ definitam habet soliditatem atque partium firmitatem (ut nihil dicam de certis atque definitis viribus retinentis ansam, & cum ansâ libram, ac utrumque pondus) fieri potest, ut adeò gravia lancibus imponantur onera, quæ brachiorum rectitudinem inflectant, & eorum æqualitatem corrumpant: Quare tenuioribus libris parva pondera examinantur, crassioribus majora. Illud potiùs cavendum est, ne pondera, quibus tanquam mensurâ utimur, fallacia sint, quia falsa, aut excedendo legitimam gravitatis quantitatem, aut ab illâ deficiendo.

Quamvis autem tot pondera minimæ mensuræ adhibere possemus, quot numerare oporteret ad explorandam propositæ gravitatis ignotæ quantitatem, hoc tamen valde incommodum esset: quid enim, si lanius carnem in macello vendens grana numerare cogeretur, quæ æquilibrium cum carne constituunt? sed & inutilis esset labor, nam multa sunt, quorum quantitas non est ad vivum resecanda, & minutissimæ particulæ frustra investigantur. Subtilitas hæc relinquatur gemmariis, aurificibus, aurique monetalis cusoribus, quibus damnum esset minutias contemnere. Quamquam nec istis author fuerim, ut singularibus granis uterentur, sed potiùs ponderibus, quæ pluribus granis æquivalerent, si enim singula grana à legitimo pondere deficiunt per centesimam grani partem, quæ facilè sensûs aciem

aciem fugit, additis centum hujusmodi granis error est integri grani deficientis; & in unciâ libræ Romanæ ponderalis ad monetam pertinentis cum grana 576 contineantur, in unciâ auri error esset granorum ferè sex deficientium, & in integrâ librâ, quæ est granorum 6912, esset error granorum 69; qui tamen error vix contingat, si assumatur integra uncia, aut libra: illud si quidem, quod solitarium præ suâ tenuitate in conspectum non cadit, cum pluribus similibus conjunctum evadit demum notabile atque conspicuum. Quare ad paranda pondera hujusmodi subtiliora, assume laminam metallicam pondere unius libræ, sed æquabiliter extensam, ejusque duodecimam partem accipe; hæc erit Uncia, quam sepones. Alterius Unciæ octavam partem assumens habebis Drachmam. Drachmæ pars tertia dabit scrupulum. Scrupuli semissis est obolus. Oboli triens est siliqua. Demùm siliquæ quadrans est Granum. Ex hac minutâ divisione satis constat, quàm obnoxiæ errori sint minores particulæ præ majoribus; idemque error, qui in unciâ singularis esset, & ut nullus consideraretur, toties repetitus, quot grana in unciâ continentur, jam non esset contemnendus. Id autem dictum intelligatur etiam in majoribus ponderibus, ubi unciæ non reputantur, satius esse majora pondera habere, quàm minimam mensuram sæpiùs multiplicatam assumere.

Sed quoniam adhuc incommodum accideret tot habere mensuras, quæ juxta seriem naturalem numerorum crescerent, ut propositæ paucitatis examinandæ quantitas indagetur, observatum est non leve compendium, quod offert progressio Geometrica ab unitate incipiens, & in Ratione duplâ aut triplâ progrediens. Nam maximum terminum progressionis duplæ sibimet ipsi additum si mulctaveris unitate, & in progressione triplâ maximo termino unitate mulctato si residui semissem addideris, numerum habebis gravitatum omnium, quæ paucis illis ponderibus examinari possunt. Sic dentur octo pondera in Ratione duplâ incipiendo ab uncia 1; octavum est unc. 128: hunc numerum duplica, & à 256 aufer unitatem, reliquus numerus 255 indicat octo illis ponderibus posse in librâ examinari omnes gravitates ab uncia 1 ad uncias 255. Simili modo in Ratione triplâ dentur quatuor pondera 1. 3. 9. 27.

aufer

aufer ab ultimo unitatem, remanet 26; cujus semissis 13 additus numero 27 dat 40: cujus igitur gravitatis est primum pondus ut 1, tot gravitates usque ad 40 examinari possunt illis solis quatuor ponderibus. Præstat autem uti ponderibus in Ratione duplâ, quia licèt plura pondera requirantur, omnia tamen seorsim in propriâ libræ lance collocantur: at si Ratio ponderum sit tripla, aliquâ commutatione uti necesse est, ut in adjecta Tabella observabis, quæ usque ad numerum 40. extenditur: Ubi etiam vides in Ratione triplâ sufficere quatuor pondera 1. 3. 9. 27, at in duplâ exigi sex videlicet 1. 2. 4. 8. 16. 32.

Pondera in Ratione Dupla
1. 2. 4. 8. 16. 32.

Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus
1	1	11	8. 2. 1.	21	16. 4. 1.	31	16.8.4.2.1.
2	2	12	8. 4.	22	16. 4. 2.	32	32.
3	2. 1	13	8. 4. 1.	23	16.4.2.1.	33	32.1.
4	4.	14	8. 4. 2.	24	16. 8.	34	32. 2.
5	4. 1	15	8.4.2.1.	25	16. 8. 1.	35	32. 2. 1.
6	4. 2	16	16.	26	16. 8. 2.	36	32. 4.
7	4.2.1.	17	16. 1.	27	16.8.2.1.	37	32. 4. 1.
8	8.	18	16. 2.	28	16. 8. 4.	38	32. 4. 2.
9	8. 1.	19	16. 2. 1.	29	16.8.4.1.	39	32. 4. 2. 1.
10	8. 2.	20	16. 4.	30	16.8.4.2.	40	32. 8.

Pondera

Pondera in Ratione Tripla 1. 3. 9. 27 & 12.

Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus
1	1	1.	14	9.3.1.	27.	27		27.	40		27. 9. 3. 1.
2	1	3.	15	9.3.	27	28		27. 1.	41	1	27. 12. 3,
3		3.	16	9.3.	27. 1.	29	1.	27. 3.	42		27. 12. 3.
4		3. 1.	17	9. 1.	27.	30		27. 3.	43		27. 12. 3. 1.
5	3. 1.	9.	18	9.	27.	31		27. 3. 1.	44	3. 1.	27. 12. 9.
6	3.	9.	19	9.	27. 1	32	3. 1.	27. 9.	45	3.	27. 12. 9.
7	3.	9. 1.	20	9. 1.	27. 3.	33	3.	27. 9.	46	3.	27. 12. 9. 1.
8	1.	9.	21	9.	27. 3.	34	3.	27. 9. 1.	47	1.	27. 12. 9.
9		9.	22	9.	27. 3. 1.	35	1.	27. 9.	48		27. 12. 9.
10		9. 1.	23	3. 1.	27.	36		27. 9.	49		27. 12. 9. 1.
11	1.	9. 3.	24	3.	27.	37		27. 9. 1.	50	1.	27. 12. 9. 3.
12		9. 3.	25	3.	27. 1.	38	1.	27. 9. 3.	51		27. 12. 9, 3.
13		9. 3. 1.	26	1.	27.	39		27. 9. 3.	52		27. 12. 9. 3. 1.

At contingere poteſt paratis hiſce ponderibus in Ratione duplâ aut triplâ aliquid abundare, & maximum terminum cæteris additum excedere quæſitum numerum, (ut hic, ſi opus eſſet provenire ſolum ad 40, maximus terminus 32 eſt abundans) propterea retentâ cæterorum ſummâ adde aliud pondus, ut quæſitum numerum compleat, & eſt illud, quo opus eſt; ſic 1. 2. 4. 8. 16. conficiunt ſummam 31; aufer 31 ex 40, reſiduum eſt 9; ſit igitur ſextum pondus 9, & ſatis erit uſque ad 40; quia cum habeantur reliquis ponderibus omnes numeri infra 31, jam ex 23 & 9 fit 32, ex 24 & 9 fit 33, & ſic de reliquis deinceps. Idem dic de aliâ qualibet ſummâ majore quàm ferant data pondera, minore tamen quàm opus ſit, ſi adhuc unum pondus in eâdem progreſſione adderetur; ſufficit enim reſiduum. Exemplum habes in ſuperiore Tabella ponderum in Ratione triplâ, ubi quatuor conficiunt 40, ſed ſi adderetur quintum in eadem Ratione 81, eſſet nimis magnum,

si solùm habere velimus pondera infra 121 : quæratur usque ad 52, & quia inter 40 & 52 differentia est 12, quintum pondus ut 12 sufficiet. Hinc quia ad libram requiruntur solum 24 semunciæ, ad unciam 24 scrupuli, ad scrupulum 24 grana; si pondera sint in Ratione triplâ, sufficiunt tria ponderâ 1. 3. 9. quæ conficiunt 13, & quartum pondus sit 11, ut compleatur summa 24 : & in Ratione duplâ sufficiunt quatuor pondera 1. 2. 4. 8. quæ conficiunt 15, & quintum pondus 9 complens summam 24 illud est, quod requiritur, ut ex adjectis Tabellis liquet.

Pro 24 semunciis ad libram, aut 24 scrupulis ad unciam, aut 24 granis ad scrupulum 1.2.4.8.9.	
Res	Pondera.
16	9. 4. 2. 1.
17	9. 8.
18	9. 8. 1.
19	9. 8. 2.
20	9. 8. 2. 1.
21	9. 8. 4.
22	9. 8. 4. 1.
23	9. 8. 4. 2.
24	9. 8. 4. 2. 1.

Pro semunciis 24 1. 3. 9. 11.		
Res.	Adde	Pondera.
14		11 3.
15		11. 3. 1.
16	3. 1.	11. 9.
17	3.	11. 9.
18	3.	11. 9. 1.
19	1.	11. 9.
20		11. 9.
21		11. 9. 1.
22	1.	11. 9. 3.
23		11. 9. 3.
24		11. 9. 3. 1.

Unum hîc, ubi de Ponderibus sermo est, obiter moneo, libræ nomen apud Romanos æquivocum fuisse, alia enim erat libra Ponderalis aridorum, alia Mensuralis liquidorum (& potissimum olei, quod cornu librali metiebantur) quam incisis & insculptis lineis in uncias 12 partiebantur, quemadmodum & libra pondo in uncias pariter 12 distinguebatur: sed inter utramque libram, si materia ipsa ad pondus revocabatur, non exiguum erat discrimen; ut enim ex proprio experimento testa-

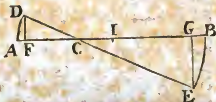
tur

tur Galenus lib. 6. cap. 8. *de compositione medicam. per genera.* Libra mensura solùm uncias decem continebat, quarum libra pondo erat duodecim: quapropter uncia mensuralis ad unciam ponderalem erat ut 5 ad 6 spectatâ gravitate & quantitate materiæ.

CAPUT II.

Libra inæqualium brachiorum expenditur.

USus libræ brachiorum inæqualium minùs necessarius est, ac propterea neque communis aut vulgaris, nisi quatenus ad stateram traductus est: illam tamen hîc considerare erit operæ pretium, ut æquilibrij rationes magis innotescant. Sit libra A B, cujus centro C dividatur jugum in brachia inæqualia C A & C B. Certum est, etiam si nullum addatur pondus, jugum ex centro C suspensum retinere non posse positionem A B horizonti parallelam; quia licet punctum C sit centrum motûs libræ, non est tamen centrum gravitatis illius; hoc enim est in puncto jugum (quod hîc æquabiliter ductum ponitur) bifariam dividente, videlicet in I, quod æquales gravitates I A & I B circumstant. Verùm interim ex hypothesi fingamus lineam A B omni gravitate carentem; & in ipsis libræ extremitatibus statuamus pondera eam inter se reciprocè Rationem habentia, quæ est Ratio brachiorum, & ut C A ad C B, ita sit pondus B ad pondus A. Pondera hæc, quæ in lancibus libræ vulgaris æqualium brachiorum magnam momentorum inæqualitatem haberent, quia inæqualiter gravia, hîc æquilibrium constituunt, quamvis inæquales sint eorum gravitates absolutæ, quia libræ brachia reciprocè: secundùm eandem Rationem inæqualia: quatenus enim alligantur pondera hæc extremita-



tibus libræ, æqualia obtinent momenta, nec jugum A B poteſt in alterutram partem inclinari, cum neutrum pondus poſſit ab altero aſſumere vim, qua ſursùm moveatur, majorem oppoſitâ virtute innatâ deſcendendi, qua repugnat, ne elevetur. Sit C A ad C B ut 1 ad 4, & viciſſim pondus B ut 1 ad pondus A ut 4. Si gravitates dumtaxat conſiderentur, virtus ponderis A eſt ut 4, virtus verò ponderis B ut 1: ſed quia à centro motûs C retinentur, nec liberè rectâ viâ moveri poſſunt, impedimentum recipiunt pro brachiorum longitudine, minùſque impeditur deſcenſus aut aſcenſus rectus ponderis, quod longiori brachio adjacet, magis, quod breviori. Illud igitur pondus, quod majori brachio adnectitur, ſi deſcendat, magis deſcendit, ſi aſcendat, magis aſcendit; quod verò breviori, ſi aſcendat, minùs aſcendit, & ſi deſcendat, minùs deſcendit. atque adeò ſi B deſcenderet in E, menſura deſcensùs eſſet perpendicularis E G, aſſenſum autem ponderis A in D metiretur perpendicularis D F: idem dic ſi A deſcenderet, & B aſcenderet. Porrò D F & E G ſunt in Ratione brachiorum C A & C B ut patet, quia triangula rectangula C F D, & C G E, præter rectos angulos ad F & G æquales, habent etiam æquales ad C angulos ad verticem, & per 32. lib. 1. ſunt æquiangula; igitur per 4 lib. 6. ut C D ad C E, ita D F ad E G; at C D æqualis eſt ipſi C A, & C E ipſi C B (eſt enim eadem linea, quæ mutatâ poſitione A B venit in D E) igitur ut C A ad C B ita D F ad E G. Quare ratione poſitionis pondus B vim habet deſcendendi, & reſiſtit aſcenſui, ut 4, pondus autem A vim habet deſcendendi, ac proinde etiam reſiſtendi, ne aſcendat, ſolùm ut 1.

Cum itaque momentum deſcendendi (idem eſto judicium de momento repugnantiæ, ne aſcendat) componatur tùm ex gravitate ponderis, tùm ex propenſione ad motum, hoc eſt ex motûs, qui conſequi poſſet, velocitate, manifeſtum eſt gravitatem ut 4, cujus motus eſſet ut 1, nec poſſe vincere gravitatem ut 1, cujus motus eſſet ut 4, nec viciſſim poſſe ab illâ vinci; eſt ſiquidem inter gravitatem quadruplam ſemel, & gravitatem ſubquadruplam quater Ratio æqualitatis; victoria autem obtineri non poteſt, niſi intercedat virium inæqualitas. Si enim pondera eſſent æqualia, ponderis A reſiſtentia ratione motû;

m... sset subquadrupla, sed quadruplicatur ratione gravitatis, ergo resistentia est æqualis: item si longitudines essent æquales, resistentia ponderis B esset subquadrupla ratione gravitatis, sed quadruplicatur ratione distantiæ CB; ergo in B est æqualis.

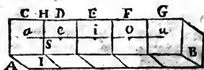
Neutrum igitur pondus potest opposito ponderi impetum imprimere, quo elevetur; quia nimirum unaquæque gravitas majorem impetum alteri communicare non potest, quàm possit ipsa concipere, ac propterea impetus gravitatis B, quæ est ut CA, potens conari deorsum ut GE, si imprimeretur gravitati A, quæ est ut CB, deberet illam elevare ut FD: Atqui gravitas ipsius A, quæ est ut CB, conatur deorsùm ut FD, & ejus impetus si gravitati B, quæ est ut CA, imprimeretur, illam elevare deberet ut GE: igitur in unaquæque gravitate æqualis esset ejusdem conatus deorsùm & vis illata nitens sursùm, nec plus præstare posset impetus impressus, quàm innatus. Utraque igitur consistere debet, & neutra impetum acquirit, aut ab alterâ impetum accipit, quia frustra esset impetus acquisitus aut impressus, quem nullus consequi potest motus. Quare cum eadem sit gravitatum Ratio ut CA ad CB, atque motuum reciprocè ut FD ad GE, ex 16 lib. 6. rectangulum sub extremis CA, hoc est pondere B, ut 1, & motu GE, ut 4, æquale est rectangulo sub mediis CB, hoc est pondere A ut 4, & motu FD ut 1: sunt igitur æqualia momenta, quæ componuntur ex gravitate ut 1 & motu ut 4, atque ex gravitate ut 4 & motu ut 1.

Ex his apertissimè liquet, cur superiori capite tantopere inculcata sit brachiorum æqualitas in libræ jugo, ut ex æquilibrio innotescat propositi ponderis ignota gravitas; hæc enim æqualis censetur notæ gravitati, ubi cùm oblato pondere illa æquâ lance libratur: quia scilicet, si inæqualia essent brachia, inæquales essent propensiones ad motum, seu motuum velocitates, quæ ad componendam momentorum Rationem concurrunt; adeóque fieri non posset, ut æquales essent gravitates in lancibus; nam minor gravitas ex brachio longiore plus habet momenti, quàm ex breviore, pro ratione inæqualitatis brachiorum. Verum est libram hujusmodi brachiorum inæqualium vacuam posse prius ad æquilibritatem reduci, deinde, illâ sic

æquilibri constitutâ posse lancibus imponi Reciprocè pondera pro Ratione inæqualium brachiorum, & ex æquilibrio argui ponderum illorum Rationem, non tamen æqualitatem: sed artificium hoc, quod peritioribus nihil officeret, ansam non modicam furacibus, & dolosis mercatoribus præberet decipiendi imperitos; quamvis enim libræ hujusmodi æquilibri impositis, hinc & hinc ponderibus adhuc fieret æquilibrium, signum quidem esset æqualibus momentis addita esse æqualia momenta gravitatis, non tamen verùm esset additas esse æquales gravitates, ut rudioribus fortasse videretur. Hinc est libram brachiorum inæqualium in usu non esse, ne locus pateat dolis.

Dixi autem expresse priùs statuendam esse libræ vacuæ æquilibritatem, deinde sumenda pondera reciprocè pro Ratione longitudinis brachiorum: nisi etenim priùs æquilibritas illa statueretur, si pondera imposita essent reciprocè in Ratione longitudinis brachiorum, semper pondus minus additum brachio longiori præponderaret, quia etiam ipsa brachij longioris gravitas sua habet momenta, & quidem non modica, majora momentis brachij brevioris, quæ omninò computanda sunt: nam si ponderum in ea Ratione reciprocè positorum momenta sint æqualia, illisque adjiciantur inæqualia gravitatis brachiorum momenta, manifestum est momentorum summam, cui plus additur, majorem esse reliquâ, cui additur minus.

Sed quænam sunt, & quanta utriusque brachij momenta? Ut hæc investigemus, & certâ ratione definiamus, ponamus jugum ipsum secundùm suas omnes partes uniusmodi, & gravitatem æquabiliter fusam per totam illius longitudinem. Sit igitur datum prisma A B, quod in quinque partes æquales dividatur, singulas pondo libram unam; & per singula gravitatis centra ducatur recta *a u*: fiatque secundùm rectam H I, à qua pars una C abscinditur à reliquis, totius prismatis suspensio, ita ut centrum motûs sit in S. Proculdubio unaquæque pars à cæteris sejuncta si appenderetur secundùm longitudinem jugi *a u*, quod infigeretur per centra gravitatum *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, obtineret suum



ſuum momentum juxtà diſtantiam centri ſuæ gravitatis à centro motûs. Quid autem refert (quod quidem attinet ad hanc momentorum Rationem) ſi in unum continuum corpus unitæ illæ partes coagmententur, an verò diviſæ ſolo contactu ſibi invicem adhæreant? eadem quippe eſt gravitas ſingulis inſita, eadem ſingularum à centro diſtantia. Cum itaque centra gravitatum *a* & *e* æqualiter diſtent ab S centro motûs, partes C & D æquiponderant: at diſtantia *S i* tripla eſt diſtantiæ *S a*; ergo momentum partis E triplum eſt momenti partis C; ſimilique ratione pars F habet momentum quintuplum, & pars G ſeptuplum. Igitur componendo, momentum totius aggregati quatuor partium D, E, F, G, eſt ſedecuplum momenti partis C; neque enim ſingulæ partes ex hoc quod cum cæteris pendeant, illiſque cohæreant, ſuum amittunt momentum. Hinc fit momenta brachiorum eſſe inter ſe ut Quadrata longitudinum eorumdem brachiorum: ſiquidem oſtenditur ſingularum partium momentum creſcere ſecundùm Rationem numerorum imparium, prout ſecundùm eandem Rationem creſcunt diſtantiæ centrorum gravitatis illarum. Sic brachiorum longitudines ſi eſſent in Ratione 2 ad 7, illorum momenta ratione ſuæ gravitatis innatæ & ratione poſitionis eſſent ut 4 ad 49.

Hæc Ratio momentorum in Ratione Quadratorum longitudinis, ſi res attentè perpendatur, omnibus eſt manifeſta: Nam ſingulorum brachiorum gravitates juxta hypotheſim æquabiliter fuſæ per totum libræ jugum Rationem inter ſe habent, quam illorum longitudinis propenſiones ad motum, ſeu, quod eòdem recidit, diſtantiæ à centro motûs eandem pariter Rationem habent, quam brachiorum longitudines: Quoniam igitur (ut ſæpiùs dictum eſt, ſæpiúſque iterùm inculcandum) momenta componuntur ex gravitatibus ratione materiæ, & ex propenſionibus ad motum ratione ſitûs ſeu poſitionis, componuntur duæ Rationes longitudinum; atque adeò momentum unius brachij ad momentum alterius brachij eſt in duplicata Ratione ſuarum longitudinum, hoc eſt, ut ipſarum longitudinum Quadrata. Id quod adhuc ulteriùs ſic explicari poſſe videtur. Sit libræ jugum M N, & motûs centrum O: intelligatur moveri, ut obtineat poſitionem

nem P R. Momentum brachij minoris O M referre videtur ſector M O P, momentum verò brachij majoris O N referre videtur ſector N O R; ſingularum quippe partium motus ab arcu deſcriptus illarum momentum ob oculos ponit, & totius brachij momentum illius motus, ſcilicet ſector in motu deſcriptus. At ob æqualitatem angulorum ad verticem in O, ſectores M O P, N O R ſunt ſimiles, &, quia uterque ſector eſt ſimilis pars ſui circuli, eam inter ſe habent ſectores Rationem, quæ eſt circulorum, per 15. lib. 5. circuli autem ſunt in duplicatâ Ratione diametrorum, ex 2. lib. 12. ſeu Radiorum O M & O N; igitur & ſectores ſunt in duplicatâ Ratione O M ad O N, hoc eſt quadrati O M ad quadratum O N.

At quæris. In propoſito priſmate A B, momentum brachij S A ad momentum brachij S B eſt ut 1 ad 16: An, ut habeatur æquilibrium in S, addendum erit in A pondus librarum 15? quandoquidem pars C eſt libræ unius, reliquum autem brachium lib. 4, & longitudo S B eſt quadrupla longitudinis S A.

Hoc ſanè non eſt iis, quæ dicta ſunt, conſequens, nec ex illis efficitur: aliud quippe eſt momenta brachiorum eſſe ut 1 ad 16, aliud verò perinde ſe habere, atque ſi ex brachiorum gravitate carentium extremitatibus penderent libræ 1 & 16, ut ad æquilibrium conſtituendum opus ſit breviori brachio addere libras 15. Primum illud verum eſt, etiam ſi extremitatibus adnecti intelligamus hinc quidem libræ ſemiſſem, hinc verò libras octo, manet ſcilicet eadem Ratio 1 ad 16. Alterum à formâ veritatis prorsùs alienum videtur, nam licet libræ 4 in extremitate B poſitæ æquivaleant libræ unciæ ſimul cum pondere lib. 15. in extremitate A; non eſt tamen eadem ratio librarum 4 ſecundùm longitudinem brachij S B diſtributarum; quo enim propiores ſunt partes centro motûs, eò minus habent momenti: non igitur libræ 4 ſic diſtributæ æquivalent libris 16, nec addendum erit pondus librarum 15 in oppoſitâ extremitate ad æquilibrium conſtituendum, quandoquidem nec ipſa

unica

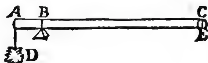
unica libra partis C tantùmdem habet momenti, quantum haberet si totâ ex A penderet.

Equidem ex his, quæ paulò ante dicebam de sectoribus referentibus momenta brachiorum, aliquando eò deveni, ut suspicarer totam gravitatem brachij ON (idem dic de reliquo OM) intelligendam esse ibi exercere totum momentum, ubi est quasi centrum omnium suorum momentorum, hoc est, ubi momenta bifariam dividuntur. Si autem sector NOR refert totum momentum brachij ON; non est intelligendum centrum hoc momentorum esse punctum L, ubi est semissis brachij ON; quia Sector LOQ ad Sectorem NOR est in Ratione Quadrati OL ad Quadratum ON, quod est illius quadruplum. Quod si inter OL & ON sumatur media proportionalis OV, jam sector VOT est ad Sectorem NOR in duplicatâ Ratione Radiorum OV, & ON, hoc est ut OL ad ON, hoc est ut 1 ad 2; ac propterea Sector VOT æqualis est Trapezio NVTR; proinde in V videbantur divisa æqualiter momenta. Hinc arguebam vel totam brachij gravitatem censendam esse sua exercere momenta in puncto distantiæ à centro motûs mediæ proportionalis inter semissem brachij & totam brachij longitudinem, vel in extremitate brachij censendam esse pendere gravitatem, quæ medio loco proportionalis sit inter totam brachij ejusdem gravitatem & ejus semissem.

Verùm, ut quod res est sincerè eloquar, quamvis in Sectoribus illis, quos paulò ante commemorabam, imaginem quandam momentorum gravitatis secundùm brachiorum longitudinem distributæ agnoscerem, non tamen in re Physicâ satis fidebam Geometricæ illi commentationi: quippe qui observabam à Sectoribus quidem poni ob oculos Rationem momentorum singulorum brachiorum ex motu, qui idem est, sivè multa, sivè modica sit gravitas, sivè in uno, sivè in alio puncto constituta intelligatur, non tamen definiri ipsius gravitatis momenta. Quare satius duxi ad experimenta potiùs confugere, ut hinc lux aliqua suboriretur, qua gravitatis quæsita momenta innotescerent.

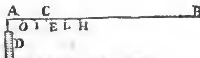
Primùm igitur assumptus est ligneus cylindrus, cujus diameter CE unc. 1, 06″ pedis Romani antiqui, & addito in A

pondere D unciarum $40\frac{1}{2}$ collocatus eſt in æquilibrio, quod factum eſt in B puncto. Fuit autem longitudo B A unciarum pedis Romani $7\frac{2}{5}$ B C verò unc. $42\frac{17}{50}$. Reſecto demùm ſubtiliſſimè cylindro, repertum eſt pondus A B unciarum $2\frac{1}{8}$, pondus autem B C unc. $13\frac{1}{2}$. His obſervatis cum nullus dubitarem, quin momenta brachiorum eſſent ut quadrata longitudinum, ipſas longitudines A B unc. $7\frac{2}{5}$, & B C unc. $42\frac{17}{50}$ ad unicam denominationẽ reduxi, videlicet $\frac{370}{50}$ & $\frac{2117}{50}$: & aſſumptis numeratorum Quadratis 136900 atque 4481689 hanc poſui Rationem momentorum. Tùm ſic ratiocinatus ſum Algebricè ; ut 136900 ad 4481689, ita momentum B A 1 ℞ ad 32. 73″ ℞ momentum B C. Cum igitur æqualitas eſſet inter momentum brachij B C, & momentum brachij B A plus ipſo pondere D ; hæc enim conſtituebant æquilibrium, æquatio Algebricè eſt inter momentum B C 32. 73″ ℞ & B A + D, hoc eſt 1 ℞ + unc. $40\frac{1}{2}$: & per Antitheſim demptâ utrinque 1 ℞, æquatio eſt inter 31. 73″ ℞ & unc. 40. $\frac{1}{2}$. Factâ itaque numeri abſoluti $40\frac{1}{2}$ diviſione per numerum Radicum prodit pretium 1 ℞ pondo unc. 1. 27″, quod eſt momentum brachij B A ; ac proinde momentum brachij B C eſt pondo unc. 41. 57″. Quare perinde eſt atque ſi gravitas unc. 1. 27″ poneretur in extremitate Alineæ Mathematicæ, ac in extremitate C poneretur gràvitas unc. 41. 57″. At in A fuit additum pondus unc. $40\frac{1}{2}$: ergo momentum brachij B C æquivalet ponderi D, & præterea unc. 1. 07″, qui eſt ſemiſſis gravitatis brachij A B obſervatæ unc. $2\frac{1}{8}$, hoc eſt in centeſimis paulò ultra 2. 12″. Si verò momentis brachij B A pondo unc. 1. 27″ addatur gravitas D pondo unc. 40. 50″, fit aggregatum 41. 77″, quod excedit inventum momentum brachij B C unc. 41. 57″. exceſſu $\frac{20}{100}$ unciæ : quæ diſcrepantia facillimè potuit oriri ex aliquâ exili, ac minimè notabili differentiâ vel in dimetiendis brachiorum longitudinibus, vel in ponderandis eorum gravitatibus; cum maximè reſegmina illa, & ſcobs, non computarentur in gravitate. Quod ſi fiat ut longitudo B C 2117 ad longitud-



longitudinem A B 370, ita pondus in A unc. 41. 77″ ad pondus in B unc. 7. 30′, constat esse ferè semissem gravitatis unc. 13½: sed est excessus semunciæ ob minùs accuratam observationem.

Qua propter aliud experimentum quàm accuratissimè institui ligneo parallelepipedo, cujus longitudo palmorum Romanorum 7. unc.6. 566‴, ejus verò pondus lib. 1. unc.1¼. Alteri extremitati additus est plumbeus cylindrus ad perpendiculum pendens, cujus pondus unc. 20. Impositum est parallelepipedum rotundo claviculo ferreo, qui horizonti parallelus erat, & factum est æquilibrium in puncto, ubi tota longitudo in duas partes dividebatur, quarum minor ponderi adhærens fuit mensurâ unc. 18⅖, partes verò major fuit mensurâ palm. 6. unc.⅗. Cum itaque longitudo C B observata fuerit unciarum mensuralium 72. 40′, & A C unciarum mensuralium 18. 16′, in eadem pariter Ratione ponuntur brachiorum gravitates absolutæ. Quare C B pondo unc. 1059″, A C verò pondo unc. 2. 66″. Igitur ut longitudinis B C quadratum 52417600 ad longitudinis A C quadratum 3297856, ita momentum B C 1 ℞ ad $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ momentum brachij A C : cui additur cylindrus D unc.20 : Est ergo æquatio inter A C + D, hoc est $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ + unc. 20. 00″ & 1 ℞ ; & factâ Antithesi est æquatio inter unc. 20. 00″ & $\frac{49119744}{52417600}$ ℞ : demum institutâ divisione consurgit pretium 1 ℞, hoc est momentum B C, unc. 21. 342‴ & paulo amplius : atque momentum brachij A C est pondo unc.1.343‴, cui additâ gravitate cylindri fit summa unc. 21. 343‴ planè æqualis momento brachij B C.



Et ut hanc operandi methodum confirmarem, iterum institui argumentationem assumendo quadrata gravitatum utriusque brachij, sunt enim ex hypothesi gravitates in Ratione longitudinum. Cum igitur sit C B pondo unc. 10. 59″; & A C pondo unc. 2. 66.″ fiat ut quadratum C B 1121481 ad quadratum A C 70756, ita ipsius C B momentum 1 ℞ ad $\frac{70756}{1121481}$ ℞ momentū ipsius A C. Quoniam verò A C + D hoc est $\frac{70756}{1121481}$ ℞

+ unc. 20. 05″ æquatur momento BC hoc est 1 ℞, factâ per Antithesin communi subtractione $\frac{70756}{1121481}$ ℞, remanet æquatio inter pondus unc. 20.05″ & $\frac{1050725}{1121481}$ ℞, & factâ divisione emergit pretium 1 ℞, hoc est momentum BC pondo unc. 21. 347‴. atque adeò momentum ipsius AC est pondo unc. 1. 347‴; cui si addatur cylindri D gravitas unc. 20, totum momentum in A est unc. 21. 347″, omnino æquale momento ipsius B: id quod ab initio vix sperare audebam, cum hæc operatio à superiore differat solùm per $\frac{1}{1000}$. Hìc pariter brachij AC gravitas absoluta pondo unc. 2. 66″. habet momentum unc. 1. 347‴, cum ejus semissis sit unc. 1. 330‴, quæ est minima atque prorsùs contemnenda differentia: quî enim fieri potuit, ut, quantalibet adhiberetur diligentia in metiendo, & ponderando, ne pilum quidem à verò aberrarem? aut quis omninò certus sit omnes parallelepipedi partes æquali prorsùs fuisse præditas gravitate, itaut quæ pars ad arboris radicem vergebat, non fuerit paulò densior, aut interiùs nodulum aliquem latentem habuerit, quo factum fuerit, ut vera gravitas instituto calculo non exactissimè responderet? simili ratione semissis gravitatis brachij BC intelligitur in extremitate B: nam fiat ut longitudo BC 72. 40″ ad longitudinem AC 18. 16″, ita reciprocè pondus in A unc. 21. 347‴ ad pondus in B unc. 5. 354‴: erat autem brachij BC gravitas absoluta unc. 10. 59″ cujus semissis 5. 295‴. differt ab invento pondere solùm per $\frac{60}{1000}$ unciæ, hoc est ferè sesquiscrupulum, seu grana 34.

Ex his quidem satis apparebat brachij gravitatem in libræ jugo intelligendam esse, quasi ejus semissis in ipsâ extremitate constitueretur, seu, quod idem est, tota gravitas brachij ad mediam longitudinem applicaretur (eadem siquidem esse momenta totius gravitatis in dimidiatâ distantiâ, ac dimidiæ gravitatis in totâ distantiâ, ex sæpiùs dictis est manifestum) mihi tamen satisfactum non existimabam, nisi ulteriore experimento veritatis vestigia persequerer. Quare eundem plumbeum cylindrum, cujus longitudo erat palmi 1. unc. 1. $\frac{9}{10}$, ita in extremitate A collocavi, ut super AI jaceret, & factum est æquilibrium in E, eratque EA longitudo unc. 22 $\frac{4}{10}$. Tùm diviso bifariam in O spatio AI, quod cylindrus jacens occupabat, ex puncto

puncto O suspendi cylindrum, & factum est pariter æquilibrium exactissimè in E, sicut priùs, cum jacebat super A I. Deinde cylindrum eumdem iterum parallelepipedo imposui jacentem, sed ea ratione illum ultrò citróque promovebam, ut omnino propè fulcrum consisteret, donec demùm factum est æquilibrium in H, & fuit H A palm.2. unc.10 $\frac{7}{10}$: Factâ verò suspensione cylindri ex L, ita ut H L esset dimidiata cylindri jacentis longitudo, æquilibrium pariter in H factum est.

Relictâ igitur illâ sectorum analogiâ, deprehendi per illas quidem ob oculos poni motum, non verò momentum, seu propensionem ad motum, quæ ex distantiâ à centro motûs in ipsâ longitudine definienda est: & quod ad gravitatem attinet, nullus mihi relictus est dubitandi locus ita computandam esse totius brachij gravitatem per ipsum æquabiliter diffusam, quasi tota in dimidiatâ distantiâ à centro motûs collocaretur: quamvis enim particularum gravium, quæ ultrà semissem longitudinis magis à centro removentur, momentum crescat pro Ratione distantiæ, reliquarum tamen numero æqualium citrà longitudinis semissem centro propiorum momentum similiter pro Ratione minoris distantiæ minuitur; ac propterea tantùm ista momenta simul sumpta decrescunt, quantum illa simul sumpta augentur. Ex quo oritur quædam quasi æqualitas, perinde atque si momenta omnia majora & minora in illam particulam confluerent, quæ media est Arithmeticè inter extrema (momenta si quidem ratione distantiæ Arithmeticè crescunt, prout Arithmeticè ipsa distantia crescit) hæc autem est in semisse longitudinis brachij. Ex quo iterum confirmatur momenta brachiorum esse ut quadrata longitudinum; sunt enim in duplicatâ Ratione illarum; semisses quippè sunt in Ratione integrarum longitudinum, gravitates sunt in Ratione earumdem longitudinum, ergo Ratio composita est duplicata ejusdem Rationis longitudinum.

Hinc datâ jugi æquabilis, & uniformis gravitate absolutâ, & datâ Ratione longitudinum brachiorum inæqualium libræ, dividatur data gravitas secundùm datam Rationem brachiorum: tùm fiat ut longitudo minor ad longitudinem majorem, ita dimidia gravitas majoris brachij ad aliud, ex quo quarto ter-

mino invento si auferatur dimidia gravitas brachij minoris, residuum indicabit pondus addendum extremitati brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum solâ gravitate brachij longioris. Vel potiùs fiat ut quadratum longitudinis brachij minoris ad differentiam inter quadrata brachiorum, ita semissis gravitatis brachij minoris ad pondus ipsi addendum.

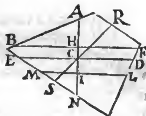
CAPUT III.

Quomodò corporum æquilibria explicentur.

QUamvis libro primo plura de Gravitatis centro, prout hujus operis instituto congruebat, disputata sint, eorum tamen plenior explicatio ex his, quæ duobus præcedentibus capitibus dicta sunt, petenda est, si quidem Physicam æquilibrij causam nosse velimus. Neque enim Gravitatis centrum illud est, quod æquales gravitates, sed quod æquales gravitationes, aut æqualia gravitatis momenta, hoc est æquales ad descendendum propensiones ac vires circumstant. Nam gravitas eâ Ratione per universum corpus grave distribuitur, quâ Ratione materia ipsa, cui illa inest, diffusa intelligitur; quæ si uniusmodi sit & homogenea, ibi centrum habet, ubi est molis ipsius centrum; ubi siquidem bifariam moles & materia, ibi pariter gravitas illi insita bifariam dividitur. Quoniam verò fieri potest, ac sæpiùs contingit, materiam quidem corporis & molem invariatam permanere, figuram autem mutari; ex quo nunc in hanc, nunc in illam partem migrat gravitatis centrum, quia alia atque alia fiunt gravitatis momenta pro variâ corporis secundùm suas partes positiones; propterea hujusmodi momentorum æqualitas ex libræ Rationibus desumenda est, sivè æqualium, sivè inæqualium brachiorum libra intelligatur, prout varia corporis gravis suspensio aut sustentatio contingit.

Sed quia in communi usu non adeò frequens est illa suspensio, qua corpus pendeat quasi ex puncto lineæ directionis transeuntis per centrum gravitatis, & ad universi centrum deductæ, aut illa sustentatio, qua corpus grave acutissimo apici incumbat,

incumbat, cui immineat idem gravitatis centrum; quinimmò ita plerumque suspenditur, aut sustinetur corpus, ut ductâ per Gravitatis centrum lineâ, aut ex hujus extremitatibus tanquam polis illud suspendatur, aut subjecto fulcro lineæ huic parallelo illud sustineatur; ideò hujusmodi lineam per centrum gravitatis ductam liceat appellare *Diametrum Gravitatis*; quæ diameter quasi in librâ locum Axis seu Aginæ obtinet, corporis verò partes hinc & hinc positæ rationem habent brachiorum libræ, atque pro distantiarum seu longitudinum Ratione sua habent momenta. Sit propositum Trapezium, cujus gravitatis centrum C puncto respondeat, & sustineatur secundùm rectam lineam ACN (similis esset philosophandi ratio, si assumeretur recta RCS) quæ propterea *Diameter Gravitatis* à me dicitur, quia sicut circuli diameter per centrum ducta illum in semicirculos æquales distinguit, ita hæc per gravitatis centrum transiens dividit



Trapezium in momenta æqualia, itaut in neutram partem inclinetur, juxta dicta de centro Gravitatis. Sed cur fiat æquilibrium intelliges ex Rationibus libræ Brachiorum inæqualium: ducatur enim ad rectam AN per C perpendicularis DCE, & fiunt brachia CD, CE inæqualia; sunt igitur momenta CE longioris majora momentis CD brevioris. Ductis verò ipsi DE parallelis BF & ML, secatur diameter gravitatis AN in punctis H & I: quare inæqualia sunt brachia HB longius, & HF brevius, & vicissim IM est brevius, & IL longius: Ex quo fit momenta in L & E majora esse momentis in M & D, at momentum in F minus esse momento in B; atque adeò componendo majora cum minoribus ex eâdem parte, fieri compositum momentum unius partis æquale toti momento oppositæ partis. Vel si non placeat particulatim Trapezium distinguere quasi in tot libras, quot ductæ intelliguntur parallelæ, dic totius gravitatis ADN semissem intelligi in D, & totius gravitatis AEN semissem intelligi in E; & quamvis pars ADN absolutè & seorsim accepta major sit & gravior parte AEN absolutè sumptâ, quia tamen sunt reciprocè in Ratione distantia-

rum

rum C E & C D, propterea æquilibrium conſtituere; pars enim minùs gravis ex poſitione majorem habet propenſionem ad motum, qui eſſet velocior; partis verò gravioris minor eſt propenſio ad motum, qui eſſet tardior; atque adeò hæc minùs reſiſtit ratione motûs, magis autem ratione gravitatis; at illa ex adverſo magis reſiſtit ratione motûs, ſed minùs ratione gravitatis, ſervatâ reciprocè eâdem Ratione inter gravitates & motus. Nil igitur mirum ſi æquatis hinc & hinc viribus agendi, & reſiſtendi ſequatur conſiſtentia.

Hinc manifeſtum eſt, cur mutatâ figurâ centrum gravitatis ad eam partem transferatur, quæ longiùs à ſuſtentationis vel ſuſpenſionis loco recedit; quia nimirum creſcunt ex illâ parte comparatè ad oppoſitam momenta ratione diſtantiæ majoris, ac proinde, ut fiat momentorum æqualitas, centrum ad illam partem ſecedit. Sic ceſpitantes à naturâ docentur in partem oppoſitam illi, in quam inclinantur, brachium illicò extendere, ut brachij gravitas longiùs à corpore tranſlata plus habeat momenti, quàm cùm reliquo corpori adhæret, atque hinc ſequatur centri gravitatis in illam partem tranſlatio. Veritas hæc ſatis nota eſt ipſis funambulis, cùm corpus univerſum ſuper extento fune librant; neque enim temerè crura & brachia extendunt aut contrahunt, ſed certâ lege, ut centrum momentorum gravitatis totius corporis hac vel illâ ratione diſpoſiti immineat, & incumbat funi. Sic plumbeæ virgæ rectæ ex medio ſuſpenſæ, & in æquilibrio manentis, ſi brachium alterum inflexeris, fieri non poteſt, ut reliquum brachium rectum ſervet poſitionem horizonti parallelam, ſed deorſum inclinabitur, quia cum longius ſit brachio inflexo, majora habet momenta ac prævalet. Quod ſi ob inæqualem virgæ craſſitiem non planè ad mediam illius longitudinem facta ſit ſuſpenſio, ſed æquilibritas contingat in puncto, quod propius eſt craſſiori extremitati virgæ, factâ alterutrius brachij inflexione tollitur æquilibrium, quia non jam ampliùs eadem eſt reciprocè Ratio longitudinum, quæ & gravitatum.

Ex his pariter conſequens eſt aliquando minimam virtutem ſatis eſſe ad dimovenda ab æquilibrio ingentia corpora, ſi ita ſuſtineantur, ut fulcrum vel in puncto, vel in lineâ contingant: quoniam ſi corpus grave inſiſtat apici coni, aut pyramidis, aut angulo

angulo solido, aut portioni sphæricæ, quam contingat idem corpus sive planâ, sive sphæricè cavâ, sive sphæricam æmulante superficie, contactus in puncto efficitur, ac propterea quacunque in extremitate corporis addatur vis movendi, æquilibrium tollitur, & quidem eò faciliùs, quo magis à puncto contactûs extremitas illa removetur; in illâ quippe distantiâ vis movendi apta velociorem motum efficere, quàm si propior esset, plus habet momenti: Id quod adhuc faciliùs accidit, si ab extremitate, ubi vis movendi applicatur, ductâ per contingentis fulcri punctum rectâ lineâ ad oppositam extremitatem, inæqualiter divisa sit in puncto contactûs, & vis ipsa movendi in magis distante extremitate constituta fuerit; tunc enim non sua tantùm momenta addit, sed illa multiplicat pro Ratione excessûs suæ distantiæ; quemadmodum de inæqualibus libræ brachiis dictum est. Sin autem fulcrum sustinens, quod horizonti parallelum ponitur, sit acies prismatis, aut latus pyramidis jacentis, aut portio cylindrica seu conica jacens; tunc in lineâ fit contactus, si vel plana sit, vel circulariter concava corporis insistentis superficies: sed si vis movendi, quantacumque sit, addatur secundùm rectam lineam, quæ efficit Gravitatis diametrum, puta in A vel N, non mutat æquilibritatem, si fulcrum congruit toti diametro A N: si verò fulcrum brevius est quàm A N, & ex. gr. congruit solùm ipsi A I, jam centrum motûs est I, & oportet vim movendi tantam esse in N; ut aggregatum ex parte M L N ac virtute additâ in N habeat ad partem M A L reliquam majorem Rationem, quàm sit Ratio distantiæ I A ad distantiam I N. Quare in hujusmodi contactu lineari vis movendi, æquilibrium facilè tollens, esse debet ad latus diametri gravitatis, & pro ratione distantiæ majus erit momentum; maximum autem erit momentum in E distantiâ maximâ.

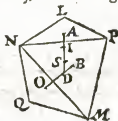
Non igitur facilè inter fabulas rejicienda sunt, quæ Atlas Sinicus pag. 32. de Montibus circa urbem Peking loquens ait, *Púon mons altissimus ac præruptus varios attollens vertices, in cujus summitate ingens est lapis, qui minimo contactu movetur ac titubat:* fieri siquidem potuit, ut lapis ille in infimâ parte excavatus innitatur subjecto saxo, à quo vel in puncto, vel in lineâ tangatur, sicuti dictum est; & cum sit perfectè libratus, modico impulsu tangentis, quâ saltem parte ad illum patet accessus, po-

test ab æquilibrio dimoveri : quòd si usquequaque circumobeundo lapidem quâcumque in parte tangatur, sequitur illius trepidatio, signum est contactum subjecti fulcri esse in puncto. Simili ratione explicanda sunt, quæ idem Atlas Sinicus in XI Provincia Fokien habet pag. 125, ubi ait, *Versùs Urbis Changcheu Orientalem partem mons est Cio dictus, in quo lapidem esse scribunt altum perticas quinque, crassum decem & octo, qui quoties tempestas imminet, titubat omninò, ac movetur:* hic enim lapis in perfecto æquilibrio constitutus suprà fulcrum, à quo in puncto, vel in lineâ tangatur, & fortasse etiam ab eodem fulcro distinctus in longitudines inæquales, violento impulsu halituum aut infernè subeuntium, aut ex superiore nubium parte obliquè reflexorum, facilè moveri potest ac titubare, si extremitas à fulcro remotior impellatur.

Et quoniam de Sinensibus mentio incidit, non injucundum fuerit hîc aliud addere pertinens ad eorum industriam in servando æquilibrio. Idem Atlas Sinicus, cum sermo est de Provincia Peking, ubi solum esse arenosum atque planissimum testatur, hæc habet pag. 28. *Modus itineris faciendi hisce locis non infrequens, nec incommodus est. Plaustrum adhibent cum unâ rotâ ita constitutum, ut uni illius medium occupandi, & quasi equo insidendi sit locus, aliis duobus ab utroque latere adsidentibus; auriga plaustrum retro ligneis vectibus urget ac promovet non securè minùs, quàm velociter.* Si rem conjecturis indagare liceat, ego rotam concipio ita inclusam ligneo loculamento majoris segmenti circuli figuram habente, ut huic insitus sit rotæ axis, ad dextram autem & ad lævam extantia tabulata tantæ latitudinis, ut quis modò propè rotam, modò longiùs adsidere queat ad æquilibrium constituendum inter duos viatores inæqualiter graves : Aurigæ locus est in suprema parte loculamenti, cui quasi equitans insidet, binosque contos, seu vectes concinnè locatos, ut manubrium ante se habeat, extremitas altera (fortassè in acumen desinens, ut leviter solo infigatur) post se terram respiciat, utrâque manu apprehendens solum obliquè premit, & currum in anteriora velociter promovet. Id quod nemini difficile videatur, qui sæpiùs observaverit à puero fabri lignarij aut ferrarij rotam curulem identidem impulsam per urbis vias velociter deduci; quæ dum impresso impetu veloci-

ter

ter converſa in anteriora promovetur, licet huc atque illuc nutabunda inclinetur, ob velocem converſionem immunis eſt à caſu: quemadmodum etiam ſtanneum aut argenteum orbem apici cultri impoſitum, ſi in gyrum velociter agatur, à caſu immunem videmus, etiamſi punctum ſuſtentationis non exactiſſimè centro reſpondeat. Sic aliquis ſuppoſitam ſphærulam altero pede, etiam ſummis digitis premens, celeriter in gyrum totum corpus contorquet, qui non ita facilè citrà cadendi periculum eidem ſphærulæ inſiſtens quietus conſiſteret; ipsâ nimirum converſionis celeritate gravitatis propenſionem eludente. Non abſimili igitur ratione in hujuſmodi rotæ Sinici plauſtri converſione veloci deteritur, quicquid in alterutram partem inclinationis oriretur vel ex modicâ viæ inæqualitate, vel ex æquilibrio non adeò exactè ſervato, ut etiam conſiſtente plauſtro inſidentes viatores conſiſterent æqualiter librati abſque alicujus artificij ſubſidio: Quod artificium in promptu eſſe non dubito; neque enim Sinenſes ita ſibi præfidentes exiſtimo, ut aliquâ ratione ſibi non præcaveant à periculo casûs, ſi fortè rota in obicem incurrente plauſtrum ſeu loculamentum in anteriorem, aut in poſteriorem partem improvisâ inclinatione convertatur. Sed ſingula perſequi nec otium eſt, nec operæ pretium: quapropter generatim dicendum corporis æquilibrium ibi fieri, ubi in duas partes ita diſtinguitur, ut illarum gravitates ſint reciprocè in Ratione longitudinum ſeu diſtantiarum à puncto ſuſpenſionis ſeu ſuſtentationis, quemadmodum in librâ dictum eſt. Quare ſi tota moles propoſita eâdem gravitatis ſpecie prædita fuerit, nec facile ſit in illâ centrum gravitatis invenire, quia nimis irregularis eſt, diſtingue illam in duas partes, & ſingularum inventa centra gravitatis junge rectâ lineâ, quæ quaſi libræ jugum dividatur in reciprocâ Ratione illarum partium; eſt enim punctum illud, in quod cadit diviſio, punctum æquilibrij, & centrum gravitatis totius. Sic Trapezij, NPMQ invenies punctum æquilibrij, ſi duorum triangulorum NQM, NPM, in quæ dividitur, ſingularia centra gravitatis invenias O & B: hæc jungantur rectâ OB; tum fiat ut triangulum NQM ad triangulum NPM, ita reciprocè BD ad DO,

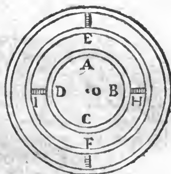


& est D punctum æquilibrij, seu centrum gravitatis Trapezij quæsitum. At si Trapezio addatur triangulum N L P ejusdem specificæ gravitatis, emergit Pentagonum irregulare LPMQN: inveniatur additi trianguli centrum singulare gravitatis A, & jungatur recta A D; tùm fiat ut Trapezium ad triangulum additum, ita reciprocè A S ad S D, & est punctum S centrum commune gravitatis totius Pentagoni, in quo fit æquilibrium; perinde enim est ac si in jugo libræ A D inæqualiter distributæ appenderetur ex A quidem triangulum N L P; ex D verò Trapezium N Q M P, quæ in illis distantiis à centro motûs æqualia haberent momenta.

Quòd si tota moles proposita constet partibus non ejusdem specificæ gravitatis, non jam satis est invenisse singularia centra, ut ducatur jugum libræ illa connectens, & notam esse Rationem molis ad molem; sed præterea opus est notam habere Rationem gravitatis specificæ ad gravitatem specificam; quia Ratio gravitatum absolutarum componitur ex Rationibus quantitatum, & gravitatum secundùm speciem. Quamobrem si additum triangulum habeat specificam gravitatem majorem gravitate specificâ Trapezij, quia hoc ligneum est, illud ferreum, non cadet in S punctum æquilibrij, sed accedet ad punctum A, quia factâ hujusmodi Rationum compositione, minor est inæqualitas gravitatum absolutarum; si enim Trapezium excedit mole Triangulum, cedit illi specificâ gravitate. Ponamus namque Rationem molis Trapezij ad molem Trianguli esse ut 7 ad 2; specificæ verò gravitatis Rationem ut 5 ad 42, gravitas absoluta Trapezij lignei est ut 35, gravitas Trianguli ferrei ut 84: sunt igitur gravitates in Ratione 5 ad 12: dividatur itaque jugum A D in I reciprocè, ut sit A I 5, I D 12, & erit I centrum gravitatis compositæ, ac punctum æquilibrij, quia ab illo inæquales gravitates habent suas distantias in Ratione reciprocâ ipsarum gravitatum. Eadem est in corporibus omnibus Ratio, & methodus deprehendendi punctum æquilibrij, seu centrum gravitatis, per quod deinde duci potest diameter gravitatis, ut fiat opportuna suspensio.

Quia tamen aliquando evenit suspensum corpus aut sustentatum, dum positionem horizonti parallelam servare contendit, aliquod incommodum subire in motu corporis, cui innititur; propterea

propterea huic occurrendum est artificio, quo situm eumdem perpetuò servet. Rem exemplo declaro. In pyxide nauticâ insistit cuspidi acus magnetica æqualibus momentis librata, ut horizonti parallela jaceat, quamcumque in partem dirigatur. Si alicui navis plano pyxis ipsa adhæreret ita, ut infimâ sui parte illi congrueret, quamcumque in partem navis inclinaretur, ipsum pariter pyxidis fundum inclinari manifestum est, & alteri acûs magneticæ positionem horizonti parallelam servantis extremitati occurrens illius motum impediret, aut saltem retardaret. Ut igitur semper pyxis tùm acui magneticæ, tùm horizonti parallela consistat, suspendenda fuit, non quidem funiculo, ne incertis motibus jactaretur, sed duobus polis, super quibus opportunè versaretur æqualiter librata. Verùm duobus hisce polis non tollitur omne incommodum; si etenim poli respiciant navis latera, elevatâ aut depressâ prorâ juvant, sed navi in dextrum aut in sinistrum latus inclinatâ, alter deprimeretur, alter elevaretur, nisi & ipsi infigerentur circulo super alios polos proram & puppim respicientes versatili. Sit pyxis ipsa A B C D, in qua venti descripti sint, & in centro O acus magnetica volubilis insistat: pyxidem circulus E I F H complectatur, cui poli D & B facilè versatiles infigantur, ut inclinatâ navi in A vel in C pyxis horizonti parallela maneat; & ut eumdem parallelismum servet, etiam si navis in B aut D inclinetur, circulus ille E I F H duos pariter polos facilè versatiles habeat in E & F externæ pyxidi immobili infixos: hac enim ratione fiet, ut in quacumque navis inclinatione pyxis nautica à suo parallelismo & æquilibrio non recedat.



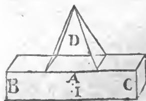
Hoc eodem artificio construitur lucerna ferreo aut æneo globo inclusa multipliciter perforato, ut fumo exitus pateat, quæ citrà effusionem olei in solo rotata non extinguitur; est siquidem vasculum plumbeum, ut sua gravitate securiùs deorsum vergat, polis versatilibus suspensum in circulo, qui pariter

polos inſerit ſecundo circulo, ſecundus ſimiliter tertio, tertius demum ſcaphio, ſeu inferiori hemiſphærio globi, cui includitur, eâ diſpoſitione, ut quemadmodum pyxidis nauticæ hîc deſcriptæ ambitus in quatuor partes diſtinguitur à polis, ita lucernæ hujus ambitus in octo partes à polis diſtribuatur, atque proinde facilior ſit globi in omnem partem volutatio citrà periculum inclinationis vaſculi oleum cum ellychnio continentis.

Nec pluribus opus eſt hîc explicare, quàm proclive ſit artificium hoc ad plura traducere, quorum uſus eſt in plano horizontali, ne libellâ ſemper & normâ indigeamus, ut illa ritè collocentur: ut ſi horologium horizontale ſtatuendum ſit quocumque in plano, ſit illud pyxidi incluſum cum circulo, quemadmodum de pyxide nauticâ dictum eſt: ſi lectulum viatorium in rhedâ ſternere oporteat, in quo citrà jactationem, etiam viâ ſalebroſâ, quieſcere liceat, ferreo parallelogrammo complectere lectulum ex polis ſuſpenſum circà medium eo loco, ut corpus in lectulo jacens ſit horizonti parallelum, ipſum verò parallelogrammum polis rhedæ infixis & verſatilibus ad caput & ad pedes ſuſpendatur: & alia hujuſmodi, quæ facilè pro rerum opportunitate excogitari poſſunt.

Verùm quàm facilè eſt ſuper polos in æquilibrio conſtituere corpora gravitatis centrum habentia vel in ipſâ ſuſtentationis lineâ, vel infrà illam, tam multis difficultatibus implicitum opus eſt in æquilibrio ſtatuere corpus, cujus gravitatis centrum in parte ſuperiori reperitur, & quidem maximè ſi multùm inde removeatur; tunc enim ſufficit vel minima inclinatio, ut totum corpus revolvatur, cum ex alterâ parte ſint plura gravitatis momenta, quàm in oppoſitâ.

Nam ſi corpus B C, cujus centrum gravitatis ſit A, ſuſpendatur ſuper polis in I, quando axi ſuſtentanti ad perpendiculum reſpondet centrum gravitatis A, manet æquilibrium, ſed factâ corporis inclinatione, ut A recedat à perpendiculo, jam versùs C plures ſunt partes gravitatis deſcendentes, quàm versùs B ſint partes aſcendentes, & illæ velociùs moventur deorſum, quàm hæ ſurſum; quapropter illæ majora

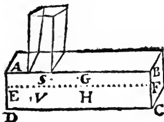


majora habent momenta, quibus deorsum urgentibus corpus revolvitur. Id quod multò magis contingit in Acrobarycis, quæ nimirum gravitatem in summitate habent, ut si corpori BC in superiori parte adnexa esset pyramis D; cum enim totius compositæ molis ex solido BC, & pyramide D, centrum commune gravitatis non esset in A, sed adhuc superius procul à polo I, qui est centrum motûs, factâ levi inclinatione multo plus gravitatis esset ex parte C, quàm ex oppositâ B, ut constat: nam quò altius & remotius est centrum gravitatis, eò faciliùs linea directionis cadit extra punctum vel lineam sustentationis, factâ pari inclinatione.

Liceat autem hîc obiter, quasi corollarij loco, attingere æquilibria corporum humido insidentium, & Acrobarycorum fluitantium, in quibus pariter Rationes libræ agnoscentur, si rectè perpendatur, ubi fiat sustentatio. In omni igitur corpore fluitante duplex pars consideranda est, & quæ intrà humidum mergitur, & quæ in aëre extat: illa quidem utpote secundùm speciem minùs gravis, quàm humor, levitat, hæc verò aëre gravior gravitat: Quare & illa suum habet centrum levitatis, & hæc centrum gravitatis; nec posset corpus datam positionem servare, nisi in eâdem lineâ perpendiculari ad universi centrum tendente esset utrumque centrum & levitatis & gravitatis; cumque par sit virtus ascendendi virtuti descendendi, neutrâ prævalente, & sibi vicissim utrâque obsistente, consistit corpus. Quòd si non in eodem perpendiculo sit utrumque centrum, utrumque suâ viâ pergere potest, illud ascendendo, hoc descendendo. Sic baculum rectum in aquam immittens, manûque retinens, ne in alterutram partem inclinetur, mergi quidem illum videbis pro Ratione specificæ suæ gravitatis, quæ minor est specificâ gravitate aquæ, sed erectus non manebit, nisi quandiù retinueris; nam ubi illum dimiseris, statim centrum gravitatis descendet, & levitatis centrum ascendet, quia vel exiguus aquæ motus partem immersam inclinans satis est, ut centra illa non eidem perpendiculo respondeant; ac propterea demùm baculus jacens innatabit.

Quiescente igitur corpore in humoris superficie, manifestum est centrum gravitatis partis extantis in eodem perpendiculo esse cum centro levitatis partis demersæ. Quare si ligneum

ligneum prisma A C aquæ imponatur, & immergatur ita, ut pars demersa & levitans sit E C, pars verò extans in aëre & gravitans sit A F, centrum gravitatis est G, centrum levitatis est H, quæ sibi directè adversantia in opposītas partes conantur æqualibus viribus, atque propterea nullus sequitur motus. Quòd si aut H recederet versùs D, aut G versùs B, & hoc posset descendere, & illud ascendere neutro contranitente.



Jam verò quiescenti prismati imponatur aliquod pondus, certum est partem in aëre extantem, conflatam ex parte prismatis & ex addito pondere, graviorem esse, ac proinde prævalere viribus partis in aquâ levitantis, illamque deprimere, quoadusque fiat æqualitas inter levitatem & gravitatem. Sed multùm interest, utrùm additi ponderis centrum gravitatis in eodem perpendiculo sit cum centro gravitatis G, ut rectâ deprimatur prisma infrà superficiem aquæ; an verò sit extrà illud perpendiculum; id quod si accidat, commune centrum gravitatis transfertur versus A, aut B. Sit ex. gr. ad partes A propè S; cumque non immineat puncto H centro levitatis, descendit prisma ad partes A, & opposita pars ascendit, ita ut E deprimatur infrà superficiem aquæ, F verò emergat. Sed dum ad partes C F prisma emergit ex aquâ, ad partes autem D E deprimitur, centrum levitatis non manet in H, sed ad majorem partem depressam secedit, donec fiat V, atque in eodem perpēdiculo sit cum centro gravitatis S; & tunc quiescit prisma, nec amplius demergitur in E, aut emergit ex F. Sustinetur itaque centrum gravitatis S à centro levitatis V, & vicissim centrum levitatis V retinetur à centro gravitatis S; & fit tùm inter gravitates, tùm inter levitates æquilibrium, quia gravitas in A major minùs distat à puncto, vel potius à lineâ sustentationis factâ à plano transeunte per V, & gravitas in B minor magis distat; ideóque neutra prævalet: & similiter levitas in D E major minùs distat à lineâ detentionis facta à plano transeunte per S, ac levitas minor in C magis distat;

distat; quare vis tardiùs ascendendi major prævalere non potest minori virtuti repugnanti ad descendendum velociùs.

Quemadmodùm verò si tantum ponderis adderetur in A, ut centrum commune gravitatis non posset imminere centro levitatis partis demersæ, nemò non intelligit futuram omnimodam depressionem partis A infrà superficiem aquæ, & omnimodam emersionem oppositæ partis C; ita in Acrobarycis fluitantibus manifestum est, quò altiùs attollitur gravitas, eò faciliùs factâ inclinatione transferri commune centrum gravitatis ultrà perpendiculum, in quò est centrum levitatis partis demersæ. Sic si justo longior sit in navi malus, factâ ex fluctibus inclinatione in latus, aut saltem impulsu venti suprema carbasa implentis, facilis erit navis submersio, quia plus momentorum gravitatis est ex alterâ parte, quàm ex oppositâ, translato in navis latus, aut ultra illud, centro gravitatis totius partis extantis in aëre. Sed de his, Deo dante, pleniùs in Hydrostaticis differendum erit, ubi ostendetur ad navium stabilitatem necessariam esse eam centrorum dispositionem, ut centrum gravitatis totius navis cum omnibus impositis sit infrà centrum levitatis partis demersæ in eodem perpendiculo, in quo pariter erit centrum gravitatis partis extantis.

CAPUT IV.

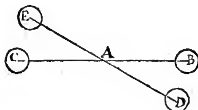
An, & cur libra ab æquilibrio dimota ad illud redeat.

NEmini dubium esse potest æquilibrium tolli ob momentorum gravitatis inæqualitatem, vel quia in unâ libræ æquilibris lance additum est pondus, vel quia altera jugi extremitas, alicujus elevantis aut deprimentis vi, recedit à positione horizonti parallelâ. Illud in quæstionem revocari potest; an sublato ponderis excessu, aut cessante impulsu extrinseco, libra redeat ad æquilibrium, & positionem horizonti parallelam sibi ipsa restituat. Certè Keplerus in Astronomiâ Opticâ cap.1.

prop. 20. asserit eum, qui negat libram brachiorum æqualium ad horizontis æquilibrium redituram, *non antiquitati tantùm, sed rerum naturæ, sed utilitati generis humani bellum indicere.* At ex adverso Authores ferè omnes, qui de his accuratiùs scripserunt, triplicem libræ speciem distinguentes unam tantummodo agnoscunt, quæ se restituat horizonti parallelam. Hoc siquidem tanquam certum assumunt, corpus quodcumque grave, quod suspensum, aut sustentatum liberè in aëre pendeat, in eô tantum situ quiescere, in quo gravitatis centrum cum suspensionis aut sustentationis puncto in eâdem directionis lineâ reperiatur; descendit enim quantum potest, neque ei opponitur punctum suspensionis aut sustentationis, nisi in eodem perpendiculo ad universi centrum ducto utrumque sit. Cum itaque libra sit corpus grave suspensum, & suum habeat centrum gravitatis, tunc demùm quiescet, ubi eam positionem obtinuerit, in quâ suspensionis punctum, & gravitatis centrum in eâdem sint directionis lineâ. Punctum verò supensionis libræ non illud hîc intelligitur, ex quo pendet ansa, cui libra inseritur, sed ipsa Agina, seu spartum, ut Aristotelico vocabulo utar, est suspensionis punctum; ex illo enim proximè libra suspenditur.

Hinc oritur triplex libræ species, quia tripliciter componi possunt centrum motûs, & centrum gravitatis; primò scilicet possunt in uno eodemque puncto convenire, deinde centrum motûs potest esse superius, demum inferius centro gravitatis.

Et quidem si unum idemque punctum sit motûs & gravitatis centrum A, & æqualibus brachiis AB, AC æqualia sint adnexa pondera B & C, utique æquilibrium horizontale manet, propter momentorum æqualitatem tùm ratione gravitatum æqualium, tùm ratione æqualium propensionum ad motum. Si igitur applicatâ manu in B deprimatur libra, ut sit DE; amotâ manu, cur redeat libra ad priorem positionem BC? adhuc enim momenta utrinque sunt æqualia, & tantumdem ascendere deberet D, quantum descenderet E: par igitur est resistentia



resistentia ipsius D propensioni ad motum ipsius E: neutro itaque prævalente fiet in eo situ D E consistentia.

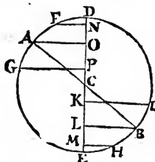
Attamen huic argumentationi, quamvis legitimæ, non acquiescunt nonnulli, qui libram hujusmodi in quâcumque positione quiescentem se visuros desperant, quia nunquam viderunt: quare potiùs causam inquirunt, cur ad æquilibrium redeat libra æqualium brachiorum, quamvis ex medio jugo suspendatur. Existimant aliqui posse vim argumenti eludi, si concedant quidem in uno eodemque puncto convenire centrum motûs & centrum gravitatis jugi, non tamen libræ: nam si præter jugum assumantur etiam uncini aut lances, quibus adnectuntur aut imponuntur pondera, multò magis si eadem pondera assumantur, centrum gravitatis hujusce molis compositæ reperiri asserunt infrà ipsum jugum, ac propterea nullam esse hujusmodi primam speciem libræ.

Sit libræ jugum A B; centrum motûs & gravitatis jugi sit C: pendeant lances D & E, singularumque cum suis appendiculis gravitas sit æqualis gravitati jugi, ut facere consueverunt accuratiores monetarij. Lancium igitur simul sumptarum commune gravitatis centrum est in F: jungantur centra gravitatum C & F; & erit demum totius libræ vacuæ D A B E commune gravitatis centrum in G. Quod si lancibus D & E imponantur æqualia pondera, commune centrum gravitatis erit inter G & F, atque quò graviora erunt pondera, eò propiùs accedet ad F. Est igitur manifestum centra motûs & gravitatis totius libræ non in eodem puncto convenire, sed gravitatis centrum esse infrà centrum motûs, seu spartum C.

Verum effugium hoc nullum esse censeo: inclinetur enim libra, & acquirat positionem H I, jam H M & I N lineæ di-

rectionis lancium sunt æquales, quia eædem cum A D & B E, & sunt parallelæ, quia ambæ perpendiculares ad horizontem; ac propterea ex 33. lib. 1. æquales sunt ac parallelæ H I & M N. Cumque C F linea directionis centri gravitatis jugi sit iisdem H M & I N parallela, & exeat ex C medio rectæ H I, cadet pariter in medium rectæ M N ex 34 lib. 1. & idem punctum F est commune centrum gravitatum M & N; atque proinde libræ M H I N commune centrum gravitatis erit in eâdem rectâ lineâ C F. Si itaque quiescit corpus grave suspensum, quando in eâdem directionis lineâ est punctum suspensionis, & gravitatis centrum, etiam in positione H I deberet libra quiescere, esto in C non conveniant contra motûs & gravitatis totius libræ.

Nicolaus Tartalea lib. 8. quæsito 32. ideo libram ad parallelismum horizontis redire existimat, quia in inclinatione jugi putat majora esse momenta brachij elevati, quàm depressi. Id quod hâc methodo conatur ostendere. Si ex C æqualiter

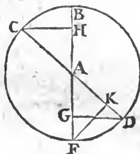


distent pondera æqualia A & B, fuerintque ab æquilibrio remota, describunt circulum, in quo sumptis partibus æqualibus, dum A descendit ex F in A, vis descendendi est N O, at ex A in G vis descendendi est O P major, quàm N O, ut constat ex doctrinâ Sinuum. Similiter vis descendendi ipsius B ex I in B est K L major, quàm L M vis descendendi ex B in H. Est autem K L ipsi O P, & L M ipsi O N æqualis; igitur O P est etiam major, quàm L M. Cum itaque in situ A C B pondus B gravitet solùm ut L M, & pondus A gravitet ut O P, major est potentia ipsius A, quàm ipsius B: igitur ad æquilibrium descendere oportet pondus A.

Sed peccat hæc Tartaleæ argumentatio, quia in pondere B non est considerandum vis descendendi in H, sed repugnantia ad ascendendum in I, secundùm quam obsistit opposito ponderi A; hujus autem resistentiæ mensura est L K æqualis ipsi O P potentiæ seu propensioni ipsius A ad descendendum: æquatur

æquatur ergo potentia resistentiæ, nec ullus fieri potest motus, quamdiu hæc æqualitas permanet.

Joannes Keplerus Astronomiæ Opticæ loco citato, cur libræ brachia revolvantur ad æquilibrium, infert ex eo, quòd altero brachiorum prægravato additione ponderis, ita jugum libræ consistit, ut quod est gravius non planè imum locum petat, & quod est levius, non planè in apicem attollatur. Cujus rei causam inquirens statuit libræ jugum C D bifariam in A divisum; & centro A descripto circulo ducit perpendiculum B A F: ex quo manifestum est neutrum pondus posse deprimi infra F, aut attolli supra B. Sed quia pondus D ponitur gravius, quàm pondus C, & utrumque naturâ suâ ad imum tendit, contenduntque invicem, partiuntur inter se descensum BF in proportione, quâ ipsa sunt: adeò ut B H descensus ponderis C sit ad B G descensum ponderis D, ut pondus C ad pondus D. Est autem F G linea æqualis lineæ B H, quia ex æqualibus A B & A F auferuntur æqualia latera A H & A G, cum enim triangula C H A, D G A rectangula sint, & angulos ad verticem A æquales habeant, & latera A C, A D æqualia; etiam per 26. lib. 1. latus A H est æquale lateri A G. Igitur ut pondus C ad pondus D, ita F G ad G B.



Ducatur ex F ad A D perpendicularis F K: similiter triangula A G D, A K F rectangula, & cõmunem angulum in A habentia, cum latere A F æquali lateri A D, per eandem 26. lib. 1. habẽt latera A G & A K æqualia: ergo & residua F G, D K æqualia sunt. Igitur propter æqualitatẽ diametrorũ F B & D C, erit etiam G B linea æqualis lineæ K C. Quare ut põdus D ad pondus C, ita G B ad G F, hoc est ita K C ad K D: ac propterea factâ jugi suspensione in K pondera C & D inæqualia secundùm Rationem brachiorum reciprocè posita æquiponderabunt & consistent. Cum igitur in hac eâdem Ratione sit descensus B H & B G, ut est pondus C ad pondus D, fiet consistentia in situ C A D. *Ergo per subsumptionem patet*, subdit Keplerus, cujus superiorem doctrinam conatus sum paulo clariùs exponere, *cur libræ brachia*

revolvuntur ad æquilibrium; cum enim æque ponderent, æquales etiam in circulo fieri descensus par est.

Meam hebetudinem dissimulare non possum, qui hujusce Keplerianæ argumentationis vim satis assequi non valeo: quid enim, si fieret æquilibrium horizontale ponderum, facta in K suspensione? an propterea consequens est fieri æquilibrium etiam in situ C A D, nisi aliunde probetur? sed quod ad rem nostram attinet, pondera alligata, & adnexa libræ non ita considerandа sunt, ut ambo descendant, si comparatè sumantur, sed alterius propensio ad motum deorsum comparanda est cum alterius repugnantiâ ad motum sursum, & vicissim hujus propensio ad descendendum cum illius resistentiâ, ne ascendat. Quapropter si ex D pondere majore auferatur excessus supra pondus C, & fiant æqualia pondera, non possunt ad æquilibrium horizontale redire, nisi C descendat, D verò ascendat: Cum autem hujus ascensus G A sit æqualis descensui H A, nulla est ratio, cur propensio ponderis C vincere debeat æqualem ponderis D resistentiam.

Deinde quid intelligendum est, cum dicitur ipsius C descensus esse B H, ipsius verò D descensus esse B G? ex B enim non utrumque descendit, sed alterutrum: & si pondus D descendisset ex B, ex adverso pondus C ascendisset ex F; cúmque illius descensus esset B G, hujus ascensus esset F H; sunt autem B G & F H æquales. Quòd si non motus præcedens, sed sola propensio ad descendendum & repugnantia ad ascendendum consideretur pro ratione positionis, pondus D habet mensuram propensionis ad descendendum, non motum (qui fortasse transiit) ex B in D, sed quem in eo situ posset perficere ex D in F: atque adeò ipsius D descensus est G F, ejusque resistentia, ne ascendat usque ad summum est G B, & vicissim ponderis C propensio ad descendendum non est ex B in C, sed ex C in F, si usque ad imum descendat, habens mensuram H F, ejus verò repugnantiam ad ascendendum metitur H B. Est igitur manifestum uniuscujusque ponderis propensionem habere oppositam resistentiam æqualem (est enim propensio G F æqualis resistentiæ H B, & propensioni H F æqualis est resistentia G B) ac proinde nullum sequi posse motum ponderum æqualium à centro A æqualiter distantium. At, inquis, quid causæ est, cur

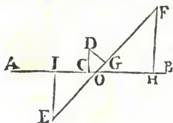
cur similem libram in quâcumque positione quiescentem non habemus? sed omnis libra ea est, ut vel ad æquilibrium redeat, vel omninò quantum potest descendat, quà parte habet brachium inclinatum? Responsio in promptu est; quia scilicet difficillimum est duo illa puncta exquisitè convenire, hoc est centrum motûs & centrum gravitatis, nimirùm punctum illud, quod brachiorum longitudinem discriminat. Quòd si vel minimum duo illa centra discrepent, natura omnes sui juris apices exactissimè persequitur, & est spartum non in medio, sed aut in superiore, aut in inferiore parte jugi (si quidem brachia sint æqualia; nam si ad latus esset in eâdem rectâ lineâ, libra esset inæqualium brachiorum, & tunc non adnexorum ponderum æqualitas esset consideranda, sed eorum Ratio, sumptâ reciprocè brachiorum Ratione) ex quo sequitur aut reditus ad æquilibrium, aut ulterior descensus brachij inclinati.

Hinc est de illâ duplici tantummodo libræ specie locutum fuisse Aristotelem in Mechan. q. 2. omissâ priore hac, quæ videtur speculantis intellectûs terminis coërceri, nunquam in praxim nisi fortuitò deducenda. Non enim satis est accuratissimè inquirere centrum gravitatis jugi, ut illud sit pariter centrum motûs, sed necesse est punctum hoc in eâdem rectâ lineâ esse, quæ jungit puncta contactuum jugi & annulorum, ex quibus lances dependent: nam nisi hoc contingat, centrum illud gravitatis assumptum non est punctum, à quo brachiorum longitudines discriminantur, ut inferiùs constabit dilucidiùs ex iis, quæ de librâ curvâ dicentur.

Quærendum est itaque, cur libra aginam habens in superiore loco, si ab æquilibrio horizontali dimoveatur, ad illud redeat. Et ne locus æquivocationi pateat, dum ad hoc demonstrandum assumuntur puncta notabili intervallo inter se distantia (ne videlicet linearum brevitas confusionem aut obscuritatem pariat) observa lingulæ nomine non eam solùm partem intelligi, quæ supra libræ jugum intrà ansam excurrens extat; sed lingulæ, seu, ut aliis placet, trutinæ pars est etiam linea, quæ in ipsa jugi crassitie descripta intelligitur perpendicularis ad lineam longitudinis brachiorum, & transiens per centrum motûs. Quare hujus lineæ pars intercepta inter centrum motûs, & lineam longitudinis brachiorum, sivè exigua

sit,

ſit, ſivè valde notabilis (quod quidem ad præſentem conſiderationem attinet) nihil intereſt, nam eadem planè ſemper eſt ratio, atque demonſtratio. Sit libra æqualium brachiorum A B, cujus puncto medio C inſiſtat perpendicularis C D, & ſit in ipsa jugi craſſitie centrum motûs punctum D, impoſitiſque æqualibus ponderibus in A & B, maneat in æquilibrio horizontali A B. Deprimatur extremitas A, ut veniat in E, reliqua extremitas B aſcendit in F, & C venit in G.

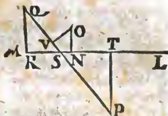


Non poteſt igitur manere libra in poſitione E F ſublato deprimente in E, ſed manentibus æqualibus ponderibus redit ad æquilibrium, ſéque reſtituit in A B; tùm quia centrum gravitatis non eſt in lineâ directionis tranſeunte per D punctum ſuſpenſionis, tùm potiſſimum quia momenta ipſius F majora ſunt momentis ipſius E ratione poſitionis & propenſionis ad motum; poteſt enim F deſcendere juxta menſuram F H, dum E aſcendit juxta menſuram E I; eſt autem major Ratio motûs F H ad motum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt Ratio æqualitatis, nimirum ut F G ad G E. Nam per 8 lib. 5. F O ad G E majorem habet Rationem quàm F G ad G E, & F O ad O E majorem habet Rationem quàm F O ad G E; ergo multo major eſt Ratio F O ad O E, quàm F G ad G E. At ſimilia ſunt triangula F H O, E I O, quia æquiangula (nam propter paralleliſmum linearum directionis F H & I E, alterni E & F, & alterni I & H, qui etiam recti ponuntur, & qui ad verticem O, æquales ſunt) igitur per 4. lib. 6. ut F O ad O E, ita F H ad E I. Eſt igitur major Ratio deſcenſûs F H ad aſcenſum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt ut F G ad G E.

Hinc patet clara ſolutio quæſtionis à Keplero propoſitæ: quia ſi pondus E majus ſit pondere F, illud non ad imum locum deſcendet, ſed ibi libra obliquè ſubſiſtet, ubi pondera erunt in Ratione reciprocâ motuum; quando ſcilicet ratione poſitionis ita propenſio ad deſcendendum ponderis F erit ad reſiſtentiam ponderis E, ne aſcendat, ut eſt viciſſim pondus E ad pondus F: & tunc perpendicularis linea directionis ex D puncto

puncto suspensionis demissa cadet in centrum gravitatis compositæ libræ & ponderum. Cujus rei argumentum est manifestum, quod libra quiescens in positione EF si moveatur ab aliquo deprimente ulteriùs aut elevante, sibi relicta non minùs redit ad eumdem situm obliquum, quàm redeat ad æquilibrium horizontale, si pondera sint æqualia. Quæ omnia ex dictis plana sunt & aperta; sed an hoc idem ritè probaverit Keplerus, viderint alij.

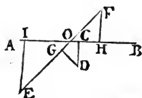
Eadem philosophandi ratio erit in librâ brachiorum inæqualium LM, in qua sint pondera L & M (computatis ipsorum brachiorum gravitatibus juxta momenta, quæ habent in illâ eâdem longitudine, ut dictum cap. 2. hujus libri) reciprocè in Ratione brachiorum NM & NL. Deprimatur L in P, & elevabitur M in Q, & N in V.



Dico libram summoto deprimente, ad æquilibrium LM redituram. Ducantur perpendiculares PT & QR, productâ LM horizontali, si opus fuerit. Triangula SQR, SPT sunt similia; igitur per 4 lib. 6. ut QS ad SP, ita ponderis Q propensio ad descendendum QR, ad ponderis P resistentiam, ne ascendat, PT. Est autem major Ratio QR ad PT, quàm sit ponderis P ad pondus Q; igitur pondus Q prævalebit. Majorem autem esse Rationem sic ostenditur. Pondus P ad pondus Q est ut NM ad NL ex hypothesi, hoc est ut QV ad VP: sed per 8. lib. 5. major est Ratio QS ad VP, quàm QV ad VP, & major Ratio QS ad SP, quàm QS ad VP: igitur major est Ratio QS ad SP, quàm QV ad VP, hoc est quàm pondus P ad pondus Q. Est autem demonstratum ita esse QS ad SP, ut QR ad PT; igitur major est Ratio descensûs QR ad ascensum PT, quàm sit Ratio ponderis P ad pondus Q: Ergo vis descendendi major est, quàm opposita resistentia, ac propterea restituet se libra in æquilibrio horizontali.

Ex his manifestum est rem contrario modo se habere, quando spartum est in crassitie jugi ita collocatum, ut sit infra lineam, quæ constituit longitudinem brachiorum; tunc enim al-

tero brachiorum inclinato, tantum abest, ut libra revertatur ad priorem parallelismum cum horizonte, ut potius, nullo ulterius deprimente, brachium inclinatum descendat omninò, donec impediatur ab ansâ, in quam incurrit alterum brachium elevatum: quod si superiori aut inferiori brachio nullum occurreret impedimentum, ita fieret totius libræ conversio & revolutio, ut spartum esset in loco superiore, & tunc demùm in æquilibrio horizontali jugum quiesceret. Quæ omnia licet perspicua sint, si superiores duæ figuræ invertantur, clarioris tamen explicationis gratiâ, sit iterum jugum A B æqualiter divisum in C, & in perpendiculari C D sit axis, & centrum motûs inferiùs in D: positis æqualibus ponderibus A & B sit æquilibrium horizontale: & quoniam æqualia sunt pondera, atque æquales ad motum propensiones, centrumque gravitatis est in eâdem perpendiculari lineâ directionis cum puncto sustentationis D, manent in æquilibrio.



Deprimatur A in E, elevatur pariter B in F, & C deprimitur in G. Dico libram, si sibi ipsa dimittatur, non rediturum ad positionem A B supra punctum D; sed pondus E ulteriùs descensurum. Ductis enim perpendicularibus E I & F H, propensio ponderis F ad motum deorsum, ut se restituat in priore æquilibrio, est F H, resistentia ponderis E ad motum sursum est E I. Est autem major Ratio resistentiæ E I ad propensionem deorsum F H, quàm sit Ratio ponderis F ad pondus E, aut vicissim; hæc enim æqualia sunt ex hypothesi, & est eorum Ratio ut A C ad C B, hoc est ut E G ad G F: Non igitur potest à pondere F, cujus momenta minora sunt elevari pondus E, cujus momenta sunt majora ex dispositione ad motum. Constat verò major Ratio resistentiæ E I ad propensionem F H, quàm ponderis F ad pondus E, quia in triangulis O I E, & O H F similibus eâdem est Ratio E I ad F H, quæ est E O ad O F; sed ex 8 lib. 5. E O ad O F majorem habet Rationem quam E G ad G F: igitur major est Ratio E I ad F H, quam E G ad G F, hoc est ponderis ad pondus. Descendet itaque E, & nullo occurrente obice ea fiet totius libræ revolutio circà centrum D, ut

demum

demum jugum EF sit infrà punctum D, & quod initio fuit punctum sustentationis, fiat punctum suspensionis libræ. Eadem dicta intelligantur de librâ brachiorum inæqualium, quæ supervacaneum est iterum inculcare.

Oblatâ itaque librâ facilè dignosces, cujus speciei illa sit, quamvis ob punctorum propinquitatem, scilicet centri motûs, & puncti brachiorum longitudinem discriminantis, non valeat oculus dijudicare: impositis enim æqualibus ponderibus, ut habeat æquilibrium horizontale, aliquantulum deprime alterutrum brachiorum, & sublato deprimente, si quidem manserit obliqua (id quod rarissimè continget) pronunciabis centrum motûs convenire cum puncto brachiorum longitudinem discriminante: sin autem ad æquilibrium redierit, centrum motûs erit in superiore loco; si ulteriùs descenderit, centrum motûs erit infra lineam longitudinis brachiorum. Vel etiam facto æquilibrio horizontali, adde pondus alteri lanci; si descendat ita, ut jugum obliquè consistat aut magis aut minùs, prout major aut minor factus est excessus ponderis, pronunciabis centrum motûs esse in superiore loco: at si factâ ponderum inæqualitate lanx gravior usque ad imum deprimatur, quantùm potest, indicabit centrum motûs esse in inferiore loco, aut convenire cum puncto brachia discriminante: sed hoc ultimum temerè non affirmabis, nisi restitutâ ponderum æqualitate, sequatur quies in quacumque positione, aut conversâ deorsum ansâ non contingat obliqua jugi consistentia: si enim factâ ansæ suspensione centrum illud fuisset in inferiore loco, factâ conversione esset in superiore loco, & contingeret æquilibrium in positione obliquâ.

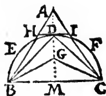
CAPUT V.

An fieri possit libra Curva.

Quamvis ad ponderum examen instituendum raro contingere possit, ut librâ Curvâ uti cogamur, quia tamen in machinamentis aliquibus ita aut loci angustiæ, aut opportuna

corporum movendorum dispositio, exigunt collocari pondera, ut & libræ Rationes serventur, & tamen jugi rectitudo nulla appareat; non erit hîc inutile libram curvam examinare, ut, si quando eâ uti contigerit, innotescat, quænam sint brachiorum, & motuum Rationes. Libram autem curvam voco, quæ à communi formâ deflectens làtera habet non in directum posita, sed in angulum concurrentia, aut in arcum sinuata, quorum extremitates sivè sursum, sivè deorsum respiciunt: factâ enim suspensione sivè ubi angulum latera constituunt, sivè in aliquo arcûs puncto, ea fieri potest hinc & hinc ponderum additio, quam horizontale æquilibrium consequatur. Sed quia imperitis fucum facere posset apparens hæc laterum longitudo, caveant, ne ex illis jugum libræ deductum intelligant: contingere scilicet potest, ut planè varia sit hujusmodi libræ forma, & magnitudo, idem tamen sit semper libræ jugum, in quo brachia desumenda sunt.

Sint enim in angulum compacta duo latera recta A B & A C; non est tota jugi magnitudo computanda ex horum laterum longitudinibus; sed ex ipsâ extremitatum B & C distantiâ B C; quæ semper eadem est, sivè sit arcus B E F C, sivè alia sint latera D B & D C, aut G B & G C, atque suspensio fiat sivè in A, sivè in D, sivè in G, sivè in quocumque alio puncto, quod sit intra spatium à lineis A B, A C, B C comprehensum. Est igitur idem jugum B C, quia in B & C adnexa intelliguntur pondera, eorúmque distantia, prout libræ adnectuntur, ea est, quæ jugi longitudinem determinat. Verùm an libra æqualium sit potiùs, quàm inæqualium brachiorum, definiendum est ex puncto suspensionis, à quo ad extremitates B & C deducendæ sunt rectæ lineæ; quæ si æquales fuerint, libra est æqualium brachiorum; sin autem inæquales, inæqualium. Hinc si latera A B & A C jungantur transversario H I, in eóque sumatur punctum suspensionis D, nil refert æqualia-ne, an inæqualia sint latera A B & A C? sed attendenda est æqualitas aut inæqualitas linearum ex D ductarum ad extremitates B & C.

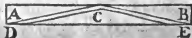


Neque me arguas, quòd dixerim jugum esse B C, & attenden-

dam

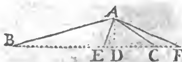
dam æqualitatem aut inæqualitatẽ linearũ ex puncto suspensionis ductarum, puta D B & D C; brachia siquidem in ipso jugo consideranda sunt; illæ autẽ lineæ nihil habent cum jugo commune præter puncta extrema B & C. Quamvis enim lineæ hujusmodi brachia libræ non sint, si res propriè consideretur, inferunt tamen æqualitatem aut inæqualitatem brachiorum, quatenus ex puncto suspensionis D ducta intelligitur ad B C jugum perpendicularis D M, quæ jugum dividit in partes B M & C M æquales aut inæquales. Nam quia triangula B M D & C M D sunt rectangula, quadrato B D, ex 47. lib. 1. æqualia sunt duo quadrata D M & M B, & quadrato D C æqualia sunt duo quadrata D M & M C. Si igitur lineæ D B & D C æquales sunt, earum pariter quadrata sunt æqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M; remanent quadrata B M & C M æqualia, ac proinde lineæ M B & M C æquales. Si verò lineæ B D & C D sunt inæquales, quadrata earum sunt inæqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M, residua sunt quadrata B M & C M inæqualia, eorumque latera (scilicet lineæ M B & M C) inæqualia erunt pronuncianda.

Brachia itaque hujus libræ curvæ propriè sumpta non illa sunt, quæ apparent, & quia ex illis libræ curvæ moles constat, vulgariter hoc vocabulo donantur; sed sunt segmenta lineæ jungentis extremitates, quibus pondera adnectuntur; in quæ segmenta dividitur à perpendiculo, quod ad illam ducitur ex puncto, quod est motûs centrum. Cum igitur punctum hoc, quod tanquam centrum legem dat motui, sit extrà lineam extremitates illas jungentem, aut in superiore, aut in inferiore loco erit; ac propterea altera erit ex duabus illis speciebus libræ, de quibus capite superiore sermo fuit, habentibus spartum aut suprà, aut infrà; & huic curvæ ea omnia convenient, quæ ibi dicta sunt, ut fiat æquilibrium horizontale, aut obliquum. Si enim sit libræ scapus rectus A B bifariam divisus, centrum motûs habens in C & pondera adnexa in D & E æqualia, habet æquilibrium horizontale, ad quod redit, si ab illo dimoveatur; & si pondera D & E sint inæqualia, habet æquilibrium obliquum pro Ratione discriminis ponderum;



quia scilicet centrum motûs C est supra lineam DE jungentem puncta contactuum, quibus pondera adnectuntur. Factâ autem figuræ conversione, ut C sit in inferiore loco, & linea DE in superiore, in solo æquilibrio horizontali manet, à quo si removeatur, ad illud non redit, neque ullum habet æquilibrium in positione obliquâ, ut dictum est. Jam ex jugo AB omnia superflua resecentur, & remaneant virgulæ CD & CE connexæ in C centro motûs: manifestum est non esse immutata ponderum momenta, & eundem esse motum libræ curvæ DCE ac rectæ AB; sivè C intelligatur in parte superiori, sivè in inferiori. Quare & de hac curvâ, quod ad æquilibrium spectat, eadem dicenda sunt, quæ de librâ spartum superiùs aut inferiùs habente sunt dicta.

Et quidem si latera illa, quibus libra curva constat, secundùm longitudinem æqualia sint, & paris gravitatis, additis hinc & hinc æqualibus ponderibus fiet æquilibrium horizontale; quia vera linea jugi in segmenta æqualia dividitur, sunt autem omnes Rationes Æqualitatis, omninò similes. At si latera illa sint inæqualia, non erunt addenda reciprocè pondera (etiam computatâ ipsorum laterum gravitate) in Ratione illarum longitudinum; sed in Ratione segmentorum jugi, ut fiat æquilibrium: quia ex laterum illorum inæqualitate statim quidem infertur etiam veram lineam jugi dividi in segmenta inæqualia; sed non illico consequens est similem esse Rationem Inæqualitatis: Immò si inæqualia sint illa latera, fieri omnino non potest, ut segmenta, quæ fiunt à perpendiculari cadente in basim, videlicet in lineam jugi, sint in eâdem Ratione; alioquin si basis segmenta essent in Ratione laterum adjacentium, angulus, ex quo perpendicularis demittitur, esset bifariam sectus, per 3 lib. 6. atque adeò duo triangula haberent duos angulos duobus angulis æquales, nimirum rectum & acutum, atque latus haberent commune; ergo per 26. lib. 1. & reliqua latera essent æqualia, contra hypothesim. Sit enim libra curva laterum inæqualium BAC, linea recta BC est vera linea jugi, in quam cadens perpendiculum AD definit brachiorum



rum D B & D C longitudinem. Non est autem D B ad D C ut B A ad A C, alioquin angulus B A C esset bifariam sectus, & duo triangula D A B, D A C haberent præter rectos ad D, etiam acutos ad A æquales, atque latus A D commune, ac proinde essent etiam latera B A & A C æqualia contra hypothesim.

Sunt igitur anguli ad A inæquales, & minor est, qui adjacet minori lateri A C, quàm qui adjacet majori lateri A B: quia in triangulo B A C major est angulus C oppositus majori lateri B A, quàm angulus B oppositus minori lateri A C, ex 18. lib. 1. igitur in triangulis B D A, C D A rectangulis ad D, complementum C A D minus est complemento B A D. Qua propter si angulus B A C sit bifariam dividendus, recta A E auferet aliquid ex majore angulo B A D, & constituens angulum B A E cadet in basim inter B & D. Est itaque, per 3. lib. 6. ut B A ad A C, ita B E ad E C: sed minor est Ratio B E ad E C quàm B D ad E C, & multo minor quàm B D ad D C. per 8. lib. 5. igitur minor est Ratio B A ad A C, quàm sit Ratio brachij B D ad brachium D C. Si igitur pondera in C & B essent reciprocè ut B A ad A C, haberent minorem Rationem, quàm B D ad D C, ac propterea non essent apta ad constituendum æquilibrium horizontale. Retento igitur pondere B, augendum esset pondus C, vel retento pondere C, minuendum esset pondus B, ut essent in reciprocâ Ratione brachiorum B D & D C.

Hinc etiam constat retentis eodem latere A B eademque lineâ horizontali B C cum eodem angulo B, si velis uti minori pondere, quod cum pondere B faciat æquilibrium, addendum esse in A latus majus latere A C, puta latus A F, itaut tota B F sit jugi longitudo, & brachia sint B D & D F. Manifestum est autem ex 8. lib. 5. majorem Rationem esse ejusdem B D ad D C minorem, quàm ad D F majorem; ad pondera debent esse in F & B ut B D ad D F; igitur minus pondus in F æquivalet eidem ponderi B, cui in C æquivalet pondus majus. Porrò nemini dubium esse potest, an latus A F majus sit latere A C, quippe quod in triangulo C A F opponitur angulo obtuso A C F, per 19. lib. 1.

Sed si res fuerit in praxim deducenda, indicare oportet, quâ methodo utendum sit, ut quæsitam ponderum Rationem, hoc

est

est ipsa jugi segmenta inveniamus, quippe quod solâ mente concipitur ad laterum extremitates jungendas deductum. Hæc autem esse poterit praxis. Laterum A B & A C longitudines metire, tùm ex B ad C extentum funiculum ad similem mensuram revoca. His paratis certum est hanc jugi longitudinem communiter majorem esse longitudine singulorum laterum, semper tamen saltem alterius, tanto excessu, ut possit ab eâ auferri pars, de quâ mox dicetur; debet scilicet excedere mediam proportionalem inter aggregatum laterum, & eorum differentiam. Cum enim linea jugi à perpendiculo cadente ex angulo verticali dividenda sit, utrumque latus cum jugo facit angulos acutos; alioquin si alteruter angulorum rectus esset, aut linea jugi non esset parallela horizonti, aut latus esset idem perpendiculum; & si obtusus esset, perpendiculum caderet extra lineam extremitates jungentem. Debet igitur tanta esse jugi longitudo, ut differentia partium, in quas dividitur ad differentiam laterum sit ut summa laterum ad totum jugum.

Quare fiat ut jugi longitudo funiculo deprehensa ad laterum summam, ita laterum differentia ad partem auferendam ex longitudine jugi; cujus residuum bifariam divisum dabit minoris brachij longitudinem. Hujus operationis ratio manifesta est ex corollario primo prop. 36. lib. 3; & ex 3. ejusdem lib. 3. Sit exempli gratia latus A B partium 20, latus A C partium 9, distantia B C partium 23. Fiat ut 23 ad 29 summam laterum, ita laterum differentia 11 ad $13\frac{10}{23}$ partem auferendam ex jugi longitudine 23: Residuum partium $9\frac{3}{23}$ bifariam dividatur, & ejus semissis $4\frac{13}{23}$ est longitudo brachij minoris D C; quod reliquum est jugi partium $18\frac{10}{23}$ dat longitudinem alterius brachij majoris B D. Est igitur brachiorum (atque adeò etiam ponderum reciprocè) Ratio ut 424 ad 105.

Quod si his cognitis investigare oporteat, quanta sit hujus lineæ horizontalis B C distantia à puncto suspensionis A, nimirum quanta sit perpendicularis A D; statim ex 47. lib. 1. innotescet, si ex quadrato lateris A C 81 auferas brachij D C quadratum $20\frac{445}{529}$; nam residuum $60\frac{84}{529}$ est quadratum perpendiculi A D, quod proinde est partium $7\frac{17}{23}$ proximè.

At si pro ratione tui instituti nimia sit hujus perpendiculi longitudo,

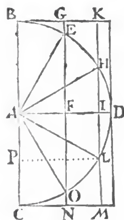
longitudo, & opportuniùs accidat jugum B C horizontale minùs distare à puncto suspensionis A, jam constat latera A B & A C explicanda in majorem angulum; quapropter etiam major erit jugi longitudo, ex 24. lib. 1. Sit ergo definita perpendiculi A D altitudo partium 4: hujus quadratum 16 aufer ex 81 quadrato lateris A C, & residuum 65 est quadratum brachij minoris D C, quod idcircò est partium 8 $\frac{1}{16}$ ferè. Similiter ipsius A D quadratum 16 aufer ex 400 quadrato lateris A B, & residuum 384 est quadratum brachij majoris B D, quod est partium 19 $\frac{11}{19}$ proximè; & totum jugum B C est partium 27 $\frac{11}{19}$. Quare brachij B D ad brachium D C Ratio esset ut 764 ad 314, quæ reciprocè esset & ponderum.

Ex quibus perspicuum est, positis iisdem libræ curvæ lateribus, disparem esse ponderum Rationem: in priore enim positione Ratio est 424 ad 105, hoc est proximè ut 4 ad 1. in posteriore positione, ubi in majorem angulum latera explicantur, Ratio est 764 ad 314, hoc est ut 2. 43 ad 1; quæ minor est Ratio, quàm prior ut 4 ad 1. Si autem latera eadem essent in directum constituta, esset ponderum Ratio ut 20 ad 9, hoc est ut 2. 22′ ad 1; quæ est minima Ratio omnium, quæ intercedere possunt inter pondera æquilibrium horizontale constituentia ex illorum laterum extremitatibus: quæ extremitates quominùs distabunt, inflexis subinde lateribus, eo majus pondus requiretur in extremitate lateris brevioris, ut æquè ponderet cum uno eodemque pondere collocato in extremitate lateris longioris.

Porrò ubi de ponderum Ratione sermo est, cave ne ipsorum laterum inæqualium libræ curvæ gravitatem contemnas; si enim æqualia illa essent, æqualia quoque essent eorum momenta tùm ratione gravitatis, tum ratione positionis, nam perpendiculum caderet in medium jugum, & latera essent similiter inclinata, ac proinde sola ponderum æqualitas spectaretur: at laterum hujusmodi inæqualium momenta sunt ex utroque capite inæqualia, videlicet & ratione gravitatis insitæ, quæ ex hypothesi singulis lateribus inest pro Ratione molis inæqualis, & ratione positionis, quæ valde diversa est, cùm non sint latera illa simili angulo ad perpendiculum inclinata; sed magis in-

M

clinatur latus longius faciens cum perpendiculo majorem angulum: pro variâ autem inclinatione ipsam ejusdem lateris gravitatem varia obtinere momenta manifestum videtur. Ponamus laminam metallicam A B clavo infixam in A, circa quem quasi centrum describat semicirculum B D C. Si obtineat perpendicularem positionem A B, tota gravitas innititur clavo A sustinenti, & nullam vim habet descendendi; similiter in perpendiculari positione A C tota gravitas retinetur à clavo A, nec potest descendere. At si positionem habeat A D horizonti parallelam, omnino nec sustinetur, nec retinetur à clavo, sed totó conatu suas descendendi vires exerit. In locis igitur intermediis partim sustinetur aut retinetur à clavo A, partim conatum deorsum exercet: sic ex B veniens in E sustinetur juxta mensuram F E, & deorsum tendit juxta mensuram G E; at ex B veniens in H sustinetur juxta mensuram I H, & deorsum tendit juxta mensuram K H. Simili modo contingit in quadrante inferiore; nam in positione A L retinetur juxta mensuram I L, nec descensum potest habere nisi ut L M; atque in O impedimentum à retinente est ut F O, conatum deorsum metitur O N. Quia scilicet si ab aliquo sustineatur in L, perinde se habet ac si esset in plano habente inclinationis angulum C A L; in quo plano gravitatio est ad gravitationem in perpendiculo ut Radius ad secantem, seu ut Sinus Complementi ad Radium, hoc est ut I L ad A L: ac propterea vires clavi retinentis in eâ inclinatione ad vires retinentis in perpendiculo debent esse ut I L ad A C, hoc est ad A L: At gravitatio, quâ urgetur planum inclinatum, est ut P C Sinus Versus anguli inclinationis, qui planè æqualis est ipsi L M. Cùm autem hîc nullum habeatur subjectum planum, quod prematur à gravitante laminâ metallicâ, exerit hunc conatum deorsum adversùs aliud oppositum pondus, quod elevare conatur, vel cui conanti resistit, ne ab eo elevetur. Si igitur in lineâ A C perpendiculari lamina A C



contra

contra clavum A exercet momenta totius gravitatis deorſum nitentis, & in A L impeditur, ac retinetur ſecundùm menſuram I L, fiat ut A C ad I L, ita tota gravitas laminæ ad aliud, & prodibit quantitas gravitationis contra retinentem, reſiduumque L M erit illa gravitatio, quæ conſideranda eſt in eâ poſitione inclinata A L.

Sed quoniam A L à centro motûs A diſtantiam habet A I, comparanda erit hæc diſtantia cum diſtantia oppoſiti lateris libræ, ut habeantur momenta invicem comparata. Obſervandum tamen eſt non rem perinde ſe habere, ac ſi tota gravitatio laminæ inclinatæ A L poſita eſſet in L, atque adeò in diſtantiâ A I; ſed quia diſtribuitur ſecundùm totam ipſam longitudinem A L, & partes remotiores plus habent momenti, quàm propiores centro, juxtà Rationem diſtantiarum, propterea vel tota gravitas lateris A L, quæ eſt L M, intelligenda eſt in mediâ diſtantiâ inter A & I, vel ſemiſſis gravitationis A L, hoc eſt ſemiſſis ipſius L M, intelligendus eſt in I, quemadmodum hujus libri 3. cap. 2. dictum eſt totam gravitatem A D intelligendam in mediâ diſtantiâ inter A & D, aut ejus ſemiſſem in extremitate D. Quamvis autem ex inclinatione C A L oriatur diſtantia A I, hæc tamen venire pariter in computationem debet, quia comparari debent hæc momenta cum momentis diſtantiæ oppoſitæ, quæ momenta orta ex Ratione diſtantiarum eadem ſunt, ſive A L ſit lamina, ſive trabs; quamquam valde diſpares ſint gravitates, quæ aſſumendæ ſunt ex eâdem inclinatione; ac propterea & L M indicans gravitationem comparatè ad totam gravitatem abſolutam, & A I definiens momentum ex diſtantiâ, conſiderari debent. Hoc pacto habetur totum momentum lateris A L; ſimiliterque habebitur momentum lateris oppoſiti. Ex quo patet laterum inclinatorum in librâ curvâ momenta componi & ex Ratione diſtantiarum, & ex Ratione momenti, quod habent ſingula latera ex inclinatione ad perpendiculum.

At ſubdubitas, utrùm iſta, quæ hîc dicuntur, cum iis aptè cohæreant, quæ lib. 1. cap. 15. dicta ſunt, ubi ponderis in L conſtituti vires ad deſcendendum definiri diximus à Sinu anguli declinationis à perpendiculo C A L, qui æqualis eſt ipſi A I: hîc verò laminæ A L gravitationem conſtituimus ex

Sinu complementi ejusdem anguli C A L, nimirum ex lineâ I L.

Quapropter observa non eandem esse rationem gravitationis lateri A L libræ, atque ponderis adnexi in extremitate L; hujus enim momenta perinde computantur, ac si esset in I; quia scilicet A I æqualis est brachio libræ P L, & planum inclinatum, in quo pondus L constitutum intelligitur, non est A L, sed Tangens in L ad angulos rectos, ut loco citato explicatum est. At libræ latus A L suam habens gravitatem aliter se habet: nam quemadmodum si inniteretur clavo in A, non tamen illi infigeretur, atque ab aliquo sustineretur in puncto L, certum est planum inclinatum, in quo moveretur, esse A L, contra quæ momenta descendendi in plano inclinato reluctatur clavus in A positus, & retinens; ita sublato sustinente in L, & posito contranitente reliquo latere libræ, non tollitur munus clavi A retinentis, sed substituitur latus illud oppositum loco sustinentis in L: igitur contra illud latus hoc latus A L exercet eadem momenta gravitationis, quæ exerceret adversùs sustinentem in L, hoc est in planum inclinatum; quæ momenta ea sunt, quæ remanent demptis I L momentis gravitationis in plano inclinato, nimirum residuum L M. Quia verò qui sustineret latus A L in L, non esset unicum sustinens, sed planum inclinatum est A L, & ita latus retinetur in clavo A, ut etiam ab eo aliquatenus sustineatur, atque adeò lamina inclinata sustineatur à duobus in A & L, retineaturque solùm ab A; propterea non totum momentum L M, sed ejus semissem accipiendum diximus, ut habeantur momenta, quibus contranititur oppositum latus, si addantur momenta, quæ oriuntur ex distantiâ à centro motûs, ut dictum est.

Hæc autem ut exemplo clariora fiant, sint eadem, quæ priùs in præcedente figurâ posita sunt, latera libræ curvæ B A C, longius B A partium 20, brevius C A partium 9, & quidem in eâ positione, ut perpendiculum A D cadens in jugum sit partium $7\frac{17}{23}$, & brachium jugi D C adjacens minori lateri sit partium $4\frac{13}{23}$, reliquum verò jugi brachium D B partium $18\frac{10}{23}$. Primùm quære momenta laterum ex eorum inclinatione: Cumque perpendiculum A D sit æquale Sinui Complementi anguli inclinationis

nationis D A C, posito Radio A C, notus est Sinus Versus ejusdem anguli inclinationis, scilicet differentia inter A D & A C, quæ est partium $1\frac{6}{23}$: & simili methodo Sinus Versus anguli inclinationis D A B est partium $12\frac{6}{23}$. Ratio igitur gravitationis lateris A B ad gravitationem lateris A C ex inclinatione est ut 282 ad 29; Ratio momentorum ex distantiâ à centro, ut supra diximus, est ut 424 ad 105. Compositis igitur duabus hisce Rationibus, est totius momenti lateris A B ad totum momentum lateris A C Ratio ut 119568 ad 3045, hoc est in minimis terminis ut 39. 267‴ ad 1. Sit igitur gravitas absoluta lateris A B unciarum 20; gravitatio respondens semissi Sinus Versi anguli inclinationis est unciarum $6\frac{3}{23}$. Item gravitas absoluta lateris A C sit unc. 9: gravitatio respondens semissi Sinus Versi anguli inclinationis est unc. $\frac{29}{46}$. Hæc gravitatio $\frac{29}{46}$ ducatur in distantiam à perpendiculo partium $4\frac{13}{23}$, & est momentum 2.878‴. Similiter gravitatio unc. $6\frac{3}{23}$ ducatur in distantiam à perpendiculo partium $18\frac{10}{23}$, & est momentum 113.013‴. Diviso itaque majore numero 113013 per minorem 2878, in minimis terminis Ratio est ut 39. 268‴ ad 1: quæ minimùm differt à priore illa Ratione propter neglectas fractiunculas in divisionibus.

Nunc inquiramus, quantum ponderis addendum sit lateri minori, ut fiat æquilibrium cum solâ majoris lateris gravitate. Statuatur pondus addendum Algebricè 1 ℞, cujus distantia à perpendiculo cum sit partium $4\frac{13}{23}$, ponderis additi momentum est $\frac{105}{23}$ ℞ addendum momento lateris minoris invento. Quare 2. 878‴ + $\frac{105}{23}$ ℞ æquantur momento 113.013‴ lateris majoris: & utrinque demptis 2. 878‴, remanet æquatio inter $\frac{105}{23}$ ℞ & 110.135‴. Demum institutâ divisione prodit pretiũ 1 ℞, hoc est ponderis addendi, unciarum $24\frac{1}{8}$. Huic itaque ponderi additâ gravitatione lateris minoris A C unc. $\frac{29}{46}$ hoc est in millesimis 630‴, erit in C totum pondus unc. 24.755‴; & in B intelligitur gravitas unc. $6\frac{3}{23}$, hoc est in millesimis unc. 6. 130‴ ferè. Vides igitur hæc pondera esse reciprocè posita in Ratione distantiarum D B & D C: & quamvis demum in his Rationibus non sibi exactissimè respondeant numeri, satis pa-

tet exiguum hoc discrimen oriri ex neglectis fractiunculis.

Cæterùm hæc tam minutè persequi in librâ curvâ, cujus latera non adeò notabili gravitate sunt prædita, labor quidem videtur inutilis: sed quoniam hujusmodi libræ præcipuus usus esse potest in machinationibus, ubi latera libræ sunt tigilli crassiores non mediocris gravitatis, operæ pretium fuit indicare, quâ methodo ipsorum laterum gravitates & momenta computari oporteat, ut non casu, sed ex certâ ratione pondera collocentur, & æquipondia statuantur.

CAPUT VI.

Quænam libræ sint omnium exactissimæ.

INstrumenti cujusque bonitas æstimatur ex fine, ad quem fuit institutum, prout ad illum assequendum aptum fuerit, aut ineptum, eóque melius censetur instrumentum, quò certiùs per illud propositus finis obtinetur; quemadmodum per singula eunti facilè constabit. Ut igitur exactissimum libræ genus innotescat, satis patet inquirendum esse, quænam libra facillimè ab æquilibrio recedat; quo recessu indicans vel minimam ponderum inæqualitatem, etiam suo æquilibrio exquisitam ponderum æqualitatem ostendit; id quod per libram vestigamus. Hic autem de librâ æqualium brachiorum sermo est, quâ communiter uti solemus: quamquam aliqua etiam ad libram inæqualium brachiorum proportione traduci queant. Ex duplici capite libram, quâ libra est, ponderum gravitates præ aliis libris exquisitè examinare contingit, videlicet aut ex brachiorum longitudine, aut ex spatii, seu centri motûs, positione; reliqua enim impedimenta, aut adjumenta materiam potiùs sequuntur, quàm libræ formam.

Et quidem quod ad brachiorum longitudinem spectat, adeò certum Aristoteli videtur majoribus libris, majori scilicet brachiorum longitudine præditis, accuratiùs examinari ponderum æqualitatem, ut in Mechanicis quæstionibus hoc primum ab

ab eo quæratur, *Cur majores libra exactiores sunt minoribus?* Causam autem ex eo desumendam putat, quòd spartum sit centrum, brachia verò quasi lineæ à centro exeuntes; & quia Radij longiores ab eodem centro cum brevioribus exeuntes si pariter moveantur, majorem arcum describunt, propterea etiam citiùs moveri necesse est extremitatem libræ, quò plus à sparto discesserit. Hinc est in minore librâ posse aliquando ex tenui inæqualitate ponderum fieri motum non conspicuum, atque adeò illam occultè discedere ab æquilibrio; id quod in majore librâ contingere non potest, quia longioris brachij extremitas notabili motu inclinatur. Sit enim libra longior AB, cujus spartum sit C; moveatur, & describat arcus BG, & AF, qui sunt multò magis conspicui & majores, quàm qui à librâ minore DE habente idem motûs centrum C, describantur arcus EI & DH. Constat igitur motum puncti E prorsus fugere omnem oculorum aciem, si motus extremitatis B vix sit conspicuus. Ex quo illud etiam consequens est, quod major libra clariùs indicat æquilibrium.

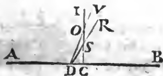
Verùm si hæc ita accipiantur, prout communi huic interpretationi subest Aristoteles, vix aliquid habent momenti: quis enim pondera vix inæqualia bilance subtiliter examinans jugi extremitates respicit, ut videat, an lineæ horizonti parallelæ congruat jugum? & non potiùs lingulam CO considerat, an cum ansâ perpendiculari illa conveniat? Quod si lingula attendatur, idem est ejus motus sive longior sit libra AB, sive brevior DE; factâ enim inclinatione aut majore motu BG, aut minore motu EI, eadem est lingulæ positio CS. Hoc tantùm habent emolumenti brachia longiora, quod faciliùs dividuntur bifariam æqualiter quàm breviora: & si minimum aliquod discrimen intercedat, hoc minorem habet Rationem ad brachium longiùs, quàm ad brevius. Quare aliâ ratione accipienda est libra: nam si in uno eodemque puncto C conveniant spartum & jugi divisio, aut spartum sit inferius, sive longiora, sive breviora sint brachia, ponderum inæqualitas illicò innotescit, quia extremitas præponderans, ad imum locum, quantum

tum poteſt, deſcendit. Locutus igitur videtur Ariſtoteles de librâ ſpartum habente in ſuperiore jugi loco extrà lineam, quæ jugi longitudinem definit.

Sit iterum libra longior A B, & brevior D E; utraque biſariam diviſa in C; & ſit linea lingulæ perpendicularis C K, in quâ ſumatur ſpartum, ſeu motûs centrum O, & reſiduum O K ſit lingula, ex cujus declinatione à perpendiculo anſæ, dignoſcitur ſublatum æquilibrium. Sit pondus A ad pondus B ut 5 ad 3: centrum gravitatis jugi & ponderum commune non poteſt eſſe C, quod brachia C A & C B æqualia conſtituit; ſed erit ut pondus A ad pondus B, ita reciprocè longitudo B G ad longitudinem G A, eritque punctum G centrum gravitatis, nec libra conſiſtet, niſi recta G O H fiat perpendicularis horizonti: lingula igitur O K declinabit à perpendiculo anſæ juxta angulum H O K. Eadem pondera transferantur in minorem libram D E; & ſi fiat ut pondus D 5 ad pondus E 3, ita E F ad F D, erit F centrum gravitatis libræ D E & ponderum: quare libra non conſiſtet, niſi recta F O I ſit horizonti perpendicularis, & tunc à perpendiculo declinabit lingula O K juxta angulum I O K. Quoniam verò eſt ut 4 ad 1, ita A C ad C G, ita D C ad C F, & A C major eſt quàm D C, erit etiam ex 14 lib. 5. G C major quàm F C; igitur angulus C O F minor eſt angulo C O G, pars minor toto; ac proinde ad verticem angulus K O I minor eſt angulo K O H. Poſitis igitur ponderibus iiſdem in libræ longioris A B extremitatibus, declinabit lingula à perpendiculo, cum eo conſtituens angulum majorem, quàm ſit angulus ab eadem lingulâ conſtitutus cum perpendiculo, quando pondera illa inæqualia adnectuntur libræ breviori D E. Hinc eſt quòd ſi inæqualitas ponderum exigua ſit, centrum gravitatis in utrâque librâ non multùm recedat à puncto C, parùm in majore, minimùm in minore, ac proinde lingulæ deflexio fortaſſe inobſervabilis erit in minore librâ, quæ in majore evadet notabilis atque conſpicua. Hinc etiam patet, cur extremitas A deſcendens magis moveatur, quàm extremitas D minoris libræ; quia ſcilicet angulus O G A, per 16. lib. 1. major eſt quàm angulus

angulus O F D, ac propterea ubi O G facta sit perpendicularis, linea A G cum illâ faciens obtusiorem angulum, magis deprimetur infrà lineam A B horizontalem.

Sed jam inquirendum est, utrùm expediat centrum motûs magis distare à lineâ jugi, an verò illi propiùs admoveri, ut clariùs innotescat recessus jugi ab æquilibrio horizontali : illa quippe sparti positio eligenda est, quæ etiam minimum motum indicet notabili lingulæ declinatione. Dico itaque spartum lineæ jugi proximum utilius esse, quàm remotum. Sit enim libra A B bifariam in C divisa, & ex hoc puncto exeat perpendicularis C I; in quâ pro centro motûs eligatur punctum S; ponantur verò pondera A & B ita esse inæqualia, ut centrum gravitatis commune sit D. Igitur D S R est linea, quæ facta perpendicularis constituit cum lingulâ S I angulum I S R. Deinde reliquis omnibus manentibus, sit centrum motûs O remotius à lineâ jugi, & linea D O V facta perpendicularis declinabit à lingulâ O I juxta angulum I O V, quem constat esse minorem angulo I S R; nam angulus D S C externus major est interno D O S, per 16. lib. 1. est autem huic ad verticem I O V, & illi ad verticem I S R; igitur I S R angulus est major angulo I O V.



Quòd si centrum motûs adhuc propiùs admoveatur medio jugi puncto C, adhuc majorem angulum constituet cum lingulâ, ac propterea adhuc multò notabilior erit deflexio lingulæ à perpendiculo, etiam si exiguus sit motus ex eo, quod centrum gravitatis D proximè accedat ad punctum C: est siquidem extrà controversiam, quò minor est ponderum inæqualitas, eò etiam minorem esse puncti D à puncto C distantiam. Ex quo manifestum evadit exiguam ponderum differentiam non dignosci, si spartum notabili intervallo recesserit à lineâ jugi; hæc enim sparti distantia habet rationem Radij, distantia centri gravitatis à medio jugi locum obtinet Tangentis; igitur si fiat major sparti distantia, eadem Tangens ad majorem Radium minorem Rationem habebit, atque adeò subtendet multò acutiorem angulum, qui propterea minùs observari poterit.

Quare pro eâdem ponderum inæqualitate dignoſcendâ, ſi concurrant minima ſparti à jugo diſtantia, & ob longitudinem majorem brachiorum libræ major centri gravitatis diſtantia à medio jugi puncto, patet multò faciliùs dignoſci inæqualia eſſe pondera, quia majore angulo linea deflectit à perpendiculo; & poſito minimo Radio Tangens major angulo majori opponitur.

Hæc quidem de libra ſpartum habente ſuprà lineam jugi dicta accommodari poſſunt libræ ſpartum habenti infrà jugi lineam, ſi eadem ſchemata inverſo ſitu poſita intelligantur: quò enim majore angulo deflectit à perpendiculo linea jungens gravitatis centrum, & centrum motus, eò faciliùs brachium, in quo eſt gravitatis centrum, inclinatur. Verùm ſi duplex hæc libræ ſpecies, quæ ſuprà, & quæ infrà jugi lineam ſpartum habet, invicem comparetur, ſatis apertum eſt multò faciliùs à poſteriore hac ſpecie indicari ponderum inæqualitatem; quia videlicet ſi centrum gravitatis in alterutram partem vel minimùm recedat à medio jugi, non amplius imminet ſparto in eodem perpendiculo, neque poteſt ſuſtineri, ſed illicò, quantùm poteſt ad imum locum deſcendit. At in priore illâ ſpecie libræ ſpartum in ſuperiore loco habentis, recedente in alterutram partem centro gravitatis, deſcendit illud quidem; ſed non niſi pro ratione exceſsûs ponderis; qui deſcenſus inobſervabilis erit, ſi exigua ſit ponderum differentia. Hinc non ſemel animadverti accuratiſſimas bilances, quibus aurearum monetarum pondera examinantur, eas eſſe, quæ ſpartum in inferiore loco habent; lanx enim, quæ pondere prægravatur, ad imum, quantùm poteſt deſcendit: facta autem libræ converſione ita, ut anſa inferiùs ſuſtentata libram ſuſtineat, iiſdemque ponderibus impoſitis, lanx prægravata non deſcendit ad imum locum; ſed manet libra in obliquâ poſitione, quæ ponderum inæqualitati congruè reſpondet; &, ſi ea ſit ponderum inæqualitas, quæ omnem obſervantis ſubtilitatem effugiat, videtur libra in æquilibrio horizontali poſita, cum tamen in priore ſitu, antequam libra inverteretur, non poſſet in ullo æquilibrio conſiſtere.

Non ita tamen hæc dicta intelligi velim, ut nulla ſit habenda ratio materiæ, ex qua libra conſtat; hæc ſiquidem tantæ gravitatis eſſe poteſt, ut axem vehementiùs premens motum aliquatenus impediat, ac propterea levis illa virtus effectiva motûs,

qui

qui ponderum adnexorum inæqualitatem cæteroqui consequeretur, ex hâc pressione, & prominularum particularum se vicissim contingentium conflictu elidatur, atque jugi æquilibrium horizontale permaneat. Gravitatem autem motui impedimento esse ex eo constat, *quòd faciliùs quando sine pondere est, movetur libra, quàm cum pondus habet*, ut observavit Aristoteles 9. 10. Mechan. Cui tamen in assignandâ hujus difficultatis causâ non aquiesco, licet ultrò concedam *in contrarium ei, ad quod vergit onus, movere difficile esse*; si enim libræ vacuæ lances minùs graves sunt; imposito autem pondere fiunt graviores, & propterea lanx elevanda facta gravior difficiliùs movetur contra insitam gravitati propensionem, etiam vicissim lanx deprimenda facta gravior ex adnexo pondere faciliùs obsecundat naturali gravium propensioni, atque adeò augere deberet movendi facilitatem, vel saltem hanc imminui non permitteret. Non aliunde igitur ortum ducere videtur hujusmodi difficultas movendi libram onustam, quàm ex majore prementis gravitatis conatu: pressione autem motum impediri quis neget, si super planam superficiem continuo lævore lubricam ducat regulam metallicam exquisitè politam, quam nunc tenui, nunc validiori conatu premat? utique percipiet pro vario prementis conatu aliam atque aliam esse trahendæ regulæ metallicæ difficultatem.

Adde graviori libræ crassiorem axem, ut ei proportione respondeat, necessariò adjungi; hic autem si non sit exquisitè cylindricus, quâ parte fit contactus, sed aliquatenùs angulatus duobus in locis contingat, satis manifestè apparet magis impediri motum libræ, quàm si axis tenuior esset, atque subtilior; licet enim hic pariter similique ratione angulatus esset, quia tamen anguli minùs distarent invicem, quàm in axe crassiore, minùs etiam libræ conversionem impedirent. Idem accidit, si axis quidem cylindricus, foramen autem, cui axis inseritur, non exquisitè rotundum sed angulatum fuerit. Cur autem libræ conversio impediatur, si fiat contactus in duobus punctis, palàm est; quia nimirum quamdiu centrum gravitatis compositæ interjicitur inter duos illos contactus (vel saltem linea directionis per illud centrum ducta transit per intervallum illud duorum contactuum) non potest fieri libræ in alterutram partem

converſio; quæ proinde ut convertatur, tantum ponderis alteri lanci addi neceſſe eſt, ut centrum gravitatis omninò cadat extrà illud ſpatium, quod à contactibus comprehenditur.

Hinc patet, cur libræ craſſiores, & majores ingentibus ſarcinis onuſtæ inertes fiant ad motum, etiam ſi adnexis ponderibus inſit aliquot unciarum, aliquando fortaſſe etiam librarum, diſparitas. Contrà verò aurificibus, & gemmariis, quibus minutias contemnere damno eſſet, valdè exiguæ libræ in uſu ſunt; quippè quæ ſubtiliſſimo axe contentæ ſunt, & levi jugo conſtant, cujus gravitati æqualis eſt ſingularum lancium gravitas: quare cum nec vehemens preſſio contingat, nec axis adeò tenuis facilè angulos admittat, exilioribus hujuſmodi libris etiam minima ponderum inæqualitas exploratur, ſi cæteróqui fuerint ritè conſtructæ.

At quærat hìc quiſpiam. Proponitur libra, quæ vacua æquilibrium oſtendit, nec ita gravis eſt, ut de validiore axis preſſione dubitetur: ut inquiratur, quàm facilè mobilis illa ſit, alteri lanci ſingula ſubinde grana delicatè imponuntur, quot ſatis ſint ad primò tollendum æquilibrium, tùm aliâ librâ tenuiori examinatum granorum omnium pondus (rejecto ultimo grano, cujus additione primò facta eſt libræ inclinatio) deprehenditur unciæ unius, exempli gratiâ. Quæritur, an, ſi eidem lanci imponantur merces, & oppoſitæ lanci legitima pondera, ſit ſemper numeranda uncia una amplius, ut verum mercis pondus habeatur; quandoquidem deprehenſum eſt non mutari æquilibrium, niſi uncia addatur.

Ut quæſtioni ſatisfaciam, tanquam certum ſtatuamus hanc libræ inertiam non oriri ex multâ jugi & lancium gravitate axem premente; ſi enim ex hujuſmodi preſſione oriretur, additis hinc & hinc ponderibus multò major fieret preſſio, ex quâ movendi difficultas major crearetur; & ſi minorem preſſionem vix unius unciæ exceſſus vincit, utique majorem preſſionem non niſi plurium unciarum exceſſus vincere poterit. Definire autem hujuſmodi preſſionum vires motum libræ retardantes, meæ tenuitatis non eſt; quippè qui nec divinare audeo, nec certam rationem preſſiones illas dimetiendi invenio. Illud igitur reliquum eſt, ſecluſâ preſſione, quòd axis contactus non omninò in unico puncto, ſed in pluribus fiat, ac

propterea

propterea alterutri vacuæ libræ lanci imponendam unciam, ut primò dispoſita ſit libra ad recedendum ab æquilibrio. Hoc autem indicat, libræ prorſus vacuæ centrum gravitatis eſſe inter extrema puncta contactûs axis; ſed additâ unciâ compoſitæ gravitatis centrum convenire cum extremo puncto contactûs axis.

Quærendum eſt igitur, quo intervallo extremum hoc punctum, quod etiam eſt gravitatis centrum, diſtet à medio jugi puncto. Id quod ut innoteſcat, obſervetur jugi & lancium gravitas; tùm in extremitatibus jugi intelligatur ſemiſſis ſingulorum brachiorum, & addatur ſingularum lancium gravitas: ſint autem hinc & hinc ex. gr. unciæ duodecim tota gravitas: alteri addatur uncia, & erunt hinc quidem unciæ 12; hinc verò unciæ 13. Quare jugum reciprocè diſtinguatur in duas partes, quarum altera ſit 13, altera 12: igitur punctum hoc diviſionis jugi diſtat à medio jugi puncto parte unâ quinquageſimâ totius longitudinis ejuſdem jugi: hæc ſiquidem longitudo diſtincta intelligitur in partes 25 æquales; punctum medium ab extremitate diſtat partibus $12\frac{1}{2}$, centrum gravitatis compoſitæ diſtat partibus 12; igitur punctorum iſtorum intervallum eſt $\frac{1}{50}$.

Jam imponatur alteri lanci merx, quæ cum pondere legitimo lib. 2. faciat æquilibrium: aio non poſſe pronunciari mercem eſſe unc. 25: nam ſi ponatur merx unc. 25: additâ gravitate lancis & brachij unc. 12 ex hypotheſi, hinc quidem eſſent unciæ 37, hinc verò unciæ 36; igitur diviſo jugo in partes 73, centrum gravitatis diſtaret à medio jugi puncto parte $\frac{1}{146}$. At punctum extremum contactûs axis & jugi diſtat parte $\frac{1}{50}$, igitur multo majus pondus ſupra unciam addendum eſt merci, ut æquilibrium exquiſitè faciat cum pondere legitimo lib. 2. Nimirum inſtituenda eſt analogia ut 12 ad 13, ita unciæ 36 ad uncias 39; dempto igitur pondere lancis & brachij libræ, quantitas mercis eſt unc. 27. Ex quo liquet, quò majora pondera lancibus imponuntur, eò majorem eſſe differentiam à pondere legitimo. Hinc ulteriùs patet hujuſmodi librâ ſatius eſſe multam mercem ſimul ponderare, quàm per partes: pone enim eſſe uncias 12 legitimi ponderis, cum quo

æquilibrium conſtituitur, merx erit unicarum 14, quia ut 12 ad 13, ita unc. 24 ad 26, & demptis unciis 12 ad brachium & lancem ſpectantibus, remanent mercis unciæ 14: quare bis factâ ponderatione erit differentia unc. 4; unica autem ponderatio dabat tantùm uncias 3: quia videlicet ſingulis vicibus additur id, quod reſpondet gravitati lancis oppoſitæ; atque adeò differentia ſæpiùs repetita major eſt, quàm ſimplex: ſic quatuor libris ponderis legitimi reſponderent in alterâ lance mercis lib. 4. unc. 5; quòd ſi quatuor vicibus operando ſingulas libras expendiſſes, differentia demùm eſſet unciarum 8.

Unum adhuc ſupereſſe videtur hîc obſervandum, quoniam longioribus brachiis exquiſitiùs indicari æquilibrium diximus: cavendum ſcilicet, ne in aliud incommodum incidamus, quo illud idem pereat, quod perſequimur. Si enim longiora fiant brachia, additur gravitas, quæ magis axem premens motui aliquam difficultatem creat: quod ſi retentâ eâdem brachiorum gravitate illorum craſſities extenuetur, & in longitudinem extendantur, vide ne nimis exilia evadant ita, ut flexioni obnoxia ſint, vel ſuâ ipſorum, vel expendendorum ponderum gravitate. Præterquam quod longiora brachia plus habere videntur momenti ad premendum axem, etiam ſi par ſit longiorum atque breviorum libræ brachiorum gravitas abſoluta; cujus ſemiſſis in extremitate brachij longioris plùs habet momenti ad deſcendendum, quàm in extremitate brevioris. Et ſi longior haſta ex medio ſuſpenſa faciliùs ſponte ſuâ flectitur circa medium (id quod breviori non accidit) indicio eſt obicem retinentem magis premi; idem igitur & axi libræ contingere poteſt, cujus preſſio major eſſe videtur ex longioribus brachiis, etiamſi in cæteris nullum intercedat diſcrimen. Sic Ariſtoteles quærit quæſt. 27. Mechan. *Cur ſi valde procerum fuerit idem pondus, difficiliùs ſuper humeros geſtatur, etiam ſi medium quiſpiam illud ferat, quam ſi brevius ſit?* cujus difficultatis cauſam ille tribuit validiori vibrationi extremitatum magis diſtantium ab humero ſuſtinente: ſed hoc non niſi in motu contingit, & cùm flexile eſt pondus, cujuſmodi eſſet longior haſta aut bractea ferrea mediocris craſſitiei. Certè longiori columnæ marmoreæ jacenti, cujus medio recens fulcrum ſubjectum fuit, jam putreſcentibus extremis fulcris, ſua longitudo obfuit, ut frangeretur:

retur: id quod æqualis ponderis columnæ breviori ex graviore secundùm speciem marmore non ita facilè accidisset: non nisi quia gravitas magis à fulcro distans plùs habet momenti, etiamsi non contingat vibratio corporis, quemadmodum in motu.

Illud postremò non omittendum, quod ad lingulam pertinet, hanc enim longiusculam esse præstat, quàm brevem, ut vel levi inclinatione libræ, apex lingulæ magis conspicuo motu extra ansam ad latus secedat, & sublatum æquilibrium indicet. Dum tamen lingulæ longitudinem affectas, cavendum, ne illa momentum addat suâ gravitate brachio, quod inclinatur; quamvis enim hoc nihil referat, ubi sublatum horizontale æquilibrium indicatur; in librâ tamen, quæ in æquilibrio obliquo potest consistere, videretur indicare majorem ponderum inæqualitatem, quàm revera sit. Cæterùm communiter libræ hoc periculo vacant; sola enim ponderum æqualitas horizontali æquilibrio inquiritur, non ponderum Ratio obliquo æquilibrio investiganda proponitur: quare communiter nil de lingulæ gravitate timendum est, quod nos solicitos habeat.

Quare præter exquisitam brachiorum æqualitatem, & accuratam lingulæ cum ipso jugo positionem ad angulos rectos, ad libram exactissimam constituendam concurrunt brachiorum & lingulæ longitudo, jugi & lancium modica gravitas, axis subtilitas, sparti & jugi quàm maxima propinquitas, & ipsius sparti infrà jugi lineam positio. Quæ tamen omnia cum rectâ ratione sunt administranda, ut ponderibus examinandis proportione respondeant libræ partes; majoribus enim sarcinis validior axis, & crassiora libræ brachia conveniunt; & sic de reliquis.

CAPUT VII.

Libræ dolosæ vitia reteguntur.

Libram dolosam voco, quæ solitariè accepta sinè ponderibus justa apparet, & æquilibrium ostentat, re tamen verâ injusta est, quia adnexis ponderibus suo æquilibrio non tribuit

æqualita

æqualitatem , vel quia ponderum æqualitatem non indicat vero æquilibrio. Quare nullus mihi ſermo de iniquorum venditorum ſycophantiis, quibus, juſtam licèt libram adhibentes, rudem ac ſimplicem emptorem circumveniunt, aut imprimendo impetum ſurſum brachio, cui legitimum pondus adnectitur, ut merx præponderare videatur, aut ponderibus iniquis & juſto minoribus utendo, aut ſubjectam menſam, cui lanx mercis incumbit , materiâ aliquatenus tenaci illinendo, ut ſublatâ in aërem librâ priùs attollatur lanx ponderis quàm mercis, quæ omninò præponderans apparet , ſi libra ſpartum habeat infrà jugum , aut ſimiles impoſturas excogitando : ſed de illis tantum deceptionibus agendum , quæ ex ipſius libræ conſtructione, aut poſitione ortum habere poſſunt.

Et primò quidem ſe offert dolus, cujus meminit Ariſtoteles quæſt. 1 .Mechan. familiaris eo tempore vendentibus purpuram, & ea , quorum modica quantitas pretium exigebat non contemnendum : hi enim librâ utebantur, quæ brachiis non omninò paribus conſtabat , ita tamen , ut hæc inæqualitas non ſe oculis ſtatim proderet. Ut autem lateret dolus , ſcapum ſeu jugum libræ ex ligno conſtruebant , cujus partes omnes non eandem ſpecificam gravitatem obtinerent , quamvis nulla ſecundùm molem diverſitas intuenti occurreret: quia enim nodi, & partes radici propiores, ut potè magis denſæ , graviores ſunt , quàm reliquæ partes à radice remotiores & nodis carentes , partem illam graviorem breviori brachio tribuebant , vel ſi materia planè uniuſmodi eſſet , & æquabili gravitate prædita , breviori brachio aliquid plumbi infundebant, ut materiæ gravitate momentum , quod ratione poſitionis deerat, ſupplente , appareret æquilibrium lancium in vacuâ librâ. Sed ubi demum merx lanci longioris brachij imponebatur , hæc erat juſto minor, quamvis cum oppoſito pondere eſſet æquilibris ; non enim erat illi æqualis, ſed in Ratione reciprocâ longitudinis brachij minoris ad longitudinem majoris. Hûc ſpectat inæqualitas brachiorum orta ex eo, quòd jugi ferrei pars altera ex validiore, & diuturniore percuſſione mallei facta denſior, etiam gravior eſt ; nam puncto longitudinem jugi bifariam dividenti non reſpondet centrum gravitatis ; ſed recedit à medio versùs extremitatem denſiorem , atque graviorem ; ac propterea , ut æquili-

brium

brium appareat, centrum motûs inæqualiter dividit longitudinem jugi. Similiter si jugi quidem materia æquabiliter sit gravis, sed brachiorum inæqualitatem suppleat lancium gravitas reciprocè inæqualis; æquilibris erit libra vacua; sed damno emptoris merx longiori brachij adnectitur. Quare ut pateat dolus, facto æquilibrio inter mercem ac pondus, statim commuta lances, & pondus majus ex longiore brachio multò plus habebit momenti, quàm merx ex brachio breviore: idcircò, si ex pondere dematur, quantùm satis sit ad æquilibrium cum merce iterum statuendum, plus mercis habebit emptor, quàm pro oppositi ponderis mensurâ.

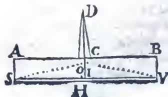
Secundò sit jugi materia planè æquabilis, & ab axe jugum dividatur omnino bifariam: sed puncta contactuum annulorum, ex quibus pendent lances, non æqualiter distent à medio: etiamsi lancis propioris gravitas suppleat momentum, quod deest ratione sitûs, & æquilibris appareat librâ vacuâ, non tamen æqualia pondera lancibus imposita constituent æquilibrium, sed illud gravius apparebit, quod ex distantia majore appendetur: & si pondera æquilibrium faciant, inæqualia erunt reciprocè juxtà Rationem inæqualitatis distantiarum à medio. Similiter igitur facto ponderum æquilibrio, lances commuta; & quidem si post commutationem iterum æquilibrium fiat, justa est libra; secùs verò si alterum gravius appareat, quod priùs æquale videbatur.

At quæris, quâ methodo possis deprehendere, quanta sit brachiorum inæqualitas, quando quidem non habetur æquilibrium post factam lancium commutationem, & planè ignoratur, quanta sit mercis gravitas. Ut quæstioni satisfaciam, accipio legitima pondera, & primùm facto æquilibrio observo legitimi ponderis quantitatem: Commuto deinde lances; & cum non fiat æquilibrium cum eâdem merce, tantum accipio legitimi ponderis, quantum requiritur ad æquilibrium. Demum inter hæc duo pondera legitima invenio terminum medio loco proportionalem, & hoc est mercis pondus, quod collatum cum alterutro ex legitimis ponderibus dat reciprocè longitudinis brachiorum Rationem. Hanc methodum esse certam patet, quia cum bis fiat æquilibrium, bis inter pondera est eadem Ratio reciproca brachiorum. Sint brachia, quæ brevitatis gratia

vocemus R & S; igitur ut R ad S ita primum pondus legitimum in S ad mercem in R: & factâ commutatione ponitur merx in S, & iterum fit ut R ad S, ita reciprocè merx eadem in S ad ſecundum pondus legitimum in R: igitur, per 11. lib. 5. ut primum pondus ad mercem, ita merx ad ſecundum pondus: ſunt autem nota duo pondera legitima; igitur & innoteſcit mercis gravitas: quæ ſi comparetur ut conſequens terminus cum primo pondere, aut ut Antecedens cum ſecundo pondere, habebitur Ratio R ad S. Sit itaque ex. gr. in primo æquilibrio primum pondus legitimum unc. 72, in ſecundo æquilibrio ſecundum pondus legitimum ſit unc. 69 $\frac{18}{100}$. Eſt ergo merx medio loco proportionalis unc. 70 $\frac{576}{1000}$; ac propterea R ad S eſt ut 72 ad 70 $\frac{576}{1000}$, aut ut 70 $\frac{576}{1000}$ ad 69 $\frac{18}{100}$, hoc eſt ut 4500 ad 4411. Sit demum totius jugi longitudo diſtincta in partes 200: addantur termini Rationis inventæ, & fiat ut 8911 ad 4411 ita 200 ad 99, & hæc eſt longitudo brachij brevioris, erit autem longioris brachij longitudo partium 101: diſtat ergo ſpartum à puncto medio per unam ducenteſimam partem totius jugi. Quòd ſi res ſubtiliſſimè ad calculos revocanda eſſet, hujus ducenteſimæ partis gravitas, quæ eſt ſemiſſis gravitatis differentiæ brachiorum eſſet computanda, atque ſubducenda, vel addenda, ut mercis pondus exquiſitè innoteſcat.

Tertiò. Accidere poteſt lingulam ex medio libræ ſcapo aſſurgere ad angulos rectos, lineamque lingulæ tranſeuntem per centrum motûs ita occurrere lineæ jungenti puncta, ex quibus lances pendent, ut eam bifariam æqualiter dividat, in eam tamen ad angulos inæquales cadat. Aio nec brachia eſſe verè æqualia, nec lingulam, quamvis anſæ congruens videatur, indicare æquilibrium horizontale, eſſe veram lingulam, etiamſi pondera in eo æquilibrio conſiſtentia ſint æqualia, & non in Ratione brachiorum.

Sit ſcapus libræ A B, ex quo perpendicularis aſſurgat lingula C D, & ex D per O centrum motûs ducta recta linea occurrat lineæ S V jungenti extrema puncta, ex quibus lances pendent, eamque bifariam dividat in I: ſed quoniam punctum S eſt paulò altiùs



quàm

quàm punctum V, fiat angulus S I O minor, & V I O major. Dico lineam S V esse quidem jugum, sed brachia non esse æqualia, non enim sunt I S & I V: quandoquidem ductis rectis O S & O V, est libra curva S O V latera habens inæqualia, S O minus, & V O majus. Nam in triangulis S I O, V I O latus I S ex hypothesi est æquale lateri I V, latus I O commune est, angulus S I O est ex hypothesi minor, quàm angulus V I O; ergo per 24. lib. 1. basis S O minor est basi V O. Igitur ex O perpendicularis linea cadens in jugum S V dividit illud in brachia inæqualia, & perpendiculum ex O cadit inter S & I, puta in H, quia ex hypothesi angulus S I O est acutus. Vera igitur lingula non est I D, sed linea, quæ ad angulos rectos insistens jugo S V ex H per O ducitur. Quare si C D congruit ansæ perpendicularis horizonti, jugum S V non est horizonti parallelum, non est igitur æquilibrium horizontale, sed obliquum: quia tamen est I centrum commune gravitatis ponderum æqualium in S & V, ac per illud transit perpendiculum ex O cadens in horizontem, propterea possunt esse pondera æqualia, & æquilibrium ostendere, quod modicâ obliquitate inclinatum mentiatur æquilibrium horizontale. At si alia fieret hypothesis, scilicet lineam jugi S V non dividi æqualiter, pondera non essent æqualia, sed essent reciprocè in Ratione motuum, quos perficere possent extremitates S & V, juxta superiùs dicta cap. 4 hujus lib. 3.

Vitium igitur hujus libræ non in eo consistit, quòd pondera non sint æqualia, sed quòd indicet æquilibrium horizontale, cum sit obliquum, & pondera æqualia nunquam possint ad æquilibrium horizontale devenire; ut enim hoc fieret, pondera esse oporteret inæqualia reciprocè in Ratione brachiorum S H & H V. Quòd si contingat punctum O centrum motûs, esse idem cum puncto I, pondera æqualia verè habebunt æquilibrium horizontale; sed lingula C D declinabit ab ansâ, quasi æquilibrium non esset. Libræ hujusmodi vitium deprehendi non potest ponderum commutatione in lancibus; quia cùm æqualia ex hypothesi sint pondera, eadem utrobique habent momenta, servant quippè eamdem distantiam, & æqualiter sunt ad motum disposita. Rarò tamen continget jugum S V planè æqualiter dividi à lineâ lingulæ ad angulos obliquos in-

cidente, quæ tamen ad scapum perpendicularis appareat: propterea factâ ponderum in lancibus commutatione prodet se momentorum inæqualitas.

Quartò. Libra, quam diutissimè justam expertus es, potest momento à suâ justitiâ deficere, si vel modicum inflectatur alterutrum brachiorum, vel si utrumque non æqualiter flectatur; hinc enim oritur brachiorum inæqualitas; quam deprehendes commutatis ponderibus in utrâque lance; quæ scilicet æquilibrium constituebant propter reciprocam Rationem brachiorum, quibus adnectebantur, non ampliùs eandem servant in aliâ positione Rationem.

Quintò. Axis, qui duobus in punctis contingat (scio contactum fieri in linea; sed puncta assumo in ipsis lineis, per quæ transit planum perpendiculare ad horizontem, in quo est linea jugi) vel quia ipse est angulatus, vel quia foramen, cui inseritur, non exquisitè rotundum, quâ saltem parte fit contactus, libram constituit dolosam: quia videlicet duo illa puncta axis perinde se habent, ac si duo essent centra motûs. Manifestum est autem eandem jugi lineam non posse in duobus punctis æqualiter dividi. Tripliciter potest hoc fieri. Primò unum ex his punctis potest exactè respondere medio jugi; secundò potest utrumque hoc punctum æqualiter à medio jugi distare; Tertiò possunt ab eodem medio hinc & hinc inæqualiter distare.

Sit linea jugi A B, cujus medium C: puncta contactuum axis, ex quibus ad jugum ducitur perpendicularis, ea sint primò, ut respondeant in jugo punctis C & D. Si lanci in B imponatur legitimum pondus, tùm in A ponatur merx usque ad æquilibrium, à quo proximè recederet, si aliquid amplius mercis adderetur, fiet æqualitas, quia ex C puncto æqualiter ab extremitatibus distante fit suspensio libræ. At si positâ primùm merce in A, deinde legitima pondera addantur in B, utique plura pondera, quàm par sit, addentur: quia videlicet non inclinabitur libra infrà B, nisi ponderum ad mercem Ratio excedat Rationem reciprocam brachiorum A D ad D B; est enim D quasi centrum motûs.



Deinde

Deinde puncta illa contactuum axis possunt respondere jugi punctis E & D æqualiter à medio C distantibus: & tunc, ut tollatur æquilibrium, necesse est tantum ponderis uni lanci addere, ut pondera sint in majori Ratione, quàm sit Ratio reciproca brachiorum; erit si quidem extremitas A proxime dispofita, ut facto additamento gravitatis inclinetur, si fuerit ut B E ad E A, ita pondus in A ad pondus in B; & vicissim extremitas B erit proximè disposita, ut auctâ gravitate inclinetur, si ut A D ad D B ita pondus in B ad pondus in A. Quia autem ex hypothesi D C & E C æquales sunt, etiam residua E A & D B æqualia sunt, item A D & B E: quapropter ut A D ad D B, ita B E ad E A; ex quo consequens est ex solâ lancium commutatione (si centrum motûs modò sit D, modò sit E) non posse dignosci hoc libræ vitium, sicut dignosceretur in primo casu, si ut A D ad D B, ita pondus in B ad pondus in A; factâ enim lancium commutatione, pondus ex B in A translatum præponderaret ex centro motûs C, cum tamen in priori positione circa centrum motûs D non tolleret æquilibrium.

Similiter in tertio casu, quando puncta contactuum axis essent F & D à medio C inæqualiter distantia, & ut A F ad F B, ita pondus in B ad pondus in A daret æquilibrium; factâ ponderum in lancibus commutatione non maneret æquilibrium, quia pondus translatum in B ad pondus translatum in A post hanc commutationem adhuc esset ut B F ad F A; sed ad æquilibrium circa D centrum motûs deberet esse ut A D ad D B, est autem B F prima major, quàm A D tertia, & F A secunda minor est, quàm D B quarta; igitur est major Ratio B F ad F A, quàm A D ad D B: igitur pondus, quod priùs erat in B, translatum in A impar est ad æquilibrium constituendum.

Ad dignoscendum, an libra hoc vitio laboret, uti poteris hac methodo. Lancibus impone pondera, ut fiat æquilibrium: tùm lances commuta; & siquidem iterum fiat æquilibrium, adde alteri lanci aliquid ponderis, à quo si libra inclinetur, aufer additum pondus, & oppositæ lanci impone; quæ si persistat non inclinata, adde adhuc pondus, quantum ferre potest citrà inclinationem: iterum commutatis lancibus, nullo pacto manere æquilibrium videbis, & indicio erit contactum axis fieri in duobus punctis, quorum alterum respondet medio jugi siqui-

Oo 3

dem in primâ lancium commutatione mansit æquilibrium ; & est primus casus. Quòd si facto æquilibrio, alterutri lancium addas pondus, & æquilibrium maneat, adde quantum satis est, ut libra sit proximè inclinanda in eam partem, si adhuc pondus adderetur, tùm oppositæ lanci similiter additum pondus si non tollat æquilibrium, indicat inter puncta contactuum axis esse medium punctum C, quod bifariam dividit jugum: & videbis posse sine fine alternis additamentis augeri pondera singularum lancium, quia commune centrum gravitatis modò migrat ad unum punctum contactûs, modò ad aliud extremum. Sed ad internoscendum, utrùm puncta hæc æqualiter, an inæqualiter à puncto C medio distent, observa additamenta illa, æqualia ne sint? an inæqualia? Nam ut centrum gravitatis migret ex D in E, & iterum ex E in D, æqualia addenda sunt primùm in B, deinde in A, pondera. At ut migret gravitatis centrum ex D in F, plus addendum est ponderis in A, quàm addatur in B, ut migret ex F in D; quia scilicet B magis distat à D centro motûs, quàm A distet ab F centro motûs: igitur plus ponderis addendum est in A, ut habeat momentum æquale momento ponderis additi in B. Hoc vitium minoribus libris, quarum exilis est axis, non facilè inerit; majores libræ, quæ crassiori axe indigent, illi obnoxiæ esse possunt, nisi artificis industria in eo expoliendo solicita fuerit. Sed quid si axis, quâ parte contingit, in angulum simplicem desinat, non tamen in eum cadat perpendicularis linea lingulæ, quæ jugum bifariam dividit? Jam constat à centro motûs dividi jugum in brachia inæqualia, ac propterea æquilibrium horizontale esse non posse, inter pondera verè æqualia.

Sextò. Si libra exactissimè habens brachia æqualia, & lingulam perpendicularem, & lances æquales, & funiculorum pondera æqualia, habeat tamen funiculum alterum altero longiorem, incumbátque plano horizontali, impositis æqualibus ponderibus non apparebit æquilibrium, si centrum motûs fuerit in medio jugi puncto, vel infrà illud; sed ad illam partem inclinabitur, quæ breviorem funiculum habuerit. Hoc ideò accidit, quia libram attollens extendit breviorem funiculum longiori adhuc languescente, ac proinde pondus huic lanci impositum non resistit sursùm trahenti, nisi cum funiculus iste fuerit

fuerit extentus: quare libræ jugum ex hâc parte ascendit sine resistentiâ, dum ex alterâ, quæ funiculum habet breviorem, invenit resistentiam; atque alterâ extremitate manente, alterâ ascendente, jugum inclinatur, extento demùm utroque funiculo lanx utraque attollitur. Sed quia ex hypothesi omnia sunt æqualia, vel remanet jugum in eâdem positione inclinatum, si punctum libræ brachia disterminans congruat centro motus, vel pars inclinata ulteriùs descendit, si spartum sit inferiùs positum.

Hinc pondera apparent inæqualia, quamvis verè æqualia sint; & non rarò accidit monetas aliquas aureas tanquam leves rejici, quamvis reverâ sint justi & legitimi ponderis; quia lancis, cui imponuntur, funiculus longior est, & libra ad hanc partem, in quâ est pondus, inclinatur; ideóque tribuitur monetæ levitas, quia libra vacua in aëre suspensa justissima apparet. Vicissim igitur potest fieri, ut moneta levis appareat præponderans, in librâ spartum inferiùs habente, si moneta levis fuerit imposita lanci, cujus funiculus brevior est; factâ scilicet jam jugi ad hanc partem inclinatione, cum postea lanx utraque à plano separatur, legitimum pondus, quod gravius quidem est, non potest descendere, nisi attollat oppositam lancem, cujus ascendentis motus major esse deberet motu legitimi ponderis descendentis; ac propterea nisi sit major Ratio ponderis ad monetam, quàm motûs monetæ ascendentis ad motum ponderis descendentis, moneta videbitur præponderans: & tantisper latebit dolus, dum facta fuerit in lancibus ponderis, & monetæ commutatio: apparebit siquidem levius id, quod in lance pendet ex funiculo longiore. Quòd si libra hujusmodi funiculis inæqualibus instructa spartum haberet in loco superiore, initio quidem imposita æqualia pondera apparerent inæqualia, quia non viderentur æquilibria, sed demùm se libra in æquilibrio constitueret, si verè omnia æqualia sint, ut fert hypothesis. At si, ut non paucis venditoribus vulgare est, ita libra sit constituta, ut lanx altera, cui legitimum pondus imponitur juxtà quæsitam mercis quantitatem, subjecto plano insistat, altera merci destinata in aëre pendeat, lingulâ ansæ congruente, quæ æquilibrium ostendit; sit verò funiculus lancis plano incumbentis fortasse non satis extentus (quia ita con-

te:

textus, ut majore vi extendatur, quâ cessante se iterum contrahat) merx videbitur præponderans, etiamsi non sit major legitimo pondere; quia deorsum suâ gravitate connitens, dum pondus ex alterâ parte resistit, inclinat lingulam, & oppositæ lancis funiculum extendit.

Septimò. Ex ipso plano, cui libra incumbit, antequam attollatur, oriri potest fallacia æqualibus ponderibus inæqualitatem tribuens, etiamsi nullum libræ insit vitium aut ratione inæqualitatis brachiorum, aut ratione lingulæ perperam inclinatæ ad jugum, aut ratione axis angulati, aut ratione funiculorum inæqualium. Nam si planum ab horizonte deflectat, & ad illum inclinetur; cùm ad perpendiculum ansa attollitur, funiculi pariter horizonti perpendiculares intelliguntur, & quia æquales sunt, jugum libræ est parallelum plano, ac propterea perpendiculum ansæ ad angulos inæquales incidit tùm in jugum libræ, tùm in planum inclinatum; lingula igitur, quæ jugo insistit ad angulos rectos, declinat ab ansâ; & sublatâ in aërem librâ, inclinatur lingula ad depressiorem plani partem, manetque inclinata, quamvis pondera æqualia sint, si centrum motûs & punctum brachia disterminans in eodem puncto conveniant; si verò spartum inferius sit, adhuc magis inclinatur, videturque lanx illa omninò præponderans: at si spartum in superiore loco fuerit, libra primùm inclinata, demùm in aëre suspensa ad æquilibrium horizontale veniet.

Octavò. Si contingat ita pondus in lance collocari, ut ipsius ponderis singulare centrum gravitatis non omninò in eodem perpendiculo sit cum puncto jugi, ex quo lanx illa dependet, æquilibrium non indicabit æqualitatem ponderum in utráque lance positorum: Nam si linea directionis per hujusmodi centrum gravitatis transiens incurrat in jugi punctum, quod sit centro motûs vicinius, quàm punctum extremum brachij, oppositæ lancis pondus erit minus; sin autem occurrat lineæ jugi (quæ producta intelligitur) remotiùs à centro motûs, oppositæ lancis pondus erit majus; quia scilicet hæc centri gravitatis ponderis collocatio perinde se habet, atque si brachium illud aut imminutum sit, aut auctum: quapropter etiam pondera æquilibria sunt in Ratione reciprocâ brachiorum, ut ex sæpius dictis liquet. Hinc si pondus præter opinionem gravius aut levius

vius appareat, ejuſque pars maxima extrà lancem extet, illud aliter in lance diſpone, ut centro gravitatis ponderis facilè immineat punctum jugi, ex quo lanx illa ſuſpenditur; & tunc certior fies, an verè gravitas illa ponderi inſit, an verò irrepſerit fallacia ex ineptâ ipſius ponderis poſitione priori. Hoc tamen intellige, quando ex hujuſmodi poſitione ſequeretur inæqualis velocitas motuum oppoſitorum ponderum.

CAPUT VIII.

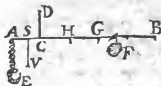
Stateræ natura & forma explicatur.

HActenùs de librâ ſermo fuit, in quâ, cum brachia æqualia ſint, legitimum pondus eſt æquale gravitati rei, cujus quantitatem ex gravitate inveſtigamus: & quidem quando exigua, vel etiam mediocria ſunt pondera, res commodè hujuſmodi bilance perficitur; at ubi ingentium ſarcinarum quantitas examinanda eſt, prorsùs incommodum eſſet opportunas bilances aut habere, aut adhibere: quot enim & quanta pondera parare oporteret, ut centenas aliquot fæni libras, ſeu mercatorios faſces, ſeu ſaccos farinæ plenos expenderemus? & ex alio in alium locum ſi transferenda eſſet libra cum legitimis ponderibus tantæ gravitatis, nonne opus eſſet plauſtro, ut tàm ingens onus in deſtinatum locum tranſveheretur? Quare Statera excogitata eſt tanquam libra brachiorum inæqualium, in quâ pondus minus longiori brachio adnexum æqualia habet momenta cum majori pondere, quod ex breviore brachio ſuſpenditur. Sed ne varia pondera in promptu habere cogeremur, quæ longioris brachij extremitati adnecterentur, pro variâ oneris gravitate explorandâ, ſapientiſſimè à majoribus ſtatera conſtructa eſt quæ eodem æquipondio modò in majore, modò in minore diſtantiâ à centro motûs, æquilibrium conſtitueret. Ex quo fit ſtateram eandem vires ſubire plurium librarum, prout plura longioris brachij puncta percurrit æquipondium; mutantur ſiquidem Rationes diſtantiarum ponderum, manente eâdem mercium à ſparto diſtantiâ, ac

proinde etiam idem æquipondium variam habet Rationem ad merces inæquales.

Sunt autem ſtateræ partes Jugum, Anſa, Uncus aut lanx, Æquipondium, quod aliis Sacoma, aliis Curſorium dicitur. Jugum eſt, quod in partes inæquales diviſum ab axe, qui Anſæ inſeritur, definit Rationem ponderum, quæ momentis æqualibus librantur. Anſa eſt, ex quâ ſuſpenditur ſtatera, ut liberè utramque in partem verſetur. Uncus, aut lanx, oneri ſuſtinendo deſtinatur; quæ enim facilè molem unam efficiunt, poſſunt ex Unco ſuſpendi; ſed quæ ex pluribus non facilè in unam molem coëuntibus conſtant, lance ſubjectâ recipi oportet Æquipondium eſt certæ gravitatis pondus, ex quo oppoſitæ gravitatis Ratio innoteſcit.

Sit A B jugum ab axe inæqualiter in C diviſum, ſitque C A brachium minùs, cujus extremitati A catena aut funis adnectitur cum unco aut lance E, & C B brachium majus, cujus longitudinem pro opportunitate percurrit æquipondium F. Anſa reſpondens lingulæ C D, ipſius axis extremitates recipit, ut facilè convolvi poſſit. In minoribus & mediocribus ſtateris lingula craſſiuſcula additur, quæ anſæ intercapedinem ita impleat, eique congruat, ut tamen nullo partium conflictu impediatur motus; in majoribus & longioribus ſtateris aliquando lingula omittitur, vel quia ſpartum eſt infrà rectam lineam jugi, quod non niſi horizontaliter conſiſtit, vel quia ſi ſpartum eſt in ſuperiore loco, non multùm à vero pondere aberrare permittit ipſa brachij longitudo, quæ facilè prodit parallelifmum aut inclinationem ad horizontem; mediocris autem error in mercibus, quæ hujuſmodi magnis ſtateris expenduntur, neque emptori, neque venditori incommodo eſt; quapropter in iis ſubtilitatem ſcrupulosè perſequi inutile eſt, & ineptum. Quæ in librâ circà Axem, lingulam, Anſam obſervanda monuimus, ſtateræ pariter communia ſunt, neque hîc iterum inculcanda.



Potiſſimum, quod in ſtaterâ obſervandum eſt, pertinet ad diviſionem longioris brachij in minutiores particulas, ut exquiſitiùs

sitiùs innotescat Ratio mercis ad æquipondium, quæ denotatur ab incisis in brachio notis indicantibus Rationem brachij longioris ad brevius; est scilicet minoris brachij longitudo transferenda in alterum brachium, quoties fieri potest; & quia hoc longius produci potest infinitè, propterea statera vocari potest libra quasi infinita brachiorum inæqualium. Sic distantia A C translata in brachium C B ex. gr. quater, facit ut pondus in E possit esse quadruplum æquipondij F, si æquipondium sit in extremitate B: quia, ut dictum est de librâ brachiorum inæqualium, ut A C ad C B, ita pondus in B ad pondus in A: & si æquilibrium contingat sacomate existente in G, erit ut A C ad C G ita Sacoma in G ad pondus in E.

Hîc animadvertendum est distantiam A C, si sit valdè notabilis, capacem esse multiplicis divisionis, ac propterea æqualem partem H G posse subtiliùs dividi, ut non solùm uncias, sed & unciæ quadrantes, aut etiam drachmas ostendat, si transitus ex H in G sit nota unius libræ. Verum est in brachio C B hujusmodi majores partes minori brachio æquales non multas esse posse: sed huic malo occurritur in adversâ parte jugi; conversa enim statera aliam habet ansam, puta S V, quæ minùs distat ab extremitate A; hæc autem distantia sæpiùs iterata plures exhibet partes, & factâ suspensione V S, æquipondium in extremitate B positum æquilibratur cum majori pondere, quàm cùm ex D C statera suspenditur; est scilicet major Ratio B S ad S A, quàm B C ad C A; nam ad eandem C A, majorem Rationem habet B S major, quàm B C minor, & eadem B S majorem Rationem habet ad S A minorem, quàm ad C A majorem ex 8 lib. 5. manifestum est igitur majorem esse Rationem B S ad S A, quàm B C ad C A. Si igitur pondera sunt reciprocè ut brachiorum longitudines, idem æquipondium in extremitate B positum minorem habet Rationem ad pondus in A, quando brachia sunt B S & S A, quàm cùm brachia sunt B C & C A: ac propterea tunc pondus in A est majus.

Verùm hactenùs de staterâ perinde locutus sum, ac si nulla illi inesset gravitas; quæ tamen omninò contemnenda non est, quantumvis minuta sit ipsa statera atque exilis, hac enim minorum ponderum gravitatem scrupulosiùs exploramus: ideò autem gravitatem à materiâ mente præcidere satius duxi; ut

ſtatim appareat vis momentorum, quæ pro variâ diſtantiâ obtinet æquipondium; prout ad majorem, aut ad minorem motum comparatè cum motu ponderis in A, eſt diſpoſitum. Cæterùm pondus in A, quod æquilibrium facit cum ſacomate F, majus eſt quàm pro Ratione diſtantiarum reciprocè ſumptâ; quia videlicet ipſius brachij longioris gravitas ſua habet momenta majora momentis brachij brevioris, ac propterea præter pondus, quod Sacomati reſpondet, addendum eſt etiam pondus, quod reſpondeat exceſſui momentorum brachij majoris ſuprà momenta brachij minoris. Cùm itaque ex dictis cap. 1. hujus lib. momenta brachiorum ſingulorum perinde ſe habeant, atque ſi ſemiſſis gravitatis ſingulorum eſſet in extremitatibus, poſito jugo æquabilis craſſitiei, ſi nota ſit totius jugi gravitas, & brachiorum Ratio, ſingulorum quoque gravitas innoteſcit; cujus ſemiſſis per ſibi congruum terminum Rationis ductus exhibet ſingulorum momenta. Sit AB jugum lib. 5. unc. 10, hoc eſt omninò unc. 70: Ratio AC ad CB ſit ut 2 ad 5; igitur gravitas AC eſt unc. 20, & CB unc. 50: ſemiſſis AC unc. 10 ductus per 2 (qui eſt terminus Rationis illi congruens) dat momentum 20: ſemiſſis CB unc. 25 ductus per 5, dat momentum 125: differentia momentorum eſt 105 dividenda per terminum Rationis congruum diſtantiæ AC, videlicet per 2: Quare ut fiat æquilibrium cum ſolâ gravitate brachij longioris, addendæ ſunt extremitati A unciæ $52\frac{1}{2}$: igitur adddito ſemiſſe gravitatis AC, intelliguntur in A unciæ $62\frac{1}{2}$; & in B unciæ 25: ſunt autem $62\frac{1}{2}$ ad 25, ut 5 ad 2, quæ eſt Ratio reciproca brachiorum. Quare ſi jugum AB æquabile ſit, ut fert hypotheſis, & in extremitate B ſit Sacoma lib. 2, pondus in A (computatâ etiam gravitate catenæ & unci AE) non erit ſolùm lib. 5. ut exigit Ratio longitudinis brachiorum, ſed prætereà unc. $52\frac{1}{2}$, hoc eſt omnino lib. 9. unc. $4\frac{1}{2}$.

Quia verò aliquando accidit properatâ ad ſubitum uſum ſtaterâ uti, videlicet craſſiore tigillo, cujus gravitas non eſt planè contemnenda, ſed valdè notabilis; propterea hîc brevem praxim adjicere placet, quæ etiam minùs peritis uſui eſſe poſſit, ut ſtatim inveniant gravitatis quantitatem, quæ ſoli gravitati brachij longioris reſpondet. Sit tigillus AB, in quo intelligatur

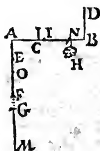
tur ipsi A C brachio minori æqualis pars C H; est igitur brachiorum differentia H B. Ponamus totam jugi longitudinem esse distinctam in partes 22, quarum A C sit 4, C B 18, ac differentia H B 14. Sit verò tigilli pondus lib. 84, cujus semissem lib. 42 accipio. Tum fiat ut longitudo brachij minoris 4 ad differentiam brachiorum 14, ita semissis gravitatis jugi lib. 42 ad aliud, & provenient lib. 147 addendæ brachio minori, ut fiat æquilibrium cum solâ gravitate longioris. Sic in superiore exemplo, ubi brachia erant ut 2 ad 5, differentia 3, pondus jugi unc. 70, cujus semissis unc. 35; fiat ut 2 ad 3, ita unc. 35 ad uncias 52 $\frac{1}{2}$, quod est pondus ibi inventum pluribus calculis. Ex his infertur jugum æquabilis crassitiei si suspendatur ex quartâ parte suæ longitudinis, sustinere sinè æquipondio pondus additum minori brachio, cujus gravitas æqualis sit gravitati totius jugi. Si ex sextâ parte suspendatur, sustinet pondus duplex gravitatis ipsius jugi: si ex octavâ parte, sustinet pondus triplex gravitatis jugi; si ex decima parte, sustinet pondus quadruplex; si ex duodecimâ, sustinet pondus quintuplex, & sic deinceps.

Ut igitur ex ratione & certâ methodo construeretur statera exquisitè distincta in suas particulas, oporteret brachium minus cum adnexis appendiculis, catenâ, unco, seu lance, tantæ gravitatis esse, ut cum solâ longioris brachij gravitate æquilibrium constitueretur: tùm distantia inter punctum, ex quo onus suspenditur, & centrum motûs transferenda esset ex eodem centro motûs in brachium longius, quoties fieri posset, & singula intervalla in certas partes minores dividenda, vel pro libito vel (quod magis rationi congruum est) in partes proprias mensuræ, quæ adhibetur, ut si libra sit in uncias, si uncia, in drachmas. Hoc autem pendet ex gravitate sacomatis, quod eligitur: nam si libram unam pendat unà cum suo annulo æquipondium, tot erunt ponderis libræ, quot partes minori brachio æquales intercipiuntur inter spartum & ipsum æquipondium: at si bilibre sit sacoma, jam partes illæ assumptæ æquales minori brachio sunt bifariam dividendæ, ut singularum librarum notæ in jugo habeantur. Quod si constructâ jam hoc modo staterâ, & majoribus partibus distinctis in particulas ex libito assumptas, velis apponere æquipondium majus, quàm

fortè ab artifice destinaretur, licebit; modò memineris reciprocam esse distantiarum Rationem & ponderum, quæ in æquilibrio sunt.

At si contigerit ea omnia, quæ breviori brachio adhærent, non constituere æquilibrium cum brachio longiore seorsim sumpto absque sacomate, vel quia graviora sunt, vel quia minùs gravia; satis apparet æquipondium in distantiâ à sparto duplâ brachij minoris non habere duplum momentum, sed inveniendum esse aliud punctum, à quo distantiæ mensura desumatur.

Sit statera A C B, quæ in C suspendatur: gravitas brachiorum ita se habet, ac si illius semissis in sua cujusque brachij extremitate poneretur. Hujusmodi semisses gravitatum repræsententur à lineis B D & A E, quæ sunt utique invicem in Ratione brachiorum (quoniam jugum æquabile & uniforme ponitur) & ut A C ad C B, ita A E ad B D. Sed ut fiat æquilibrium debet esse vicissim ut A C ad C B, ita B D gravitas in B ad A F gravitatem in A: Est igitur A E ad A F in duplicatâ Ratione brachiorum A C ad C B, hoc est ut Quadratum A C ad Quadratum C B: Ergo etiam dividendo, per 17. lib. 5. ut Quadratum C B minus Quadrato A C ad Quadratum A C, ita A F minùs A E ad A E; hoc est ut, differentia Quadratorum utriusque brachij ad Quadratum brachij minoris, ita F E pondus addendum, ad A E semissem gravitatis brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum semisse gravitatis, & momento brachij C B longioris. Id si factum fuerit, assumantur in C B, incipiendo à puncto C, partes æquales ipsi C A, & tunc ad mercem additam in F habebit gravitas sacomatis H eam Rationem, quàm habuerit A C ad distantiam ejusdem sacomatis à puncto C, ut superiùs dicebatur.



Verùm si præter A E gravitatem respondentem minori brachio A C, pendere intelligatur ex A non solùm gravitas E F, quæ sufficiat ad æquilibrium cum longiore brachio C B, sed præterea sit etiam gravitas F G, ita ut tota gravitas addita sit E G;

E G; tunc assumpto æquipondio H notæ gravitatis, debet fieri ut pondus H ad pondus F G excessum suprà id, quod requiritur ad æquilibrium, ita distantia A C ad aliud ex. gr. C I: & ex I initium sumere debet divisio transferendo in longius brachium, & iterando distantiam C A ita, ut A C æqualis sit ipsi I N: si enim in G addatur tantum mercis, cujus gravitas G M sit ad æquipondium H, ut I N ad A C, fiet in N æquilibrium. Quia scilicet ut F G gravitas ad gravitatem H, ita I C distantia ad distantiam C A ex constructione; & ut gravitas H ad gravitatem G M, ita C A distantia ad distantiam I N; erit ex æqualitate per 22. lib. 5. ut gravitas F G ad gravitatem G M, ita distantia C I ad distantiam I N; Ergo componendo, per 18. lib. 5. ut F M ad G M, ita C N ad I N; sed ut G M ad H, ita I N ad C A ex hypothesi; igitur ex æqualitate ut F M gravitas ad gravitatem H, ita C N distantia ad distantiam C A. Cùm itaque pondera addita ultrà æquilibrium, quod additâ gravitate E F fit in C puncto suspensionis, sint in Ratione reciprocâ distantiarum à sparto C, necessariò sequitur æquilibrium in N: Idem dicendum de cæteris deinceps punctis iterando distantiam I N, prout brachij longitudo ferre potest, nam duplicatâ distantiâ I N, poterit in G addi gravitas dupla gravitatis æquipondij H.

Quod si demùm partes minori brachio C A adjacentes non essent tantæ gravitatis, ut fieret cum longiore brachio C B æquilibrium, quemadmodum si essent ut O E ad E A semissem gravitatis brachij minoris; primò observa, quantum desit gravitatis, ut fiat æquilibrium, scilicet sit quantitas O F, quæ ponatur minor gravitate æquipondij H: intelligatur itaque gravitas æqualis gravitati æquipondij H, & sit excessus F G. Quare sicuti paulò antè dicebatur, fiat ut pondus H ad gravitatem F G, ita A C ad C I, & erit I punctum à quo incipienda est divisio jugi, ita tamen ut facto æquilibrio in I intelligatur addita merx æqualis gravitatis cum æquipondio H, & erit ex. gr. prima libra. At verò si O E tam modica gravitas esset, ut etiam addita gravitas æqualis gravitati sacomatis H, nondum adæquaret gravitatem E F, addatur duplex, triplex, quadruplex gravitas sacomatis H ita, ut demum excedat gravitatem E F necessariam ad æquilibrium cum solo brachio longiore; tum fiat

sicuti

ſicuti priùs, ut pondus H ad exceſſum illum, ſcilicet ad F G, ita A C ad C I, & eſt I punctum quæſitum, ex quo incipit diviſio, & in quo ſi fiat æquilibrium mercis cum ſacomate, indicat mercis gravitatem eſſe duplam, triplam, quadruplam gravitatis ſacomatis H, prout hanc duplicare oportuit, aut triplicare.

Sed quas habemus communes ſtateras ab hac ſedulitate procul remotas eſſe omnibus conſtabit, ſi obſervaverint amplitudines priorum diviſionum non omninò reſpondere brachij minoris longitudini, hoc eſt, intervallo, quo pondus diſtat à ſparto; neque id ſolùm, quia artifices tantam adhibere diligentiam recuſant pro tenui mercede; verùm etiam ne adeò graves exiſtant majores ſtateræ, ſi minori brachio tanta eſſet addita gravitas, quæ longioris brachij momenta æquaret. Propterea jugum conſtruunt, uncum ſeu lancem cum ſuis catenulis adnectunt, ex anſâ ſuſpendunt, ſacoma non certi ponderis ſed ex arbitrio eligunt, quod tamen additæ lanci, aut unco aliquatenus reſpondeat juxta minoris brachij longitudinem; nam ſi hoc valde breve ſit, augent lancis pondus, & minuunt æquipondium; & ex adverſo, ſi illud longiuſculum ſit, minuunt lancem, augent ſacoma; quia nimirum in illâ brevitate brachij minoris majora ſunt momenta brachij longioris, & minus æquipondium plus habet momenti; contrà verò auctâ minoris brachij longitudine decreſcunt momenta tùm longioris brachij tùm æquipondij.

His paratis ſtatuunt in lance legitimum aliquod pondus juxtà denominationem menſuræ, quam aſſumunt tribuendam ſtateræ, puta libram (idem dic de majoribus ponderibus in averſâ ſtateræ parte inſcribendis, ut lib. 25 aut 100 juxtà regionis morem) deinde tantiſper ſacoma adducunt vel reducunt, dum fiat exquiſitè æquilibrium; & punctum adnotant, in quo ſacoma quieſcit. Tùm aliam adhuc libram, aut, primâ ſublatâ, bilibre pondus, lanci imponunt, & ſacoma retrahunt, ut magis à motûs centro diſtet; iterumque facto æquilibrio punctum notant. Demum intervallum inter hæc duo notata puncta in jugo iterant, quoties poſſunt; & ut uncias habeant, ſingula intervalla in duodecim æquales particulas diſtinguunt, quæ in minuſculis ſtateris adhuc minores diviſiones recipiunt.

Quod ſi adhuc pondera infrà libram unam, hoc eſt infra un-

cias

cias 12, hac staterâ examinare libeat, inter punctum primò notatum atque spartum minusculas illas divisiones transferunt, incipiendo ab illo puncto.

Quid autem hîc meminerim puncta hujusmodi omnia in jugi acie, seu angulo solido superiore notari, majores autem divisiones certis lineis ad latus ductis significari? hæc enim vulgaria sunt. Illud potius notandum est, quod in unâ eâdemque staterâ trium regionum stateras habere possumus: quia enim stateræ scapus communiter quadrangularis est, & in superiore angulo libras hujus regionis insculpsit artifex, in duobus angulis hinc, & hinc libras duabus regionibus, cum quibus commercia miscentur, peculiares inscribere licebit (nam pondera simili nomine in pluribus regionibus donata, non esse inter se æqualia docemur experientiâ, quæ libras Parisiensem, Romanam, Venetam inæquales esse ostendit) & æquipondij annulus unâ eâdemque operâ in tribus angulis diversarum regionum pondus ejusdem mercis indicabit.

Hic verò curiosiùs inquirenti, præstantiorne dicenda sit statera? an libra? vix poterit quisquam absolutè respondere: nam minoribus ponderibus, ut gemmis, aureis monetis, & similibus examinandis parùm opportuna est statera; at ingentibus oneribus hæc aptissima est, libra autem incommoda. Compendium habet statera unico sacomate contenta; pluribus ponderibus eget libra. Vicissim in librâ securiùs artifices laborem impendunt, quia faciliùs æqualitatem assequuntur brachiorum, quàm proportionem justo æquilibrio necessariam; & in librâ quidem si æqualitatem perfectam semel statuant, nil est quærendum ampliùs; sed in staterâ singula divisionum puncta suam habent Rationem, suamque exposcunt diligentiam; in pluribus verò aliquando peccare proclivius est, quàm in uno. Quòd si libræ perfecta æqualitas desit, saltem lancium & ponderum commutatione, ut superiùs monuimus, deprehenditur error; at si falsa sit statera, non aliter innotescet, quàm si pondus idem iterùm librâ examinemus, ut appareat, an sibi constet eadem gravitas: quis enim aliter iniqui venditoris imposturam retegat, qui, ut major appareat mercis gravitas, ex æquipondio, aut ex capite longioris brachij, quasi nitidiùs illa expoliens, notabilem aliquam gravitatis particulam limâ abrasit? cum ta-

men à minore brachio expoliendo manum abstinuerit; quippe qui satis norat id fieri non posse citrà ipsius venditoris damnum: constitutâ siquidem staterâ, nihil ex hac aut ex illâ parte demendum, nihil addendum, ne mutetur Ratio, quæ intercedit inter ipsorum brachiorum momenta, aut ne æquipondium diminutis momentis magis removendum sit à sparto, quàm pro gravitate mercis. Siverò hoc acciderit, occultum manet stateræ vitium, nec ipsâ se prodit.

Et quoniam de stateræ vitio sermo incidit, cavendum venditori est, ne illâ utatur, si facta fuerit curva; cùm enim recta fuerit ab artifice suas in partes ritè distincta, & quidem juxta Rationem brachiorum, curva non eandem servat Rationem, ut ostensum est hìc cap.5. & venditoris damno plus mercis addendum esset lanci, ut haberetur æquilibrium; ut ex ibi dictis constat.

CAPUT IX.

Antiquorum Statera examinatur.

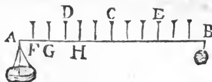
DUbitatur à non paucis, utrùm nostræ, quâ nunc utimur, stateræ similis esset Antiquorum, saltem Græcorum, statera. Dubitationi locum fecit Aristoteles in quæst.20. Mechan. quærens, *Cur statera, quâ carnes ponderantur, pauco appendiculo magna ponderat onera?* quæstioni autem satisfaciens plurium spartorum mentionem fecit. *Quemadmodum autem si una libra multæ sint libræ; sic talia insunt sparta multa in ejusmodi librâ; quorum uniuscujusque quod intrinsecùs est ad appendiculum, statera est dimidium.* & post pauca. *Hujusmodi autem existens multæ sunt libræ, totque, quot fuerint sparta. Semper autem quod lanci propinquius est spartum appensoque oneri, majus trahit pondus.*

Plura hæc sparta, quorum Aristoteles meminit, Blancano in locis Mathem. Arist. occasionem præbuerunt stateram quandam comminiscendi, quasi illa fuerit Antiquorum statera: cujus sententiam probare non potui, cum Mechanicam doctrinam

nam

nam anno labentis sæculi 54 in Collegio Romano explicans, publici juris facerem hæc eadem, quæ nunc post annos viginti scribo. Quoniam verò quæ tunc Blancano opposui, video placuisse Authori Magiæ Naturalis P. Gaspari Schoto tunc ibi degenti (eaque cum aliis quibusdam in suam Magiam staticam transtulit, me identidem suprà meritum, pro suâ humanitate, laudato) hîc iterum proferre non gravabor, ut meliùs stateræ natura innotescat.

Statuit itaque Blancanus stateram illam fuisse hastam oblongam A B in certas partes distributam inter se æquales, puta 12, ex quibus exirent trutinæ diversæ, ut modò ex hâc, modò ex illâ suspenderetur statera, prout carnis vendendæ quantitas postulabat, singulisque trutinis insculptam fuisse notā ponderis mercis. In extremitate A pēdebat lanx capax mercis, in oppositâ extremitate B æquipondium, *quod* ut ille ait, *debet habere tantum pondus, quantum est in lance nudâ, ut sic tota statera sit per se solam*

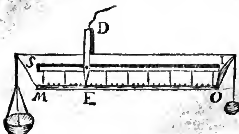


æquilibralis; & præterea debet habere pondus statum ac legitimum, ex. gr. unius libræ, aut duarum, aut trium, prout magis trutinandæ merci idoneum erit, & hoc erit proprium æquipondij pondus. Ponamus æquipondium esse librarum 12. Dico quod trutina C dabit in lance pondus mercis 12 lib. si ex eâ fiat æquilibrium; est enim ut A C ad C B, ita permutatim æquipondium 12 ad mercem; sed A C ipsi C B est æqualis; ergo etiam æquipondium 12 erit merci æquale, hoc est utrinque erit 12 lib. Similiter si fieret æquilibrium ex trutinâ D, esset ut A D 3 ad D B 9, ita 12 ad 36. Tandem trutinâ E æquilibrante, esset ut A E 9 ad E B 3, ita 12 ad 4. Si igitur trutina C notetur 12 numero, trutina D numero 36, trutina E numero 4, & idem de cæteris, statim facile erit quodlibet pondus per hujusmodi stateram exhibere. Unde videas contrario ab illis modo in nostris stateris æquipondium totam hastam percurrere, in illis verò manente æquipondio trutinam quodammodo per hastam moveri. Hæc ille.

Plures hasce trutinas sic expositas, quasi solidas ansas hastæ infixas, quæ pro opportunitate apprehenderentur, nunquam

potui in animum inducere, ut mihi persuaderem fuisse antiquis in usu; cùm enim non possent summis digitis suspendi ob nimiam mercis gravitatem, puta lib.36 (& multò plurium, si ex F statera penderet) manu fuissent validè apprehendendæ; quis autem non videt, quibus dolis obnoxia fuisset statera ex levissimâ manûs inclinatione æquilibrium mentiente? Neque plicatiles fuisse hujusmodi trutinas, videlicet funiculos foraminibus insitos in divisionum locis, existimo, quia vel nimis frequentes esse debuissent, vel, nisi æquipondium fuisset levissimum, non potuissent, citrà venditoris, aut emptorum incommodum non leve, exhibere quæsitum pondus. Si enim (ut insistam ratiocinantis Blancani vestigiis) in D exhibentur libræ 36 mercis, in G exhiberentur libræ 60, quia ut AG 2 ad GB 10, ita æquipondium 12 ad mercem 60: quâ igitur ratione innotescere poterat pondus mercis, si deprehendebatur esse majus quidem libris 36, sed minus libris 60? Et si æquilibrium fuisset inter F & G, pondus fuisset majus libris 60, minus libris 132: quàm latè igitur patuisset campus erroribus in tantâ ponderum differentiâ?

Quare si hoc steræ genere utendum esset, in quâ manente æquipondio spartum percurreret jugi longitudinem, inserenda potius esset hasta annulo solidè firmato, intrà quem hasta ipsa ultrò citróque promoveretur, donec haberetur æquilibrium; eâ enim ratione in minutiores particulas posset hasta distingui; & plurima essent sparta, seu centra motûs. Aut



etiam jugum parari posset crassioris laminæ in speciem, cujusmodi esset MO, per cujus longitudinem ductâ incisurâ seu crenâ SI excurrere posset axis exquisitè cylindricus infixus ansæ DE cujus ansæ extremitas in apicem E desinens indicaret particulas in lineâ MO notatas. Verùm quia adversùs hasce steras faciunt pleræque rationes mox contrà Blancani stateram afferendæ, propterea illas ut parùm aptas rejicio.

Et

Et primùm quidem difficile videatur, quâ ratione fieri posset, ut in C puncto medio indicetur mercis pondus lib. 12, si ex illo statera ipsa est per se solam æquilibralis, ut Blancanus loquitur, positâ lance æqualis gravitatis cum æquipondio: Assumenda fuisset trutinâ quarta H, quia ut A H 4 ad H B 8, ita 12 ad 24, & subductâ gravitate lancis 12, reliquæ fuissent lib. 12 mercis. Hinc patet neque in D indicari pondus mercis lib. 36; hoc enim est pondus mercis & lancis simul sumptarum; quare merx solum esset lib. 24; & ut haberentur mercis lib. 36, oporteret spartum accipere, quod hastam divideret in partes, quarum proxima lanci esset 1, reliqua 4, quia ut 1 ad 4, ita 12 ad 48, & demptâ lancis gravitate lib. 12 remanerent mercis lib. 36. Sed illud à veritate longissimè abest, quod à Blancano additur, ex trutinâ E indicari mercem lib. 4. Immò addo nullum potuisse ibi fieri æquilibrium, & maximam partem illarum trutinarum futuram fuisse prorsus inutilem; nam si lanx A æquè gravis est ac æquipondium B, lanx cum merce gravior est æquipondio; igitur lanx cum merce in distantiâ majore, quàm sit æquipondij distantia majora habet momenta quàm æquipondium, cum quo nunquam poterit æquilibrium constituere. Quare omnes trutinæ inter B & C; & ipsa trutina C inutiles sunt, si lanx æqualis gravitatis sit cum æquipondio B: propterea lancem multò leviorem esse oporteret, ut cum impositâ merce posset habere ad æquipondium Rationem reciprocam distantiarum à sparto. Sed si lanx levior sit æquipondio, ut inter C & B haberi possit æquilibrium; jam non omnes quidem; sed aliquæ tantum trutinæ inter B & C inutiles evadent; ubi enim hasta dividitur reciprocè in Ratione gravitatũ lancis, & æquipondij, ibi esset statera per se solam æquilibralis, juxtà Blancani ratiocinium: igitur nulla trutina inter illud punctum, & B esset utilis; quia diminutâ æquipondij à sparto distantiâ, ejus momenta decrescunt, & auctâ lancis ab eodem sparto distantiâ, ipsius lancis momenta augentur; igitur multò magis augentur facto ponderis in lance additamento; ac proinde fieri non poterit æquilibrium.

Verùm fortasse Author ille, cùm stateram dixit per se solam æquilibralem ex lancis, & æquipondij gravitatibus æqualibus, hoc tantùmmodo voluit (& ex ejusdem verbis inferendum vi-

detur) ut æquipondium ultrà libras 12 sibi peculiares, tantam prætereà haberet gravitatem, quæ si solitariè assumeretur, posset cum lance vacuâ æquilibrium facere in C: quo pacto lanx non esset lib. 12; sed levior. Per hæc tamen non omne incommodum sublatum esset, neque Blancani dicta consisterent; quia sit lanx unius libræ, & item æquipondium ultrà libras 12 habeat libram unam; in C quidem esset æquilibrium cum merce lib. 12; quia merx cum lance, item æquipondium totum sunt lib. 13. At facto æquilibrio in D, distantiæ essent ut 3 ad 9, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad 39; & subductâ lancis gravitate lib. 1, esset merx lib. 38, non verò 36. Sic in E facto æquilibrio, distantiæ essent ut 9 ad 3, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad $4\frac{1}{3}$, & lancis gravitate lib. 1. demptâ, esset merx lib. $3\frac{1}{3}$ non autem lib. 4. Et in ultima trutinâ prope B esset ut 11 ad 1, ita 13 ad $1\frac{2}{11}$, & lance sublatâ lib. 1, esset merx lib. $\frac{2}{11}$, cum juxta Blancani ratiocinium deberet esse solum lib. $\frac{1}{11}$.

Deinde jugi brachia sua habent gravitatis momenta, quæ pro variâ longitudine inæqualitatem subirent; & hæc in hujusmodi staterâ modò majora, modò minora essent, aliquando addenda lanci, aliquando æquipondio. Nam si spartum sit in D, abscindens quartam jugi partem, sola brachij DB gravitas sustinet in A pondus æquale gravitati totius jugi; ac proinde facto in D æquilibrio, pondus totum additum in A est non solùm triplum æquipondij, ut fert reciproca distantiarum Ratio; sed est prætereà æquale gravitati jugi. At si spartum in F abscindat jugi partem duodecimam, non solùm pondus unâ cum lance est æquipondij undecuplum, sed etiam quintuplum gravitatis jugi: & sic de cæteris. Contra verò si quando æquilibrium fieret inter C & B, ex æquipondio demenda esset gravitas respondens momento brachij oppositi; tum ex residuo colligeretur gravitas lancis cum merce, & subductâ demùm lance, gravitas mercis innotesceret. Sic in E facto æquilibrio, quia E B est quarta pars jugi, ex æquipondio B lib. 12 auferenda est gravitas jugi ex. gr. lib. 4, remanent lib. 8: igitur ut A E 3 ad E B 1, ita lib. 8 ad lib. $2\frac{2}{3}$: si demas pondus lancis, quæ utique valde levis esse debet, vide quanta gravitas sit demùm tribuenda merci. At si lanx

adeò

adeò levis sit, manifestum est, quantò plus mercis apponendum sit, quando spartum à medio secedit versus lancem A.

Quare patet genus hoc staterae, ut pote parùm utile, rejiciendum, nec potuisse Antiquis usitatum esse, quin facilè deprehenderetur erroribus non levibus obnoxium; cum praesertim oblongam fuisse hastam (non utique levissimam) comminiscatur Blancanus, & qui eum ducem sequuti sunt. Non negârim quidem posse à perito mathematico ita iniri rationes, ut certis mercium ponderibus sua puncta in jugo inscriberentur, in quibus aequilibrium fieret cum aequipondio manente in extremitate jugi: sed hunc laborem subiisse antiquos Mathematicos, ut stateras carnem in macello vendentibus pararent, suaderi non potest; artificibus autem tantum fuisse industriae, omnem fidem superat. Ex his mihi certissimum videtur aliam prorsùs adhibendam esse Aristotelicis verbis interpretationem: Nam ponamus stateram illam, de quâ Aristoteles loquitur, planè similem fuisse nostrae staterae, quis neget unam libram brachiorum inaequalium esse multas libras, hoc ipso quod aequipondium in multis distantiis ab eodem puncto varias brachiorum Rationes constituit? sunt autem plura sparta, quia punctum idem disterminans brachia varias Rationes habentia aequivalet multis, & quàm multas Rationes brachiorum definire potest, tàm multas constituit libras. Demùm quamvis lancis à sparto eadem materialiter sit distantia, non est tamen eadem formaliter, neque enim solitariè accipienda est, sed comparatè cum distantiâ aequipondij à sparto; ac propterea cum major aequipondij distantia ad eandem lancis & oneris distantiam majorem habeat Rationem, potest etiam dici tunc spartum esse lanci & oneri propinquius; nam si in unâ aequipondij distantiâ brachia sint, ut 2 ad 5, & remoto aequipondio Ratio distantiarum sit ut 2 ad 6, patet comparatè ad aequipondij distantiam, esse minorem priore posteriorem hanc lancis à sparto distantiam. Cùm itaque nulla hîc intercedat violenta interpretatio, nil prohibet existimare Aristotelem de staterâ nostris non dissimili locutum fuisse.

CAPUT X.

Libræ & ſtateræ uſus extenditur.

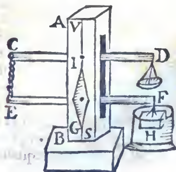
QUæ ſemel aliquem in finem excogitata ſunt, non ea ſunt, ut illis tantùm terminis coërceantur, ſed ad plura extendi poſſunt; & fundamentis poſitis alia ſuperſtrui licet, modò non deſit artificis induſtria atque ſolertia. Quos in uſus libra & ſtatera à vulgo deſtinentur, omnes nôrunt; ſed ad quos alios traduci poſſint, iis manifeſtum eſt, qui illarum naturam diligentiùs ſcrutati ſunt. Quapropter ut aliquâ ratione induſtriis artificibus præeam, qui ſimilia, & multò meliora comminiſci poterunt, pauca quædam hoc capite innuam, quibus libræ & ſtateræ uſus extenditur.

Diſtinctionis autem atque claritatis gratiâ, in plures propoſitiones caput hoc tribuere commodum accidet.

PROPOSITIO I.

Libram conſtruere, quâ innatantium ſolidorum in humido ſpecificam levitatem, & ipſorum humidorum ſpecificam gravitatem inveſtigare poſſumus.

ERigatur tigillus A B fulcro ritè inſtructus in B, ut firmiter conſtitui poſſit horizonti perpendicularis: tranſverſa juga duo C D, & E F bifariam æqualiter diviſa, & circà ſuos axes verſatilia inſerantur tigillo, prout opportunius fuerit, ita tamen, ut in eâdem perpendiculari lineâ V S ſint axes, & inferiori jugo addatur exteriùs axis capiti inſertus index G I, qui ubi convenerit cum perpendiculari lineâ V S in facie tigilli deſcriptâ,



tâ, æquilibrium horizontale jugorum C D & E F indicet. Tum extremitates C & E vel ſolido, vel plicatili vinculo C E connectantur, & in D quidem addatur lanx; in C verò momentum plumbi, ut æquilibrium ſuâ gravitate conſtituant. Poſtquam in F adnexus fuerit ſtylus in triplicem cuſpidem deſinens, ut faciliùs deprimatur corpus ſolidum H infrà humorem, in quo levitat, addatur pariter in E aliquid plumbi, ut jugum E F in æquilibrio maneat; niſi fortè tanta ſit ipſius vinculi C E gravitas, ut plumbum addere non ſit opus. Demùm habeatur vas humore implendum, quod ſubjici poſſit extremitati F, unà cum ſolido H innatante.

Primò quæritur levitas ſolidi H in aquâ. Expendatur ſolidum H exactè in aëre librâ communi & conſuetâ; ejuſque pondus adnotetur: deinde imponatur vaſi aquæ pleno, ita ut ſolidum totum immergatur; id quod tunc ſolùm fiet, cùm lanci in D fuerit impoſitum pondus congruum, nam deſcendente D, aſcendit C, & ſecum trahit E ſurſum, ac proinde F deprimit ſolidum H infrà aquam. Ubi lingula G I indicaverit æquilibrium ſolido H aquæ prorſus immerſo, obſerva pondus lanci D impoſitum: hoc adde ponderi priùs invento ejuſdem ſolidi H in aëre; & pronunciabis, ut hæc ſumma ponderum ad pondus ſolidi in aëre, ita eſſe gravitatem ſpecificam aquæ ad gravitatem ſpecificam propoſiti ſolidi. Fuerit pondus in aëre unc. 20; additæ ſint in lance D unciæ 5; igitur ut 25 ad 20, hoc eſt ut 5 ad 4, ita gravitas ſpecifica aquæ ad gravitatem ſpecificam ſolidi.

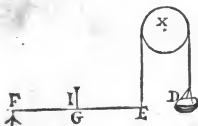
Veritas oſtenditur ex iis, quæ in Hydroſtaticis certa ſunt. Si enim ponamus aquæ gravitatem ad ſolidi H gravitatem ſecundùm ſpeciem eſſe ut 5 ad 4, emergit ex aquâ pars quinta ſolidi gravitans ut 4; reliquæ quatuor infrà aquam levitant ſingulæ ut 1, quæ eſt differentia ſpecificarum gravitatum: igitur pars quinta ſolidi extans eſt unc. 4, quia totum in aëre eſt unc. 20; & pars immerſa levitat tanto niſu, ut æqualis ſit contrario conatui unc. 4. Igitur ſi quinque partes demergantur, reſiſtent unciis quinque, quæ ſolido ſuperimponerentur; idem autem eſt, ſi unciæ quinque imponantur lanci D; eandem enim deprimendi vim habent. Si igitur ſolidum grave in aëre ut 20, levitat in aquâ ut 5, aquæ moles æqualis

eſt 25, atque adeò aqua ad ſolidum eſt ut 25 ad 20 ſecundùm gravitatis ſpeciem.

Secundò comparandi ſint humores, uter gravior ſit. Idem ſolidum H notæ gravitatis in aëre unc. 20, quod priori aquæ immerſum requirebat in lance D uncias 5, immergatur eodem modo alteri aquæ, ita, ut in lance ſint unc. 4. drachmæ 5: igitur ſolidi gravitati in aëre unc. 20. addantur unc. 4. drach. 5. & erit aquæ ſecundùm molem æqualis ſpecifica gravitas unc. $24\frac{5}{8}$; hæc ergo poſterior aqua ad priorem aquam eſt ut 197 ad 200.

Tertiò. Notâ ſolidi ſecundùm ſpeciem gravitate comparatâ cum gravitate ſpecificâ humoris, cognoſcere poſſumus alterius molis ejuſdem ſpeciei gravitatem in aëre. Sit cognita Ratio gravitatum ſecundùm ſpeciem ut 4 ad 5. Requiratur in lance D pondus unc. 8, ut infrà aquam deprimatur ſolidum. Fiat ut differentia ſpecificarum gravitatum 1, ad ſpecificam gravitatem ſolidi 4, ita unciæ 8, ad unc. 32: Eſt ergo ſolidum in aëre unciarum 32, & aquæ moles æqualis unc. 40.

Placeat fortaſſe alicui rem hanc aliter perficere. Libræ jugum EF ita firmetur in G, ut alteri extremitati E adnexus funiculus aſcendat orbiculo X circumvolutus, & appoſitâ lance D, atque in F ſtylo tricuſpide, omnia ſint æquilibrata, addito, ſi opus fuerit, in F plumbi momento: Pondus etiam lanci impoſitum ſurſum trahens E deprimit F, & pariter ſolidum ſubjecto humori innatans à ſtylo deprimitur, & immergitur.

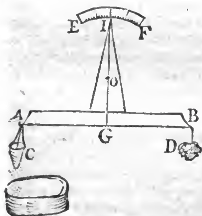


PROPOSI

PROPOSITIO II.

Horologium arenarium ex librâ construere, quod horæ minuta indicet.

JUgum libræ æqualium brachiorum A B paretur, spartum O in superiore loco habens: huic enim tantummodo libræ speciei convenire potest æquilibrium obliquum. Lingulam O I habeat longiusculam, quæ indicis munere fungi possit, & quam levissima sit. Tum assumpta lanx, quæ figuram conicam æmuletur, in imâ parte, quâ apex desinit, foramen habeat exiguum, ex quo possit sensim arena fluere; cujusmodi ea est, quâ in vulgaribus horologiis arenariis utimur. Suspendatur lanx seorsim à jugo, & impleatur arenâ, quæ in subjectum vas defluat spatio horæ unius: horâ elapsâ servetur arena, quam vas excepit, reliqua, quæ in lance, rejiciatur.



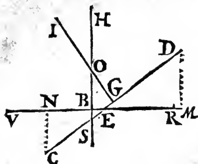
Sed quoniam ubi multum erat arenæ in lance, plus defluxit, quàm par est, iterum arena hæc vasis subjecti in lancem infundatur, & toties experimentum repetatur rejiciendo reliquam, quoties opus fuerit, ut certi simus arenæ defluxum exquisitè metiri unius horæ longitudinem.

Habitâ jam congruâ arenæ quantitas diligenter servetur, ne pereat aliquid illius, & novum laborem subire cogamur. Hujus arenæ gravitas examinetur librâ exactissimâ: item lancis cum suis appendiculis pondus inquiratur: quibus cognitis inter gravitatem solius lancis C vacuæ, & gravitatem lancis congruâ arenâ plenæ inveniatur terminus medio loco proportionalis, qui dabit gravitatem ponderis D ex opposito libræ brachio appendendi.

Demùm intervallo O I longitudinis lingulæ, quæ scilicet à sparto incipit, describatur vel in lamellâ, vel in crassiore papyro sextans circularis limbi E I F, qui divisus in partes 60 ita aptandus est, ut lingula suo apice notata puncta percurrens medio puncto I congruat, ubi libræ jugum A B horizontale fuerit. Quare cum lingulæ apex I erit in E, declinabit lingula à perpendiculo angulo gr. 30: id quod pariter in oppositâ parte continget, quando lingulæ apex venerit in F.

Cum igitur jugum similiter inclinari debeat, ut æquilibrium similiter obliquum fiat hinc lancis C arenâ plenæ depressæ cum pondere D elevato, hinc ponderis D depressi cum lance vacuâ elevatâ; constat eandem esse oportere Rationem gravitatis lancis C arenâ plenæ ad pondus D, quæ est ponderis D ad gravitatem lancis vacuæ: Est igitur ponderis D gravitas medio loco proportionalis inter gravitates lancis vacuæ, & lancis plenæ. Sit deprehensa gravitas lancis vacuæ pondo unc. $5\frac{5}{9}$, lancis autem cum arenâ unc. 18: igitur pondus D requiritur unc. 10.

Sed quærendum est, quantum distare oporteat spartum à lineâ jugi, ut fiat hujusmodi æquilibrium obliquum gr. 30. Sit C D libra, & in C pondus unc. 18. in D unc. 10; & fiat æquilibrium ita, ut O I lingula faciat cum perpendiculo H S angulum H O I gr. 30. Ergo in S est centrum gravitatis, & est reciprocè ut pondus C ad pondus D, ita longitudo D S ad longitudinem S C: igitur quarum partium tota C D est 28, & C G 14, earum partium est G S 4. In triangulo igitur O G S rectangulo, G S est Sinus gr. 30, & G O est Sinus gr. 60; ac propterea si G S est 4, G O est 6. 928‴: tanta itaque debet esse distantia sparti O à lineâ jugi.



Hîc autem observabis lineam jugi inclinatam, cum lineâ horizontali, quam secat, constituere angulum æqualem angulo declinationis lingulæ à perpendiculo; nam angulo lingulæ cum perpen

perpendiculari H O I æqualis eſt ad verticem angulus S O G: & quia horizontalis V R ſecat perpendiculum H S ad angulos rectos in B, duo triangula O G S, & E B S rectangula, & communem angulum ad S habentia, ſunt æquiangula, atque adeò angulò S O G, æqualis eſt angulus S E B, cui ad verticem æqualis eſt angulus D E R, qui propterea æqualis eſt ipſi H O I.

Sed quoniam G S eſt 4, & G O eſt 6. 928‴, per 47. lib. 1. innoteſcit O S partium 7. 999‴ ex quâ auferetur O B æqualis ipſi G O (eſt enim diſtantia ſparti ab horizontali æqualis diſtantiæ ejuſdem ſparti à jugo) remanet B S partium 1. 071‴. In triangulis igitur S G O, S B E ſimilibus ut G S 4 ad S O 7. 999‴, ita B S 1. 071‴ ad S E partium 2. 142‴: remanet igitur E G partium 1. 858‴. Quare tota D E eſt partium 15. 858‴, angulus E in triangulo E M D rectangulo eſt gr. 30, ut oſtenſum eſt; igitur D M altitudo, ad quam elevatur pondus eſt partium 7. 929‴. Et ſimiliter quia E C eſt partium 12. 142‴, depreſſio N C eſt partium 6. 071‴. Ex quo habetur ſubjectum vas, quod cadentem arenam excipit, hoc ſaltem intervallo depreſſum eſſe infrà lancem pendentem ex jugo horizontali poſito.

Et ut ſubjecti vaſis longitudinem invenias, quâ poſſit cadentem arenam excipere, invenienda eſt diſtantia lancis à perpendiculo H S, & cùm in ſummâ depreſſione eſt, & cùm eſt maximè elevata: Cùm depreſſa eſt, diſtat intervallo B N, cùm horizontalis eſt, diſtat intervallo B V, cùm demùm eſt elevata, diſtat intervallo æquali ipſi B M. Sunt inveſtigandæ diſtantiæ B N & B M: Et quia in triangulo E M D rectangulo angulus eſt gr. 30, & Radius E D eſt partium 15. 858‴; Sinus Complementi E M eſt partium 13. 733‴. Et in ſimili triangulo E N C, quia E C Radius eſt partium 12. 142‴, Sinus Complementi E N eſt partium 10. 515‴. Et iterum in ſimili triangulo E B S, quia E S Radius inventus eſt partium 2. 142‴, Sinus Complementi E B eſt partium 1. 855‴. Itaque ex E N aufer E B, remanet B N 8. 660‴, ipſi verò E M adde E B, eſt B M partium 15. 588‴. Demum ex B M aufer B N, & reſiduum partium 6. 928‴ eſt longitudo, quam percurrit lanx aſcendendo, & eſt æqualis diſtantiæ ſparti à lineâ jugi; ac propterea vas

excipiendæ arenæ destinatum longitudinem habeat necesse est, quæ saltem sit quarta pars longitudinis totius jugi, quæ ex datis est partium 28.

Hæc quæ hactenus dicta sunt, eo consilio attuli, ut si quis velit rem ex certâ ratione peragere, intelligat, quâ sit illi utendum methodo: Cæterùm nemini author fuerim, ut hæc omnia calculis indagare eligat, cùm possit citrà laborem citissimè assequi propositum finem. Statutis enim ponderibus; scilicet lance, arenâ, & æquipondio (quod, ut dixi, medio loco proportionale esse oportet inter vacuam lancem, & lancem eandem cum arenâ) assumatur libræ jugum quodcumque, modò sit æqualium brachiorum, & spartum in superiore loco habeat, tùm adnexis hinc lance cum arenâ, hinc æquipondio, libra consistat obliqua; & in plano Verticali libræ proximo notetur punctum, cui lingulæ apex congruit: deinde extractâ arenâ vacuam lancem relinquat, & librâ consistente notetur pariter punctum in plano, quod apici lingulæ respondet; & hæc sunt extrema puncta arcûs, qui à circumductâ lingulâ describi potest in eodem plano verticali, & dividi in quæsitas partes 60, ut horæ minuta indicentur. Quò autem propius ad jugi lineam accedet spartum, & longior fuerit lingula, major quoque erit hujusmodi arcus, & faciliùs in partes 60 dividetur. Vasis demum longitudinem ipsa libræ positio duplex & cum arenâ, & sine arenâ statim ostendet. Hîc verò ubi de arcûs divisione in partes 60 sermo est, liceat mihi dissimulare partes illas, si res subtilissimè examinetur, non esse omninò inter se æquales; sed in re Physicâ subtilitatem hanc persequi inutile est.

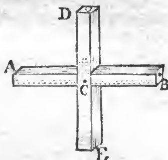
PROPOSITIO III.

Ex Libræ Rationibus aliquod Motûs perpetui rudimentum proponere.

HOc saxum jamdiu multi versant; sua cuique cogitata placent; quem corporibus tribuere nondum potuerunt artifices perpetuum motum, hunc sibi vendicant Philosophorum mentes inquietâ vertigine illius vestigiis insistentes; sed nimis fugacem

fugacem nunquam assequentes. Liceat & mihi hîc aliquid proponère quasi rudimentum naturæ motum perpetuum efficere condiscentis. Videtur autem omninò certum, ut motus semel institutus sine fine perseveret (seclusâ materiæ corruptione, quæ ævo confecta tabescit) opus esse alterno quodam virium incremento atque decremento, ut idem viribus auctis prævaleat, viribus diminutis minùs resistat: propterea simplicissimam machinulam, quasi duplicem libram æqualium brachiorum ad angulos rectos compactam aliquando excogitavi, in quâ alterna hæc vicissitudo contingere posse videtur.

Scapi duo A B & D E ad angulos rectos in C compingantur, & sit in C axis, circa quem facilè versari possint: quia verò opposita brachia ex hypothesi æqualia sunt, & centrum motûs planè in medio congruens centro gravitatis ponitur, in quâcumque positione æqualibus momentis librata quiescunt. Sint autem singula brachia tubi in morem excavata ab extremitate usque ad decussationis locum æqualiter, ita tamen, ut ex uno brachio in aliud brachium sivè oppositum, sivè proximum nullus pateat exitus: extremum autem tubi osculum congruâ cochleâ possit exquisitè claudi. Hæc, inquam, omnia ea sint, quæ æquilibrium in quâcumque positione constituant: id quod improbus labor accurati artificis assequi se posse non desperat.



Duplici hac librâ sic paratâ, singulis brachiis certa & omninò æqualis quantitas Argenti Vivi infundatur, aut major aut minor pro ratione magnitudinis & gravitatis tuborum, ita tamen ut non sit immodica quantitas. Occlusis diligentissimè tuborum osculis, erigatur D E ad perpendiculum.

Utique hydrargyrus in superiore brachio D C totus quiescit propè C, in inferiore brachio C E totus est in extremitate E: in brachiis autem C A & C B horizonti parallelis se æqualiter librat juxtà brachiorum longitudinem; quare libra tota manet immota, cum sint hinc & hinc æqualia momenta, tùm ratione

brachio

brachiorum æqualium, tùm ratione argenti vivi æqualis, & æqualiter ad motum diſpoſiti: illud verò quod eſt propè C, & propè E, non poteſt mutare æquilibrium, ut patet. Inclinetur extremitas B aliquantulum deorſum; illicò totus hydrargyrus brachij CB confluit ad extremitatem B, contrà verò qui eſt in brachio CA, totus confluit propè centrum C: Facta eſt igitur libra inæqualium brachiorum, & æqualia argenti vivi pondera inæqualiter diſtant à centro motûs; ac proinde juxtà naturam libræ ſpartum in ipsâ jugi lineâ habentis extremitas B deſcendit quantum poteſt. Cum autem grave quodcumque ſponte ſua deſcendens acquirat impetum non ſtatim pereuntem, ſed quî adhuc juxta priorem directionem ad eaſdem partes ferat corpus grave etiam contra naturæ propenſionem, ut in perpendiculo aſcendente eſt manifeſtum, quid prohibeat extremitatem B hydrargyro prægravatam, ex concepto impetu dum deſcendit, vel, modicum quid tranſilire perpendicularem poſitionem ultrà punctum E? Id quod ſi accidat, extremitas D, dum tota libra convertitur, inclinata infrà horizontalem AB totum hydrargyrum habet non jam in C; ſed in D, quare & illa ſimili modo deſcendit, nam hydrargyrus, qui erat in E, elevato brachio CE ſupra horizontalem AB, totus confluit prope C: neque difficilis eſt deſcenſus; quia B, ubi tranſilierit perpendiculum DE, ulteriùs ex concepto impetu ſponte aſcenderet; ſed multò magis aſcendit ex impetu impreſſo brachij deſcendentis, à quo urgetur.

Fateor equidem in primâ converſione poſt quietem, hydrargyrum E reluctari, nec juvare quicquam ad motum; quia ſcilicet, cùm debeat aſcendere ex ſolo impetu impreſſo brachij CB deſcendentis, nihil confert ad motum, niſi quatenus E initio ſui aſcenſûs modicum aſcendit, B verò initio ſui deſcenſûs multum deſcendit, ac proptereà plus imprimi poteſt impetûs, ratione cujus, creſcente quamvis aſcenſuum menſurâ, habetur aliquid facilitatis ex prævio impulſu. Hinc eſt in primis converſionibus opus eſſe manûs adjumento, quæ ſurſum pellat infimum brachium CE: concepto autem jam impetu, nondum video, cur motus ceſſaturus ſit. Nam ſi nullâ factâ ponderum alternâ tranſlatione (quæ ſemper novum motûs principium affert) ſed ponderibus ſemper in extremitate brachiorum manentibus,

tibus, poſt aliquot converſiones externo impulſu factas ſponte ſua diu convertitur rota, aut etiam ſimplex ſcapus, non niſi ex impreſſo impetu tamdiu permanente, quidni perſeveret in motu, ſi in ſingulis converſionibus novum impetum concipiat? Sed hæc indicaſſe ſufficiat, ut ſaltem longiorem motum, ſi non perpetuum, quis aſſequi poſſit ſuo inſtituto atque propoſito opportunum: mihi enim ſatis eſt rationes libræ hujuſmodi commentatione aliquantò uberiùs explicare. Unum tamen hîc addere fuerit operæ pretium, videlicet, ſi non placuerit ſcapos A B & D E invicem ad angulum rectum compactos excavare, ſed ſolidos retinere volueris, poſſe ſingulis brachiis æquales tubulos hydrargyri quantitate æquali impletos adalligari, ita tamen, ut ſimilem brachij faciem contingant, ex quo fiet, ut ſint ipſi tubuli alternatim diſpoſiti, qui ſibi ex adverſo reſpondent, nimirum alter ſuperior, alter inferior, alter ad dexteram, alter ad ſiniſtram.

Propositio IV.

Dato unico pondere legitimo examinare bilance gravitatem multiplicem materiæ dividuæ.

Res eſt facilis, non tamen omittenda, ne fortè quis ſibi perſuadeat non niſi longiſſimâ operâ id perfici poſſe. Datum ſit unicum pondus legitimum, ex. gr. uncia, & oblata ſit materia dividua, quæ particulatim examinari poſſit, ut ſal, & cætera minuta. Non ſunt ſingulæ unciæ ponderandæ; ſed primò quidem fiat cum unciâ æquilibrium ſalis; deinde in lancem eandem cum pondere legitimo transferatur ſal; iterum cum alio ſale fiat æquilibrium, & hic in lancem ponderis refundatur, totiéſque ſimili methodo repetatur ponderatio, donec oblatæ materiæ plus quàm ſemiſſem exhauſeris; & adnota, quoties operam illam repetieris; tot enim termini in Ratione duplâ incipiendo ab unitate aſſumpti, & in ſummam redacti, dabunt gravitatem ſalis jam examinati. Sint ex. gr. decem termini; poſtremus eſt 512, cujus duplum demptâ unitate eſt ſumma omnium; ſunt igitur unciæ 1023, hoc eſt libræ 85 $\frac{1}{4}$. Quod re-

ſiduum eſt ſalis, iterum ſimili ratione examinetur, donec habeas plus quàm ſemiſſem illius reſidui, acceptíſque iterum tot terminis progreſſionis duplæ habebis ejus quantitatem: & ſic deinceps, donec totius propoſitæ molis pondus innoteſcat.

Quòd ſi certam ſalis menſuram extrahere ex totâ illa mole deſideras, ex. gr. libras tres, hoc eſt uncias 36, obſerva quot terminis progreſſionis duplæ proximè accedas ad propoſitam quantitatem, & erunt quinque termini, quorum poſtremus eſt 16, & tota ſumma 31. Quare operatio, ut ſuprà, quinquies repetenda eſt, & habentur unciæ 31: quibus ſepoſitis inquirantur unciæ 5 addendæ, nam duplici operatione ſingulas uncias accipiens in eandem lancem cum unciâ legitimâ repones, & facto demum æquilibrio reliquas tres uncias habebis, ut ſumma conficiatur 36. unc.

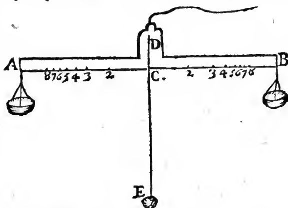
PROPOSITIO V.

Libram æqualium brachiorum conſtruere ad plura pondera tùm multiplicia tùm ſubmultiplicia ejuſdem æquipondij examinanda.

Illud, in quo præſtat libræ ſtatera, eſt, quòd uno eodemque ſtateræ æquipondio plura pondera examinamus. Non diſſimile compendium invenire poſſumus in librâ æqualium brachiorum, quæ tamen ſpartum in ſuperiore loco habeat; hæc enim pro diverſâ ponderum inæqualitate variam habet inclinationem, in quâ quieſcat obliquè poſita. Expedit autem ſpartum à lineâ jugi aliquanto intervallo diſtare. Sit ſcapus planus, in quo linea jugi recta AB bifariam dividatur in C; ex quo ad angulos rectos aſſurgat firmiter adnexa quaſi lingula CD, ita tamen ut in D ſtatuatur Axis anſæ inſertus, circà quem verſanda eſt libra; & ex axe pendeat perpendiculum DE, cujus longitudo tanta eſſe debet, ut non ſit minor intervallo DA aut DB. Tum ex A ſumatur totius lineæ jugi AB tertia pars

A 2,

A 2, quarta A 3, quinta A 4, ſexta A 5, & ſic deinceps, quatenus commodè fieri poterit: quæ eædem partes ex B in alterum brachium tranſferātur quàm accuratiſſimè. Demum ex A & B æquales lances pendeant, quæ æquilibrium conſtituant.



Hujus libræ uſus eſt ad multiplicia vel ſubmultiplicia pondera cum uno eodemque æquipondio comparata invenienda: Nam ubi æquipondium legitimum ſtatueris in lance B, mercem verò in lance A, ſi æqualitas intercedat, ita jugum manet, ut perpendiculum DE congruat puncto C: ſi merx major ſit æquipondio, inclinatur deorſum lanx A, & perpendiculum D E ad angulos inæquales ſecans lineam jugi congruit alicui ex punctis notatis inter C & A, ſcilicet in 2. ſi fuerit dupla, in 3 ſi tripla, & ſic de reliquis: ſi demum merx fuerit minor æquipondio, lanx B inclinabitur, & perpendiculum DE congruet alicui ex punctis inter C & B notatis, indicabitque mercem eſſe æquipondij aut ſemiſſem, aut trientem, aut quadrantem, &c. Hinc ſi volueris plures uncias, aut unciæ partem aliquotam habere, ſtatue in B legitimum unciæ pondus; ſi verò plures libras, aut libræ partem aliquotam quæſieris, ſtatue in B libram legitimam. Verùm potiſſima hujus libræ utilitas ſe prodet, ubi dati ponderis, cujus gravitas ſecundùm legitimas menſuras ignota eſt, quæritur pars aliquota, aut illius multiplex pondus. Hujus autem libræ conſtructio innititur ſuperiùs dictis, & manifeſta eſt ratio, quia ex ponderum inæqualitate centrum commune gravitatis reſpondet jugi puncto, quod congruit perpendiculo pendenti ex eodem puncto ſuſpenſionis libræ.

PROPOSITIO VI.

Staterâ examinare pondus majus, quàm ipsa communiter ferat.

CErtum esse pondus, quod unaquæque statera ferat pro ratione suæ magnitudinis, & gravitatis æquipondij, omnibus manifestum est: & quidem si oblatum pondus dividuum sit, explorari potest per partes ejus gravitas, ut tota demùm innotescat; sed si moles quædam solida sit, quæ se dividi non patiatur, statera autem sit impar tanto oneri, artificium aliquod adhiberi potest, quo gravitatem illam majorem hâc eâdem staterâ investigemus. Et primò quidem ponamus stateram ita fuisse constructam, ut lancis gravitas suis momentis æquet momenta brachij longioris, adeò ut, dempto æquipondio stateræ jugum consistat in æquilibrio horizontaliter. Tunc certum est æquipondium ad onus esse reciprocè in Ratione distantiarum oneris, & æquipondij à centro motûs. Quare eadem statera poterit quodammodò multiplex fieri, si nimirum æquipondium duplicetur, aut triplicetur; poterit enim duplex aut triplex pondus staterâ examinari; ut, si proprium stateræ æquipondium sit unius libræ, & brachium longius sit brevioris brachij quindecuplex, examinari poterit pondus ut summum librarum quindecim; assumptum verò æquipondium novum bilibre habebit momentum æquale libris 30; si trilibre sit novum æquipondium, momentum erit æquale libris 45; & sic de reliquis, etiam si æquipondium hoc novum non esset ad antiquum omninò in Ratione multiplici; sed in quâcumque aliâ Ratione etiam super particulari, aut superpartiente; ducto enim pondere novi æquipondij per numerum notatum in stateræ brachio, habebitur quantitas ponderis, quod potest examinari; sic si æquipondium novum sit ad antiquum ut unc. 20. ad unc. 12. ducto 20 per 15, fit pondus unc. 300, hoc est lib. 25, quibus novum æquipondium in extremitate stateræ positum æquivalet.

Verùm illud est incommodum, quòd hujusmodi æquipondio majori non possumus exploratam habere gravitatem ponderis, si fortè gravitas æquipondij non sit illius pars aliquota: nam

nam ſi novum æquipondium ſit bilibre, non indicabit numerum diſparem librarum ponderis in punctis libras denotantibus (ſed ſolummodo in punctis ſelibrarum) vel ſaltem ſingulas uncias non indicabit, quia omnes numeri in ſtaterâ notati duplicandi eſſent: ſimiliter dicendum de æquipondio triplici, quo adhibito omnes numeri triplicandi eſſent.

Propterea, ut huic incommodo occurratur, retineatur antiquum æquipondium in jugo ſtateræ, ſed ſimul novum æquipondium in jugi extremitate apponatur duplum, vel triplum, vel quadruplum antiqui æquipondij, prout proximè requiritur ad explorandam dati oneris gravitatem; tùm antiquum æquipondium in jugo ſtateræ admoveatur vel removeatur, quatenus opus fuerit ad æquilibrium conſtituendum. Nam ſi numerus librarum novi æquipondij ducatur per numerum omnium librarum, quas ferre poteſt ſtatera, huicque addatur numerus ab antiquo æquipondio indicatus, habebitur ipſa ponderis gravitas, quæ inquiritur. Proponatur pondus aliquod gravitatis ignotæ, quod ſtateræ lanci imponatur, & æquipondium antiquum ac proprium ſtateræ in extremitate poſitum non valeat pondus elevare ad æquilibrium; addatur æquipondium duplum, hoc adhuc impar eſt; addatur triplum, neque hoc ſatis eſt; addatur quadruplum, & hoc unà cum antiquo æquipondio in extremitate brachij poſito præponderans illud eſt, quod requiritur; manente enim novo hoc æquipondio quadruplo in extremitate, antiquum æquipondium admoveatur versùs ſpartum, & fiat æquilibrium in puncto lib. 7. unc. 9: quia ſtateræ numerus extremus eſt ex hypotheſi lib. 15, & æquipondium novum eſt lib. 4, jam ſunt lib. 60; adde lib. 7. unc. 9. tota gravitas ponderis quæſita eſt lib. 67. unc. 9.

At quæris, an eodem hoc artificio uti liceat in communibus ſtateris, quas noſtratibus artificibus conſtruere ſolemne eſt; in quibus nec ſtatera eſt per ſe ſolam æquilibris, nec æquipondij ſtateræ jugo ita innexi, ut inde pro libito auferri nequeat, gravitatem indagare poſſumus, ut æquipondium illius multiplex eligamus. Opportunè utique dubitas; nam pondus & æquipondium in vulgaribus ſtateris non ſunt omninò in reciprocâ Ratione diſtantiarum à ſparto, ut ſuperiùs ſuo loco dictum eſt. Propterea uti quidem poſſumus eodem artificio, ſed certâ ratio-

ne: quia enim antiquum æquipondium cum ſtateræ notis longè aliter ſe habet, ac in ſtaterâ ſuperiùs aſſumptâ, hoc retineatur, quod antiquum æquipondium indicabit gravitatem ponderis juxta notas, ſtateræ impreſſas; ſed æquipondium novum aſſumatur certæ ac notæ gravitatis proxime tàm ſubmultiplicis ponderis examinandi, quàm ſubmultiplex brachij longioris eſt brachium minus ſtateræ; & hoc æquipondium adnectatur non planè in ſtateræ extremitate, ſed in puncto, in quod cadit longitudo multiplex brachij minoris. Sit ex. gr. ſtatera communis, quæ elevet pondus lib. 15; ſed comparato breviore brachio cum longiore, hoc non eſt illius omnino quindecuplum; aſſumo, quoties aſſumi poteſt brachium minus, ex. gr. quaterdecies; & in illo puncto ſtatuendum erit novum æquipondium notæ gravitatis; & quoniam ſuſpicor propoſitam gravitatem non multùm abeſſe à lib. 50, aſſumo æquipondium lib. 3. quæ in notato puncto æquivaleat libris 42 (nam ter 14 dant 42) & promoto versùs ſpartum antiquo æquipondio, fit æquilibrium in puncto lib. 5. unc. 3: erit igitur propoſita gravitas lib. 47. unc. 3. Id quod eſt manifeſtum, quia antiquum æquipondium cum notis ſtateræ impreſſis indicat gravitatem ponderis habitâ ratione momentorum brachij ſtateræ & cæterarum illius partium, quas ſemel attendere opus eſt; reliquæ gravitatis momenta non niſi ratione diſtantiarum conſideranda ſunt.

Quòd ſi plurium æquipondiorum ſupellectile careas, & urgeat neceſſitas ſtatim explorandi gravitatem illam majorem, obvium aliquod pondus, puta lapidem, vel quid cjuſmodi, ſtaterâ tuâ expende, ut ejus gravitas innoteſcat: hoc ſuſpende ex opportuno ſtateræ puncto, de quo dictum eſt, & ejus gravitatem duc per 14 (vel alium quemlibet numerum minorem aut majorem, prout opportuna ejus ſuſpenſio, aut ſtateræ longitudo feret) ut habeas gravitatem huic novo æquipondiò reſpondentem: Cætera ut priùs abſolve. Non videtur autem neceſſariò monendus hîc lector poſſe plura nova æquipondia vel diverſæ, vel paris gravitatis, addi in diverſis diſtantijs à ſparto; ut ſi æquipondium lib. 3. in diſtantia 14, & aliud lib. 2 in diſtantia 11 ſimul apponantur, æquivalebunt lib. 42 & 22, hoc eſt libris 64; hæc enim clariora ſunt, quàm indigeant uberiori explicatione.

PROPOSI

Propositio VII.

Stateram parare ad minusculas gravitates expendendas.

STateræ hujus jugum non differt à vulgaribus; sed æquipondij & ponderis est contraria positio; pondus enim longiori brachio, breviori æquipondium adnectitur, & quò levius fuerit pondus, eò magis à sparto removetur. Paretur jugum cum lance adnexâ, quæ suâ gravitate æquet momenta brachij longioris, & in perfecto æquilibrio consistat. Tum brevioris brachij longitudo accuratè transferatur in brachium majus, quod minoris saltem decuplum vellem, & singulas partes iterum in decem minores particulas tribuerem, ut totum longius brachium in centum particulas distingueretur. Sit stateræ jugum A B ita in C à sparto divisum, ut C B sit decuplex ipsius C A : ex A au-



tem pendeat lanx D suâ gravitate æquè librans momenta brachij C B longioris; quod distinctum in longitudines decem æquales brachio minori C A, in singulis divisionibus indicabit Rationem ponderis ad æquipondium. Collocetur enim æquipondium in lance D, pondus examinandum si leviusculum sit ita, ut serico crudo suspendi possit, jugo C B imponatur, & à sparto removeatur, donec fiat æquilibrium: nam si in primo puncto divisionis consistat, erit æqualis gravitatis cum æquipondio; si in secundo puncto, erit semissis gravitatis æquipondij; si in tertio, erit triens, si in quarto, quadrans, & sic de cæteris. At singulis divisionibus minori brachio æqualibus iterum in decem particulas distinctis, indicabitur gravitas à fractione, cujus numerator est 10, denominator est numerus particularum omnium, quæ inter spartum C & locum ponderis æquèlibrati intercipiuntur: ut si ex. gr. æquilibrium fiat in F, hoc est in tertiâ particulâ post duas integras divisiones priores, jam sunt particulæ 23; igitur pondus est $\frac{10}{23}$ ipsius æquipondij in D positi; ut constat ex eo, quòd ut distantia C F 23 ad

distantiam C A 10, ita æquipondium in D ad pondus in F $\frac{10}{23}$.

Hujus ſtateræ utilitas ſatis latè patet, quia non alligatur certo æquipondio, ſed in lance D ſtatui poteſt ſivè drachma, ſivè uncia, ſivè libra, & ponderis minoris gravitas examinabitur; quæ quidem habebitur ſecundùm Rationem partis ad aſſem, ſed deinde ad certam ponderis menſuram, ſivè ſcrupula, ſivè grana revocabitur.

Quòd ſi pondus examinandum non facilè ſuſpendi poſſit ſerico crudo, ut dictum eſt, paratam habeto lancem minuſculam, cui imponi poſſit pondus; & demùm facto æquilibrio, gravitate ponderis inventâ, atque ad homogeneam cum æquipondio menſuram redactâ, ſubducenda eſt hujus lancis cum ſuo funiculo gravitas, ut ſola ponderis impoſiti gravitas habeatur. Ex quo patet adhibitâ hujuſmodi lance, quæ percurrat ſtateræ jugum, poſſe expendi gravitatem multò minorem: propterea lancis hujus gravitas minor eſſe deberet, quàm ſubdecupla gravitatis æquipondij impoſiti lanci D, ut in extremo ſtateræ puncto B fieri poſſet æquilibrium: verùm ſi æquipondium in D ſit uncia, aut aliquid unciâ minus, majus tamen decimâ ejus parte, ſatius fuerit lancem illam excipiendo ponderi deſtinatam eſſe decimam unciæ partem.

Ponatur enim æquipondium uncia, lanx ponderis curſoria $\frac{1}{10}$ unciæ: impoſitum pondus faciat æquilibrium in F puncto particulæ 23: eſt igitur pondus cum ſuâ lance $\frac{10}{23}$ unciæ, aufer ratione lancis $\frac{1}{10}$ unciæ, reſiduum $\frac{77}{230}$ unciæ eſt gravitas ponderis; hoc eſt ſcrupulorum 8. Similiter fiat æquilibrium in puncto 99; ergo pondus cum lance eſt $\frac{10}{99}$ unciæ; aufer $\frac{1}{10}$, reſiduum eſt $\frac{1}{990}$ unciæ, quod eſt leviſſimum pondus paulò majus ſemiſſe grani. Si in parte 98, pondus erit $\frac{1}{490}$ unciæ, hoc eſt grani 1 $\frac{1}{6}$, ſi in puncto 97, pondus erit $\frac{3}{970}$ hoc eſt ferè grani 1 $\frac{4}{7}$: & ſic de cæteris.

PROPOSI

PROPOSITIO VIII.

Ad ingentia onera examinanda ſtateras communes componere.

SI opportunas ſtateras parare oporteret ingentibus oneribus examinandis pares, cujuſmodi eſſet æs campanum, aut bellicum tormentum majus, eas eſſe debere aut longiſſimas, aut immani æquipondio inſtructas, manifeſtum eſt. Fac enim tormentum eſſe lib. 17000 circiter, & ſtateram habere uncialem diſtantiam ſparti ab extremitate, cui pondus adnectitur, æquipondium verò eſſe lib. 25; utique ut 25 ad 17000, ita uncia pedis ad uncias 680, hoc eſt pedes 56. unc. 8: atque adeò tota ſtatera eſſet ped. 56 $\frac{3}{4}$ ut minimum: cui longitudini ſi congrua craſſities reſpondeat, an non machinâ opus eſt, ut ſola ſtatera transferatur? præterquam quod ipſa longioris brachij gravitas momenta non exigua haberet. Quòd ſi, ut non paucis ſolemne eſt, ita trabem ex mediâ longitudine ſuſpendas, ut æquilibris maneat, tùm alteri extremitati propoſitum onus adnectas, oppoſitæ autem extremitati plura minora pondera adjicias, donec æquilibrium fiat, quorum ſingulæ gravitates in ſummam redactæ propoſiti oneris gravitatem manifeſtam reddant, non ſolùm methodus hæc artificio caret, ſed & falſitatis periculo non vacat, incertum quippe eſt an trabis centrum gravitatis planè in mediâ longitudine ſit, cùm pars radici proxima gravior ſit reliquâ, ac proinde libra ſit inæqualium brachiorum, quæ cenſetur æqualium.

Satius igitur fuerit ſtateras plures minores componere, ut indicatum eſt lib. 2. cap. 7, quàm ingentem ſtateram conſtruere. Aſſumantur tres ſtateræ A B, D E, G H, quarum brachium minus ſit majoris ſubdecuplum, & ita omnes ex ſuperiore loco ſuſpendantur, ut orbiculi M & N facilè verſatiles inferiùs firmati excipere poſſint funiculos B M D, & E N G, quibus extremitates junguntur: ex quo fiet, ut dum H vi æquipondij deprimitur, extremitas E, atque extremitas B pariter deprimantur, pondus verò in A ad-

nexum elevetur. Motus autem staterarum non sunt æquales: nam sicut depressio ipsius H est decupla elevationis ipsius G,



cui elevationi æqualis est depressio extremitatis E, ita hæc ejusdem E depressio decupla est elevationis ipsius D: quare depressio H est centupla elevationis D; ac propterea quia depressio B æqualis elevationi D, est decupla elevationis A, depressio æquipondij in H est millecupla elevationis ponderis in A constituti. Ex quo sequitur æquipondium in H æquivalere ponderi millecuplo, quod in A appendatur. Igitur æquipondium lib. 17 æquivalebit ponderi lib. 17000.

Quod autem hactenus de stateris æqualibus dictum est, etiam de inæqualibus dictum intelligatur, componendo Rationes, quas singularum staterarum brachia habent. Hinc si Ratio A C ad C B sit 1 ad 10, Ratio D F ad F E sit 1 ad 8, Ratio G I ad I H sit 1 ad 12, Ratio composita est 1 ad 960, quæ potest intercedere inter æquipondium & onus. Hinc manifestum est plures addi posse stateras, quot opus fuerit, quocumque tandem ordine collocentur, sive secundùm rectam lineam, sive invicem parallelæ, prout commodius accidet, & loci opportunitas feret.

Si stateræ istæ fuerint ita constructæ, ut jugum dempto æquipondio æquilibre sit, quia extremitas brachij minoris gravitate tantâ prædita est, ut gravitati longioris brachij æquipolleat, res planissima est, quia sola brachiorum longitudinis Ratio attendenda est; & præterea æquipondium in H augeri posset, aut minui. Immò hîc etiam adhiberi posset artificium, de quo prop. 6. dicebatur, addendo novum æquipondium certæ gravitatis, ut si præter æquipondium H etiam esset L lib. 2; quod in puncto jugi septimo æquivaleret ponderi septingenties majori, hoc est lib. 1400. Quâ methodo addi possunt etiam plura æquipondia in punctis jugi diversis: quod sanè esset egregium

gium compendium, & ut plurimum duabus ſtateris ponderatio ipſa perficeretur.

At ſi ſtateræ cujuſque jugum non fuerit æquilibre, contemnenda non eſt brachij longioris gravitas, ut dati ponderis gravitas ritè examinetur: Nam ſemiſſis gravitatis brachij I H in extremitate H conſtitutus æquivalet ponderi decuplo in G minùs gravitate ſemiſſis brachij I G. Igitur perinde eſt, atque ſi hujuſmodi pondus additum fuiſſet in E, ubi habet momentum decuplum æqualis ponderis in D, & centuplum æqualis ponderis in A. Quare momentum brachij I H eſt ut 50, & momentum I G ut $\frac{1}{2}$, atque adeò momentum ut 49 $\frac{1}{2}$ intelligitur additum in E, quod propterea comparatum cum extremitate A habet momentum ut 4950. Sic momentum gravitatis F E comparatum cum extremitate A eſt ut 495; & momentum brachij C B eſt ut 49 $\frac{1}{2}$. Tota igitur momentorum, quæ ex brachiorum gravitate oriuntur (ſi illa æqualiter ducta intelligantur) ſumma eſt 5494 $\frac{1}{2}$, ſive ſint unciæ, ſive libræ, prout ſtaterarum moles requirit. Id quod quia ægrè innoteſcit, ſi jugum non fuerit æquabiliter ductum, idcircò expeditius fuerit ſtateris ritè diſpoſitis, ac dempto æquipondio, addere in A tantum gravitatis, ut juga ſint horizonti parallela (cujus parallelisſmi indicium potiſſimum dabit extremæ ſtateræ lingula, quæ plus cæteris movetur) quæ gravitas ubi innotuerit, addenda erit gravitati, quam deinde æquipondium indicabit, cùm onus ipſum in A additum fuerit. Sic pone momenta illa 5494 $\frac{1}{2}$ eſſe uncias, hoc eſt lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, & expendendo onus additum in A, æquipondium librale H indicet æquilibrium in puncto ſeptimo, hoc eſt lib. 700, addantur lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, erit tota oneris gravitas lib. 1157. unc. 10 $\frac{1}{2}$.

Verùm quia vulgares ſtateræ, quibus communiter utimur ad majorum ponderum gravitatem examinandam, non ita ſunt fabrefactæ, ut brachium longius in partes aliquotas minori brachio æquales diſtinguatur, propterea minoris brachij longitudo, quoties fieri id poterit, transferatur in brachium longius, ut inveniatur punctum, cui adnectendus eſt funiculus, quo cum alterius proximæ ſtateræ extremitate connectitur. Sed antequam opus aggrediaris, amoto æquipondio ſecundæ & ter-

tiæ ſtateræ, vide quantum ponderis ſingulæ, quantum connexæ requirant ad æquilibrium cum longiore brachio, ut innoteſcat, quantum adhuc gravitatis oneri tribuendum ſit, præter illam, quæ ab æquipondio indicatur.



Sit ex. gr. ſecunda ſtatera CD, cujus brachium longius SD æquivaleat lib. 42, & tertiæ ſtateræ FG longius brachium VG æquivaleat libris 37. Ponamus tertiæ ſtateræ (cui onus erit adnectendum) brachium minus FV duodecies contineri in longiore brachio uſque ad I, ubi funiculus connectit illud cum extremitate C ſecundæ ſtateræ. Item ſecundæ ſtateræ CD brachium minus CS tredecies ſumi poſſit in brachio longiore uſque ad punctum E, ubi illam funiculus connectit cum primæ ſtateræ extremitate A. Igitur quia momentum brachij SD æquivalet libris 42 ex hypotheſi, & intelligitur tranſlatum in I, ubi duodecuplo velociùs movetur quàm punctum F, ducantur lib. 42 per 12, & æquivalet libris 504, quibus addenda ſunt momenta brachij VG lib. 37, & ponderi invento ex æquipondio demum addendæ erunt lib. 541. Jam ſtatuamus æquipondium H primæ ſtateræ AB conſtituere æquilibrium in puncto indicante libras 14: perinde igitur eſt, atque ſi libræ 14 ponerentur in E; & quia ES ad SC eſt ut 13 ad 1, libræ 14 in E æquivalent ponderi in C librarum 182, quæ in I poſitæ (quia IV ad VF eſt ut 12 ad 1) æquivalent ponderi in F librarum 2184. Quod ſi punctum illud, in quo æquipondium H conſiſtit, non eſſet nota librarum ſimplicium 14, ſed ponderum, quæ ſingula libras 25 continent (ut nobis Italis præſertim in Galliâ Ciſalpinâ ſolemne eſt) utique onus in F adnexum eſſet lib. 54600, quibus adhuc addendæ eſſent libræ 541, propter momenta brachiorum ſecundæ & tertiæ ſtateræ, & eſſet tota gravitas lib. 55141.

At ſi ſtateras communes habeas, nec poſſis æquipondia jugo inſerta amovere, ut inquirere poſſis momenta gravitatis brachij longioris,

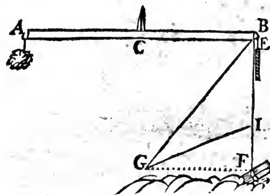
longioris, hoc unum in secundâ, & in tertiâ staterâ, aut etiam pluribus, si opus fuerit, observa, quoties nimirum brachium minus in longiore contineatur, ut punctum I & E innotescat, quod cum proximæ stateræ extremitate C & A connectendum est: in singulis autem stateris sua æquipondia admoveantur, vel removeantur, donec fiat æquilibrium. Non est autem necesse singulas stateras insculptas esse notis homogeneis gravitatum; prima enim A B potest habere notas indicantes quartam partem Centenarij, hoc est lib. 25, secunda verò & tertia possunt indicare tantum singulas libras cum suis unciis. Fac enim constituto æquilibrio, æquipondium H esse in puncto pond. 9. lib. 7. duc 9 per 25, & sunt lib. 225, & additis lib. 7, sunt lib. 232; quæ ducuntur primò per Rationem secundæ stateræ 13 ad 1, & fiunt 3016, quæ ductæ per Rationem tertiæ stateræ 12 ad 1, dant demum lib. 36192. Deinde æquipondium secundæ stateræ C D sit in puncto lib. 7. unc. 8: hæ ducendæ sunt per Rationem tertiæ stateræ 12 ad 1, & fiunt lib. 92. Demum æquipondium tertiæ stateræ indicet lib. 5. unc. 6, addantur hi tres numeri 36192, 92, & 5. unc. 6; tota gravitas oneris in F adnexi erit lib. 36289. unc. 6.

Ideò autem inquirenda dixi puncta I & E, ut longitudines V I & S E sint multiplices longitudinum brachiorum minorum F V & C E, atque fractionum molestia evitetur. Cæterùm si volueris extremitates ipsas G & D cum extremitatibus C & A connectere, omnino licebit, ubi innotuerit, quota pars brachij minoris sit I G & E D. Nam si Ratio D S ad S C deprehendatur ut 13 $\frac{2}{5}$ ad 1, Ratio autem G V ad V F ut 12 $\frac{3}{4}$ ad 1, gravitas indicata ab æquipondio H ducenda primùm erit per 13 $\frac{2}{5}$, deinde numerus productus per 12 $\frac{3}{4}$ ductus dabit quæsitam oneris gravitatem respondentem æquipondio H, quod, ex hypothesi superiùs constitutâ, indicans pond. 9. lib. 7, hoc est lib. 232, monet ducendas libras 232 per 13 $\frac{2}{5}$, & fit 3108 $\frac{4}{5}$, qui numerus ducatur per 12 $\frac{3}{4}$, & fiunt lib. 39637 $\frac{1}{5}$. Deinde æquipondium secundæ stateræ positum in puncto lib. 7. unc. 8 indicat has ducendas per 12 $\frac{3}{4}$, & erunt lib. 97 $\frac{3}{4}$: quibus si addatur numerus primæ stateræ, & numerus quem dat tertia stateræ lib. 5. unc. 6, summa erit omnino lib. 39740. unc. 5.

Propositio IX.

In librâ brachiorum æqualium posse non æqualia esse ponderum æqualium momenta.

SIt libra A B, cujus centrum C, prorsus in medio, jugum in brachia dividat æqualia: sint autem in brachiorum extremitatibus annuli vel unci, quibus adnectenda sunt pondera, quæ assumantur gravitatis exquisitè æqualis, computatâ etiam funiculorum gravitate. Sed alterum quidem pondus D unco adnectatur unâ cum suo funiculo; alterius verò ponderis E funiculus suâ extremitate inferiùs in F paxillo alligetur, & transiens per annulum, vel uncum suspendat connexum pondus E. Experimento disces pondus E semper prævalere æquali ponderi D, si per annulum vel uncum funiculus liberè valeat excurrere, descendente ipso pondere E.



Sed rei primâ facie admiratione dignæ causam inquirenti illa se statim offert, quæ Machinalium motionum causa à nobis affertur; quia videlicet pondus E descendens duplo velociùs descendit, quàm pondus D ascendat; ubi enim pondus E venerit in F, extremitas libræ B ibi consistet, ubi duplicatus est funiculus, mediâ nimirum viâ; atqui extremitas A non nisi tantumdem ascendit, & cum eâ pondus D; igitur pondus E velociùs descendens potiora habet momenta, nec erit æquilibrium, nisi pondus E sit ponderis D subduplum.

Cave tamen existimes semper esse motuum Rationem duplam; id enim tunc solùm accidit, cum funiculus extentus est horizonti

horizonti perpendicularis, cujusmodi est FE: at si fuerit inclinatus, non est eadem motuum Ratio, sed ut duplex funiculi GE longitudo ad altitudinem perpendicularem EF, ita se habet motus ponderis E ad differentiam, quâ excedit motum ponderis D, seu depressionis libræ B. Sit funiculus GE, altitudo perpendicularis, per quam descendit pondus E, sit EF; distantia GF: descendente pondere E, ubi hoc attigerit planum horizontale in F, funiculus, qui erat GE, factus est GIF; igitur libra deprimitur usque in I, & est IF differentia motuum EF & EI.

Quare cùm GI sit GE minùs IF, quadratum GI æquale est quadrato GE plus quadrato IF, minùs rectangulo sub GE & IF bis comprehenso. At eidem quadrato GI æqualia sunt quadrata IF & GF simul sumpta ex 47. lib. 1: propterea auferatur utrinque quadratum IF, & remanet quadratum GE, minùs rectangulo bis sub GE & IF comprehenso æquale quadrato GF: Addatur utrinque rectangulum sub GE & IF bis, & utrinque dematur quadratum GF, & est quadratum GE minus quadrato GF (hoc est quadratum EF ex 47. lib. 1.) æquale rectangulo bis sub GE & IF. Igitur ex 17 lib 6. ut bis GE ad EF, ita EF ad IF. Ponderis itaque motus deorsùm EF comparatus cum ascensu ponderis D, est ad differentiam motuum IF, ut duplex longitudo funiculi GE ad altitudinem perpendicularem EF, per quam descendit pondus E.

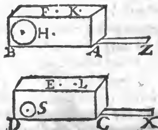
Ex quo ulteriùs colligitur, quò obliquior est funiculus, eò minorem esse differentiam IF, ac propterea minorem esse Rationem descensûs EF ad ascensum ponderis oppositi, ideóque etiam minus habere virium ad prævalendum. Hinc ex diversâ funiculi longitudine & obliquitate, si æquilibrium fiat, licebit arguere ipsam ponderum inæqualitatem, ratione habitâ motuum reciprocè sumptorum; qui motus cum habere non possint Rationem multiplicem majorem duplâ, ut constat funiculi ipsius flexionem consideranti, neque pondus D potest esse minus pondere E, neque eodem majus quàm duplum, si fiat æquilibrium; minus autem erit quàm duplum, si funiculus sit obliquus, & ex motuum differentiâ, quæ singulas funiculi obliquitates consequeretur, etiam ipsa ponderum inæqualium differentia infertur.

PROPOSI

PROPOSITIO X.

Æqualia pondera similis figuræ, sed diversæ substantiæ, similibus & æqualibus pyxidibus inclusa discernere.

SInt duo globi, alter ferreus H, alter argenteus S, inclusi æqualibus & similibus pyxidibus AB & CD ita æqualis ponderis, ut pyxides vacuæ librâ examinatæ æquiponderent, & adjecti globi pariter sint æquales ratione ponderis, quamvis moles inæquales sint, major enim est ferreus, minor argenteus. Oporteat igitur discernere, utra pyxis argenteum globum contineat. Singularum pyxidum longitudo bifariam dividatur in F & E, ex quibus punctis fiat suspensio; quâ factâ utique descendent extremitates B & D. Addantur tum in A, tum in C pondera, ut fiat æquilibrium. Pondus majus indicabit ibi esse globum argenteum. Vel si unico æquipondio uti placeat, invento æquilibrio unius pyxidis, idem æquipondium ad alteram pyxidem transferatur; si enim apposita extremitas præponderet, ibi est argentum, si sursum attollatur, ibi est ferrum. Manifesta autem est ratio, quia majoris globi centrum gravitatis propius est medio pyxidis, ex quo fit suspensio, ac propterea minus habet momenti, quàm minor globus, cujus centrum magis distat.



Quamvis verò suspensio facta fuerit ex medio, nihil refert, etiamsi ad alterutram extremitatem accedat ut in K, dummodo æqualis assumatur distantia in L; eadem enim semper ratio pro inæqualitate momentorum militat, inæqualis scilicet distantia centrorum gravitatis.

At si non ea esset pyxidum longitudo, ut extremitatibus A & C facilè adnectatur æquipondium, assume regulam BZ longiorem ipsâ pyxide, eamque alliga funiculo per K transeunte, & in Z æquipondium statuatur: deinde regulam eandem similiter alliga alteri pyxidi, ut sit DX, & funiculus per L transeat;

nam

nam idem æquipondium in X si nimis leve sit, indicat ibi argentum esse; id quod pariter indicabit æquipondium majus faciens æquilibrium.

Quòd si pondus idem utrobique faceret æquilibrium, indicio esset aut inclusa corpora non esse secundùm molem similia, aut si similia fuerint non esse in pyxidibus similiter posita in extremitate, contrà hypothesim. Id quod ut deprehendas, ita pyxides converte, ut ad latus constituatur pars, quæ priùs erat infima; tunc enim ponderis aliqua diversitas apparebit. Si autem adhuc æquilibrium constituatur, minorem molem ita ex arte collocatam fuisse, ut centrum gravitatis æqualem distantiam habeat à puncto suspensionis, ac moles major in alterâ pyxide, manifestum est. Tunc igitur utraque pyxis intrà aquam ponderanda est; quæ enim minùs gravis apparebit, continet argentum; hoc quippè minus spatij occupans quàm ferrum, majori aëris moli in pyxide locum relinquit: major autem aëris moles plus deterit ponderis pyxidi intra aquam: pyxidum scilicet moles ponuntur æquales.

CAPUT XI.

Fundamenta præmittuntur ad explicandum, cur gravia suspensa modò præponderent, modò æquilibria sint.

LOcus hic est obstrictam non semel in superioribus fidem liberandi, cùm me ostensurum suscepi in corporibus suspensis aliquando minùs gravia gravioribus prævalere, nec tamen ullum libræ aut Vectis vestigium deprehendi, neque motum propriè circularem tribui posse potentiæ moventi, quæ vi suæ gravitatis juxtà directionis lineam deorsum conatur, atque movetur motu recto, sursum ascendente rectà corpore graviore, quod per vim elevatur. Sed ut res tota capite sequenti clariùs & breviùs explicari valeat, propositiones aliquot hîc lemmatum loco præmittendæ videntur, & problemata, quibus cer-

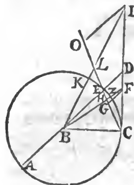
Vu

ta methodus præſcribatur, ut pro inſtituto corpora ipſa gravia eligantur, atque ſuis quæque locis diſponantur.

PROPOSITIO I.

Exceſſus ſecantis cujuſcumque anguli ſupra Radium, minor eſt Tangente ejuſdem anguli.

SIt datus angulus quilibet DBC, ejus Tangens DC, ſecans BD, & exceſſus ſecantis ſupra Radium DE. Dico DE minorem eſſe Tangente DC. Ducatur recta CE dato angulo ſubtenſa faciens angulos ad baſim æquales ex 5. lib. 1. ac proinde acutos: igitur angulus DEC complementum ad duos rectos eſt obtuſus, & maximus in triangulo DEC, ac propterea ex 19. lib. 1. maximum latus eſt, quod illi opponitur, nimirum Tangens DC.



PROPOSITIO II.

Cujuſlibet anguli Tangens eſt media proportionalis inter exceſſum ſecantis ſupra Radium, & aggregatum ex Radio & ſecante ejuſdem anguli.

DAtus ſit idem angulus DBC, Tangens DC, exceſſus ſecantis DE: producatur recta DB uſque in A, & eſt recta DA aggregatum ex Radio BA & ſecante BD. Dico Tangentem DC eſſe mediam proportionalem inter ED & DA. Cùm enim ex 36. lib. 3. rectangulum ſub ED & DA æquale ſit quadrato, quod à Tangente CD deſcribitur, per 17. lib. 6. ſunt tres continuè proportionales ED, DC, DA.

Hinc ſequitur exceſſum ſecantis ſupra Radium ad aggregatum ex Radio & ſecante habere Rationem duplicatam Ratio-nis,

nis, quam idem excessus habet ad Tangentem, hoc est, se habere ut quadratum E D ad quadratum D C, ita E D ad D A; igitur & dividendo ut quadratum E D ad differentiam quadratorum E D & D C, ita excessus E D ad Radij duplum E A, differentiam inter E D & D A.

PROPOSITIO III.

Dato angulo, ad cujus secantis excessum supra Radium sua Tangens habet Rationem datam, cujuscumque anguli minoris Tangens ad excessum suæ secantis habet Rationem majorem datâ; cujuscumque autem anguli majoris Tangens ad excessum suæ secantis habet Rationem minorem datâ Ratione.

ANgulus D B C sit datus, & illius Tangens D C ad D E excessum suæ secantis habeat datam aliquam Rationem. Primò sit minor angulus F B C. Dico ejus Tangentem F C ad suæ secantis excessum F Z habere majorem Rationem quàm D C ad D E. Quia angulus C F B exterior major est interno C D B ex 16. lib. 1. fiat huic æqualis angulus C F G, eruntque ex 28. lib. 1. parallelæ lineæ D B & F G, & ex 29. lib. 1. D B F & G F H alterni æquales: sunt autem B H E & F H G æquales per 15. lib. 1. ut pote ad verticem; ergo & reliquus angulus B E H est reliquo angulo F G H æqualis. Similia itaque sunt triangula, & per 4. lib. 6. ut E B ad B H, ita G F ad F H: est autem E B major quàm B H (nam B H minor est Radio B Z, cui æqualis est Radius B E) igitur & G F major est quàm F H; ergo & multò major quàm F Z. Sed quoniam G F & E D sunt parallelæ, & triangula C F G, C D E sunt æquiangula, ex 4. lib. 6. eadem est Ratio C F ad F G, quæ est C D ad D E: C F autem ad F G majorem ex 8. lib. 5. habet minorem Rationem quàm ad F Z minorem; ergo C F Tangens anguli minoris habet ad F Z excessum suæ secantis supra Radium, Rationem majorem quàm C D ad D E.

Secundò sit angulus I B C major dato angulo D B C: Dico illius Tangentem C I ad suæ secantis excessum K I habere mi-

norem Rationem, quàm C D ad D E. Quoniam externus angulus C D B major est interno C I B, fiat illi æqualis angulus C I O, & lineæ C E productæ occurrat in O, linea I O, quæ parallela est lineæ B D; & sunt anguli O I L & E B L alterni æquales, quemadmodum & anguli ad verticem in L æquales sunt. Quapropter in triangulis I O L & E B L æquiangulis per 4. lib. 6. ut L B ad B E, ita L I ad I O: est autem L B major quàm B E (nam L B major est Radio B K) ergo etiam L I, & multo magis K I major est quàm I O. Sed ut C D ad D E ita C I ad I O; ergo minor est Ratio C I ad I K majorem, quàm sit C I ad I O minorem; ergo est minor Ratio Tangentis C I ad excessum suæ secantis K I, quàm sit Ratio C D ad D E.

PROPOSITIO IV.

Differentia inter Tangentes duorum quorumlibet angulorum major est, quàm differentia inter eorum secantes.

SInt anguli B A C, B A D, eorum Tangentes B C & B D, quarum differentia C D: angulorum secantes A C & A D, secantium differentia (assumptâ A G æquali ipsi A C) est D G. Dico C D esse majorem quàm D G. Ducatur recta C G, & est triangulum C A G isosceles, ideóque angulus C G A acutus, & qui est illi deinceps, C G D obtusus, & maximus in triangulo C G D: quare per 18. lib. 1. major est C D Tangentium differentia quàm D G secantium differentia.

PROPOSITIO V.

Ratio differentiæ Tangentium ad differentiam secantium sit semper minor.

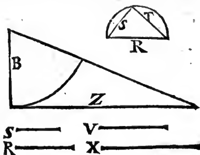
ESto anguli B A C Tangens B C, anguli B A K Tangens B K; descripto arcu C O G, differentia secantium est K O, &

& Tangentium differentia est C K. Item anguli B A D Tangens B D, & descripto arcu K H, differentia Tangentium B K & B D est K D, atque secantium A K & A D differentia est H D. Dico majorem Rationem esse C K ad K O, quàm K D ad D H. Ducantur rectæ C G & K H. In triangulis isoscelibus C A G & K A H, anguli ad basim C G minores sunt angulis ad basim K H, quia angulus C A G major est angulo K A H: quapropter angulo C G A fiat æqualis angulus I H A. Cum itaque ex 28. lib. 1. I H & C G sint parallelæ, per 2. lib. 6. ut C I ad H G, hoc est ad K O, ita I D ad D H: atqui C K major est quàm C I; ergo major est Ratio C K ad K O quàm C I ad K O ex 8. lib. 5. hoc est quàm I D ad D H. Sed I D est major quàm K D; ergo per 8. lib. 5. major est Ratio I D ad D H, quàm K D ad D H; ergo multò major est Ratio C K ad K O, quàm K D ad D H. Idem de cæteris consequentibus angulis nec dissimili methodo demonstrari poterit, minorem scilicet fieri Rationem differentiæ Tangentium ad differentiam secantium.

PROPOSITIO VI.

Dato Radio, & datâ Ratione Tangentis ad excessum secantis, invenire Tangentem & secantem, earúmque angulum.

DAtus Radius sit B, data Ratio Tangentis ad excessum secantis suprà Radium sit R ad S. Oportet Tangentem ipsam atque secantem invenire. Tangens esto A: ut R ad S ita A ad $\frac{A \text{ in } S}{R}$ excessum secantis supra Radium; igitur secans integra est B + $\frac{A \text{ in } S}{R}$; hujus quadratum est B quad. + $\frac{2 B \text{ in } A \text{ in } S}{R}$ + $\frac{A \text{ quad. in } S \text{ quad.}}{R \text{ quadr.}}$ quod ex 47. lib. 1. æquale est quadratis Radij & Tangentis simul, hoc est B quad. + A quad. Utrinque dempto B quad. tum omnibus per A divisis, deinde omnibus ductis per R quad.



demum factâ Antithesi A in R quad. —— A in S quad. æquatur 2 S in B in R. Quare revocatâ ad Analogiam æquatione, est ut R quad. —— S quad. ad 2 S in R, ita B Radius ad A Tangentem quæsitam. Tum fiat ut R ad S ita A inventa ad aliud, & erit excessus secantis, qui additus Radio B dabit quæsitam secantem.

Sit R 3, S 2: horum quadratorum 9 & 4 differentia est 5; duplum rectangulum sub R & S est 12. Igitur ut 5 ad 12, ita B Radius 100000 ad 240000 Tangentem gr. 67. 22'. 48". Iterum ut 3 ad 2 ita 240000 ad 160000 excessum secantis; Igitur addito Radio, Secans quæsita est 260000; quæ etiam in Canone respondet eidem angulo.

Itaque generatim loquendo, fiat ut differentia inter quadrata terminorum datæ Rationis ad rectangulum bis sub iisdem terminis comprehensum, ita datus Radius ad aliud, & proveniet Tangens quæsita; quæ habita facilè dabit secantis excessum in Ratione datâ.

Quòd si rem Geometricè perficere velis, circà majorem Rationis datæ terminum R describe semicirculum, & in eo accommoda minorem Rationis terminum S; nam linea T dabit quadratum, quod est differentia quadratorum ex R & ex S, ut est manifestum ex eo, quod angulus in semicirculo est rectus per 31.lib.3.& ex 47 lib.1. quadratum unius lateris circa rectum est differentia quadratorum hypothenusæ & reliqui lateris. Deinde inter alterutrum terminorum duplicatum, & reliquum terminum quære mediam proportionalem, & sit V potens quadratum æquale duplo rectangulo sub terminis datis. Quoniam verò ex 20. lib. 6. quadrata sunt in duplicatâ Ratione laterum, & T quadratum ad V quadratum est in duplicatâ Ratione T ad V; inveniatur tertia proportionalis X. Demum ut T ad X ita fiat B ad Z, quæ est quæsita Tangens, & ad angulum rectum constituta cum Radio B dabit hypothenusam secantem quæsitam, quæ cum Radio constituet quæsitum angulum.

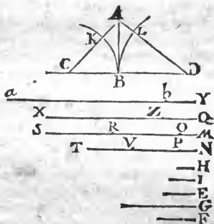
Vel etiam ex corollario prop. 2. fiat ut differentia quadratorum ex R & ex S ad S quadratum, ita duplum Radij B ad excessum secantis: deinde hic excessus inventus ad Tangentem quæsitam fiat ut S ad R; & summa ex dato Radio atque excessu invento dabit quæsitam secantem.

PROPOSI

PROPOSITIO VII.

Datâ Tangente communi duorum circulorum inæqualium, & datis Rationibus excessum Secantium ad eandem Tangentem, invenire Circulorum Radios.

SIt super lineam CD indefinitam erecta ad perpendiculum recta AB, quam in B oporteat tangere duos circulos inæquales, ita ut sit Tangens duorum angulorum inæqualium, excessus autem secantis unius sit ad datam Tangentem ut E ad G, alterius verò secantis excessus sit ad eandem ut F ad G: & hujusmodi circulorum semidiametros invenire oporteat.



Fiat ut G ad E ita AB data ad H; & ut H ad AB ita AB ad MS, ex quâ dematur MO ipsi H æqualis, reliquæ OS semissi RS æqualis sumatur BD pro Radio circuli BL. Item fiat ut G ad F ita AB data ad I; & ut I ad AB ita AB ad NT, ex quâ dematur NP æqualis ipsi I, & reliquæ PT semissi VT æqualis statuatur BC semidiameter circuli BK. Junctis CA, & DA erunt excessus secantium suprà suos Radios ad Tangentem, videlicet KA & LA ad AB in datis Rationibus.

Quia enim recta TP secta est bifariam in V, & adjecta est illi PN, per 6. lib. 2. quadratum NV est æquale quadrato VT (hoc est quadrato CB) unà cum rectangulo TNP: huic autem rectangulo, ex 17. lib. 6. æquale est quadratum AB, quæ ex constructione est media proportionalis inter PN, hoc est I, & NT. At iisdem quadratis CB & BA simul sumptis æquale

est

eſt quadratum C A ex 47. lib. 1. igitur quadratum C A æquatur quadrato N V, & linea C A æqualis eſt lineæ N V. Sunt autem V P & C K æquales (nam & æquales ſunt lineis V T & C B) ergo etiam K A reliqua æqualis eſt reliquæ P N, hoc eſt I. Cum itaque I ad A B ſit ut F ad G ex conſtructione, etiam K A ad A B eſt in eâdem datâ Ratione F ad G.

Nec diſſimili methodo utendum erit ad oſtendendum L A ad A B eſſe in datâ Ratione E ad G : id quod indicaſſe ſufficiat, nec pluribus eſt opus. Quare C B & D B ſunt quæſitorum circulorum ſemidiametri.

Propositio VIII.

Datis duobus inæqualibus circulis ſe contingentibus in B, datiſque eorum Radiis C B & D B, invenire Tangentem communem B A, ad quam ſecantium exceſſus habeant datas Rationes E ad G, & F ad G.

OPortet ſecantis exceſſum, qui ad Tangentem habet majorem Rationem, quàm alter exceſſus; pertinere ad minorem circulum; qui verò minorem Rationem habet, pertinere ad majorem circulum. Cum enim rectangula ſub exceſſibus & aggregatis ſuarum ſecantium ſuorúmque Radiorum ſint inter ſe æqualia, ut pote ex 36. lib. 3. eidem Tangentis quadrato æqualia, erit per 16. lib. 6. ut exceſſus ſecantis majoris circuli ad exceſſum minoris, ita aggregatum ex ſecante & Radio minoris ad aggregatum ex ſecante & Radio majoris. Sicut ergo eadem Tangens habet majorem Rationem ad Radium minoris circuli quàm ad Radium majoris, ſubtendítque majorem angulum in circulo minori quàm in majori; ita ſuæ ſecantis exceſſus habet majorem Rationem ad eandem Tangentem, quàm exceſſus ſecantis minoris anguli in circulo majori.

Sit itaque major Ratio F ad G quàm E ad G, & pertinebit ad circulum minorem. Fiat ut F ad G ita G ad Q X, ex quâ dematur Q Z æqualis ipſi F. Tum fiat ut X Z ad Z Q, ita minoris Radij duplum T P ad P N: & inter P N & N T inveniatur media proportionalis B A, quam ex B ad perpendiculum erectam

erectam jungat cum centro C rectâ C A : nam K A ad Tangentem A B habet datam Rationem F ad G. Cùm enim eadem A B, quæ ex constructione est media inter P N & N T, sit etiam ex 36. lib. 3. & 17. lib. 6. Media inter K A & A C B, & extremarum N T & A C B excessus supra sibi respondentes extremas P N & K A sint ex constructione æquales (sunt scilicet P T & K C B duplum Radij C B) etiam ipsæ extremæ sunt æquales, nimirum N T æqualis ipsi A C B, & P N, æqualis K A. Atqui ut X Z ad Z Q, ita ex constructione T P ad P N, & componendo atque convertendo ut Z Q ad Q X ita P N ad N T; ergo etiam ut Z Q ad Q X ita K A ad A C B. Quare sicuti Z Q ad Q X est duplicata Rationis F ad G ex constructione, etiam K A ad A C B est ejusdem Rationis F ad G duplicata; ergo K A ad mediam A B, hoc est Excessus secantis ad Tangentem, est ut F ad G.

Eâdem methodo fiat ut E ad G ita G ad Y *a*, ex quâ dematur Y *b* æqualis ipsi E : & fiat ut *ab* ad *b* Y, ita Radij majoris B D duplum S O ad O M; atque inter O M & M S erit media proportionalis eadem A B : similique ratiocinatione ostendetur excessum L A ad Tangentem A B esse in datâ Ratione E ad G.

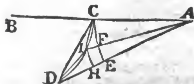
Ut in praxim res faciliùs deduci queat, exemplo illustretur. Sit Radius minor C D 12, F ad G ut 16 ad 35 : inveniatur his tertia proportionalis Q X 76 $\frac{9}{16}$. Dematur F 16, remanet X Z 60 $\frac{9}{16}$. Fiat ut 60 $\frac{9}{16}$ ad 16, ita Radij duplum T P 24 ad P N 6 $\frac{2}{5}$ proximè. Est ergo N T 30 $\frac{2}{5}$. Inter 6 $\frac{2}{5}$ & 30 $\frac{2}{5}$ media est 14.

Item sit Radius major B D 18, E ad G ut 12 ad 35 : inveniatur his tertia proportionalis Y *a* 102 $\frac{1}{2}$, & auferatur E 12, remanet *a b* 90 $\frac{1}{2}$. Fiat ut 90 $\frac{1}{2}$ ad 12, ita Radij duplum S O 36 ad O M 4 $\frac{7}{9}$. Est ergo M S 40 $\frac{7}{9}$. Inter 4 $\frac{7}{9}$ & 40 $\frac{7}{9}$ est media proportionalis 14 : in his autem exemplis neglectæ sunt fractiunculæ.

PROPOSITIO IX.

Si duorum circulorum se exteriùs contingentium centra jungat recta linea, & ab unius centro ad alterius convexam peripheriam rectæ ducantur, subtensa arcus abscissi major est quàm differentia linearum angulum in illo centro constituentium.

DUorum circulorum centra sint A & B, qui se tangant in C, & jungat centra recta A B. Ex centro A in alterius convexam peripheriam ducatur recta A D abscindens arcum C D. Dico linearum A D & A C angulum in centro A constituentium differentiam E D minorem esse subtensâ C D. Quia ex 20. lib. 1. duæ lineæ A C & C D simul majores sunt rectâ A D; auferantur A C & A E æquales, remanet C D major quàm E D. Simili ratione C I major est quam I F. & si sumatur angulus I A D, etiam I D major est quàm D H differentia inter A I & A D, quia in triangulo A I D duo latera A I & I D majora sunt reliquo D A, demptísque æqualibus A I & A H remanet I D major quàm D H.

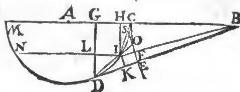


PROPOSITIO X.

Si duo circuli se exteriùs contingant, & in uno æquales arcus sumantur, ad quorum extremitates ducantur rectæ à centro alterius circuli; differentia sinuum arcûs simpli & dupli ad differentiam Excessuum harum rectarum supra suum Radium habet minorem Rationem, quàm sinus arcûs simpli ad Excessum lineæ ad ipsum ductæ.

SInt duo circuli, quorum centra A & B, se contingentes in C, sumantur æquales arcus C I & I D, ad quos ex centro B ducantur

ducantur rectæ BI & BD secantes circulum CE in F & E: Radium B excedunt excessibus FI & ED, qui ex 8. lib. 3. inæquales sunt, & major est ED quàm FI differentiâ KD. Arcuum subtensæ CI & ID æquales sunt, sinuum IH & DG differentia est LD. Dico majorem Rationem esse HI ad IF, quàm LD ad DK.



Primò ducantur rectæ EF, KI: EF autem producatur ita, ut occurrat rectæ DI productæ in O. Quia triangula BFE & BIK sunt isoscelia, & angulus BEF æqualis est angulo BKI, rectæ EO & KI ex 28. lib. 1. sunt parallelæ: igitur ex 2 lib. 6. in triangulo DOE ut DI ad IO, ita DK ad KE: Atqui DI major est quàm IO, ergo etiam DK major quàm KE. Probatur autem DI majorem esse quàm IO; quia DI æqualis est ipsi CI ex hypothesi; punctum verò O est extra circulum CE, quem linea EFO secat: ergo linea EF producta occurrit lineæ IC citrà punctum C in S. Sed quoniam angulus BEF est acutus, qui est illi deinceps DEO est obtusus; ergo per 16. lib. 1. externus DOS multo magis est obtusus: ergo per 19 lib. 1. major est IS quàm IO, ergo multò major est IC quàm IO, hoc est ID major est quàm IO.

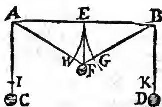
Deinde angulus MCI major est angulo NID, majori enim arcui MDI ille insistit, hic autem minori ND ex 33. lib. 6: triangula verò HIC & LDI rectangula æquales habent hypothenusas, hoc est Radios CI & ID, ergo majoris anguli HCI major est sinus HI; minoris verò anguli LID minor est sinus LD. Igitur ex 8. lib. 5. HI major ad KE, hoc est ad IF, habet majorem Rationem quàm ad eandem KE habeat LD minor: & eadem LD habet minorem Rationem ad DK majorem quàm ad KE minorem: Ergo HI ad IF majorem habet Rationem, quàm LD ad DK.

CAPUT XII.

Præponderatio & Æquilibritas gravium fune suspensorum consideratur.

PRopositum est lib. 2. capit. 5. Experimentum, cujus hîc symptomata explicanda, causam afferendo omninò consonam iis, quæ sæpiùs inculcata sunt. Funiculi extremitatibus alligantur pondera prorsùs æqualia; tùm claviculis duobus à se invicem aliquo intervallo disjunctis, sed in eâdem horizontali lineâ constitutis (exquisitè tamen, quoad ejus fieri poterit rotundis atque politis, ne suâ asperitate motui impedimento sint) funiculus imponitur. Deinde tertium pondus assumitur duobus illis simul acceptis levius, aut singulis illis æquale, aut etiam illis minus, & funiculo inter utrumque claviculum adnectitur: hoc sibi dimissum ita duobus illis ponderibus, quæ ob gravitatis æqualitatem sibi mutuo nisu obsistebant, ne moverentur, prævalet, ut ipsum descendens vi suæ gravitatis cogat utrumque illud ascendere. Id quod admiratione carere non potest, cum duo majora pondera, suum æqualem conatum singula vicissim elidentia, conjunctis viribus minori gravitati præstare non valeant.

Funiculo C A B D jungantur æquales gravitates C & D ex claviculis A & B pendentes, quæ æqualiter deorsum connitentes, sibique æqualiter repugnantes, ne ascendant, quiescunt. Adnectatur in E pondus: huic etiamsi minori illæ gravitates C & D omninò obsistere non possunt, quin ex E descendat in F ex. gr. & funiculum trahens cogat illas ascendere C quidem in I, D verò in K. Quapropter funiculo E B D æqualis est funiculus F B K, & funiculo E A C æqualis est funiculus F A I: cum autem rectæ B E & B G æquales sint (nam centro B, intervallo B E descriptus est arcus)



arcus) his ablatis, BD æquatur ipsi FG plus BK; & demptâ communi BK, remanet GF æqualis ipsi DK. Eâdem ratione HF ostenditur æqualis ipsi CI. Est igitur mensura motûs ponderum C & D ascendentium HFG, ponderis verò intermedij descendentis EF. At ex prop. 1. capitis superioris Tangens EF major est secantis BF excessu GF, item secantis AF excessu HF: contingit autem aliquam Tangentem majorem esse utroque excessu simul sumpto: potest igitur gravitas minor velociùs descendens præstare utrique ponderi tardiùs ascendenti.

Quamdiu itaque spatium descendentis per Tangentem majus est spatio ascendentium, quod metitur excessus secantium, ita ut Ratio motûs descendentis ad motum ascendentium major esse possit Ratione, quam habent pondera extrema ad pondus intermedium; hoc minore illa majora præponderantur. Ubi verò eò ventum sit, ut jam neutra Ratio alteri præstet, tunc pondera subsistunt, & quies est. Si demùm ponderi intermedio pondus addatur, vel vis aliqua inferatur ponderis vicem subiens, utique adhuc descendit, quia Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium auctum facta est minor; sed sublato hoc ponderis additamento, illa extrema majorem habent Rationem ad pondus intermedium, quàm possit esse motuum reciprocè sumptorum Ratio; ac proindè illa descendentia hoc tantisper elevant, dum fiat Rationum æqualitas.

Non est autem hîc opus ea, quæ uberiùs superiore libro explicata sunt, replicare, videlicet, gravium resistentiam, ne moveantur, non esse attendendam penès ipsam gravitatem dumtaxat, verùm etiam motûs, qui situm ipsum atque positionem consequeretur, velocitate aut tarditate dimetiendam; hanc verò unius tarditatem cum alterius velocitate comparari non posse nisi ex longitudine spatiorum, quæ utrumque eodem temporis intervallo percurreret. Ex quo manifestâ consequutione conficitur satis esse, si spatiorum inæqualitas aut æqualitas ostendatur; ut præponderatio aut æquilibritas innotescat: ac propterea satis est hîc secantium excessus cum Tangente comparare; hæc enim ponderis intermedij, illi ponderum extremorum motum definiunt.

Quapropter animum in rem ipsam attentiùs intendentes observamus descendentis ponderis intermedij funiculum BFA

cum horizontali lineâ BA angulos constituere ad B & A primùm quidem acutissimos, deinde majores & majores; ac propterea Tangentis ad Excessum secantis Rationem semper minui ex propos. 3. ideóque tandem ad eam deveniri Rationem, quæ non sit major Ratione ponderum reciprocè sumptorum. Quid igitur mirum, si tandem fiat quies, ubi non est Rationum inæqualitas? Vicissim autem quia ponderum certa est Ratio; certa est etiam Ratio Tangentis ad Excessum secantis certi cujusdam anguli; igitur ex eâdem prop. 3. minoris anguli Tangens ad Excessum suæ secantis majorem habet Rationem, quàm sit Ratio ponderum reciprocè: ideóque pondus in E constitutum positionem habens, ex quâ aliquis major motus deorsum consequi potest, quàm ascendant extrema pondera, descendit, & superat eorum resistentiam. Sed quoniam suppositâ extremis ponderibus manu ita elevare ea possumus, ut pondus intermedium descendens funiculumque intendens constituat ad B & A angulos, quorum communis Taugens EF habeat ad Excessum secantium HFG Rationem minorem, quàm sit reciprocè Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium, satis constat, cur illa extrema præponderent, cùm & plus gravitatis & majora momenta, hoc est propensionem ad majorem motum, obtineant. Quamvis enim ex prop. 4. differentia inter Tangentes duorum in eodem circulo arcuum inæqualium major semper sit differentia, quæ inter eorumdem secantes intercedit; quia tamen ex prop. 5. Ratio hæc semper fit minor, quò anguli augentur, idcircò si Tangens sit duobus circulis communis, fieri potest, ut utriusque circuli secantium differentiæ simul sumptæ majores sint ipsâ Tangente, vel saltem Tangens ad illas simul sumptas eam habeat Rationem, quæ minor sit Ratione ponderum reciprocè.

Et ut veritas exemplis ante omnium oculos posita nullum dubitationi locum relinquat, data sit Ratio extremorum ponderum ad pondus intermedium, & inquiratur Tangens similem Rationem habens ad utriusque secantis Excessum: intelligatur autem hîc facilitatis gratiâ punctum E omninò æqualiter distans ab A & B ita, ut æquales etiam sint secantium excessus HF & GF. Et primò quidem ponatur pondus medium æquale singulis extremis. Est igitur quæsita Ratio dupla Tangentis

EF

EF ad Excessuum summam HFG, cujus summæ semissis est GF, atque adeò Ratio Tangentis EF ad GF est quadrupla, hoc est ut 4 ad 1. Ergo ex corollar. prop. 2. ut quadratum Excessûs ad differentiam inter quadrata Excessûs & Tangentis (sunt autem quadrata 1 & 16) hoc est ut 1 ad 15, ita excessus secantis ad duplum Radij BE. Quare Excessus secantis ad Radium BE est ut 1 ad 7 $\frac{1}{2}$. Posito igitur Radio BE 100000, Excessus secantis GF est 13333 $\frac{1}{3}$, & ejus quadrupla Tangens EF 53333 $\frac{1}{3}$ dat angulum EBF gr. 28. 4'. 21", cujus secans BF est 113333 $\frac{1}{3}$. Distantia AB statuatur pedum quatuor, hoc est digitorum 64: est BE dig. 32. Igitur ut BE 100000 ad GF 13333, ita BE dig. 32. ad GF dig. 4 $\frac{1}{4}$. & Tangens hujus Excessûs quadrupla erit descensus EF dig. 17, ascensus verò DK aut CI dig. 4 $\frac{1}{4}$ singuli, & ambo simul 8 $\frac{1}{2}$. In omnibus igitur angulis minoribus angulo gr. 28. 4'. 21". Ratio Tangentis ad Excessuum secantium summam major est Ratione duplâ, quæ est ponderum Ratio, in angulis verò majoribus minor est Ratione duplâ: ac propterea ibi pondus intermedium superat extrema, hîc superatur ab illis, & quiescunt in invento angulo gr. 28. 4'. 21".

Generaliter autem ut invenias, quantum ascendere possint extrema pondera vi ponderis medij descendentis, sit nota Ratio ponderum: tùm minoris termini Rationis datæ semissem accipe (quia unicus Excessus hîc sumitur, & pondus medium æquali intervallo distat ab A & B) & hujus semissis quadratum deme ex quadrato termini majoris: Deinde fiat ut hæc quadratorum differentia ad quadratum illius semissis, ita duplum Radij, hoc est tota claviculorum distantia AB ad aliud, & erit Excessus unius secantis, quæ est mensura ascensûs æqualis ponderum DK aut CI.

Ponderum extremorum Ratio simul sumptorum ad intermedium sit ex. gr. ut 7 ad 6: termini minoris 6 semissis est 3, cujus quadratum 9 ex 49 quadrato termini majoris 7 deme, & est differentia 40. Distantia claviculorum A & B sit digitorum 80; fiat igitur ut 40 ad 9 ita 80 ad 18, & vi ponderis illius intermedij poterunt extrema pondera ascendere dig. 18. Ut verò innotescat, quantum descendat pondus medium, inter Excessum

ſecantis 18, & 98 ſummam ſecantis & Radij, quære mediam proportionalem, & ex prop. 2. hæc eſt Tangens dig. 42: duplicatus autem 18 pro utroque exceſſu ſecantis dat 36, atque motuum Ratio 42 ad 36 eadem eſt cum reciprocâ Ratione ponderum 7 ad 6. Quòd ſi angulum EBF tantummodo quæris, quem funiculus FB conſtituit cum horizontali AB, fiat ſimiliter ut 40 ad 9 ita Radij duplum 200000 ad 45000 Exceſſum Radio addendum, ut habeatur ſecans 145000 gr. 46. 24'.

Ex his facilè intelligitur cur pro majore claviculorum A & B intervallo pondus medium magis deſcendat, quia ſcilicet attendenda eſt anguli magnitudo, ex quâ pendet Tangentis & ſecantis Ratio; ubi verò major eſt Radius, majorem quoque eſſe ſimilis anguli Tangentem atque ſecantem manifeſtum eſt. Quare ſi exiguum ſit pondus medium, & vix appareat, an ab illo extrema pondera eleventur, atque dubitetur, an ideò ſolùm illud deſcendat, quia funiculum magis intendit; adhibe longiorem funiculum, cui eadem pondera adnectas, & augeatur, quantum opus fuerit, claviculorum A & B intervallum; demum enim apparebit extremorum ponderum aſcendentium motus: acutiſſimus ſcilicet angulus in majore circulo habet ſecantis Exceſſum ſuprà Radium faciliùs notabilem quàm in minore. Sic vides poſito Radio habente unitatem cum ſeptem cyphris, non inveniri Exceſſum ſecantis niſi gr. 0. 1'. 10''. unitatem: at poſito Radio cum quindecim cyphris, habetur ejuſdem anguli ſecantis Exceſſus ſupra Radium partium 57585857: immò habetur etiam unius ſecundi ſecans, cujus Exceſſus ſupra Radium eſt 11752.

Hinc etiam deſines mirari, cur longiores funes aut catenæ nullâ vi ita intendi poſſint, ut in lineâ horizonti parallelâ rectam poſitionem habentes conſiſtant, ſed aliquantulum ſaltem inflectantur; quia nimirum inſitum funi aut catenæ pondus idem præſtat, quod in hoc experimento pondus in medio appenſum. Id quod nautæ non ignorantes ſæpius malunt uni anchoræ funem duplo longiorem adnectere, quàm duabus anchoris ſimplici & ſubduplo fune inſtructis navem firmare: nôrunt ſiquidem longè majore vi opus eſſe ut funis longitudinem habens ducentorum cubitorum intendatur, quàm ſi centum tantummodo cubitorum longitudo eſſet; ac proinde undarum impetum

impetum longior funis faciliùs eludit, eóque minùs timendum eſt, ne dirumpatur, quò difficiliùs intendi poteſt.

Simile quiddam dicendum videtur, cùm longiorum priſmatum aut cylindrorum extremitates ſubjectis fulcris totam longitudinem horizonti parallelam in aëre quaſi ſuſpenſam ſuſtinent; ſuo enim pondere ſi non franguntur, ſaltem curvantur; id quod brevioribus cylindris aut priſmatis non contingit. Quia videlicet ex ipsâ poſitione partes, quæ in mediâ longitudine locum obtinent, & quæ his proximæ ſunt, aptæ ſunt velociùs moveri quàm remotiores: & quemadmodum pondus in medio poſitum deſcendens vincit reſiſtentiam extremorum ponderum aſcendentium, ita vis harum partium mediarum ſuperat vim, quâ partes invicem nectuntur, ac proinde diſtractæ flectuntur ſaltem, & demum ſeparantur.

Sed antequam planè ex animo effluat, unum hîc obſervandum (de quo fortaſſe maluiſſes initio præmoneri) aliud eſſe quod ex naturæ inſtituto, aliud quod ex iis, quæ accidunt, contingit. Quæ hactenus diximus de Ratione motuum ſpectatis ponderum gravitatibus, intelligenda ſunt, niſi quid interveniat, quod legem hanc infringat; cujuſmodi eſt aliqua funiculi remiſſio, vel minor intenſio, ita ut hic faciliùs à medio pondere deſcendente adhuc intendatur, quàm extrema pondera eleventur; ubi enim eò devenerit pondus medium, ut intentus funiculus cum lineâ horizonti parallelâ angulum faciat, cujus Tangens ad ſecantium Exceſſus Rationem habet reciprocam ponderum, ibi ſubſiſtit, etiamſi extrema pondera elevata non fuerint niſi juxtà menſuram differentiæ ſecantium duorum angulorum, ejus videlicet quem demum funiculus conſtituit, & ejus qui funiculi remiſſionem ipſo motûs initio conſequitur: quia ulterior deſcenſus ad ulteriorem aſcenſum non haberet majorem Rationem, ſed minorem Ratione ponderum reciprocè ſumptorum. Quòd ſi valde inæqualia fuerint pondera, evenire poteſt totam vim deſcendendi, quam pondus medium habet, abſumi in funiculo intendendo, nec quicquam virium ſupereſſe ad extrema pondera attollenda.

Húc etiam ſpectat impedimentum, quod ex funiculi claviculos terentis conflictu oritur; cùm enim deſcendentis ponderis medij momentum ſemper decreſcat, ut ex prop. 5. conſtat,

adeò extenuari poteſt, ut jam ſuperare non valeat extremorum ponderum aſcendentium momenta aucta momento, quod ex partium conflictu oritur; qui conflictus ſi non adeſſet, pergeret illud adhuc deſcendendo. Propterea ſi claviculos ipſos congruentibus rotulis inſeras, adeò ut funiculus excavatæ abſidi inſideat, longè majorem motum faciliúſque perfici videbis; minùs enim rotula cum ſuo axe confligit, quàm funiculus cum claviculo, ſi illum terat; & quidem quò major fuerit rotula, circa eundem axem faciliùs volvitur, minor ſiquidem partium tritus fit, ſi cætera omnia ſint paria. Simili modo ſi pondus medium plus æquo per vim deprimas, faciliùs ſuum in locum redibit adhibitis rotulis, quàm ſi funiculus claviculis inſiſteret: quia pondera extrema ſuperare non valent & gravitatem ponderis medij & impedimentum, quod oritur ex majori tritu funiculi & claviculorum, quàm rotularum & axium. Obſervabis etiam adhibitis rotulis pondus medium ſibi relictum tanto impetu à lineâ horizonti parallelâ deſcendere, ut ex concepto impetu fines ſuos tranſiliat, ac idcirco deſinente impetu, quem in motu acquiſivit, iterum ſurſum trahi ab extremis ponderibus, quæ ſicut minorem Rationem habebant ad gravitatem ponderis medij auctam impetu acquiſito, ita majorem Rationem habent ad eandem ſpoliatam illo impetu.

Porrò hæc quæ hactenus de pondere in mediâ planè diſtantiâ inter claviculos aut rotulas conſtituto dicta ſunt, intelligenda ſunt pariter de pondere claviculorum intervallum inæqualiter dividente, quod quidem ſpectat ad æquilibrium aut præponderationem propter Rationum æqualitatem aut inæqualitatem. Peculiare tamen aliquid obſervandum eſt, videlicet aliquando contingere, ut hoc pondere medio deſcendente pondus proximum aſcendat, remotum verò deſcendat, utróque autem pondere extremo aſcendente magis aſcendere quod proximum eſt, minùs quod remotum. Hujus inæqualis aſcenſûs (ſi pondus medium rectâ ad perpendiculum deſcendat) cauſa in promptu eſt ex iis, quæ prop. 8. indicata ſunt, nam ejuſdem Tangentis quadrato æqualia ſunt, atque adeò & inter ſe æqualia, rectangula, quæ fiunt ſub Exceſſu ſecantis & aggregato ſecantis & Radij: ſunt igitur ex 14. lib. *6.* Exceſſus ſecantium reciprocè in Ratione aggregatorum ſecantis & Radij:

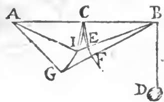
dij: quapropter ubi major est Radius & secans, ibi minor est secantis Excessus, hoc est remoti ponderis ascensus, & contra ubi minor est Radius & secans, ibi major est secantis Excessus, hoc est ponderis proximi ascensus.

Cur autem aliquando proximum pondus ascendat, atque remotum descendat, quando nimirum valde inæquales sunt ponderi medij à claviculis distantiæ, hinc fit, quod idem pondus ex longiore funiculo majorem habet vim descendendi, quam ex breviore; cui majori momento cum resistere debeat pondus proximum, faciliùs cedit descendenti, atque adeò non rectâ deorsum tendit pondus medium, sed obliquè, accedendo ad pondus remotum, quod propterea descendit. Sic positum pondus in E valde inæqualia habet momenta comparatum cum extremis ponderibus D & C, quæ in punctis B & A exercent suas vires adversùs pondus medium; quod ubi infrà horizontalem A B descenderit, illico inæquales angulos cum horizontali lineâ A B constituit inflexus funiculus; ut si intelligatur pondus ex E venisse in F, angulus F B A major est angulo F A B ex 18. lib. 1. quia latus A F est majus latere F B. Igitur angulus F B D, quem funiculus inflexus F B facit cum perpendiculari B D minor est angulo F A C; ergo ex dictis lib. 1. cap. 15. pondus in F minora habet momenta ad descendendum versùs perpendiculum B D, quàm ad descendendum versùs A C, & quidem duplici titulo, scilicet anguli F B D minoris, & funiculi F B brevioris. Cum itaque pondus illicò ac ex E descendit magis pronum sit ad descendendum versùs perpendiculum A C, non per rectam E F perpendicularẽ descendit; sed obliquè per lineam E G, ita ut funiculus G A brevior sit funiculo E A, ac propterea cedit ponderi C deorsum trahenti. Et quia funiculus G B longior est funiculo F B, & multo magis funiculo E B, propterea aliquando contingere potest pondus D magis ascendere, quàm ascenderet, si E fuisset planè in mediâ distantiâ inter A & B. Ex quo etiam fit descensum perpendicularem ponderis medij minorem esse; nam punctum G

minùs distat ab horizontali A B, quàm punctum F, & tamen major est differentiá inter E B & G B; ideò minor est Ratio I G ad Excessum G L, quàm E F ad Excessum F O.

Hanc momentorum inæqualitatem perspicies, si pondus medium singulis extremis æquale inter claviculos æqualiter constitutum descendere permittas, suóque in loco cõsistere; cùm enim æqualis sit funiculorum illud sustinentium longitudo, & æquales faciat angulos tùm cum horizontali, tùm cum perpendicularibus, contra utrumque extremum æqualibus momentis pugnat, ac rectâ ad perpendiculum descendit. Tum alteri extremorum aliquid adde ponderis; hoc utique descendens secum rapit & ponderis medij & reliqui extremi gravitates, quas cogit ascendere, donec ea fiat funiculorum inæqualitas, ut momenta, quæ pondus medium habet ad descendendum ratione distantiæ à claviculo remotiori, jam superari non valeant à pondere illo extremo cum suo additamento.

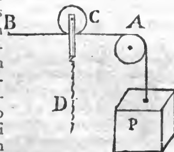
Nec dispar est philosophandi methodus, cum funiculi extremitas alterutri claviculo alligatur, unico pondere in alterâ extremitate pendente ex altero claviculo: pondus enim inter claviculos funiculo adnexum, quia velociùs movetur descendendò, quàm reliquum pondus ascendendo, superare potest illius gravitatem. Sit enim funiculus alligatus in A, & pendeat pondus D ex claviculo B: pondus (utrùm æquale sit, an majus, an minus, parum refert) adnectatur in C: utique descendens describit arcum C I circa centrum A; est autem funiculus I B longior quàm C B ex 8. lib. 3. Sed quoniam duo latera B C & C I simul majora sunt reliquo latere I B ex 20. lib. 1. major est recta C I, & multo magis arcus C I spatium quod percurrit pondus medium descendens) quàm I E Excessus lateris I B supra C B, hoc est mensura motûs ponderis D ascendentis. Quia verò ponderis medij descendentis circa centrum A momenta decrescunt ex dictis lib. 1. cap. 15. circa centrum autem B decrescunt quidem, quia minor fit angulus declinationis à perpendiculo G B D, sed decrementum hoc temperatur, quia momenta crescunt ratione longitudinis funiculi, quæ semper augetur ex 8. lib. 3.



lib. 3. propterea ad momentorum æqualitatem venit, ubi demùm quiescit. Quantum autem descendat, pendet ex ipsius ponderis gravitate absolutâ sive majori, sive minori, sive æquali comparatâ cum pondere D, & ex distantiâ à centro A: si enim valde propinquum sit centro, parùm descendit, etiamsi cæteroqui gravius sit; & si per vim adhuc deprimatur, ut veniat in G, cessante vi extrinsecùs illatâ pondus D descendens illud iterum attollit.

Cave tamen ponderis medij descendentis momenta metiaris ex arcu, quem describit, sed potiùs illa definienda sunt ex ipso descensu perpendiculari, cum moveatur vi suæ gravitatis. Quoniam verò æqualibus arcubus descriptis non respondent paria perpendicularium linearum incrementa ex prop. 10. sed semper minora fiunt; contra verò incrementa secantium augentur, hinc est deveniri ad momentorum æqualitatem, ita ut pondus medium gravius pondere extremo aptum sit minùs descendere quàm illud ascenderet secundùm reciprocā Rationē gravitatum.

Hinc elici potest compendium aliquod in attollendo pondere cæteroqui valde gravi; sit enim pondus P attollendum fune circumducto rotulæ A: quò longior funis potest alligari in B, eò faciliùs sequetur motus, si ad servandam in mediâ distantiâ positionem potentiæ moventis simplicem trochleam aut annulum in C addideris, cui inseratur funis B A: nam applicata potentia in D deorsum trahens multo faciliùs attollet pondus P, quàm si arreptâ funis extremitate B idem onus elevare conaretur ad eam altitudinem, ad quam attolleretur à pondere in C adnexo, quod æqualibus viribus præditum esset cum potentiâ in D trahente. Ubi jam sit attollendi difficultas, suppone aliquid ponderi P, cui illud incumbat, nec contra funem conetur: tùm iterum funem intende, & alliga in B, ut sit A B horizonti parallelus, & iterum in D deorsum trahens priorem facilitatem experieris: id quod toties iterari poterit, quoties opus fuerit.



Ex his omnibus, quæ toto hoc capite disputata sunt, manifestum est non referendas esse machinarum vires ad Rationes

circuli aut Vectis, quandoquidem hic videmus minori pondere majus pondus moveri absque ullo motu circulari.

CAPUT XIII.

An aliqua sit Libræ obliquæ utilitas.

Libram obliquam vocat Simon Stevinus Static. lib.3.prop.6. rotulam L funiculi in excavatâ apside capacem pondus cum æquipondio jungentis, & in suo loculamento facillimè versatilem, cujus particula extans E possit pro re natâ eximi, atque iterum inseri foraminibus, quibus exactè congruat, tigilli P firmè infixi pedi satis gravi, ne valeat à ponderis examinandi gravitate rapi & inclinari. Hanc ille ad ponderum obliquorum momenta investiganda utilem existimavit, eamque sæpiùs ingerit Static.lib.1.prop.19.& seqq. quamvis semper illam cum elevante directo conjunctam adhibeat. Propterea, an aliquid ex illâ emolumenti, si solitaria adhibeatur, capere possimus in ponderum momentis investigandis sivè suspensorum, sivè in plano inclinato jacentium, hîc examinare operæ pretium fuerit; nam & à superioris capitis argumento non aliena videtur esse præsens disputatio.

Antequam verò rem aggrediar, monendum te censeo, Amice Lector, opportunius accidere, si tigilli perforati loco cylindrum in cochleam efformatum statueris, cui congruat in similem helicem excavatum foramen S in rotulæ L loculamento: sic enim faciliùs elevabitur aut deprimetur rotula, prout exiget ipsius ponderis positio.

Dupliciter itaque contingere potest ponderis obliquitas, seu quia suspensum non in eodem perpendiculo, in quo est punctum suspensionis, habet centrum suæ gravitatis, seu quia plano inclinato incumbit; utroque enim in casu momenta habet ad descendendum, quæ communi librâ aut staterâ vestigare utique non possumus: an libræ obliquæ ope id assequemur? Et primò quidem si pondus examinandum è funiculo suspensum fuerit, ejusque momenta pro variâ declinatione à suo perpendiculo inquirantur

rantur, res manet incerta, si in praxim deducatur, quia plurimum interest, quâ obliquitate inclinetur, atque à suo perpendiculo deflectat funiculus libræ obliquæ, si maximè cum diversâ obliquitate jungatur dispar funiculi illius longitudo. Nam ex A suspendatur pondus B habens B A C angulũ declinationis à suo perpendiculo A C; & primùm sit libra obliqua D, itaut æquipõdium E retineat pondus B in eodem situ: deinde transferatur libra obliqua ex D in F, & æquipondium G retineat pariter in eodem situ pondus B cum declinationis angulo B A C. Si in eâdem rectâ lineâ sint B D F, nulla est momentorum inæqualitas, quamvis disparitas intercedat inter funiculi longitudines B D, & B F. Sin autem F paulo superior fuerit aut paulo inferior, jam B D & B F angulum in B constituunt, & momenta mutantur. Quoniam enim I E & H G perpẽdiculares sunt parallelæ, in easque incidit recta B D F producta, anguli B I E, & B H G sunt æquales per 29. lib. 1. at verò si libra obliqua F non planè in eâdem rectâ lineâ, sed superiore loco collocaretur, angulum constitueret cum perpendiculo H G acutiorem, & inferiùs posita angulum efficeret minùs acutum. Quare pondus B, quò acutior est angulus, & magis accedit ad perpendiculũ F G, eò etiam magis conatur contra F, & ad æquilibrium exigit majorem gravitatem in G, quàm cum angulus est minùs acutus. Id quod experimento allato superiori capite manifestum fit; si enim funiculi extremitates jungant pondera inæqualia, pondus intermedium magis accedit ad perpendiculum, in quo est major gravitas. Hinc quia valde incertum est in praxi, utrùm B, D, & F in eâdem sint rectâ lineâ, propterea etiã incertũ erit ex gravitate ponderis G inferre, quanta sint ponderis B momẽta cum declinatione B A C: Nisi fortè duplicẽ instituas libræ obliquæ positionem in D, & in F atque eodẽ semper põdere tam in E quàm in G retineatur pondus B in positione eâdẽ. Ita tamẽ collocanda est libra obliqua, ut angulus A B D sit rectus; ex illo quippe æstimatur planũ inclinatũ, in quo pondus B conatur descendere, ut dictũ est lib. 1. cap 15. alioquin si acutus fuerit aut obtusus ille angulus, quàmvis in eâdem declinatione B A C retineatur, valde inæqualia apparebunt momenta. Quis autem de

anguli

anguli illius rectitudine certus fuerit? cùm maximè rectam D B oporteat ad perpendiculum insistere lineæ jungenti punctum A suspensionis cum centro gravitatis ponderis B. Ex pondere itaque, quod est in E, aut in G, nemo potest certò definire momenta ponderis B suspensi.

At si dato quopiam plano inclinato jaceat pondus, velísque librâ hujusmodi obliquâ explorare, quanta habeat pro eâ plani inclinatione ad descendendum momenta, ego sanè nihil certi affirmare auderem; quippè qui semper incertus hærerē, an æquipondium libræ obliquæ indicaret ipsa momēta ponderis in plano inclinato pro ratione inclinationis; nam plani subjecti non omninò lubrica superficies, & ponderis illi incumbentis asperitas impedientes motum, non nihil detrahunt momenti ad descendendū. Cum verò pro diversa inclinatione planū inæqualiter prematur ab insistente pōdere, adhuc eadem superficierū se contingentiū asperitas magis obsistit motui, quò major est plani inclinatio declinans à perpendiculo. Quare adhuc magis incerta essent momenta, quæ ab æquipondio libræ obliquæ indicarentur.

Nihil aliud itaque commodi hinc sperari potest præter notitiā momenti, quod planorum asperitas detrahit momēto descendendi. Si enim nota sit ponderis dati gravitas absoluta, & plani inclinatio innotuerit, videlicet angulus, quem planum inclinatū cum plano horizontali constituit, fiat ut Radius ad Sinum noti anguli inclinationis, ita gravitas absoluta dati ponderis ad momēta, quæ habet in plano inclinato: Tum librâ obliquâ exploretur, quanto æquipondio opus sit ad retinēdum pondus in plano inclinato, ne deorsum labatur: nam differentia inter gravitatem æquipondij, & momenta inventa pro tali inclinatione indicabit, quantum impedimenti oriatur ex planorū se contingentium asperitate, si æquipondij gravitas minor sit momentis, quæ ab hujusmodi inclinatione exiguntur. Sic ex. gr. sit ponderis dati absoluta gravitas unciarum 30, inclinationis angulus dati plani cum plano horizōtali sit gr. 60. fiat ut 100000 Radius ad 86603 Sinum gr. 60. ita 30 ad 25.98″. Si applicata libra obliqua æquipondium habeat solùm unc. 24, manifestum est à planorum asperitate detrahi momenti partem ferè decimam tertiam, cùm desint justo æquipondio ferè unciæ 2. Verùm & hîc observandum, opus esse funiculi, à quo pondus retinetur, parallelismum cum plano inclinato, prout ex iis, quæ de obliquis tractionibus lib. 1. cap. 16. dicta sunt, satis constat.

MECHA



MECHANICORUM LIBER QUARTUS.

De Vecte.



HACTENUS de instrumentis ad movenda pondera idoneis nihil, nisi fortassè obiter, dictum est: jam ad illa explicanda accedimus, quibus veteres facultatibus nomen indiderunt. Quamvis autem in quinque facultatibus enumerandis primum locum Vecti Pappus lib. 8. Collect. Math. non tribuat, placuit tamen de Vecte ante cæteras facultates disserere, est siquidem paratu facillimus, & ad subitum usum promptissimus, atque censeri potest, ut idem Pappus loquitur, *fortasse præmeditatio motûs circa excedentia pondera: statuentes enim quidam magna pondera movere (quoniam primùm à terrâ attollere oportet, ansas autem non habebant) quòd omnes partes basis ipsius ponderis solo incumberent, paulùm suffodientes, & ligni longi extremitatem subjicientes sub onus, adducebant ex alterâ extremitate, supponentes ligno prope ipsum onus lapidem, qui Hypomochlium appellatur. Cúmque illis visus esset hic motus valde facilis, existimaverunt fieri posse, ut hoc pacto magna pondera moverentur. Vocatur autem tale lignum Vectis, sive quadratum sit, sive rotundum, & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto faciliùs pondus movetur.* Hæc ille vectis ortum & procreationem quodammodo indigitans.

Contingere quidem potest, ut Vecte aliquando utamur ad sustinendum ingens pondus, non autem ad movendum, adeò ut potentia exigua sustinens, in alterâ vectis extremitate posita,

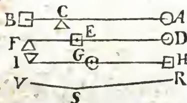
habeat rationem æquipondij retinentis pondus in oppositâ extremitate collocatum: & tunc locum habet Aristotelis sententia Mechan.quæst.3.dicentis, *Ipse vectis est in causâ libra existens, spartum infernè habens, in inæqualia divisa; hypomochlion enim est spartum, ambo namque sunt ut centrum.* Verùm cùm propriè, & pressè tunc facultas esse non videatur, neque exerceat munus vectis, quia non movet, sed sit quasi jugum stateræ; frustra Vectis quâ vectis est, ad libram revocatur: præsertim cùm aliquod vectis genus sit, in quo nullum libræ vestigium deprehendi potest, etiamsi pondus cæteroqui ruiturum sustineat; si nimirum pondus ipsum inter vectis extremitates constitutum sustineatur, aut potentia ipsa sustentans medium locum occupet inter pondus & hypomochlium, ut infra dicetur. Quid enim pariter non revocetur libra aut statera ad Vectem, si ex altera jugi extremitate pondus addatur, quod ad oppositum pondus majorem habeat Rationem, quàm libræ, aut stateræ brachia reciprocè sumpta? tunc enim (quasi stateræ aut libræ centrum motûs esset hypomochlium) sequitur motus prout ex vecte. Quemadmodum igitur libra aut statera ad ponderum æquilibrium institutæ, non verò ad eorum motum, libræ aut stateræ munus non exercent in motu, quâ motus est; ita pariter vectis hypomochlium inter extremitates habens non exercet munus vectis in quiete: alioquin & vectis ad libram, & vicissim libra ad vectem absurdo circulo revocaretur. Adde verò genus hoc vectis hypomochlium inter extremitates habentis, si adhibeatur ad onus in plano horizontali movendum, non verò ad illud sustentandum, nihil habere commercij cum librâ, onus si quidem nullam exercet vim suæ gravitatis adversùs ipsum vectem, nam cessante potentiâ onus illicò quiescit; at in libra sublato æquipondio pondus descendit. Quid si vecte utamur ad corpus leve infra aquam deprimendum? an erit illa libra inversa? Non igitur me frustra conficiam labore enitens rationes libræ in vecte recognoscere, sed ipsum per se considerans, quæ opportuniora censuero, disputabo.

CAPUT

CAPUT I.

Vectis forma, & vires explicantur.

VEctis ob id ipsum quia Vectis est & Facultas mechanica, longitudo quædam est, in qua tria puncta assignantur, primum Potentiæ moventi, alterum Ponderi movendo, tertium Fulcro, seu Hypomochlio, cui innixus vectis tanquam ex centro duos arcus describens duplicem motum definit, Potentiæ videlicet & Ponderis, pro variâ illorum ab eodem fulcro distantiâ. Hinc quia tripliciter in hac longitudine tria hæc puncta disponi possunt, tria oriuntur vectis genera. Primum est vectis genus, cùm extremitates occupantur à Potentia A & Pondere B, medius locus Hypomochlio C cedit. Secundum genus est, cum extremitati alteri F innititur vectis, alteri Potentia D adjungitur, & inter utramque extremitatem collocatur Pondus E. Tertium



genus est, cum Potentia & Pondus loca secundi generis invicem permutant, Potentia G videlicet in medio, Pondus H in extremitate constituitur; manente alterâ extremitate I tanquam motuum centro. Cum itaque nulla alia fieri possit trium hujusmodi punctorum diversa dispositio, patet tria solùm Vectis genera excogitari potuisse: quod enim quartum Vectis genus, scilicet inflexum R S V comminisci quibusdam placuit, omnino ineptum est, quippe quod à primo genere nihil differt, nisi quia, loco subjecti fulcri, adnexum habet hypomochlium inter extremitates constitutum in S, ubi sinuatur in angulum, cui in motu innititur.

Quemadmodum autem inter hæc tria Vectis genera dissimilitudo, ita non modica inter eorum vires discrepantia interce-

dit. Primum enim genus, si ab hypomochlio inæqualiter dividatur longitudo vectis, ut ab eo plus distet Potentia, quàm Pondus, juvat Potentiam; secus verò, si Potentia & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio absint, aut propior sit Potentia quàm Pondus; Potentiæ etenim tunc vectis vel nihil affert adjumenti, vel plurimum detrimenti. Secundum genus Potentiæ laborem semper minuit, Tertium semper auget. Quonam id pacto contingat, manifestum fiet, si vectis vires unde ortum habeant, aperiamus.

Certum est fieri non posse, ut pondus aliquod per vim moveatur, nisi potentiæ moventis virtus superet ponderis resistentiam; si enim pari conatu confligerent, anceps esset victoria, & nullus esset motus; multo minùs à potentiâ infirmiore, quàm par sit, vinci poterit innata ponderis propensio. Hoc igitur ipso quod motus efficitur, argumento est potentiæ virtutem resistentiâ ponderis esse majorem: Quod verò pondus eodem temporis intervallo plus spatij aut minus decurrat, pro ratione excessûs virium potentiæ supra ponderis resistentiam definitur; nam si perexiguus fuerit excessus, movebitur quidem pondus, sed tardè; sin autem potentiæ virtus longè excedat ponderis vires, eam celerior motus consequetur. Et hæc quidem intelligi hactenus velim, quando potentia & pondus juxta æqualem spatij longitudinem pari velocitate promoventur, ut ipsa experientia omnibus manifestum facit; nemo siquidem dubitat, an currus à validioribus equis celerius quàm à debilibus cantheriis trahatur; & à robustiore bajulo citiùs quàm ab imbecilliore onus in destinatum locum transferri quotidie videmus.

Ut igitur vecte pondus moveri valeat, lex hæc eadem stabilis & firma permaneat, necesse est, ut ponderis resistentia minor sit virtute potentiæ moventis. Quia verò resistentia componitur ex innatâ ponderis gravitate, & ex motûs violenti tarditate aut velocitate, hoc est ex motûs hujusmodi quantitate intra datam temporis mensuram; propterea ita duo hæc temperari oportet, ut quod alteri additur, alteri dematur; ne adeò resistentia augeatur, ut jam minor non sit virtute potentiæ. Quare in vecte, cujus extremitati A potentia applicatur certæ virtutis, ita statuendus est hypomochlio C locus, ut comparato motu potentiæ in A cum motu ponderis in B, ea sit motûs B tarditas;

tarditas; quæ addita gravitati ponderis B resistentiam componat minorem virtute movendi potentiæ A. Quoniam enim, manente puncto C tanquam centro motûs potentiæ descendentis & ponderis ascendentis, manifestum est eam esse motuum Rationem, quæ est Radiorum CA & CB idcirco quò major erit hujusmodi Radiorum inæqualitas, eò etiam major erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis, cujus tarditas gravitatem compensans minuet resistentiam, ut virtuti potentiæ, proportione respondeat.

Hic verò, si rem paulò attentiùs introspicias, deprehendes tamdiu solùm admirationi esse machinarum vires, quamdiu causa occulta manet; quæ si in medium proferatur, admirationi nobis est ipsa nostra admiratio. Aio igitur potentiam tantumdem planè motûs in pondere efficere cùm vecte conjunctam (idem de cæteris pariter Facultatibus intelligatur, ne idem sæpiùs ad nauseam inculcare oporteat) ac si solitaria eodem conatu pondus aliquod secum pari velocitate adduceret, aut elevaret. Sit potentia A æqualiter, ac pondus B, distans à fulcro C; & quo conatu movetur potentia descendens spatio digitorum decem, dum arteria bis pulsat; cogat oppositum pondus libræ unius ascendere pariter eodem tempore per digitos decem; esse enim æquales oppositos hujusmodi motus, qui ex æqualibus Radiis arcus æquales describunt, certum est. Jam manente Radio CA, finge Radium CB mutilum atque decurtatum adeò, ut sola ejus pars decima reliqua sit, & CB ponderis distantia ab hypomochlio sit subdecupla distantiæ CA potentiæ ab eodem hypomochlio: erit igitur motus in B subdecuplus motûs in A. Quare pondus unius libræ in hac subdecupla distantiâ cùm subdecuplo tardius moveatur (percurrit enim tempore eodem spatium subdecuplum) indiget solùm subdecuplo impetu ejus, quem prius exigebat, ut æqualiter cum potentiâ moveretur. Totus igitur impetus ille, quem potentia ponderi unius libræ imprimebat, ut æquali velocitate pariter moverentur, illa descendendo, hoc ascendendo, si decem ponderibus similibus distribuatur, satis est, ut omnia illa moveantur subdecuplâ velocitate. Quia autem duorum arteriæ pulsuum spatio singula ascendunt digitum unum, & sunt decem ascensus digitales, dum potentia descendit digitos decem, & dum potentia primo

arteriæ pulsu decurrit digitos quinque, decem illa pondera motum quinque digitorum perficiunt, singula videlicet per semidigitum (id quod pariter observari facilè poterit in singulis minutioribus temporis particulis) tantumdem motûs perficit potentia ac pondus, sive toto impetu uni libræ impresso libra una habeat motum decem digitorum, sive decimâ impetûs parte singulis libris impressâ, singulæ habeant motum digitalem: utrobique scilicet sunt decem motus digitales, sive unius ponderis, sive decem ponderum eodem tempore. Quis verò miretur, si ille idem, qui decem aureis nobili hospiti splendidiores epulas parare posset, decem hominibus frugalem mensam instrueret singulis aureis in singulos homines tributis? Desinat igitur pariter mirari, si potentia eadem, quæ decem impetûs particulis libram unam secum pari velocitate movet, singulis particulis in singulas libras tributis moveat decem libras, singulas subdecupla velocitate; neque enim hic plus conatûs, quàm ibi, requiritur.

In hoc itaque Vectis vires sitæ sunt, quod ex Potentiæ & Ponderis positione ita temperantur motus, ut impetûs quem potentia ponderi imprimere valet, aut re ipsa imprimit, intensio respondeat tarditati aut velocitati motûs ipsius ponderis. Hinc si Potentia, & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio distent; motus æquales sunt; & perinde ac si potentia solitaria sine vecte (si illa quidem vivens sit) attolleret pondus, vectis nihil juvat potentiam, quia pondus hoc recipit totam impetûs intensionem, quam illa efficere potest. Sin autem Potentia quidem magis, Pondus verò minùs à fulcro absit, tardior ponderis motus minorem exigit impetûs intensionem; ac proinde entitas eadem impetûs, quæ est intensivè minor, potest fieri extensivè major, & communicari ponderi majori, ac priùs. Quare pro Ratione tarditatis motûs extenuatur impetûs intensio, atque ideò pro eadem Ratione augeri potest ponderis extensio, hoc est gravitas; ut quæ Ratio est velocitatis motûs in pondere æqualis velocitati motûs in potentiâ, ad tarditatem motûs in pondere minoris motu in potentiâ, eadem sit directè Ratio intensionis impetûs in pondere æquè veloci ad intensionem impetûs in pondere tardiori; & reciprocè eadem sit Ratio ponderis tardioris majoris ad pondus illud minus, quod æquè velociter

velociter cum potentia moveri poteſt. Quòd ſi potentia propior fuerit hypomochlio, quàm pondus, potentia tardiùs, pondus movetur velocius: plus igitur intenſionis impetûs requiritur in pondere quàm in potentiâ, adeò ut impetus, qui in potentiâ non vivente eſt extenſivè major, intenſivè minor, contra in pondere ſit extenſivè minor, intenſivè major: ac propterea pondus tantò leviùs eſſe oportet pondere, quod æquè velociter cum potentiâ moveretur, quantò velociùs movetur præ illo æquè veloci. Non igitur vectis juvat potentiam, ut faciliùs moveat, ſed movendi difficultatem auget. Id quod in Tertio vectis genere ſemper contingit, in quo potentia G minus ab hypomochlio I diſtat, quam pondus H, & tardiùs movetur. Accidit autem hoc idem etiam in Primo genere, cum vectis inæqualiter ab hypomochlio diſtinguitur in partes, ſi loca permutentur, ut potentia propior ſit, quàm pondus. His tamen uti poſſumus, quoties quidem viribus abundamus, ſed ſpatium, in quo potentia moveatur, anguſtum eſt, oportet autem ponderi velocem motum conciliare. Contra verò in vecte Secundi generis potentia à fulcro ſemper remotior eſt, quàm pondus; idcirco ſemper juvat potentiam; quia quo tardior eſt ponderis motus, eò minorem ponderis pars, quæ æqualis ſit ponderi æquè veloci, exigit impetûs intenſionem; ac propterea quod reliquum eſt impetûs à potentia producendi, pluribus aliis ſimilibus ponderis partibus impertiri poteſt; atque adeò abſolutè majus eſt pondus, quàm quod æquè velociter moveretur.

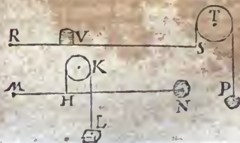
Hæc eadem, quæ de ponderibus vecte movendis dicta ſunt, intelligi pariter oportet de ponderibus vecte ſuſtentandis citra motum; eo tantùm obſervato diſcrimine, quod ad motum major requiritur potentiæ virtus, quàm ſit ponderis reſiſtentia, in ſuſtentatione verò par reſiſtentiæ ponderis eſt virtus potentiæ. Reſiſtentia autem in ſuſtentatione non ex motûs tarditate aut velocitate, quæ re ipſa ſit, ſed ex eâ, quæ eſſet, ſi motus fieret, quatenus pondus eſt vecti connexum, definienda eſt; & pro hujuſmodi momentorum Ratione, quibus pondus deorſum conatur, etiam impetûs contranitentis intenſionem dimetiri neceſſe eſt. Quia igitur pondus cum vecte connexum quo propiùs ad hypomochlium accedit, eo tardiùs ſibi relictum deſcenderet,

propterea

propterea etiam minorem contranitentis impetûs intensionem requirit: Ex quo fit eodem potentiæ conatu, quo illa pondus sine vecte sustineret, posse majorem ponderis gravitatem sustineri adhibito vecte, eóque majorem, quò major est Ratio distantiæ potentiæ ad distantiā ponderis à fulcro; & vicissim potentia minore conatu idem pondus sustinebit, si hoc propius admoveatur ad hypomochlium, quàm priùs, cum opus erat majore conatu.

Porrò conatum potentiæ de industriâ dixi, ut vocabulo uterer, quo tùm potentia vivens, tùm inanimata æquè comprehenderetur; quia aliquando quidem potentia conatum adhibet innatâ suâ gravitate, aliquàndo autem præter, aut contra gravitatis propensionem. Gravitate utitur, quæ inanima est, & vires suas exerit totas, quodcunque demum pondus vecte movendum aut sustentandum proponatur. Potentia verò vivens suo consulens commodo, ne se inani conficiat labore, non plus operæ confert, quàm opus fuerit, sed vires ex opportunitate administrat, modò majores, modò minores impendens, quippe quæ musculorum contentione voluntarios motus perficit, & non solùm deorsum premendo, sed etiam sursum connitendo, aut in transversum urgendo, vecte uti potest: At inanimata potentia non nisi descendendo vi suæ gravitatis cogere potest adversum pondus ad ascendendum; atque si primum vectis genus demas, cui potest illa proximè admoveri, in cæteris generibus, si attollendum sit pondus, artificium aliquod excogitandum est, quo interjecto, aut potentiæ virtus, aut ipsum pondus ad vectem applicetur, ut propositum finem assequamur; conatus enim potentiæ & ponderis, licet inæquales, non tamen oppositi sunt, sed ad eandem partem sua gravitate contendunt.

Sic vecte R S, cujus fulcrum sit in extremitate R, non potest pondus V attolli à potentia inanimata P, si proximè illi adjungatur in S; ac propterea rotula in T figenda est versatilis, & funiculo S T P jungenda potentia P, quæ deorsum connitens elevat vectem in S, atque



que

que adeò etiam pondus V. Simili ratione sit vectis Secundi generis MN, & hypomochlium in M, locus autem ponderis in H: si potentia N inanimata vecti proximè adnectatur, utique elevare non poterit pondus in H collocatum: quare statuatur in loco superiore rotula K, & funiculo HKL jungatur pondus L cum puncto H; nam potentia N sua gravitate descendens deprimendo punctum H vectis elevabit pondus L. Idem continget, si vectis MN sit tertij generis, & N sit pondus attollendum, potentia verò inanimata collocanda sit in H. Nihil utique præstabit descendendo in H; ut igitur punctum H ascendat, rotula K adhibeatur, & à potentia L descendente elevabitur idem punctum H, ac proinde etiam pondus N. Vel si in vecte RS tertij generis statuatur potentia V, illa descendens deprimet velociter extremitatem S, & pari velocitate ascendet pondus P. Quid hoc simplex artificium aliquando in scenicis motionibus præstare possit emolumenti, facilè prudens machinator intelligit.

Ex his, quæ de Vectis viribus explicata sunt, apertè liquet omnino veritati consentanea esse ea, quæ lib. 2. cap. 8. diximus, in rotis curruum inveniri non posse rationem vectis, quia duo tantummodo sunt puncta, scilicet extremitas Radij subjectam tellurem tangentis, & rotæ centrum, cui & innititur pondus, & medio temone applicatur potentia. Cum igitur potentia & pondus eandem habeant positionem, & æquali velocitate moveantur, nullum habetur ex Vectis rationibus compendium. Eatenus enim Vectis in Mechanicarum Facultatum censu numeratur, quoad potentia & pondus dispari celeritate moventur, vel quia potentia se velociter movens exiguo conatu tardè movet pondus, ut in primo & secundo genere vectis, vel quia potentia se tardè movens multo conatu celeriter movet pondus, ut in tertio genere. Quare semper in motu ponderis per vectem aliquid lucri habetur, nimirum aut major ponderis gravitas, quæ movetur, aut saltem major velocitas, qua movetur.

CAPUT II.

Quid in hypomochlij collocatione sit observandum.

TRia in Vecte, ut dictum est, puncta constituuntur & designantur duo quæ moventur, tertium illorum motuum centrum, quod alicui corpori innititur, ut vectis consistat, nec à ponderis gravitate, aut à potentiæ vi abripiatur : huic corpori *Hypomochlio* nomen inditum est à Græcis, quasi (si verbum è verbo volumus) *subvectis*, nam ut plurimum vecti subjicitur, nos *Fulcrum* dicimus, quia vectem sibi incumbentem fulcit. Cæterùm non est hæc constans, & perpetua hujus corporis positio, ut sub vecte sit, quamvis semper Hypomochlij aut Fulcri nomine donetur; quandoquidem in vecte tertij generis, ubi pondus in extremitate est, potentia medium locum obtinet, si infra alteram vectis extremitatem esset corpus hujusmodi, utique à potentia nequiret attolli pondus, ut patet : in superiore igitur parte sit oportet, ut potentiâ sursum conante, pondere deorsum contranitente, impediatur altera vectis extremitas, ne fiat totius vectis conversio obsecundans aut potentiæ conatui, aut gravitati ponderis, quod esset attollendum. Quod si hoc vecte tertij generis deprimendum esset infra aquam per vim corpus aliquod leve, tunc sub vecte constitueretur hypomochlium : contrà vectis primi & secundi generis si ad premendum aut deprimendum adhibeatur, exigit hypomochlium in superiori parte. Similiter non est sub vecte, sed ad latus adjacet, quoties pondus est movendum in plano horizontali, sive in eodem plano sit vectis, sive in plano verticali, ut cùm duo marmora non elevanda sunt, sed immisso inter illa vecte invicem disjungenda. Quemadmodum igitur lapis à lædendo pedem vocabulum habet, etiamsi non lapides omnes pedem lædant; ita corpus illud, cui punctum vectis quiescens innititur, hypomochlij & fulcri nomen retinet, quamvis non semper sub vecte sit, illúmque suffulciat. Quid autem profuerit immutare vocabula,

cabula, ubi rem ipsam tenemus? Immò punctum ipsum vectis quiescens, quod hypomochlio respondet, non raro ab iis hypomochlium dicitur, aut fulcrum, qui verborum compendio claritati consultum volunt; mihique hanc loquendi facultatem, ubi res tulerit, reservo.

Quiescens autem voco punctum vectis, quod est centrum motuum potentiæ, & ponderis; non quia semper omnino quiescat, sed quia si aliquo motu moveatur, tardissimum certè est omnium punctorum; cætera quippe vectis puncta circa hoc tanquam circa centrum describunt lineam inflexam ac recurvam: alioquin si punctum hoc plus moveretur quàm pondus, mutatæ fuissent vices, & quod pondus dicitur, esset reipsa hypomochlium, corpus verò, quod hypomochlium dicitur, esset pondus, quod à potentiâ potissimum moveretur. Observandum enim est non pondus solum, verùm etiam hypomochlium accipere vim externam potentiæ vectem agitantis, resistente videlicet pondere, ex quo fit illud premi; quod si inæqualiter resistant, licet utrumque moveatur, in illud potiùs exercet virtutem suam potentia, quod languidiùs resistit, altero validiore hypomochlij rationem habente. Sic vecti ad attollendum marmor applicato si glebam, hypomochlij loco, supposueris, non marmor attolles, sed glebam vecte conteres: marmor igitur est hypomochlium vecti superpositum, & glebæ est pondus contritum vecte secundi generis: At si pro gleba lignum subjicias, quod non frangatur, sed aliquantulum cedens comprimatur, & vectis vestigium recipiat, ita tamen, ut marmor moveatur, duplex vectis genus hîc intercedit, prout duplex effectus potentiæ conatum consequitur; ad comprimendum scilicet lignum vectis est secundi generis hypomochlium habens impositum marmor, ad elevandum autem marmor vectis est primi generis, cujus hypomochlium est subjectum lignum. Cujusmodi sit hypomochlium, sive sit funis vectem retinens, sive axis infixus, circa quem volvatur vectis, sive quodcumque aliud corpus, cui ille incumbat, aut innitatur, modò absit incommodi periculum ex ejus fragilitate, parum refert: satis est, si par fuerit ferendo oneri, quod vecte elevatur. Ex ponderis autem gravitate hypomochlij soliditas atque materies definienda est; ex motûs

Aaa 2

qualitate (ſpectatâ loci, in quo perficiendus eſt, poſitione) forma hypomochlij ſtatuatur.

Illud examinandum videtur, quandónam præſtet uti vecte primi generis, quando vecte Secundi generis, hoc eſt an plus commodi afferat fulcrum in vectis extremitate collocatum, ut in ſecundo genere, an verò inter pondus atque potentiam interjectum, ut in primo genere. Propoſita ſit vectis longitudo decem palmorum, quo oporteat pondus ita attollere, ut ejus motus ſit reſpondens arcui deſcripto ex Radio duorum palmorum. Si vectis ſit primi generis, pondus & potentia ſunt in vectis extremitatibus, hypomochlium dividit totam longitudinem in partes duas, quarum major ad potentiam ſpectans eſt quadrupla minoris ſpectantis ad pondus; eſt ſcilicet illa octo, hæc duorum palmorum. At ſi vectis fuerit ſecundi generis, hypomochlium & potentia illius extremitates occupant, pondus ab hypomochlio diſtat palmos duos: quare potentiæ diſtantia ab hypomochlio cum ſit tota vectis longitudo, eſt quintupla diſtantiæ ponderis. Cum igitur ponderis motus cum potentiæ motu comparatus hic quintuplo tardior ſit, ibi verò ſolum quadruplo tardior, minore impetu indiget, ut moveatur vecte ſecundi generis. Cæterùm conſiderato hoc duplici vectis genere, obſervandum eſt in ſecundo genere à potentiâ elevandum non ſolum pondus ſed etiam vectem ipſum, qui ſi valde gravis ſit (ut aliquando contingere poteſt trabem fungi vectis munere) auget potentiæ movendi difficultatem: Contra verò in vecte primi generis ipſa vectis gravitas juvat potentiam; & quidem ſi homo ſit, qui vectem premat, ipſa corporis gravitas acceſſionem facit, ad impetum, qui à vitali conatu oritur: præterquam quod hic liberè & facillimè potentiam inanimatam adhibere poſſumus, & aliam atque aliam adjicere prout opus fuerit; at non item in vecte ſecundi generis, niſi adhibito artificio, de quo ſuperiori capite dictum eſt.

Datâ igitur ponderis movendi gravitate, & datâ potentiæ virtute (quæ videlicet tanto conatu adhibito poteſt certam gravitatem ſola ſine vecte movere in ſimili plano ſive horizontali, ſive inclinato, ſive verticali) diſtinguatur vectis in duas partes ita, ut vel pars ad partem, ſi ſit primi generis, vel totus ad par-

tem,

tem, si sit secundi generis, eandem Rationem habeat, quæ est dati ponderis ad pondus, quod à potentiâ solâ sine vecte potest moveri. Sic data Potentia virtutem habeat movendi pondus lib. *6.* certo conatu, oporteat autem hoc eodem conatu movere lib. 30 : quia virtus potentiæ est subquintupla ponderis dati, propositus vectis intelligatur primùm distinctus in partes sex, quarum una tribuatur distantiæ ponderis ab hypomochlio, reliquæ quinque tribuantur distantiæ potentiæ, ita ut reciprocè sit distantia potentiæ ad distantiam ponderis, ut pondus datum ad virtutem potentiæ : & hic est vectis primi generis. Deinde ut habeatur vectis secundi generis, distinguatur totus vectis in partes quinque, & una ex illis sit distantia ponderis ab hypomochlio in vectis extremitate constituto. In utroque enim casu motus potentiæ est quintuplus motûs ponderis, atque adeò potentia poterit vecte movere pondus quintuplum ponderis, quod sola potest movere.

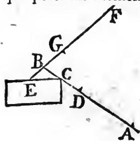
Potentiæ virtutem dixi, non potentiæ gravitatem, tùm quia non omnis potentia vim movendi habet ex gravitate, tum quia potentiæ gravitas movere non potest gravitatem æqualem, sed minorem, nam cum æquali facit æquilibrium, & solùm potest illam suspendere. Quare si potentia vi suæ gravitatis moveat, non satis erit, si fiat ut potentiæ gravitas ad ponderis gravitatem, ita reciprocè ponderis distantia à centro motûs ad distantiam potentiæ ab eodem centro; sed distantia ponderis ad distantiam potentiæ exigit habere minorem Rationem. Hinc si potentia sit ponderis subquintupla ratione suarum gravitatum, pondus ab hypomochlio distare debet minus quàm parte quinta distantiæ potentiæ ab eodem hypomochlio. Quod si vectis is esset, cujus gravitas notabile momentum adderet potentiæ, tunc distantia ponderis, quæ esset subquintupla distantiæ potentiæ, sufficeret, minor enim esset Ratione potentiæ adæquatè acceptæ ad Pondus.

Ubi verò ponderis gravitatem considerare oportet, non satis est illam notam habere, ac si staterâ expenderetur, sed considerandum est planum, in quo illud movendum est; neque enim eadem habet momenta, si sursum elevandum sit

in plano Verticali, ac si urgendum sit in plano inclinato, aut propellendum in horizontali: propterea in Ratione assignandâ partibus vectis non est attendenda gravitas absoluta ponderis, sed quatenus in proposito plano. Idem est de gravitate potentiæ dicendum.

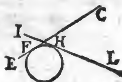
Ex dictis patet non quamcumque vectis longitudinem semper opportunam esse, quamvis verum sit quemlibet vectem posse secundùm quamcumque Rationem in partes distingui, atque proinde quodcumque pondus à quacumque datâ potentiâ posse moveri, si ritè applicari posset. Unum enim est incommodum, quod, quo propiùs ad centrum motuum admovetur pondus, eo minor est illius motus: & contingere potest adeò exiguam esse ponderis ab hypomochlio distantiam, ut motus adeò tenuis nulli futurus sit usui. Quapropter longiori vecte utendum erit, ut, servatâ eâdem distantiarum Ratione, intervallum inter pondus & centrum motuum sit notabile & conspicuum, ex quo motus sufficiens obtineri possit. Quid enim juvaret, si vecte palmorum 25 tentares attollere pondus centuplum virtutis potentiæ? an ut pondus ab hypomochlio distans per digitum (sumo digitos quatuor pro singulis palmis) elevaretur ad altitudinem unius aut alterius grani hordei? Præterquam quod tam ingens pondus ægrè posset in tantillo spatio ad vectem opportunè applicari.

Quod autem ad hypomochlium attinet, curandum maximè est, ut qua parte vectem contingit, minimum sit, &, si fieri potest, proximè in aciem desinat; ut scilicet eandem semper in motu vectis partem contingat; si enim alia atque alia vectis pars hypomochlio insistat, mutantur ponderis atque potentiæ momenta, ideoque augeri potest movendi difficultas. Sit vectis secundi generis AB innixus saxo, quod contingit in C, & centri gravitatis ponderis locus sit D: utique quia DC minor est quàm DB, major est Ratio AB ad DC minorem, quàm ejusdem AB ad DB majorem, per 8. lib. 5. At elevato vecte, ut habeat positionem FE, sicut



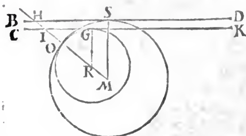
cut A venit in F, ita B venit in E, ubi saxo innititur, & pondus D venit in G. Est igitur F E ad G E, ut A B ad D B; ergo etiam F E ad G E habet minorem Rationem quàm A B ad D C. Quo autem minor est motuum Ratio, eò etiam minus est potentiæ momentum ad momentum ponderis; igitur si Ratio A B ad D B minor sit, quàm A C ad D C, etiam Ratio F E ad G E minor erit quàm Ratio A C ad D C. Quare tunc solùm eadem movendi facilitas manebit (quod quidem spectat ad rationem hypomochlij quicquid sit an ex alio capite mutetur, ut infra) quando C B pars extrema vectis, quæ innititur hypomochlio, ea est, ut eadem sit Ratio A B ad D B, quæ est A C ad D C: Hoc autem fieri omnino non potest, quia A B & D B sunt idem ac A C, atque D C, si his utrisque addatur eadem pars C B. Si ergo ut A C plus C B ad D C plus C B esset ut A C ad D C, etiam permutando, & dividendo, & iterum permutando, per 16. & 17. lib. 5. esset ut A C ad D C ita C B ad C B, ac propterea A C totum æquale esset parti D C. Non igitur fieri potest, ut maneat in motu eadem facilitas ratione hypomochlij, si accidat, ut vectis positiones in motu se decussent; id quod evenit, si alia atque alia pars vectis hypomochlium tangat. Et quia major est Ratio totius A B ad totam D B, quàm sit ablatæ C B ad ablatam C B, erit etiam, per 33. lib. 5. reliquæ A C ad reliquam D C major Ratio quàm totius A B ad totam D B, hoc est major Ratio quàm F E ad G E.

Similiter in vecte primi generis, si fulcrum sit cylindricum, tangit quidem in puncto, sed dum vectis deorsum urgetur, aliud atque aliud ejus punctum aliis cylindri punctis congruit: nam si fuerit potentia in C, & pondus in E, vectis autem tangat in F, in conversione cum E venerit in I, & C in L, jam contactus fit in H ita, ut H L minor sit quàm F C, contrà verò H I major sit quàm F E. Decrescunt ergo potentiæ momenta, cujus distantia à motûs centro minuitur, augentur autem ponderis momenta, cujus distantiæ à motûs centro aliquid semper accedit. Et quidem quò crassior fuerit cylindrus, factâ pari vectis inclinatione, major etiam oritur distantiarum differentia; ut facilè demonstratur,



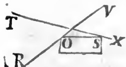
si

ſi duo circuli ſe intus contingant in O, ubi vectem ſuſtinent, & deinde vectis inclinetur, ut faciat angulum O I G tangens



cylindrum minorem in G, aut faciat angulum O H S illi æqualem tangens cylindrum majorem in S: duo ſi quidem triangula I R G & H M S ſunt æquiangula, quia vectes C K & B D ſunt paralleli ex hypotheſi, lineæ verò à centris R & M ad puncta contactuum G & S ductæ cadunt ad angulos rectos, ex 18. lib. 3. quapropter & anguli ad centra R & M ſunt æquales: igitur etiam arcus O G & O S ſunt ſimiles in Ratione ſuarum ſemidiametrorum O R & O M: major ergo eſt arcus O S quàm arcus O G, ac propterea illi major quàm huic vectis pars in converſione aptatur, adeóque diſtantia ponderis ab hypomochlio minùs augetur ab O in G, quàm ab O in S, factâ æquali vectis inclinatione. Illud tamen habetur compendij, ſi craſſior cylindrus vecti ſupponatur, quod non adeò inclinandus ſit vectis, ut ad certam altitudinem attollatur pondus, ac illum inclinare oporteret, ſi exilior cylindrus fulcri munere fungeretur.

Quæ de cylindro dicta ſunt, manifeſta quoque apparent, ſi hypomochlium planum ſit, ut O S: eſt nimirum longè alia



Ratio V O ad O R atque X S ad S T; nam additur ipſi O R longitudo O S, ut habeatur S T. Cum ergo minor ſit potentiæ diſtantia X S, quàm V O, minora ſunt potentiæ momenta: contra verò cum major ſit ponderis diſtantia T S, quàm R O, majora pariter ſunt ponderis momenta. Ut itaque in vectis motu momentorum Ratio ſtabilis ac firma perſeveret, ſatius eſt hypomochlium vecti objicere aciem anguli, in quem duæ ſubjecti corporis facies concurrunt, aut vecti axem infigi, circa quem ille convolvatur.

CAPUT

CAPUT III.

Qua Ratione statuendus sit ponderi locus in Vecte primi generis.

QUoniam pondus vecte movendum non est corpus aliquod planè individuum, sed partes habet, quarum aliæ sunt puncto fulcri, hoc est, centro motûs, propiores, aliæ remotiores; animum diligenter advertere opus est, cuinam vectis puncto intelligendum sit adjunctum onus, ut ex eo ad fulcrum distantia determinetur. Et quidem vix cuiquam dubium esse potest, an inter omnia ponderis puncta illud unum eligendum sit, in quo gravitas vires suas omnes exercere intelligitur, videlicet circa quod paribus momentis deorsum nititur, si ipsa sibi relinquatur: hoc autem est Gravitatis centrum ipsi ponderi insitum, in quod singularum partium conatus confluere, & secundùm quod per directionis lineam deorsum vectem urgeri concipimus.

Sit enim pondus P, quod vecti AB infixum, & longitudini AC congruens, suo gravitatis centro I deorsum nititur per lineam directionis IH. Dico vectem perinde à toto pondere urgeri, atque si tota ejus gravitas esset in puncto I, atque ideò distantiam ponderis ab hypomochlio D esse, neque AD maximam, neque CD minimam, sed ID mediam: quia, etsi partibus singulis sua insit gravitas, & singula pro suâ à puncto D distantiâ sua habeant momenta, ita majora momenta remotiorum particularum à minoribus vicinarum compensantur, ut intelligenda sit vel tota gravitas in media distantia ID vel semissis gravitatis in extrema distantia AD, prout lib. 3. cap. 2. de momentis brachiorum inæqualium libræ ostensum est. Hoc autem, quod de pondere secundùm molem & gravitatem æquabili dicitur, etiam de ponderibus, quorum anomala est figura, vel ex diver-



ſis ſecundùm ſpeciem gravitatibus compoſita, intelligendum eſt, ſi eorum centro gravitatis congruat vectis longitudo; nam ponderis diſtantia non eſt Arithmeticè media inter maximam & minimam, ſed eſt intervallum, quod inter fulcrum & centrum gravitatis interjicitur.

Sed quia non rarò pondus aut vecti totum incumbit, aut pluribus funiculis firmiter alligatum ex illo ſuſpenditur, propterea obſervandum eſt, in quod vectis punctum incidat Directionis linea ex centro gravitatis ponderis ducta; hæc enim definiet diſtantiam ponderis ab hypomochlio, & innoteſcent momenta, quibus illud reſiſtit potentiæ elevanti. Id quod per libram æqualium brachiorum (ne illorum inæqualitas aliquam pariat difficultatem) inſtituto æquilibrio facillimè experiri poteris, ſi laminas ligneas, aut metallicas, in varias figuras conformaveris; in quibus centrum gravitatis inventum fuerit, & ita ſingulas ſecundùm unum latus immobiliter uni brachio aptaveris, ut illi congruant, atque in oppoſitâ jugi extremitate æquipondium addideris; facto enim æquilibrio, & demiſſo perpendiculo per centrum gravitatis notatum tranſeunte, apparebit, cuinam libræ puncto reſpondeat; atque inter hoc punctum, & centrum motûs libræ, diſtantia erit ad reliqui brachij totam longitudinem, ut æquipondij gravitas ad ponderis examinati gravitatem.

Quod ſi pondus ex unico fune pendulum adnectatur vecti, ſatis conſtat, ex quo vectis puncto deſumatur ejus diſtantia, nimirum ex puncto ſuſpenſionis; intentus enim funis à pendente gravitate lineam Directionis oſtendit. Quamvis autem ſi hujus puncti tantummodo ratio habeatur, eadem videantur futura ponderis momenta, quæcumque tandem fuerit vectis poſitio ſive horizonti parallela, ſive obliqua, examinandum tamen erit inferius cap. 8. utrum ratione anguli, ſecundùm quem pondus deorſum trahere conatur vectem, ejus momenta mutentur.

Nunc autem pondus firmiter vecti adnexum, non verò ex unico fune pendulum, conſideremus, ſive vecti incumbat, ſive infra vectem collocetur; hoc nimirum eſt illud, in quo, propoſitis majoribus ponderibus, non videtur connivendum; neque enim nihil refert, utrùm infra, an ſupra vectem ſit movendæ gravitatis centrum, quantóque intervallo hoc ab illo abſit, ibi

ſi

si quidem gravitas collocata intelligitur, ubi suas omnes vires omnium partium conspiratione exercet. Quapropter, ut ponderis momenta innotescant, centri gravitatis motum perpendere, ac dimetiri oportet. Hinc est pondus firmiter adnexum vecti perinde se habere, atque si vectis quidam curvus in angulum inflexus ad punctum hypomochlij, si sit vectis primi generis, extremitatem alteram in centro gravitatis ponderis, alteram in potentiâ haberet.

Sit Vectis rectus A B horizonti parallelus, hypomochlium habens in C, & in parte inferiore stabili nexu adjungatur pondus, cujus gravitatis centrum I. Ex I in vectem horizontalem cadat perpendicularis linea directionis I E; hoc enim perpendiculum definit distantiam gravitatis à vecte. Est igitur potentia in A, & pondus in I perinde, atque si esset vectis A C I; & ut pondus atque potentia

in eâdem linea horizontali consistant, non est attendenda vectis positio A B, sed rectæ lineæ A I jungentis centrum potentiæ A cum centro gravitatis ponderis I; quæ linea A I simul ut æquè ab horizonte distabit, & linea C H ad angulos rectos cadens in eandem lineam A I congruens erit rectæ lineæ jungenti punctum hypomochlij C cum centro terræ, æquilibrium indicabit; eademque definiet Rationem ponderis ad potentiam sustinentem horizontaliter, juxta reciprocam eorumdem distantiam à puncto H; pro ut lib. 3. cap. 5. de librâ curvâ explicatum est. In positione autem obliqua A I, quando recta ex C ad centrum terræ ducta est C G cadens super A I ad angulos inæquales, potentia sustinens est ad pondus, ut I G ad G A. Cum igitur sit I G minor quàm I H, contrà verò G A sit major quàm H A, erit minor Ratio I G ad G A, quàm I H ad H A.

Quoniam verò linea directionis ponderis I E perpendicularis est ad vectem A B horizontalem ex hypothesi, & parallela lineæ C G, est ut A G ad G I, ita A C ad C E, per 2. lib. 6. ac propterea, in situ vectis parallelo horizonti, locus ponderis est in vecte determinatus à lineâ directionis ponderis occurrente

ipſi vecti. Et quia major eſt Ratio A G ad G I, quàm ſit A H ad H I, etiam major eſt Ratio A C ad C E, quàm ſit A H ad H I: Ergo convertendo E C ad C A minorem habet Rationem, quàm I H ad H A, per 26. lib. 5. Atqui potentia ſuſtinens pondus datum, quando recta A I æquè diſtat ab horizonte, eſt ad pondus ut I H ad H A; quando autem pondus eſt infra lineam B A illud cum potentiâ jungentem horizonti parallelam eſt ut E C ad C A. Igitur potentia ſuſtinens in horizontali pondus habet majorem Rationem ad illud, quàm ad idem pondus habeat potentia ſuſtinens illud infra horizontalem. Ergo, ex 8. lib. 5. potentiâ ſuſtinens pondus infra horizontalem minor eſt potentiâ illud ſuſtinente in horizontali. Finge enim eſſe libram curvam A C I habentem ſpartum in C: utique ſi in A eſſet æquipondium, quod ad pondus I eſſet ut I H ad H A, non maneret in eadem poſitione obliqua, ſed A deſcenderet ad poſitionem horizontalem, ut dictum eſt lib. 3. cap. 4. ut igitur obliqua maneat, æquipondium A debet eſſe minus. Ad ſuſtinendum autem pondus, hîc in vecte idem à Potentiâ præſtatur, ac ab æquipondio in librâ brachiorum inæqualium.

Simili omnino methodo oſtendetur pondus idem vecti A B horizontali impoſitum, cujus centrum gravitatis ſit D, linea directionis D I occurrens vecti in E, eſſe ad potentiam A, ut eſt A C ad C E; at ſi recta A D jungens potentiam cum centro gravitatis D eſſet horizonti parallela, pondus ad potentiam eſſet ut A L ad L D, quam Rationem determinat C L cadens ad angulos rectos in rectam A D. Quia enim D E & I E ſunt æquales ex hypotheſi, cum ſit idem pondus, & latus E A eſt commune, anguli verò ad E ſunt recti, etiam, per 4. lib. 1. lineæ A D & A I, item anguli E A D & E A I ſunt æquales. Præterea in triangulis C H A, C L A rectangulis ad H & L, latus C A eſt commune, & anguli ad A ſunt æquales; igitur, per 26. lib. 1. lineæ A L & A H ſunt æquales, igitur & reſiduæ L D & H I ſunt æquales. Quapropter ut A H ad H I, ita A L ad L D: quia igitur Ratio A H ad H I oſtenſa eſt ſuperiùs minor Ratione A C ad C E, etiam minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A C ad C E. Sed ut A C ad C E, ita A O ad O D, per 2. lib. 6. propter paralleliſmum linearum C O & E D; ergo minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A O ad O D. Atqui cùm A D parallela

parallela eſt horizonti, pondus D impoſitum vecti ad potentiam A ſuſtinentem eſt ut A L ad L D, in poſitione verò obliquâ A D eſt idem pondus ad potentiam ſuſtinentem ut A O ad O D; ergo in priori poſitione horizontali pondus ad potentiam habet minorem Rationem, quàm in poſteriori poſitione obliqua: ergo per 8. lib. 5. in priori eſt major potentia, quàm in poſteriori.

Quamvis autem, cùm vectis eſt horizonti parallelus, pondus ſive illi impoſitum, ſive ſuppoſitum fuerit, iiſdem momentis reluctetur potentiæ ſuſtinenti, non ita tamen ſe res habet, ſi idem vectis A B, fulcrum habens in C, elevetur ſupra lineam horizontalem R T: plurimũ enim intereſt, utrũ ponderi ſubjectus ſit vectis, an vecti pondus. Sint, ut prius, gravitatis ponderis centra D ſuperius, & I inferius, ex quibus in vectem perpendiculares cadunt D E & I E, quæ, ex 14. lib. 1. ſunt una recta linea D I. Jungantur centra potentiæ & ponderis rectâ A D, quæ ſecat rectam tranſeuntem per fulcrum C & terræ centrum in puncto M. Quare ex dictis de librâ curva, ſi ſint æqualia momenta ponderis atque potentiæ, erit ut A M ad M D, ita pondus D ad potentiam A. Ducatur ex D linea directionis D N parallela perpendiculari M C; & per 2. lib. 6; eſt ut A M ad M D, ita A C ad C N: eſt autem C N minor quàm C E, ergo, ex 8. lib. 5. major eſt Ratio A C ad C N, quàm A C ad C E. Atqui in vecte horizontali potentia ad pondus eſt ut E C ad C A; hic autem ut N C ad C A; igitur minor eſt potentia ſuſtinens pondus impoſitum vecti obliquo ſupra horizontem, quàm potentia ſuſtinens pondus idem vecte parallelo horizonti.

At ſi pondus vecti ſubjiciatur, & ſit ejus gravitatis centrum I, ducatur recta A I ſecans perpendiculum ex C ductum ad

centrum terræ in V. Igitur si æqualia sunt momenta ponderis I & potentiæ A, est pondus ad potentiam ut A V ad V I. Ex I centro gravitatis linea directionis I B parallela lineæ C V occurrat vecti in B; igitur, ex 2. lib.6. ut A V ad V I, ita A C ad C B: est autem C B major quàm C E; ergo A C ad C B habet, ex 8. lib.5. minorem Rationem, quàm A C ad C E. Cum itaque in vecte horizontali potentia ad pondus esset ut E C ad C A, hîc autem in vecte obliquo sit ut B C ad eandem C A, major potentia sustinens hîc requiritur. Quare tantumdem crescit sustinendi difficultas in pondere infra vectem adjuncto, quantum decrescit in sustinendo pondere supra vectem posito. Cum enim triangula B E I, D E N sint æquiangula (quia B I & D N, per 30. lib. 1. sunt parallelæ, adeóque per 29. lib. 1. alterni anguli ad B & N, & alterni ad I & D sunt æquales, & reliquus reliquo, per 32. lib. 1.) est, per 4. lib. 6. ut I E ad E D, ita B E ad E N: sunt autem ex hypothesi D E & I E æquales, igitur & B E æqualis est ipsi E N, illa refert incrementum potentiæ, hæc decrementum; ergo æqualiter ibi crescit, hîc decrescit difficultas sustinendi pondus.

Contraria sunt momenta, quæ ponderibus accidunt, vecte cum pondere infra horizontalem lineam inclinato: concipe enim hoc idem schema ita conversum, ut potentia A sit in superiore loco, pondera autem I & D sint infra horizontalem R T. Jam pondus I incumbit vecti, pondus verò D illi subjectum adnectitur. Igitur pondus I vecti impositum majora momenta habet vecte cum pondere infra horizontem inclinato, quàm vecte horizonti parallelo: in hoc autem eodem situ inclinato pondus subjectum D minora habet momenta, nam pondus I ad potentiam A sustinentem est ut A C ad C B majorem, quæ est minor Ratio quàm A C ad C E minorem, ex 8. lib. 5: è contrario D pondus ad potentiam A sustinentem est ut A C ad C N minorem, quæ est major Ratio, quàm A C ad C E majorem. Hinc est momenta ponderis vecti ex primo genere impositi infra horizontem majora esse, supra horizontem minora; contrà autem ponderis vecti subjecti infra horizontem minora esse, supra horizontem majora.

Et hæc quidẽ eatenus dicta intelligantur, quatenus concipitur Potentia vi suæ gravitatis rectâ deorsum connitens, adeò ut Directione

rectiones Potẽtiæ atque Ponderis ſint parallelæ; propterea enim conſiderata eſt linea per centrũ motûs, hoc eſt punctum fulcri, ducta ad centrũ terræ utrique Directioni parallela. At ſi linea Directionis Potentiæ non eſſet parallela Directioni gravitatis Ponderis (ſi res ſcrupuloſiùs agatur) paulo aliter conſideranda videtur linea per punctum fulcri tranſiens, quæ determinet partes lineæ jungentis Potentiam & Centrum gravitatis ponderis, linea videlicet per fulcrum ducta ex puncto, in quo concurrunt directiones Potentiæ atque Ponderis. Sit Vectis A B inſiſtens fulcro C depreſſus in A infra horizontem, ut ſuſtineat pondus D incumbens vecti, à quo diſtat per lineam D E. Directio gravitatis ponderis eſt perpendicularis D R, at directio Potentiæ non ſit perpendicularis A T, verùm obliqua A R faciens cum vecte angulum B A R. Concurrunt itaque directiones Ponderis, & Potentiæ in R. Quare ſicuti quando ſunt directiones D R & A T parallelæ, premunt fulcrum C juxta perpendicularem C V, quæ rectam A D ſecat in M, ita directiones D R & A R videntur premere fulcrum C juxta rectam C R, quæ producta ſecat rectam A D in S: ac propterea Ratio Potentiæ ſuſtinentis ad Pondus non eſt ut D M ad M A, ſed ut D S ad S A.

Hinc eſt lineam directionis Potentiæ, quò majorem angulum conſtituit cum vecte in A, eò minorem angulum efficere cum perpendiculari lineâ directionis ponderis D R productâ, atque proinde cum illa concurrere multo remotiùs quàm in R, & lineam ex puncto concurſûs directionum ductam ad C, & ulterius productam ſecare lineam A D inter M & S, adeò ut aliquando facilè citra notabilem errorem aſſumi poſſit punctum M: Cum enim D R & M V ſint parallelæ, angulus D R C internus æqualis eſt externo M C S, ex 29. lib. 1. idémque di-

cendum

cendum de quolibet angulo constituto cum perpendiculari DR à lineâ ex puncto concursus directionum ducta per C punctum fulcri : ideò quo minor fit angulus ad B, minor quoque est ad C, & punctum in lineâ AD notatum magis accedit ad M.

Hinc pro determinanda Ratione momentorum potentiæ ad momenta ponderis pro diversâ vectis inclinatione duplici methodo uti poteris. Prima est, si ex centro gravitatis ponderis lineam directionis ducas, punctum enim, in quo hæc occurrit vecti, illud est, quod definit locum ponderis, in quo sua exercet momenta. Secunda est, si tam ex Potentiæ quàm ex Ponderis centro gravitatis lineam ducas ad perpendiculum in lineam horizontalem, quæ transit per C punctum fulcri ; nam partes hujus lineæ horizontalis interceptæ inter puncta, in quæ cadunt perpendiculares, & punctum C, illæ sunt, quæ reciprocè sumptæ ostendunt Rationem ponderis ad potentiam. In situ namque horizontali vectis punctum E congruit puncto S, & potentia A congruit puncto X : est igitur ut AC ad CE ita XC ad CS : in positione autem obliquâ ex A in horizontalem perpendicularis cadit in Z, ex D cadit in K, ex I verò in O. Quia igitur triangula AZC & NKC sunt æquiangula, videlicet rectangula ad Z & K, angulos ad verticem C, ex 15. lib. 1 æquales habent, &, ex 32 lib. 1. reliquum reliquo, est per 4. lib. 6. ut AC ad CN ita ZC ad CK. Similiter triangula BOC & AZC rectangula ad O & Z angulos ad verticem C æquales habent, & reliquum reliquo, adeóque sunt similia, & ut AC ad CB, ita ZC ad CO. Quare in hac obliquâ vectis positione momentum ponderis D ad momentum potentiæ sustinentis est ut ZC ad CK, & momentum ponderis I ad momentum potentiæ sustinentis est ut ZC ad CO.

Ex his, quæ de potentia sustentante dicta sunt, satis apparet potentiam paulo validiorem satis esse ad pondus movendum. Verùm licèt in vecte primi generis ad pondus sustentandum opportunè animum adverterimus ad libram curvam, hæc tamen in vecte secundi generis locum habere non possunt; propterea ad aliam explicandi rationem confugiendum est, quæ utrique gene[illegible]mmunis sit; nec difficile erit ea, quæ statim ca[illegible] ite secu[illegible]am pro secundo vectis genere ad pri-

mum

mum traducere. Consideratur nimirum motus ponderis comparatus cum eodem motu potentiæ: si enim potentia sit suâ gravitate descendens, ejus descensum metitur Z A: pondus vecti impositum ascendit, ut sit supra horizontalem altitudine K D; sed ex hac demenda est centri gravitatis distantia D E, qua eminebat supra horizontalem, ut habeatur ejus motus D K minùs D E, hoc est G K. Contra verò pondus vecti subjectum erat infra horizontalem distantiâ I E, quæ si addatur altitudini O I, dabit O H motum ipsius ponderis. Major est autem motus O I plus I E, hoc est plus D E, quàm sit motus K D minùs D E; nam posita obliquitate lineæ D I, facto centro D, intervallo D E circulus descriptus transit per G punctum depressius quàm E, & ex I intervallo I E descriptus transit per H punctum altius quàm E: ergo motus Z A ad minorem motum habet majorem Rationem, quàm ad majorem motum, atque adeò major est movendi facilitas.

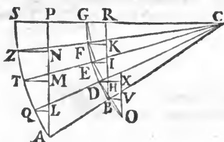
CAPUT IV.

Momenta ponderis in Vecte secundi generis considerantur.

IN Vecte secundi generis circa extremitatem, ubi est fulcrum, describuntur à pondere proximo & à potentiâ remotâ duo circulorum arcus tanquam circa commune centrum. Et quidem si in eadem rectâ lineâ sint punctum fulcri, centrum gravitatis ponderis, & ipsa virtus potentiæ sursum ascendentis, motus potentiæ & ponderis sunt in eadem Ratione, in qua sunt distantiæ ab hypomochlio, sive pondus supra horizontalem transeuntem per fulcrum, sive à loco inferiore ad horizontalem elevetur; quia videlicet tam pondus quàm potentia per similes arcus ab horizontali æqualiter remotos moventur; ac proinde eorum arcuum Sinus, qui metiuntur elevationem, habent inter se Rationem eandem, quæ est radiorum, sive distantiarum.

At verò si centrum gravitatis ponderis sit extra lineam rectam jungentem punctum fulcri cum puncto virtutis potentiæ existentis in alterâ vectis extremitate, sive supra vectem, sive infra illum sit, non manet eadem Ratio motuum, quæ est distantiarum potentiæ & ponderis (quatenus ponderis distantia sumitur à puncto, in quod à centro gravitatis cadit in vectem perpendicularis) quia ascensus & elevationes non servant eandem Rationem; ex eo quod, licèt in vectis conversione tam centrum gravitatis ponderis quàm centrum potentiæ describant in motu arcus similes, hi tamen arcus non sunt similiter positi, hoc est simili modo ab horizontali distantes: ac propterea (ut patet ex doctrina Sinuum) differentiæ Sinuum, qui conveniunt arcubus supra vel infra horizontem, ubi incipit quadrans circuli, æqualiter crescentibus, non sunt æquales: hæ autem differentiæ metiuntur motum elevationis, qui maximè attenditur, quatenus opponitur innatæ propensioni gravitatis.

Sit in C fulcrum vectis CA, & in A sit potentia movens. Si centrum gravitatis ponderis sit in eadem rectâ CBA, semper motus ponderis & potentiæ sunt omnino similes, & ut CB ad ad CA; illud enim describit arcum BG, hæc verò arcum AS, & elevatio ponderis ex B in G est BR, ascensus potentiæ est AP; & propter triangulorum rectangulorum CRB & CPA similitudinem est ut CB ad CA, ita BR ad AP. Et quamvis, diviso arcu BG in partes aliquot æquales, & in totidem æquales partes diviso arcu simili AS, non sint in singulis ejusdem arcûs partibus æquales ascensus) nam BH minor est quàm HI, hic minor quàm IK, & hic minor quàm KR, similiterque AL minor quàm LM, hic minor quàm MN, & hic minor quàm NP) comparatis tamen singulis ascensibus in minore arcu BG, cum singulis ascensibus in arcu majore AS sibi invicem respondentibus, manet eadem Ratio, & ut BH ad AL, ita HI ad LM, & sic de



reliquis

reliquis (ut ex Sinuum doctrinâ manifestum est, nec opus est hîc ostendere) sunt enim omnes in Ratione Radij CB ad Radium CA.

Longè aliter se res habet, quando extra rectam lineam jungentem punctum fulcri cum potentiâ est centrum gravitatis ponderis. Nam si Vecti CBA impositum sit pondus, cujus centrum gravitatis sit D, potentiâ A describente arcum AQ centrum gravitatis ponderis describit arcum DE, qui licèt æqualis sit arcui BD; habet tamen ascensum HI majorem quàm BH: igitur ascensus AL ad HI majorem, habet minorem Rationem quàm ad BH minorem, ex 8.lib.5. igitur in hoc motu Potentia ad Ponderis motum habet minorem Rationem, quàm si centrum gravitatis ponderis esset in B; ergo majorem experitur in movendo difficultatem.

Contrà verò si pondus sit vecti CBA subjectum, ejúsque centrum gravitatis sit O; dum potentia A describit arcum AQ, centrum gravitatis O describit arcum OB, ejusque ascensus est OV; atqui OV minor est quàm BH; ergo AL ascensus potentiæ ad OV minorem est in majori Ratione quàm ad BH majorem; est autem HI major quàm BH; ergo AL ad OV multo majorem Rationem habet quàm ad HI. Ergo datâ eâdem vectis positione, eodemque motu, major facilitas erit in elevando pondere habente centrum gravitatis infra vectem in O, quàm si illud habeat supra vectem in D.

Eadem erit demonstrandi methodus in cæteris ascensibus: nam potentia percurrens arcum AT habet ascensum AM, centrum D percurrit arcum DF, cujus ascensûs mensura est HK; centrum autem O percurrens arcum OD habet ascensum OX: cùm igitur OX minor sit quàm BI, & hic minor quàm HK, etiam AM ad OX minorem est in majore Ratione quàm ad HK majorem.

Et hæc quidem hactenus dicta intelliguntur de vecte infra lineam horizonti parallelam depresso; nam vecte supra horizontalem lineam elevato, contraria prorsus accidere ex dictis demonstratur. Concipe vectem AC elevatum supra horizontem, pondus OB est illi impositum, pondus DB est subjectum: quando potentia ascendens per arcum QA habet ascensum LA, centrum gravitatis O describit arcum BO, & ascensûs

mensura est V O; at centrum gravitatis D describens arcum E D habet ascensum I H. Cum igitur ostensum sit majorem Rationem esse L A ad V O, quàm ad I H, etiam supra horizontem elevato vecte major erit facilitas in movendo pondere vecti imposito, quàm in elevando pondus habens centrum gravitatis infra vectem.

Ut autem innotescat, qua Ratione in progressu motûs crescat difficultas, aut minuatur, observa ex Canone in arcubus æqualiter crescentibus Sinuum differentias ab initio quadrantis progrediendo usque ad finem Quadrantis semper decrescere, harum verò differentiarum differentias, hoc est differentias secundas, semper augeri. Hinc est ita R K Sinum arcûs G F majorem esse quàm differentiam K I, & K I majorem quàm I H, & I H majorem quàm H B, ut differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor sit quàm differentia inter K I & I H, hæc verò differentia minor sit quàm differentia inter I H & H B. Idem dicendum de similibus differentiis inter Sinum P N, & differentias N M, & M L, & L A. In iisdem lineis P A & R B particulas assumptas donavi vocabulo Sinuum aut differentiarum, non quasi ignorans illas particulas non esse Sinus aut differentias Sinuum arcubus æqualiter crescentibus respondentium, sed claritatis gratia abutens vocabulo; quandoquidem illis æquales sunt, cum assumantur per lineas Radio C S parallelas.

His positis intelligatur vectis totus C A cum pondere B intrà aquam, potentia verò sit cortex suberis, aut uter inflatus, seu vesica, aut quid hujusmodi levitans. Potentiæ motum metiri oportet ex naturalibus ascensibus A L, L M, & reliquis. Quia autem est ut A L ad L M, ita B H ad H I; etiam vicissim, per 16. lib. 5. ut A L ad B H, ita L M ad H I, & sic de cæteris, sive infra, sive supra horizontalem: propterea eadem semper manet facilitas aut difficultas elevandi pondus in aquâ gravitans, cujus gravitatis centrum congruat vecti C A. Idem dic si Potentia S in aqua gravitans deprimeret per vim pondus G, quod in aquâ levitaret: nam P N descensus naturalis potentiæ ad R K depressionem ponderis, eandem Rationem haberet, quam descensus N M ad depressionem K I.

Si vectis sit C A, cui pondus incumbat habens centrum gravitatis

vitatis D, atque tam pondus quàm potentia sint in medio, in quo alterum levitet, alterum graviter, utriusque motum quatenus naturalis est aut violentus, metitur linea perpendicularis in horizontalem cadens: & ut particulæ ipsæ invicem comparentur, Sinuum differentiæ A L, L M &c. B H, H I &c. considerandæ sunt. Cum itaque differentia inter B H, & H I major sit quàm differentia inter H I, & I K, utique B H magis deficit ab æqualitate cum H I, quàm H I cum I K; ideóque minor est Ratio B H ad H I, quàm H I ad I K: Atqui eadem est Ratio B H ad H I, quæ est A L ad L M; igitur minor est etiam Ratio A L ad L M, quàm H I ad I K, & viciſſim, per 27. lib. 5. minor est Ratio A L ad H I, quàm sit L M ad I K. Igitur si potentia A levitet, & pondus, cujus centrum gravitatis D, gravitet, ascendendo ad horizontalem, quæ per fulcrum C transit, acquirit movendi facilitatem.

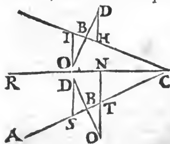
Jam figuram inverte, ut vectis moveatur supra horizontalem: vecte congruente lineæ horizontali C S, ponderis impositi centrum gravitatis erit in F, & ascendet juxta mensuram K I & I H, cum potentiæ ascensus erit P N & N M. Quia igitur differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor est, quàm differentia inter K I & I H, utique R K minùs excedit æqualitatem cum K I, quàm K I cum I H: ideóque minor est Ratio R K ad K I, quàm K I ad I H. Est autem eadem Ratio R K ad K I, quæ est P N ad N M; igitur minor est Ratio P N ad N M, quàm K I ad I H, & viciſſim minor est Ratio P N ad K I, quàm N M ad I H: Igitur ascendendo magis & recedendo ab horizontali crescit movendi facilitas.

Demum si vecti C A subjectum sit pondus, cujus centrum gravitatis O, & potentiæ motum metiatur perpendicularis A P ascendendo versùs horizontalem; quia differentia inter O V, & V X major est quàm differentia inter V X & H I, adeóque O V magis deficit ab æqualitate cum V X, quàm V X cum H I, propterea O V ad V X habet minorem Rationem quàm V X ad H I: sed ut V X, hoc est B H, ad H I, ita A L ad L M; ergo minor est Ratio O V ad V X quàm A L ad L M; & viciſſim minor est Ratio O V ad A L quàm V X ad L M; ideóque faciliùs elevatur ex O in B, quàm ex B in D. Factâ autem figuræ conversione, ut ascensus Potentiæ sit P A, & ascensus Ponderis sit R B, si poten-

tia sit in Z, centrum gravitatis ponderis subjecti est in G, & dum potentia ascendit per N M & M L describens arcum Z Q, pondus ascendit per R K & K I. Atqui R K ad K I habet minorem Rationem quàm K I ad I H, ut superiùs ostensum est, & ut K I ad I H, ita N M ad M L; ergo minor est Ratio R K ad K I, quàm N M ad M L, & vicissim minor est Ratio R K ad N M quàm K I ad M L; ergo faciliùs movetur per R K ascendendo, quàm per K I, adeóque crescit difficultas elevandi pondus subjectum vecti suprà horizontalem, si comparentur inter se partes elevationis.

Quare, ut in summam ea, quæ dicta sunt, referantur, si pondus sit infra vectem secundi generis, faciliùs elevatur eodem vectis motu versùs horizontalem, quàm si fuerit supra vectem: Contrà verò supra horizontalem faciliùs eodem vectis motu elevatur pondus vecti impositum, quàm vecti subjectum. Considerátis autem particulatim singulis elevationibus, diviso scilicet in æquales particulas universo motu ejusdem ponderis, si pondus sit in eâdem rectâ lineâ cum fulcro & potentia, eadem semper est movendi facilitas aut difficultas: Si pondus sit supra vectem, & motus infra horizontalem incipiat, semper crescit movendi facilitas non solùm usque ad horizontalem, verùm etiam supra illam: At si pondus sit infra vectem, motúsque infra horizontalem incipiat, augetur semper difficultas movendi tùm usque ad horizontalem, tùm supra illam.

Hæc omnia confirmari possunt, si lineam directionis per centrum gravitatis ponderis ductam produci intelligamus usque ad horizontalem lineam, quæ per fulcrum transit; Secabit enim vectem, & in sectionis puncto quodammodo constitutum pondus concipere possumus. Sit enim infra horizontalem C R, vectis C A, & ad punctum B illi insistat perpendiculariter linea à centro gravitatis ducta, scilicet D B supra, & O B infra. Quando vectis C A congruet lineæ C R, & erit horizonti parallelus, pondus concipietur niti in B contra vectem: at infra horizontalem centrum D nititur in S, & centrum O



in

in T, juxta lineas directionis D S & O T. Quia igitur punctum S magis distat à fulcro C quàm punctum T, pondus infra vectem faciliùs sustinetur sub horizontali, quàm pondus supra vectem. Contra autem supra horizontalem centrum O nititur in I remotiùs à fulcro C, & centrum D in H propiùs; ergo supra horizontalem faciliùs sustinetur pondus vecti impositum, quàm illi subjectum.

Quoniam verò triangula rectangula C N T, & O B T, angulos ad verticem T æquales habent, & reliquum reliquo æqualem, erit, ex 4. lib. 6. ut C T ad T N, ita O T ad T B. Igitur prout ex elevatione vectis minuitur angulus A C N, etiam minuitur angulus T O B, ac propterea T recedit à fulcro C versus B, & augetur sustinendi atque movendi difficultas. Isti autem accessus versùs B sunt inæquales, etiam si æqualia sint anguli T O B decrementa, prout decrescunt angulorum ad O factorum Tangentes, posito Radio O B. Porrò ex Canone Tangentium constat illarum differentias semper majores fieri, si augeatur angulus, minores fieri, si minuatur angulus. Igitur recedente lineâ directionis Centri gravitatis O à fulcro C, augetur difficultas sustinendi & elevandi pondus vecti subjectum: & quia supra horizontalem semper magis recedit ab eodem fulcro C ultrà punctum B versùs A potentiam, puta, ut sit O I, multo adhuc major est sustinendi atque movendi difficultas. Consideratis autem particulatim motibus, quia infra horizontalem differentiæ recessuum à puncto C fiunt semper minores; propterea crescit quidem difficultas, sed inæqualibus & minoribus incrementis; quia verò supra horizontalem differentiæ recessuum à fulcro C fiunt semper majores, crescit adhuc difficultas, & quidem semper majoribus incrementis. At si pondus sit D vecti impositum, linea directionis D S accedit versùs B usque ad horizontalem, supra quam recedit à B versùs C, ut sit ex. gr. D H: semper igitur faciliùs movetur, quamquam non æqualibus facilitatis incrementis; fiunt enim incrementa infra horizontalem sensim minora, supra autem fiunt semper majora. Sed hic unum explicandum est, quod fortasse alicui animum minùs attentè advertenti difficultatem pariat adversùs ea, quæ superiùs dicta sunt: videlicet ostensum est pondus vecti impositum, si motus incipiat infra

horizon

horizontalem, majori difficultate moveri, quàm pondus vecti subjectum. Si enim, inquis, linea Directionis D S magis ac magis accedit ad B, utique crescit movendi facilitas; contra verò lineâ directionis O T accedente ad B crescit movendi difficultas.

Ut nodum hunc solvas, observa triangula S B D, & T B O rectangula ad B, quia D S & T O sunt parallelæ, esse æquiangula & similia, immò æqualia, quia ut D B ad O B sibi ex hypothesi æqualem, ita S B ad T B. Igitur qua Ratione minuitur angulus A C R, etiam minuitur angulus S D B, & angulus T O B: igitur Tangentium differentiæ fiunt semper minores. Quare in primo motu tam linea directionis D S, quàm linea directionis O T, magis accedit ad B quàm in secundo motu, & magis in secundo, quàm in tertio; accessus tamen utriusque lineæ directionis ex eodem vectis motu sunt æquales; & qua mensurâ augetur recessus ponderis D vecti impositi, à Potentia A, eâdem pariter mensurâ augetur recessus ponderis O vecti subjecti, à fulcro C. Itaque crescit quidem illius facilitas, hujus difficultas, si ponderum singulorum motus particulatim accipiantur, ejusdémque ponderis motûs pars cum parte conferatur: at verò si utriusque ponderis motus invicem comparentur, utique pondus D difficiliùs movetur, cùm ejus linea directionis est citra punctum B versùs potentiam, quàm moveatur pondus O, quamdiu ejus linea directionis est ultra idem punctum B.

Ex his, quæ de vecte secundi generis dicta sunt, quid de vecte tertij generis dicendum sit, faciliùs innotescit, quàm ut illud pluribus explicari oporteat; potentia si quidem & pondus invicem loca commutant, sed motuum Ratio eadem est, & quæ in vecte secundi generis est Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis, vice versâ in vecte tertij generis est Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ.

Hoc te monitum velim, Amice Lector, consideratum hactenus vectem ad movenda sursum pondera gravia, aut deprimenda deorsum levia, & quidem à Potentia, quæ vi suæ gravitatis aut levitatis moveatur, cujus propterea ascensum aut descensum consideravimus. Nam si in plano horizontali à Potentia vivente movendum sit pondus, utique Potentiæ motus circularis

laris obſervatur, & attendendum eſt vectis punctum, in quod cadit linea, quæ à centro gravitatis ponderis in vectem perpendicularis ducitur, ut ponderis locus ſtatuatur, & momenta definiantur. Naturâ quippe comparatum eſt, ut ſi vectis non occurrat huic perpendiculari, non moveatur totum pondus, ſed fiat ponderis converſio vel circa gravitatis centrum, vel circa aliud punctum quod maneat immotum, aut ſaltem minore motu moveatur.

CAPUT V.

Quæ ſit Ratio Vectis Hypomochlium mobile habentis.

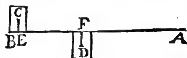
NOn hîc hypomochlium mobile illud intelligo, quod ſimul cum pondere à potentiâ ſuſtentato ad eaſdem partes promovetur; cujuſmodi ſunt manualia bajulorum vehicula, quæ unicâ rotâ inſtruuntur, & habentia rationem vectis ſecundi generis; nam fulcrum habent in axe rotæ, & potentiam in extremitate manubriorum, quibus illa ſuſtinet pondus transferendum: cui propterea addita eſt rota illa verſatilis, ut etiam hypomochlium citra difficultatem, quin atterat ſubjectam planitiem, ſimul cum pondere jam elevato, atque ſuſtentato promoveatur.

Hujuſmodi pariter eſt novitium vehiculi genus, cui Sellæ Rotatæ nomen fecerunt, hoc uno à lecticâ viatoriâ diſcrepans, quòd loco poſterioris jumenti ſuſtinentis additus eſt axis duabus rotis infixus, cui innituntur vectes ab anteriore equo ſuſtentanti unâ cum pondere intermedio. Hic eſt vectis ſecundi generis, cujus hypomochlium ſequitur potentiam trahentem pariter ac ſuſtentantem impoſitum pondus, non mutatâ Ratione momenti potentiæ ſuſtinentis, ſive hypomochlium moveatur, ſive ſtabile ſit ac fixum. Cæterùm quò pondus magis à rotis diſtat, magis equum gravat, minùs autem ſubſilit, cùm rotæ in offendiculum incurrunt.

Nomine igitur hypomochlij mobilis illud intelligo, quod

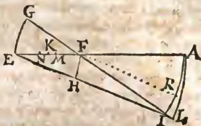
movente potentiâ atque conante adversùs pondus, resistit quidem vecti, sed & simul loco cedit ita, ut pondus & hypomochlium in oppositas partes immisso inter illa vecte moveantur. Sic contingere potest fulcrum deprimi, dum pondus elevatur, aut fulcrum elevari, dum pondus deprimitur, aut si utrumque in plano horizontali moveatur, in oppositas plagas recedere. Loquor autem de vecte primi & secundi generis, quibus communiter utimur; nam in vecte tertij generis, si hypomochlium cedat, movetur ad easdem partes cum pondere & potentia, sed tardiùs. Hinc si vecte inter duo pondera non immodicè inæqualia interjecto alterutrum movere coneris, reliquum etiam movetur; ita tamen ut neutrum tantum motûs perficiat, quantum haberent singula, si solitariè moverentur, reliquo manente immoto.

Sit vectis A B inter duos lapides C & D interjectus, qui lapidem C non dimovebit, nisi eum tangat in puncto cui occurrit linea ex C gravitatis centro ducta (aut potiùs planum per idem gravitatis centrum C transiens) ad perpendiculum in vectem, & sit linea C E; nisi enim in E lapis à vecte tangatur, movebitur quidem lapis circa centrum C, donec congruat vecti, sed non propelletur totus lapis. Idem dic de lapide D, nisi tangatur in F occurrente lineæ perpendiculari D F. Quare pondera intelligantur in E & F: & quoniam F resistit vecti, ut E propellatur versùs C, & vicissim E resistit vecti, ut F propellatur versùs D, propterea ad movendum pondus C, vectis A E est primi generis, & ad movendum pondus D, vectis A E est secundi generis; atque pondera illa vicissim habent rationem hypomochlij, quia vectis alteri innititur, ut alterum moveat.



Cæterùm singulorum lapidum absoluta & simpliciter sumpta resistentia tum ex eorum ingenitâ gravitate, tum ex superficierum se tangentium asperitate atque conflictu definitur: Comparatè verò ad vectem non sic accipienda est singulorum resistentia, quasi motûs centra essent E aut F: experimento enim manifesto deprehenditur motum potentiæ A ad motum ponderis

ponderis C non esse ut A F ad F E, neque ejusdem potentiæ A æqualem motum esse ad motum ponderis D ut A E ad F E. Nam si punctum E vectis fixum esset, & potentiæ motus esset A L, motus ponderis F esset F H: Si verò punctum F maneret immotum, & potentiæ motus esset A I æqualis ipsi A L, motus ponderis esset E G. Tunc autem motus A I æqualis est motui A L, quando ut A F ad A E, ita vicissim angulus A E L ad angulum A F I: æqualium si quidem angulorum in circulis inæqualibus arcus sunt ut Radij; ergo si fuerint anguli reciprocè ut Radij, scilicet minor in majore circulo, & major angulus in minore, erunt æquales arcus illis oppositi: Sic anguli A F R æqualis angulo A E L arcus A R est ad A L, ut Radius F A ad Radium E A; sed ut F A ad E A, ita arcus A R ad arcum A I ex constructione; ergo ut A R ad A L ita A R ad A I: ergo per 9. lib. 5. A I & A L sunt æquales.



Quoniam igitur tam E quàm F ex hypothesi in oppositas partes moventur circumacto vecte, punctum aliquod est inter E & F, quod est veluti centrum motuum tam potentiæ quàm ponderum, in quo centro quodammodo divisa intelligitur resistentia, quæ componitur tùm ex eorum innatâ gravitate, tùm ex eorum motu, spectatâ positione ad vectem. Hinc manifestum est singula pondera minùs moveri, quàm si singula moverentur reliquo manente immoto; quia videlicet singula minùs distant à centro, circa quod moventur. Sic ponderum E & F gravitas ponatur æqualis: si intelligatur centrum motûs ab utroque æqualiter distare, ut sit K E æqualis ipsi K F, motus potentiæ factus intervallo A K æqualem habet Rationem ad motum, qui fit à singulis ponderibus.

Quare potentiæ momentum perinde se habet, atque si utrumque pondus esset in E, aut utrumque in F, hypomochlium verò in K. Ponamus enim E F esse partium 6, quarum partium 7 est F A: igitur E K est 3, & K A 10; & potentia sine vecte movens lib. 3, vecte A K E movebit lib. 10 in E. Similiter K F est 3, &

K A eſt 10; igitur potentia ut 3 in A, movebit in F pondus ut 10: igitur etiam in A potentia ut 6, facto motûs centro K, movebit vel utrumque pondus ut 10 in E & F, vel unicum pondus ut 20 ſive in E, ſive in F. Conſtituatur itaque potentiæ virtus ut 6, ſi hypomochlium eſſet F immotum, non moveret niſi pondus grave ut 7 poſitum in E; & facto hypomochlio ſtabili E moveret pondus grave 13 poſitum in F; adeóque univerſum pondus eſſet librarum 20. Quare idem pondus lib. 20 movetur ab eâdem potentia, ſed non eodem motu: Nam hîc amborum ſimul ponderum motus circa centrum K eſt ut 6; at ſi potentiæ motus A I ſit 10 (quemadmodum motus potentiæ circa centrum K eſt 10) circa F centrum, motus E G eſt $8\frac{4}{7}$; & ſi potentiæ motus A L ſit pariter 10 circa centrum E motus F H eſt $4\frac{8}{11}$.

Hinc patet ſingulorum ponderum motum, quando utrumque ſimul movetur, minorem eſſe, quàm ſi ſingula ſolitariè moverentur, adeóque totum motum, qui ex duobus motibus coaleſcit, minorem eſſe ſummâ, quæ conflatur ex motu E G & motu F H. Præterea manifeſtum eſt cæteris paribus moveri faciliùs pondus F, quod eſt Potentiæ A proximum, quàm pondus E ab eâdem remotum; minor enim differentia eſt inter $4\frac{8}{11}$ & 3, quàm inter $8\frac{4}{7}$ & 3.

Quod ſi duorum ponderum E & F abſoluta reſiſtentia, quæ ex gravitate oritur, inæqualis fuerit, inæqualem pariter eſſe oportet reſiſtentiam ex motûs velocitate, quæ unicuique ponderi conveniat, ſed reciprocè, ut fiat totius reſiſtentiæ æqualitas. Cum enim utrumque pondus movendum ſit, par eſt ita reſiſtentiam dividi, ut æqualibus momentis adverſentur potentiæ contranitenti; quod ſcilicet gravius eſt, difficiliùs movetur, quod minus grave, faciliùs: igitur illius motus minor eſt, hujus major. Propterea centrum motuum iis intervallis ab utroque pondere aberit, ut quæ Ratio eſt gravioris ponderis ad minus grave, ea ſit Ratio diſtantiæ centri motûs à minùs gravi ad diſtantiam ejuſdem centri à graviore. Sit ex. gr. pondus E lib. 8. & pondus F lib. 12; diſtantia E F eadem quæ priùs, hoc eſt, 6; & F A 7. Cum igitur pondera ſint ut 2 ad 3, dividatur E F in quinque partes, & propè gravius F aſſumantur duæ F M, reliquæ tres

tres M E spectent ad minus grave E. Si itaque circa centrum M moveantur pondera E & F, habent æqualia resistentiæ momenta; nam lib. 12 moventur ut 2, & lib. 8 moventur ut 3. Quare A M est ad M E ut $9\frac{2}{5}$ ad $3\frac{3}{5}$, & A M ad M F est ut $9\frac{2}{5}$ ad $2\frac{2}{5}$. Fiat igitur ut A M ad M E, ita reciprocè pondus E lib. 8 ad virtutem potentiæ A movendi sine vecte libras $3\frac{3}{47}$: & ut A M ad M F, ita reciprocè pondus F lib. 12 ad ejusdem potentiæ A virtutem movendi sine vecte libras $3\frac{3}{47}$. In hac itaque ponderum inæqualium dispositione paulo plus virium requiritur in potentia (hoc est vis movendi lib. $6\frac{6}{47}$) quàm si essent æqualia, eandemque gravitatis summam lib. 20 constituerent.

At si vice versâ pondus E esset lib. 12, & F lib. 8, centrum motuum esset N, atque A N esset $10\frac{3}{5}$: ac propterea ut A N $10\frac{3}{5}$ ad N E $2\frac{2}{5}$, ita pondus E lib. 12 ad virtutem potentiæ sine vecte moventis libras $2\frac{38}{53}$; & ut A N $10\frac{3}{5}$ ad N F $3\frac{3}{5}$, ita pondus F lib. 8 ad virtutem potentiæ A moventis sine vecte libras $2\frac{38}{53}$. Tota igitur virtus potentiæ in hac eorumdem ponderum inæqualium collocatione sufficiet, si fuerit vis movendi lib. $5\frac{23}{53}$, quæ minor est eâ, quæ requiritur; quando pondera sunt æqualia, & differt à virtute, quæ requiritur, quando F gravius est quàm E, vi movendi ferè uncias $8\frac{1}{3}$.

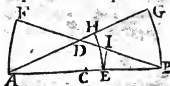
Simili argumentatione ratiocinando deprehendes, quo minus fuerit intervallum inter E & F, etiam faciliùs duo illa pondera eodem vecte moveri. Nam si idem vectis A E 13 adhibeatur, atque pondera E & F æqualia fuerint, intervallum verò E F sit 4, centrum motuum distabit ab A intervallo 11, & à singulis ponderibus intervallo 2: Quarè potentia ut 4 movebit pondera singula ut 11: vel si ponantur ut prius singula lib. 10, fiat ut 11 ad 2, ita lib. 10 ad potentiam sine vecte moventem lib. $1\frac{9}{11}$; atque ideò tota potentia sufficiens ad movenda duo pondera æqualia simul sumpta lib. 20, erit vis movendi sine vecte lib. $3\frac{7}{11}$. Quod si E fuerit lib. 8, & F lib. 12, E distabit à centro motuum partibus $2\frac{2}{5}$, F verò part. $1\frac{3}{5}$, & potentia A distabit part. $10\frac{3}{5}$: Ex quo fit singula moveri posse à potentia

habente virtutem movendi ſine vecte lib. $1\frac{43}{53}$, & ambo ſimul à potentia habente vim movendi lib. $3\frac{33}{53}$. At verò ſi viciſſim E fuerit lib. 12, & F lib. 8, diſtantia potentiæ à centro motuum erit part. $11\frac{2}{5}$, ac propterea ſingula pondera exigent virtutem movendi lib. $1\frac{50}{57}$, & tota potentia ad utrumque ſimul movendum ſufficiens erit vis movendi ſine vecte lib. $3\frac{21}{57}$, quæ deficit à vi movendi lib. $3\frac{33}{53}$, ea virtute, quæ requireretur ad movendum uncias $3\frac{1}{10}$, atque à vi movendi lib. $3\frac{7}{11}$ deficit per uncias $3\frac{1}{5}$ ferè.

Que de corpore gravi dimovendo dicta ſunt, intelligantur pariter, ſi vectis inter duo corpora flectenda, aut divellenda, interjiceretur; quemadmodum objectos caveæ ſi quæras frangere clathros: quod enim hîc gravitas, ibi ferreæ virgæ aut lignei tigilli ſoliditas impedimentum affert motui.

Porrò in vecte tertij generis, quando potentia inter utrumque pondus mobile conſtituitur, aliter res ſe habet: adhoc ſcilicet, ut aliquam vectis Rationem habeat, requiritur aut inæqualitas ponderum, aut ſaltem inæqualitas diſtantiarum potentiæ à ponderibus in utrâque extremitate conſtitutis, ita tamen ut hæ diſtantiæ non ſint in reciprocâ Ratione ponderum: nam ſi planè æqualiter diſtaret potentia ab æqualibus ponderibus, aut inæquales diſtantiæ eſſent in reciprocâ Ratione inæqualium ponderum, ita utrumque traheretur, aut impelleretur, ut pondera ſingula æquè moverentur ac potentia: ad Rationes autem vectis ſpectat inæqualiter moveri potentiam ac pondus, ſi vectis quidem obtineat vim Facultatis Mechanicæ.

Quoniam igitur in hujuſmodi vecte tertij generis oportet utrumque pondus opponi motui potentiæ, vel quia utrumque impellitur, vel quia alterum trahitur, alterum impellitur, ſit



vectis AB, in cujus extremitatibus pondera reſpondeant punctis A & B: Si potentia fuerit in C æquè diſtans ab A & B, pondera autem fuerint æqualia; potentia ex C versùs D mota nullum haberet ſui motûs centrum, ſed pariter traheret aut impelleret ad partes D utrumque pondus; nam æquè utrumque reſiſteret

tùm

tùm ratione gravitatis, tùm ratione positionis & distantiæ, quæ legem daret motui, ac proinde utrumque æqualiter cederet virtuti potentiæ. At si pondus A minus fuerit, quàm pondus B, sed reciprocam Rationem habeant distantiæ potentiæ existentis in E, ut sit EB ad EA, in Ratione ponderis A ad pondus B; adhuc æquales sunt resistentiæ; sicut enim in plano Verticali potentiæ in E sustineret utrumque pondus in æquilibrio, ita in plano horizontali trahens aut impellens utrumque æqualiter moveret.

Sint igitur pondera A & B sive æqualis gravitatis, sive inæqualis, & ita potentia sit in E, ut EB ad EA non sit in Ratione ponderis A ad pondus B: utique si B moveri non posset, potentia E circa B, tanquam circa centrum, describeret arcum EI, & pondus A arcum AF: similiter si pondus A immotum maneret, potentia circa A, tanquam circa centrum, describeret arcum EH, & pondus B arcum BG, ex hypothesi æqualem arcui AF. Potentia igitur in E faciliùs cæteris paribus moveret pondus B sibi proximum, quàm pondus A remotum, si singula singillatim movenda essent; quia, cum arcus EH major sit arcu EI, arcus autem BG, & AF sint æquales, major est Ratio EH ad EI quàm BG ad AF; & per 27. lib. 5. vicissim EH ad BG habet majorem Rationem quàm EI ad AF. Cum itaque neutra extremitas immota maneat, sed ambo pondera moveantur; minùs movetur A, quod difficiliùs, magis B, quod faciliùs: ac propterea A simpliciter fungitur munere hypomochlij ad motum ponderis B: hoc verò vicissim ad ponderis A motum, quamvis minorem, subit vicem fulcri: Neque enim hic unum tribus motibus, potentiæ videlicet & duorum ponderum, commune centrum reperire est, quia ad eandem partem omnium motus dirigitur. Hinc si fune alligato in E trahas vectem cum ponderibus, punctum E neque omnino versùs I, neque omnino versùs H dirigetur, quamquam ad H potiùs, quàm ad I inclinabitur; quia faciliùs A vectis punctum respondens ponderi convertitur circa centrum gravitatis ponderis, quàm propellat aut trahat totum pondus, prout ferunt, & ipsius gravitas, & ejusdem distantia ab E, quæ illius resistentiam componunt.

CAPUT

CAPUT VI.

Quænam sint momenta Vectis pondus fune connexum trahentis.

Contingere potest oblato ponderi super planum horizontale, aut inclinatum, trahendo non esse parem Potentiam: hujus imbecillitati opem ferre licebit Vecte potissimùm secundi generis, cujus extremitas altera fixa & stabilis maneat in plano, in quo pondus jacet, alteram extremitatem Potentia moveat, & loco intermedio alligetur funis cum pondere connexus, qui dum vecte movetur, secum rapiat & pondus. Verùm non leviter hallucinaretur, quisquis momenta vectis ex alligati funis loco simpliciter & absolutè definiret; cum potiùs ponderis resistentiam ex ipsius motu computare oporteat. Quoniam verò duplex esse potest vectis motus, nimirum aut in plano Verticali, aut in Horizontali, propterea uterque seorsim considerandus est; diversas enim lineas in plano, in quo jacet, pondus percurrit; rectam scilicet, si vectis in plano Verticali agitatur; curvam verò, si in plano horizontali aut inclinato eodem, cui pondus incumbit etiam vectis moveatur.

Sit in plano, in quo pondus jacet, linea A B, cui vectis congruere intelligatur, & concipiatur pondus in puncto C; vecti autem in D alligetur funis ita connectens pondus cum vecte, ut parti vectis D A æqualis sit funis D C. Attollatur in plano Verticali vectis, ut sit A E describens arcum B E; etiam punctum D ascendit in F, ac propterea funis est F G, & ponderis motus est C G. Iterum attollatur æqualiter vectis ex E in H; funis caput venit in I, & pondus in K. Similiter vecte

vecte in L ſublato, funis venit in M, & pondus in N. Sunt igitur tres ponderis motus, C G, G K, K N, inter ſe inæquales, qui ſemper majores fiunt; motus autem potentiæ B E, E H, H L ex hypotheſi ſunt æquales; igitur major eſt Ratio motûs B E ad motum C G, quàm motûs E H ad motum G K, & hæc Ratio major eſt Ratione motûs H L ad motum K N. Cum itaque motibus B E, E H, H L ſimiles ſint motus D F, F I, I M, manifeſtum eſt motum ponderis non ſervare Rationem ſecundùm quam dividitur vectis ab alligati funis capite, eadem quippe ſemper eſt Ratio E A ad A F, & H A ad A I, & L A ad A M.

Motus autem illos ponderis C G, G K & K N ſemper eſſe majores hinc conſtat, quia pars vectis inter funem alligatum atque hypomochlium A ex hypotheſi eſt æqualis ipſi funi connectenti pondus: ſunt igitur triangula Iſoſcelia æqualium ſemper laterum, ſed quæ majores & majores angulos ad baſim habent, ideóque minorem & minorem angulum verticalem continent. Atqui angulorum ad centrum in circulis æqualibus, vel in eodem circulo, ſemper æqualiter decreſcentium ſubtenſæ minores fiunt eâ lege, ut decrementa illa, hoc eſt, ſubtenſarum diminutarum differentiæ augeantur, ut ex Canone Sinuum conſtat. Cum itaque A G ſit ſubtenſa anguli A F G, & A K ſit ſubtenſa anguli A I K minoris, & A N ſit ſubtenſa anguli A M N adhuc minoris; harum ſubtenſarum differentiæ, videlicet C G (differentia inter diametrum circuli A C & ſubtenſam A G) G K & K N motus ponderis ſemper augentur.

Id quod ut manifeſtum fiat, triangula ipſa ad calculos revocemus ſingulorum baſim inquirentes: ponamus verò ex. gr. arcus B E, E H, H L ſingulos grad. 15, & latera ſingula A F & G F eſſe partium 100. Igitur angulus A F G eſt grad. 150, & baſis A G deprehenditur partium $193\frac{18}{100}$. Eſt autem A C ex hypotheſi 200, adeóque C G part. $6\frac{82}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem, anguli ad baſim ſinguli grad. 30, angulus verticalis grad. 120; ergo baſis A K part. $173\frac{20}{100}$: & inter A K atque A G differentia G K eſt $19\frac{98}{100}$. Deinde in triangulo A M N anguli ad baſim ſinguli ſunt grad. 45; igitur angulus verticalis grad. 90, & baſis A N part. $141\frac{42}{100}$, & inter A N & A K dif-

ferentia K N eſt $31\frac{78}{100}$. Et ſi vectem elevando pergas, idem in conſequentibus triangulis deprehendes, augeri ſcilicet differentias uſque ad A.

Hinc patet eò faciliorem eſſe, cæteris paribus, motum, quò majorem angulum funis cum vecte conſtituit, nam ab æquali potentiæ motu minor ponderis motus efficitur, quàm ſi major eſſet angulus elevationis vectis. Quare faciliùs promovebitur ad deſtinatum locum pondus quod trahitur, ſi poſt aliqualem vectis elevationem, iterum inclinato, quàm maximè fieri poterit, vecte, extremitatem A, hoc eſt hypomochlium ſubinde promoveas, quantum feret funis longitudo: tunc enim fune maximè inclinato tractio ponderis minùs obliqua juvabit motum, qui etiam minor eſt, quàm ſi pergeres vectem elevando.

Non eſt tamen neceſſe ſervari hanc, quam claritatis gratiâ propoſui, æqualitatem funis F G, & partis vectis F A; ſed aſſumi poteſt vel longior, vel brevior funis, adeò ut ex vectis parte, ex fune, & ex diſtantiâ ponderis ab hypomochlio fiat triangulum ſcalenum: in quo ſi funis fuerit longior parte vectis, eodem potentiæ motu minùs accedet pondus ad hypomochlium, quàm ſi funis fuerit brevior eâdem vectis parte; atque quo longior fuerit funis, etiam minor erit, adeóque facilior, ponderis motus, cæteris paribus, nam & tractio minùs obliqua erit. Statue igitur ex. gr. A D eſſe partium 73, & D C part. 100: quare vecte jacente, diſtantia A C eſt 173.

Sit angulus F A G iterum gr. 15; invenitur angulus A F G gr. 154. m. 7, & baſis A G part. $168\frac{66}{100}$; igitur C G $4\frac{34}{100}$. In triangulo A I K latera A I 73, I K 100 ut priùs, angulus I A K gr. 30: invenitur angulus verticalis A I K gr. 128. m. 36, & baſis A K part. $156\frac{30}{100}$: igitur G K eſt $12\frac{36}{100}$. Demum in triangulo A M N latera ſunt eadem ut priùs, angulus M A N gr. 45: ex quibus datis invenitur angulus A M N gr. 103. m. 55, & baſis A N part. $137\frac{27}{100}$: igitur K N $19\frac{3}{100}$, & totus motus C N eſt part. $35\frac{73}{100}$.

Sed viciſſim ſtatue A D partium 100, D C verò funem part. 73; quibus æqualia ſunt trianguli A F G latera A F 100 & F G 73; angulus autem F A G eſt gr. 15: invenitur angulus F G A gr. 20. m. 46, & angulus A F G gr. 144. m. 46: quare

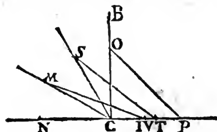
A G

A G eſt part. $164\frac{85}{100}$, & motus C G part. $8\frac{15}{100}$, qui tamen ſuperiùs, quando D C major erat, quàm A D, deprehenſus eſt ſolum $4\frac{34}{100}$. In Triangulo A I K ſimiliter datur A I 100, I K 73, angulus I A K gr. 30: invenitur angulus I K A gr. 43. m. 14, ac proinde angulus verticalis A I K gr. 106. m. 46, & baſis A K part. $139\frac{79}{100}$: igitur G K part. $25\frac{6}{100}$, quæ tamen priùs erat $12\frac{36}{100}$. Deinde in triangulo A M N latera ſint eadem, & angulus M A N gr. 45: invenitur angulus M N A gr. 75. m. 37, & verticalis A M N gr. 59. m. 23: quare baſis A N eſt par. $88\frac{85}{100}$, & motus K N part. $50\frac{94}{100}$, qui priùs erat $19\frac{3}{100}$. Verùm elevari vectis poterit ſolùm, ut funis fiat perpendicularis horizonti, ſcilicet facto angulo ad A gr. 46. m. 53; & baſis erit diſtantia ab A part. $68\frac{35}{100}$.

Ut autem innoteſcat, quid contingat fune adhuc longiore quàm part. 100, poſitâ eâdem vectis parte A D part. 73. non pigeat iterum examinare triangula. Sit ergo funis D C part. 200, quarum A D eſt 73; anguli elevationis vectis ſint iidem, qui ſuperiùs. In Triangulo A F G, angulus F A G eſt gr. 15, latus A F 73, latus F G 200: invenitur angulus F G A gr. 5. m. 25, & angulus A F G gr. 159. m. 35: ac proinde baſis A G part. $269\frac{56}{100}$, & motus C G part. $3\frac{44}{100}$, qui, poſito fune F G 100, erat $4\frac{34}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem, angulus I A K eſt gr. 30; ergo angulus I K A gr. 10. m. 31, & verticalis A I K gr. 139. m. 29; atque baſis A K part. $259\frac{87}{100}$; ac propterea G K part. $9\frac{69}{100}$, quæ priùs fuit $12\frac{36}{100}$. Denique in Triangulo A M N eadem latera 73 & 200 cum angulo M A N gr. 45, dant angulum M N A gr. 14. m. 57, & verticalem A M N gr. 120. m. 3; atque baſim A N part. $244\frac{82}{100}$: quare motus K N eſt $15\frac{5}{100}$, qui in priore hypotheſi erat $19\frac{3}{100}$. Longior itaque funis dat minorem & faciliorem motum ponderis.

Quemadmodum verò elevando vectem à poſitione horizontali uſque ad perpendiculum difficultas trahendi augetur, quia pondus velociùs movetur, ita ex adverſo, ſi vectis horizonti perpendicularis inclinetur ad partem oppoſitam ponderi

(adeò ut vectis sit inter potentiam & pondus) crescit trahendi facilitas, quia pondus semper tardiùs movetur, quo magis vectis ad horizontem deprimitur. Sit enim pondus in P, vectis perpendicularis C B, funis O P utique longior parte vectis O C.



Inclinetur vectis per Quadrantis trientem, ut O veniat in S; funis erit S T, & pondus veniet ex P in T. Æquali inclinatione deprimatur vectis, ut S veniat in M; funis erit M V, & ponderis motus T V. Demum vectis horizonti congruat, ut M veniat in N; funis erit N I, motúsque ponderis V I. Cum igitur semper tardiùs moveatur pondus, quia spatia P T, T V, V I semper decrescunt, æquales autem potentiæ motus illis respondeant, etiam crescit trahendi facilitas.

Illa autem basium C P, C T, C V decrementa in triangulis C O P, C S T, C M V semper minui constabit ex Trigonometria; dantur enim in omnibus eadem duo latera, scilicet funis longitudo, & pars vectis, datúrque in singulis æqualiter crescens angulus funi oppositus; quare inveniuntur & bases, quarum differentiæ semper minores fiunt. Sic in triangulo O C P rectangulo sit perpendiculum O C partium 73, & hypothenusa O P part. 100; igitur C P basis est part. 68 $\frac{34}{100}$. Deinde quia C S est part. 73, S T part. 100, & angulus S C T gr. 120, invenitur C T part. 40 $\frac{97}{100}$: ergo P T est part. 27 $\frac{37}{100}$. Similiter M C est 73, M V 100, angulus M C V gr. 150; igitur C V invenitur part. 29 $\frac{21}{100}$; ac proinde T V est part. 11 $\frac{6}{100}$. Demum quia N C est 73, & N I est 100, remanet C I part. 27: & ablatâ C I ex C V, relinquitur I V part. 2 $\frac{21}{100}$. Totus itaque motus P I est part. 41 $\frac{34}{100}$. Fac autem O C 73 esse quartam totius vectis partem, qui proinde erit part. 292. Et quia Radius ad Quadrantem peripheriæ circuli est ut 7 ad 11, si fiat ut 7 ad 11, ita 292 ad 458 $\frac{6}{7}$, potentia in vectis extremitate posita

motum

motum habet part. 458, dum pondus movetur solum per spatium part. 41.

Jam verò finge omnia eadem, præter funis longitudinem, quam statuamus O P ex. gr. partium 200, quarum O C est 73: igitur C P est 186 $\frac{1}{5}$; & quia N C est 73, atque N I ex hypothesi est 200, remanet C I part. 127; atque adeò totus motus P I est part. 59 $\frac{1}{5}$: ad quem motum idem potentiæ motus 458 habet minorem Rationem quàm ad motum part. 41, quem dat minor funis longitudo.

Superest adhuc tertia quædam ponderis positio, vecte agitato in plano verticali; quando nimirum initio motûs statuitur pondus proximum hypomochlio, à quo in motu recedat: hujusmodi scilicet vecte uti possumus, cùm aliquid modicè quidem movendum in plano horizontali proponitur, sed multa est difficultas. Similiter si longiuscula ferrea bractea esset suis extremitatibus validè connexa cum aliquo corpore, & circa medium eam flecti oporteret; ut cuneus vel aliquid simile inter corpus & bracteam inseri posset; funi adnecteretur uncus bracteam apprehendens, qui elevato vecte, sive depresso illam aliquantulum flecteret.

Sit vectis hypomochlium in R, funis in K alligatus, & funis longitudo K S 73; pars verò vectis R K 100: quare R S distantia ponderis S ab hypomochlio R est 27. Moveatur vectis sursum, & faciat angulum L R K gr. 15 funis est L I part. 73, & L R part. 100; igitur ex his datis invenitur angulus R I L gr. 159. m. 14, & R L I gr. 5. m. 46; adeóque basis R I part. 28 $\frac{34}{100}$; igitur motus ex S in I est 1 $\frac{34}{100}$. Quod si ponatur R L esse quarta pars vectis, totus Radius est part. 400, & arcus ab extremitate vectis descriptus gr. 15, est part. 104 $\frac{72}{100}$: Ex quo vides motum potentiæ ad motum ponderis esse proximè ut 78 ad 1. At verò si funis L I longior ponatur, ut sit part. 90, & reliqua sint ut priùs, invenitur angulus R I L gr. 163.

m. 17, & angulus R L I gr. 1. m. 43': quare basis R I est part. $10\frac{42}{100}$: & quia R S ex hypothesi est solum part. 10, motus S I est $\frac{42}{100}$ multo minor quàm cum funis brevior ponitur, ac propterea etiam facilior est motus, quippe qui minorem Rationem habet ad motum potentiæ.

Pergendo autem in elevatione vectis adhuc per gr. 15, ita ut angulus P R O sit gr. 30, P R est 100, P O est 73: invenitur angulus R O P gr. 136. m. 46, & angulus R P O gr. 13. m. 14, atque basis R O part. $33\frac{42}{100}$: quare motus I O est part. $5\frac{8}{100}$. Et iterum elevando vectem per gr. 15, ita ut angulus Q R T sit gr. 45, invenitur angulus Q T R gr. 104. m. 23, & angulus R Q T gr. 30. m. 37, basis autem R T part. $52\frac{17}{100}$: ex quo fit motum O T esse partium $19\frac{11}{100}$. Hinc patet æqualibus potentiæ motibus inæquales, sempérque majores ponderis motus respondere, ac proinde crescere movendi difficultatem; cum enim pondus suâ gravitate insistat subjecto plano, in quo trahitur, quò magis elevatur vectis, etiam funis magis obliquus est, minusque valida fit tractio, quæ magis obliqua est.

Quas hactenus recensuimus tractiones, fieri per lineam rectam vel accedendo ad punctum hypomochlij, vel ab eo recedendo, satis constat; quia, dum vectis in plano Verticali movetur, pondus non recedit ab illo eodem plano Verticali semper suâ gravitate insistens plano horizontali, atque idcirco motùs illius est in communi horum planorum sectione, hoc est, in lineâ rectâ. Sin autem motus vectis fuerit in eodem plano horizontali, in quo est pondus fune trahendum, quia vectis circulariter movetur, illum sequitur pondus per lineam curvam, sed quo ad ejus fieri possit, brevissimam, ut quàm minimam patiatur violentiam. Certum quippe est oportere funem vecti congruentem citra quamlibet anguli inclinationem, esse breviorem parte illa vectis, quæ inter hypomochlium, & locum alligati funis, intercipitur; si enim æqualis esset, circumducto vecte pondus fulcro proximum non moveretur; multo minùs, si longior esset funis. Cum itaque brevior sit, necesse est pondus quoque circumduci, sed non eâ ratione, qua moveretur, si funis eundem semper angulum cum vecte constitueret; quemadmodum contingeret, si vecti loco funis flexilis

flexilis rigidum brachium adjaceret, cui pondus adnecteretur. Verùm quia pondus suâ gravitate resistit, dum vectis movetur, retinetur aliquantulum funis à pondere, & angulum subinde majorem cum vecte efficit; trahitur tamen pondus, sed ita, ut violentiam subeat quàm minimam pro ratione positionis; ac propterea lineam curvam helici similem describit, quo ad funis certum angulum acutum (pro ut funis, aut pars vectis longiores fuerint, sive breviores) cum vecte constituat; quo deinde angulo manente pondus in gyrum ducitur per circuli ambitum. Observabis enim positâ eadem vectis parte, quò brevior fuerit funis, eò majorem esse angulum illum, ad quem devenitur, & in quo consistitur nec illum augendo, nec minuendo. Quod si in funem eâdem vectis parte longiorem ita disponas, ut non vecti congruat, sed cum illo angulum efficiat, circumducto vecte ita pondus per helicem moveri videbis, ut diminuto subinde angulo, demum funis vecti in eadem rectâ lineâ congruat, & ponderis ultra hypomochlium manentis tractio desinat: quia videlicet ponderis gravitas resistens licèt trahatur, retinet tamen funem, & minuitur angulus, usque dum omnis angulus pereat.

Hujusmodi motûs causam deprehendes, si attentè inspicias pondus, cum vectis in gyrum moveri incipit, ita trahi, ut etiam aliquantulum circa suum centrum gravitatis, aut circa aliud punctum (neque enim hic locus est punctum illud definiendi) volvatur; ex qua conversione fit minore motu opus esse, ut pondus consequatur trahentem: ubi verò tanta facta fuerit ponderis circa suum centrum conversio, ut si in hanc, vel in illam partem adhuc converteretur, majorem subiret in tractione violentiam, hoc est, cogeretur majorem motum perficere, quàm sit motus ejusdem nullâ factâ circa suum illud centrum conversione, tunc manet angulus funis cum vecte, nec jam augetur aut minuitur. Quia autem, cæteris paribus, quò brevior est funis, eò major fit ponderis circa suum centrum conversio; propterea ad majorem angulum demum inclinatur funis in vectem. Sed in hoc non est diutiùs immorandum; rarus quippe est hujusmodi tractionis usus.

CAPUT VII.

Quid conferat Potentiæ moventis applicatio ad vectem.

QUoniam duplex eſt Potentiæ genus, alia ſiquidem inanima eſt, cujus conatus ſecundùm rectam lineam in centrum, vel à centro, dirigitur, prout gravis eſt aut levis, alia eſt vivens, quæ pro variâ muſculorum intentione, ac membrorum inflexione in aliam atque aliam partem dirigi poteſt; idcirco, cujuſmodi potentiâ uti liceat, conſiderandum eſt, ut opportunum vectis genus eligatur. Nam ſi vectis primi generis depreſſione attollendum ſit pondus, & potentia ſit vivens, ut homo, major eſt movendi facilitas, tum quia ipſum vectis pondus potentiam juvat ſuâ gravitate, tum quia in hujuſmodi depreſſione vectis non ſolùm brachiorum, ſed etiam quandoque totius humani corporis vecti incumbentis, vel ex vecte pendentis gravitas momentum non leve addit contentioni, qua virtus movendi impetum vecti imprimens connititur. Sin autem vecte ſecundi, aut tertij generis elevandum ſit pondus idem, ipſa vectis gravitas officit, quam pariter cum ipſo pondere attollere oportet, & majore virium contentione opus eſt, ut experientiâ docemur.

Verùm illud, quod hîc potiſſimum examinandum proponitur, eſt ipſa potentiæ, quæcumque illa ſit, applicatio ad vectem: neque enim ſatis eſt, ſi illa extremitati vectis adjungatur, aut certo quodam loco in vecte tertij generis collocata intelligatur; ſed maximè attendendum eſt, ſecundùm quam lineam potentiæ motus dirigatur; diverſa quippe ſunt potentiæ momenta pro alia atque aliâ hujuſmodi motûs directione, quatenus cum vecte comparatur. Quemadmodum enim ſi potentia vectem urgeat, aut trahat, juxta ejuſdem vectis in hypomochlij puncto firmati longitudinem, nihil prorsùs in pondere efficit; ita quoquè ſi in vectis longitudinem obliquè inci-

dat

dat impetûs à potentiâ concepti directio, pro ratione obliquitatis minuitur potentiæ momentum; quod integrum manet, si ad angulos rectos vecti occurrat linea motus, quam init potentia.

Sit vectis primi generis A B habens hypomochlium in C, sive secundi aut tertij generis D E habens hypomochlium in D. Si potentia constituta in B, aut E aut F, motum suum dirigat secundùm eandem rectam lineam B A aut E D, sive urgendo vectem versùs C aut D, sive illum inde retrahendo, manifestum est, puncto hypomochlij C aut D manente, pondus in A, aut in F, aut in E constitutum nihil prorsus moveri, nam totus potentiæ conatus irritus est, nec vectem movet. Oportet igitur lineam, secundùm quam dirigitur motus potentiæ, constituere cum vectis longitudine angulum aut rectum, aut recto minorem, aut majorem. Si angulum acutum H B A efficiat, movetur quidem potentia & vectis, sed cùm urgeatur vectis versùs hypomochlium C, impeditur potentia, nec movet vectem pro ratione impetûs, quem illa concipit. Similiter si directio motûs potentiæ sit secundùm lineam B G, & fiat angulus obtusus G B A, quamvis vectem moveat, minùs tamen illum flectit aut deprimit, quàm requirat impetûs concepti intensio, quia conatur vectem retrahere ab hypomochlio C, & ab illo retinetur. Cùm autem, quò acutior aut obtusior est angulus, eò etiam majus sit impedimentum, hinc est pariter plus laboris à potentiâ impendi. Quare, cùm nullum sit hujusmodi impedimentum, quando ad rectos cum vecte angulos potentiæ motus dirigitur, ut I B A, propterea tunc solùm potentia obtinet omnia momenta, quæ concepto impetui respondent: nihil enim impetûs deteritur ab impedimento, quod vectis inferat, quippe qui nec versùs hypomochlium urgetur, nec ab illo retrahitur.

Porrò observa longè aliam esse lineam motûs potentiæ, à lineâ secundùm quam ejusdem potentiæ motus dirigitur; nam potentia in B applicata movetur describendo arcum circa C

Fff

punctum hypomochlij, sed pro variâ directione modò majorem, modò minorem arcum describit eodem tempore ex vi ejusdem impetûs concepti. Hinc est, nisi potentia suum motum in gyrum dirigat, fieri non posse, ut in motu eadem servet virium momenta: Nam licèt eandem directionem servaret, quatenus horizontem respicit, aut certum aliquod punctum, non esset tamen eadem directio comparata cum vecte; alium quippe atque alium cum vecte angulum constitueret illa eadem directionis linea: id quod manifestò constat, cùm vectis à potentiâ gravi deprimitur; linea enim directionis in centrum gravium directa semper obliquior incidit in vectem, qui deprimitur.

Voco autem *Directionem motûs* lineam illam, quam potentia ex vi concepti impetûs sponte percurreret, nisi ab illâ deflectere cogeretur, quia cum vecte connectitur. Sic potentia B lineam B H ex. gr. percurreret, nisi vectis in C firmati soliditas obstaret, cogerétque arcum B R describere: idem de cæteris lineis dicendum. Hinc si longitudo B H concipiatur spatium, quod à potentiâ liberâ vi sui impetûs certo tempore perficeretur, illa utique non recederet à lineâ A B nisi pro ratione Sinûs Recti angulo H B A convenientis posito Radio B H, scilicet per H O. Similiter si directio motûs sit B G angulum obtusum G B A constituens, potentia non recederet ab eâdem lineâ A B nisi pro ratione G K sinus Recti ejusdem anguli G B A obtusi posito Radio B G, qui ex hypothesi æqualis est Radio B H, ponitur enim utrobique æqualis impetus potentiæ. Quare cùm idem sit Sinus Rectus anguli acuti, atque obtusi, quorum summa æquatur duobus rectis, eadem pariter momenta virium exercet potentia, sive ad acutum, sive ad obtusum cum vecte angulum dirigatur. Hoc tamen intercedit discrimen, quando potentia eandem servat ad horizontem directionem, quod acutus angulus procedente motu fit major accedens ad Rectum, augetúrque ejus Sinus; obtusus verò angulus fit obtusior magis recedens à Recto, minuitúrque ejus Sinus; ac proinde ibi augetur, hîc minuitur movendi facilitas.

Potentia itaque motum suum dirigens ad acutum angulum per lineam B H, vi sui impetûs describit circa centrum C arcum B R; ad angulum rectum per lineam B I describit arcum

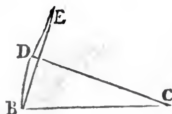
B N;

BN; ad angulum demum obtuſum per lineam BG deſcribit arcum BL, qui eſt æqualis arcui BR, ſi angulus obtuſus GBA ſit ſupplementum ad duos rectos anguli acuti HBA, major autem, aut minor eodem arcu BR, ſi angulus obtuſus ſit minor aut major eodem Supplemento ad duos rectos. Hæc tamen ita dicta intelligas velim, ut hujuſmodi arcus toti atque integri non motum ipſum exprimant, qui re vera fiat, ſed virium Rationem pro diverſâ potentiæ applicatione in minimâ arcû deſcripti particulâ; neque enim ſingulis temporis momentis æqualis pars arcûs eidem impetui reſpondet, ſingulis nimirum momentis mutatur vectis inclinatio, & manet eadem motús directio, atque varia eſt potentiæ ad vectem applicatio, niſi illa impetum concipiat, quo ſua ſponte in gyrum ageretur, etiamſi ad motum circularem non determinaretur à vecte. Sed quoniam arcus eodem Radio CB à potentiâ deſcriptus eſt ſimilis arcui eodem Radio CA deſcripto à pondere, proinde non mutatur Ratio motuum, ſive potentia deſcribat eodem impetu minorem, ſive majorem arcum ejuſdem circuli: propterea non mutatur quidem momentum potentiæ cum pondere abſolutè comparatæ, mutatur tamen ſubinde momentum potentiæ, quatenus ſecum ipſa comparatur, faciliúſque movere pondus tunc dicitur, quando eodem conatu majorem motum ponderi æquali tempore conciliat; id quod fit, cùm ad angulum rectum vecti applicatur.

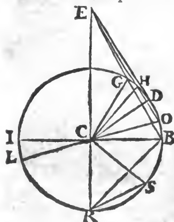
Hæc eadem, quæ in vecte primi generis explicata ſunt, in reliquis pariter duobus generibus locum habent, nec opus eſt illa iterum inculcare. Unum in his obſervandum videtur, quando potentia movens eſt à vecte ſejuncta, illúmque trahendo movet certo in loco firmiter conſtituta, vectem in motu propiùs accedere ad potentiam trahentem, ac proinde diligenter attendendam eſſe ipſius potentiæ poſitionem, ut innoteſcat, utrùm angulus, quem ſubinde cum vecte funiculus efficit, accedat magis ad rectum, an verò recedat à recto, quia in motu acutior aut obtuſior evadat. Id quod ſatis fuerit ſubindicâſſe; præſtat ſiquidem laborem in motu minui, quàm augeri.

Sic dato vecte CB ſecundi generis habente hypomochlium in C, ſtatue quantum moveri debeat, ex. gr. per

arcum B D. Erit igitur vectis positio C D. Excitetur ex D perpendicularis D E, & in aliquo rectæ lineæ D E puncto, puta in E, statuatur potentia, quæ funiculo E B trahens vectem ita vecti intelligatur applicata, ut majorem subinde angulum efficiat, donec ad rectum C D E deveniat. Sic facilior erit motus, & labor minuetur. Quod si potentia movendo pergeret adhuc trahens vectem, jam augeretur labor, quia applicaretur ad angulum obtusum. Porrò in recta D E eligendum esse punctum, quoad fieri poterit, proximum puncto D, ut funiculus E B minùs acutum angulum cum vecte C B constituat, apertius est, quàm ut oporteat id pluribus hìc ostendere. Eximendus tamen est omnis scrupulus, ostendendo angulum semper majorem fieri, quando distantia potentiæ E ab hypomochlio C major est longitudine dati vectis C B.



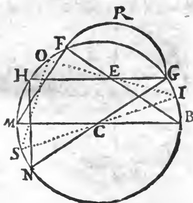
Intelligatur descriptus integer circulus B G I L à vecte C B circumducto, & producatur B C in I, atque funiculus E B secet peripheriam in G. Tum vectis positio fiat C O, & funiculus E O secet peripheriam in H. Manifestum ex 33. lib. 6. angulum C O E majorem esse angulo C B E: nam, productâ O C in L, angulus C B E insistit arcui G I, angulus autem C O E insistit arcui H L, qui major est arcu G I: omnes autem acuti sunt, quia insistunt peripheriæ minori, quàm sit semicirculus (sunt enim, ex 20. lib. 3, subdupli suorum angulorum ad centrum iisdem peripheriis insistentium) donec funiculus E D sit Tangens circuli, & ex 18. lib. 3. angulum rectum constituat in D. Quòd si vectis adhuc trahatur à potentia E, & veniat in H & in G, constat ex 21. lib. 1. angulum



lum CDE minorem esse angulo CHE, hunc verò minorem angulo CGE, atque ita deinceps.

Idem contingit, si distantia potentiæ R ab hypomochlio C omnino æquali sit longitudini vectis CB; nimirum trahendo vectem ex B in S, angulus RSC major est angulo RBC, & sic deinceps trahendo ex S versùs R: quamvis enim semper sit angulus acutus, major tamen subinde fit & major; quia manente eádem distantiâ RC æquali longitudini vectis, tam triangulum CBR quàm CSR, & reliqua omnia sunt Isoscelia; quò ergo minor fit angulus ad C, eò major fit angulus ad basim in R, cui, per 5. lib. 1. æqualis est reliquus angulus ad eandem basim. At si distantia potentiæ ab hypomochlio minor fuerit longitudine vectis, utique locus potentiæ est intra circulum à vecte circumducto descriptum. Consideranda est igitur varia funiculi ad vectem inclinatio: pro qua explicanda hæc præmitto lemmata.

LEMMA I. Si intra circulum assumptum fuerit punctum E, in quo duæ rectæ lineæ BF & GH æqualiter à centro distantes, ideóque ex 14. lib. 3. æquales, se invicem secent; & à centro C ducantur Radij CB & CG; anguli CBF & CGH sunt æquales.



Producatur BC in M, & GC in N, ducantúrque rectæ FM & HN. Quia MB & NG sunt diametri, anguli in semicirculo BFM & GHN, ex 31. lib. 3. sunt recti: igitur quadrata BF & FM simul sumpta sunt æqualia quadratis GH & HN simul sumptis, cum, ex 47. lib. 1. æqualia sint quadrato diametri. Est autem quadratum BF æquale quadrato GH, nam rectæ BF & GH ex hypothesi sunt æquales; igitur quadrata FM & HN sunt æqualia, ideoque rectæ

F M & H N ſunt æquales; ergo ex 28. lib. 3. ſubtendunt æquales peripherias, F H M & H M N; ergo ex 27. lib. 3. anguli F B M & H G N æqualibus peripheriis inſiſtentes æquales ſunt.

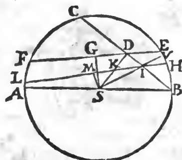
Invenitur autem recta linea tranſiens per E, quæ æqualis ſit rectæ B F, ſi facto centro E, intervallo E F, deſcribatur circulus F R G ſecans datum circulum in G; nam ex G per E ducitur recta G H quæſita: eſt enim, per 35. lib. 3, rectangulum G E H æquale rectangulo F E B; ſunt autem G E & F E æquales Radij ejuſdem circuli ex conſtructione; igitur per 1. lib. 6, etiam E H & E B ſunt æquales; ergo tota G H toti F B eſt æqualis.

LEMMA II. Si in puncto E intra circulum aſſumpto ſecent ſe invicem duæ rectæ B F & I O inæquales, ac proinde ut colligitur ex 15. lib. 3. inæqualiter à circuli centro diſtantes, ducantúrque ex centro Radij C B, & C I; angulus factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo facto à Radio cum lineâ propinquiore.

Perficiantur triangula B F M & I O S rectangula ad F & O ex 31. lib. 3, quia M B & S I ſunt diametri. Quadrata B F & F M ſimul ſumpta, ex 47. lib. 1, ſunt æqualia quadratis I O & O S ſimul ſumptis: Quia autem ex hypotheſi recta I O remotior eſt à centro quàm B F, eſt etiam minor, ut conſtat ex 15. lib. 3: igitur quadratum I O minus eſt quadrato B F, adeóque quadratum reliquum O S majus eſt reliquo quadrato F M, & linea O S major eſt linea F M. Quapropter etiam O S ſubtendit majorem arcum O M S, & F M ſubtendit minorem arcum F O M, & angulus S I O factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo M B F facto à Radio cum lineâ propinquiore.

LEMMA III. Si in circulo ab extremitate diametri B exeat recta linea B C circulum ſecans, in qua aſſumatur punctum D eam bifariam æqualiter dividens, & per punctum

punctum D alia recta circulum secans ducatur, hæc vicinior est centro, & major.



Ducatur ex centro S recta S D, quæ per 3.lib.3. facit angulum S D C rectum: Tum per D alia quædam linea E F transeat, quæ utique cum recta S D facit angulum S D F minorem recto, & S D E majorem recto: nam si angulos faceret rectos, esset S D utrique lineæ B C, & E F perpendicularis, secaret E F bifariam in D per 3. lib. 3. adeóque duæ rectæ B C & E F se mutuo bifariam secarent, contra 4. lib. 3. Igitur in rectam E F perpendicularis ducta ex centro S erit S G cadens ad partes anguli acuti. Quapropter in triangulo S G D rectangulo ad G major est hypothenusa S D, quàm perpendiculum S G. Magis ergo distat linea B C quàm linea E F à centro, ac proinde per 15. lib. 3. illa est minor, hæc major.

LEMMA IV. Si in eâdem rectâ B C assumatur punctum I inter extremitatem B & punctum medium D, atque, ex centro directâ rectâ S I V, inter V & B alia quæpiam per I transeat recta H L circulum secans, quæ & secet perpendicularem S D, ex. gr. in puncto K; hæc pariter H L centro propinquior est quàm B C, ac proinde major.

Angulus K D I est rectus, angulus D K I, & qui est illi ad verticem, S K L est acutus; igitur perpendicularis ex centro S in rectam H L ducta cadit inter K & L, puta in M. In triangulo igitur rectangulo S M K major est S K quàm S M, ex 18. lib. 1: ergo multò major est S D quàm S M, ac propterea ex 15. lib. 3. H L vicinior est centro, & major quàm B C.

LEMMA V. Si in rectâ B C ductâ ab extremitate diametri assumatur punctum N ultra punctum medium D, atque ex S centro ductâ per N lineâ rectâ S O, productâque perpendiculari S D in P, transeat per N alia quæpiam recta Q R inter P & B circulum secans in Q; hæc pariter secat in T perpendicularem productam, & est à centro S remotior quàm recta B C atque proinde minor.

Quia in Triangulo N D T rectangulo ad D, angulus D T N est acutus, utique in lineâ T S assumpto puncto S, ex hoc cadet in lineam Q R perpendicularis inter puncta T, & R; quam dico majorem esse perpendiculari S D. Nam si ipsa recta S N perpendicularis fuerit ad R Q, est triangulum S D N rectangulum, adeóque hypothenusa S N major est quàm latus S D: Sin autem perpendicularis ad R Q cadat in V secans rectam B C in Z, utique S Z subtendens angulum rectum S D Z major est quàm S D; est autem S V major quàm S Z, ergo & multo major, quàm S D: ergo linea Q R remotior est quàm B C, & minor.

Deinde si linea per N transiens, & circulum secans, extremitatem alteram habeat non inter punctum P terminum perpendicularis S D productæ, atque B terminum rectæ B C; Vel dividitur in N bifariam, & linea S N per 3. lib. 3. est perpendicularis ad illam, quæ major est quàm S D, ut pote opposita angulo recto S D N: Vel dividitur inæqualiter. Si segmentum majus sit in parte superiori, hoc inter N & arcum O P, utique perpendicularis ex S centro ducta in illam lineam cadens secabit lineam B C inter puncta N & D, ac propterea ostendetur major quàm S D, ut supra ostensum est de linea R Q. At si in parte superiori, hoc est inter N & arcum O P sit segmentum minus, perpendicularis ex S in lineam ducta cadet infra punctum

punctum N, & à ſegmento majore abſcindet particulam inter N & punctum perpendiculi interceptam. Hæc particula ſi fuerit æqualis particulæ ND, linea BC & linea ducta ſunt æqualiter à centro remotæ; ſin illa particula minor fuerit quàm ND, linea ducta remotior erit quàm BC; ſi demùm major fuerit quàm ND, linea ducta propinquior centro erit quàm BC. Finge ſcilicet ductam eſſe rectam PNX, & ſegmentum majus eſſe NX; utique perpendicularis ex S bifariam ſecans totam PX cadit inter N & X, puta in Y. Eſt igitur SYN triangulum rectangulum in Y, & per 47. lib. 1. quadratum SN æquale eſt quadratis NY & YS; atqui etiam triangulum SDN eſt rectangulum ex hypotheſi, eandemque habet hypothenuſam SN; igitur quadrata ND & DS æqualia ſunt quadratis NY & YS. Quare ſi particulæ NY & ND æquales ſunt, æqualia ſunt & earum quadrata, ac idcircò etiam æqualia ſunt quadrata YS & DS, atque eorum latera æqualia ſunt, & lineæ BC atque PX ſunt æqualiter remotæ. Quod ſi particula NY minor eſt quàm ND, etiam illius quadratum minus eſt quadrato hujus; ergo reliquum quadratum YS majus eſt reliquo quadrato DS, atque àdeò linea SY major eſt quàm linea SD, & linea ducta PX remotior eſt atque minor quàm BC. Si demum NY major eſt quàm ND, etiam illius quadratum majus eſt hujus quadrato, & reliquum quadratum YS minus eſt reliquo quadrato DS: igitur linea YS minor eſt quàm linea DS, ac propterea linea ducta PX propinquior eſt centro, & major quàm BC.

His præmiſſis facilis eſt ſolutio propoſitæ difficultatis, ut innoteſcat, utrùm in tractione minuatur labor, an augeatur, quando potentiæ trahentis diſtantia ab hypomochlio eſt minor longitudine vectis. Dato ſi quidem loco potentiæ datur ejuſdem diſtantia tùm ab hypomochlio, tum ab extremitate vectis, cum qua funiculus connectitur; ſed & datur ipſius vectis longitudo: quare per Trigonometriam innoteſcit quantitas anguli, cui opponitur vectis. Nam ſi ille rectus eſt, ut SDB, per lemma 3. in tractione funiculus fit pars lineæ centro propinquioris, quàm primò aſſumpta DB: igitur in tractione angulus funiculi cum vecte fit ſenſim acutior ex lemm. 2. augetúrque difficultas trahendi. Si angulus vecti oppoſitus ſit obtuſus, ut

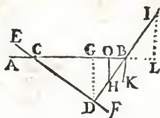
SIB, in tractione funiculus evadit pars lineæ propinquioris centro, quàm prima IB ex lemm. 4. & similiter ex lemm. 2. fit angulus magis acutus, atque trahentis labor augetur. Si demum angulus vecti oppositus sit acutus, ut SNB, ex lemm. 5. minuitur labor trahentis usque ad certum terminum, quandiu scilicet vectis non secat perpendiculariter primam funiculi positionem NB, hoc est vectis circumductus nondum est SP; tandiu enim funiculus est pars lineæ à centro remotioris, & facit per lemm. 2. cum vecte angulum majorem. Ubi autem vectis fuerit SP, tunc observandum est, utrùm angulus SNP rectus sit, an obtusus, an acutus; & eâdem methodo procedendum est, quasi prima funiculi positio esset NP, ut innotescat, utrùm funiculus in ulteriori tractione fiat pars lineæ remotioris, an verò propinquioris, ac proinde fiat angulus subinde major, an verò minor.

Quæ de Vecte in alterâ extremitate hypomochlium, in alterâ potentiam habente hactenus exempli gratia explicata sunt, facilè referuntur ad vectem, quando hypomochlium, aut potentia inter extremitates collocantur; semper enim attendenda est hypomochlij distantia à potentia trahente, ut potentiæ obliquè trahentis momenta innotescant; angulus scilicet funiculi cum vecte pendet ab hypomochlij puncto, circa quod fit vectis conversio.

Quoniam autem hujus capitis initio momentorum Rationem juxta diversam potentiæ applicationem ex arcubus vi ejusdem impetûs descriptis æstimandam esse dictum est, & quis fortasse suspicetur arduum esse hujusmodi arcus inter se comparare; animadvertat ex Tabulis Trigonometricis ejusdem arcûs Sinum & Tangentem iisdem planè numeris definiri, quando arcus valde exiguus est. Quapropter cum quilibet arcus minor sit suâ Tangente, & major Sinu, arcuum minorum Rationem citra ullum erroris periculum explicare possumus per eorum Sinus. Cum verò hîc, ubi de potentiæ ad vectem secundùm diversos angulos applicatæ momentis sermo est, non nisi minimi arcus assumendi sint, eorum Ratio eadem assumitur, quæ Sinuum.

Quare si vectis sit AB, hypomochlium C, vis potentiæ & directio motûs potentiæ BH: loco arcûs BK, qui in motu vi talis

talis impetûs cum hac directione describitur; assumi potest anguli H B O, Radio B H, Sinus H O, qui est æqualis Sinui arcûs B K Radio C B. Est autem minimus arcus longè minor quàm arcus B K, sed claritatis gratia arcum notabilem & conspicuum assumere oportuit. Est igitur potentiæ ad angulum rectum in B applicatæ momentum, ad ejusdem potentiæ ad angulum H B O acutum applicatæ momentum, ut Radius B H ad acuti anguli Sinum H O.



Jam intellige vectem A B converti, & lineam B H produci, donec in D ad angulos rectos occurrat vecti habenti positionem E F. Dico potentiæ ad perpendiculum & obliquè applicatæ momenta invicem comparata ita esse, ac si eadem potentia tam in F quàm in D ad angulum rectum applicaretur, quia ut B H ad H O, ita est F C ad C D. Ducatur enim ex D ad C B perpendicularis D G, quæ est parallela ipsi H O: quare per 4. lib. 6. ut B H ad H O, ita B D ad D G, & per 8. lib. 6. ut B D ad D G, ita B C, hoc est F C, ad C D: igitur per 11. lib. 5. ut B H ad H O, ita F C ad C D; hoc est ut Radius ad Sinum anguli, secundùm quem potentia dirigitur, ita momentum potentiæ perpendiculariter applicatæ ad momentum ejusdem obliquè ad angulum acutum, vel obtusum applicatæ. Nam si potentia in B dirigat suum motum secundùm lineam B I, utique posito Radio B I, Sinus anguli A B I obtusi est I L, & Ratio momenti potentiæ in B applicatæ secundùm angulum rectum, ad momentum ejusdem potentiæ in B applicatæ secundùm angulum obtusum A B I, est ut B I ad I L. Producatur I B, donec in D perpendicularis cadat supra C F rectam æqualem ipsi C B. Quia triãgula B I L & B C D rectangula ad L & D, & æquales angulos ad verticem B habentia, similia sunt, est ut B I ad I L, ita B C ad C D per 4. lib 6. Perinde igitur in extremitate B ad angulum obtusum A B I applicata potentia operatur, atque si ad angulum rectum applicaretur in D puncto vectis E F, qui idem ponitur esse ac vectis A B; & momenta potentiæ sunt ut F C ad C D.

Dato itaque angulo, ſecundum quem potentia applicatur ad vectem, ſi angulus ſit Rectus, momentum eſt ut Radius; ſin autem angulus acutus ſit vel obtuſus, momentum eſt ut Sinus ejuſdem anguli; atque adeò comparando inter ſe hujuſmodi angulos, Ratio illorum erit eadem, quæ eſt Sinuum. Hinc datus vectis A B hypomochlium habens in C, ſi fuerit ita inclinatus, ut poſitionem habeat E F, potentia in E deorſum premens per rectam E G perpendicularem ad C B, momentum habet ut C G; & ſi poſitionē habeat I H, potentia in I deorſum premens aut trahens juxta rectam I K, quæ producta incidat perpendicularis ad rectam A B in L, momentum habet ut C L. Quare ex E in B augentur prementis aut trahentis momenta, quæ ex B in I minuuntur.

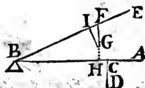
Id quod iis etiam, qui campanas pulſant, manifeſtum eſt: ſi enim intelligatur vecti C B adhærere campanam, cujus centrum gravitatis ſit O, utique dum B deprimitur, O elevatur, ſed elevandi difficultas creſcit, tum quia centrum gravitatis O arcum deſcribens circa punctum C, æqualibus temporibus inquales, atque ſemper majores habet aſcenſus juxta incrementa Sinuum Verſorum, tum quia ex depreſſione vectis ex B in I facto angulo funis & vectis ſemper obtuſiore, momenta potentiæ minuuntur: & licet in reditu ex I in B creſcerent, ſi quis vectem ſurſum traheret, hoc nihil juvat potentiam deorſum trahentem ad elevandam campanam, quæ ſponte ſua deſcendens elevat vectis caput, cui funis adnectitur. Propterea majoribus gravioribúſque campanis non ſimplicem vectem C B ſed rotam, aut rotæ ſegmentum adjungunt, cujus excavatæ perimetro funis inſeritur; qui dum trahitur, ſemper eſt Tangens circuli; atque ideo ad Radium circuli, quaſi eſſet novuus atque novus vectis, applicatur potentia trahens ad angulum rectum.

CAPUT

CAPUT VIII.

Oneris ex Vecte pendentis momentum inquiritur.

Contingit aliquando pondus vecte elevandum fune connecti, & pendulum ex vecte suspendi. Nemo dubitat, an gravitas ponderis ibi sua exerceat momenta, ubi cum vecte connectitur; funis si quidem intentus congruit lineæ directionis, qua pondus ipsum nititur in centrum gravium: verùm non eandem percipi in elevando difficultatem experientia testatur pro varia vectis inclinatione. Si enim ex vecte A B horizontali hypomochlium in extremitate B habente, pondus D suspensum ex C pendeat ad angulos rectos, omnia sua momenta exercet pro ratione distantiæ C B ab hypomochlio. At si elevatus vectis positionem habeat E B, & C venerit in F, pondus verò pendulum D venerit in G, ita ut linea Directionis in centrum gravium congruat funiculo suspendenti F G; etiamsi F B æqualis sit ipsi C B, non eadem tamen momenta habet pondus adversùs eandem potētiam ex A translatā in E; quia scilicet angulus G F B est acutus, D C B autem rectus.



Id explicare ex iis, quæ superiori capite disputata sunt, non erit difficile, si animadvertamus in vectibus secundi & tertij generis utrumque genus conjungi: quemadmodum enim potentia conatur adversùs gravitatem ponderis, ita pondus conatur adversùs vim potentiæ: & in hoc conatu vicissim exercent munus potentiæ & ponderis. Finge siquidem duos homines applicari vecti A B, alterum quidem in A, alterum verò in C, sed in adversa conantes; uterque est potentia, uterque est pondus, dum sibi reluctantur. Anne ita hæc vocabula intra certos fines coërceri existimas, ut potentiæ nomine illum solum donandum putes, qui reliquum vincit? sed quid, si horum hominum co-

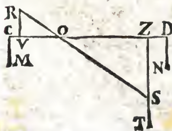
natus sint reciprocè ut eorum distantiæ ab hypomochlio B, & A quidem conetur ut C B, C autem conetur ut A B; utique neuter superat; nec tamen negari potest ideò contingere momentorum æqualitatem inter inæquales conatus, quia vecti applicantur: sunt igitur sibi vicissim potentia & pondus. Si itaque A est potentia, & C pondus; vectis est secundi generis: Si verò C est potentia, & A pondus, vectis est tertij generis. Illud igitur quod de hominibus dicitur, de reliquis omnibus vim movendi habentibus dictum intelligitur: nihil si quidem interest, utrùm animata sint, an inanima, quæ vecti applicantur, & in oppositas partes conantur. Et quamvis non intercedat inter ipsos conatus momentorum æqualitas, quam consequatur quies, sed efficiatur motus; ita tamen id quod prævalet, est potentia ad motum efficiendum, ut id quod vincitur, & resistit, sit potentia ad motum retardandum. In omni itaque vecte sive secundi, sive tertij generis sit, utrumque genus amico, nec solubili fœdere copulantur. In vecte autem primi generis idem genus manet, licèt vicissim habeant rationem potentiæ & ponderis ad movendum & retardandum, similiter enim potentiæ & ponderi, licet inæqualibus intervallis, interjacet hypomochlium.

Hîc itaque, ubi oneris ex vecte pendentis momentum inquiritur, considerandus est vectis tertij generis, in quo gravitas in C, aut in F posita exercet munus potentiæ conantis deprimere vim sursum connitentem in A, aut in E. Quare in positione vectis horizontali, cum sit angulus rectus D C B, neque gravitas illa vectem versùs hypomochlium B urgeat, aut eum ab illo retrahat, omnia sua momenta obtinet, quæ in hac à fulcro distantiâ gravitati huic convenire possunt. At elevato vecte ita, ut fiat angulus acutus G F B, licèt eadem maneat gravitas, eadémque ab hypomochlio distantia, non tamen eadem manent momenta, sed decrescunt pro ratione Sinûs anguli, ut superiori capite dictum est. Producta igitur intelligatur linea directionis F G usque ad horizontalem in H: posito Radio B F, hoc est B C, est B H Sinus anguli G F B; ac proinde ut B C ad B H, ita momentum oneris pendentis ex vecte horizontali, ad momentum ejusdem oneris pendentis ex eodem vecte inclinato. Hinc est, inclinato vecte E B, tantumdem conatûs adhibendum esse in E ad sustinendum

nendum onus G, quanto conatu opus esset in vecte horizontali A B ad sustinendum idem onus, si penderet ex H. Quoniam igitur distantia B H minor est quàm B C, major est Ratio A B ad B H, quàm ejusdem A B ad B C, ex 8. lib. 5. ideóque faciliùs sustinetur idem onus vecte inclinato, quàm vecte horizontali.

Quod si ex G centro gravitatis oneris ductam intelligas ad vectem E B rectam perpendicularem G I, habes similiter momentorum differentiam, quæ scilicet intercedit inter F G, & G I, si F G repræsentet omnia momenta in vecte horizontali: sunt enim triangula F I G & F H B rectangula, communem angulum ad F habentia, adeóque similia, & ut F B ad B H, ita F G ad G I. Cave autem ne putes (ut non pauci hallucinantur) ita ex I termino rectæ G I perpendicularis desumendam esse mensuram decrementi momentorum, ut perinde se habeat, quasi pondus esset in I: hoc enim à veritate longissimè abesse deprehendes, si manente eâdem vectis inclinatione, & eadem oneris gravitate, funiculo longiore onus suspenderis; quandoquidem etiam punctum I magis accedet ad hypomochlium B, nec tamen adhibito longiore funiculo adeò minuuntur momenta; alioquin tam longo funiculo suspendere posses onus, ut recta ex oneris centro ducta ad vectem E B perpendicularis caderet in B, atque ideo nullum esset gravitatis momentum, quasi onus esset in B; id autem omnino falsum est.

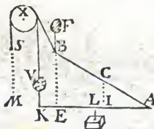
Quando autem dicitur faciliùs à potentiâ sustineri idem onus suspensum vecte inclinato, quàm vecte horizontali, ita intelligendum est; ut linea directionis motûs potentiæ sustinentis eundem semper faciat cum vecte angulum: nam si hæc linea alium atque alium efficiat angulum, etiam potentiæ momenta variantur, quæ cum oneris momentis comparanda sunt. Hinc



est in vecte primi generis C D, cujus hypomochlium O, si potentia & pondus sint gravia, M & N, licet inclinato vecte, ut habeat positionem R S, recedentibus angulis à rectitudine, singulorum momenta minora fiant, non tamen mutari momentorum potentiæ & ponderis invicem compara-

comparatorum Rationem; quia scilicet singulorum momenta proportionaliter minuuntur. Cum enim gravia semper nitantur juxta suas lineas directionis in centrum gravium, hujusmodi lineæ parallelæ censentur, & cum vecte duos angulos efficiunt duobus rectis æquales, ac proinde si alter acutus fuerit, alter est obtusus supplementum acuti ad duos rectos. Sicut autem in eodem circulo idem est Sinus anguli acuti, atque obtusi, qui compleat duos rectos; ita in diversis circulis hujusmodi angulorum Sinus proportionales sunt suis Radiis. Quapropter inclinato vecte, ut sit RS, gravia nituntur deorsum juxta lineas directionis ST & RV parallelas, quæ occurrunt perpendiculares horizontali in Z & V. Momentum igitur gravis T ad momentum æqualis, seu ejusdem gravis N est ut OZ ad OD, & momentum gravis V ad momentum æqualis, seu ejusdem gravis M est ut OV ad OC. Quare in vecte RS inclinato momenta gravium pendentium sunt ut OZ ad OV. Quia verò triangula RVO, SZO rectangula, & angulos ad verticem O æquales habentia, sunt similia, per 4. lib. 6. ut OS ad OR, hoc est ut OD ad OC, ita OZ ad OV. Manet itaque eadem momentorum Ratio invicem comparatorum, sive integra in vecte horizontali, sive diminuta in vecte inclinato sint singulorum momenta.

At in vecte secundi aut tertij generis, si potentia non fuerit vivens, fieri non potest ut eadem servetur momentorum Ratio inter potentiam & pondus, nisi fortè in eodem medio horum alterutrum grave esset, alterum leve; ut si vectis AK intra aquam constitutus adnexum haberet in K inflatum utrem V, in L verò pendulus esset lapis: tunc enim, si uter ascendens trahat vectem in B, elevabit lapidem pendulum, ut sit angulus ICA acutus, & angulus ABF obtusus; qui cum æqualis sit alterno BCI (sunt enim FBE & CI parallelæ, quia utraque ad horizontem



perpendicularis est) similem habet Sinum Sinui acuti ICA secundùm Rationem Radiorum BA & CA, hoc est KA & LA;

atque

atque ut B A ad C A, ita est E A ad I A; similia quippe sunt triangula A BE & A C I. Cæterùm si rotulæ X insistens funiculus jungeret vectis extremitatem K & pondus aliquod adnexum in S fungens munere potentiæ elevantis; hoc descendens ex S in M elevaret vectem in B, & lapidem, qui penderet ex C: sed angulus A B X esset multò obtusior quàm Supplementum acuti I C A ad duos rectos, ac proinde Sinus anguli A B X esset multo minor quàm E A Sinus anguli obtusi A B I: igitur multo minor esset Ratio momenti potentiæ applicatæ in B ad momentum ponderis in C, quàm sit Ratio B A ad C A, hoc est K A ad L A. Sola igitur potentia vivens potest ita sui motûs directionem inflectere, ut eundem faciat cum vecte angulum, ideóque elevans vectem acquirat majorem sustinendi facilitatem.

His consequens est, quantò altiùs supra horizontem elevatur vectis cum pondere pendulo, tantò validiùs à pondere premi aut urgeri hypomochlium A. Nam quemadmodum in vecte horizontali A K pondus in L suspensum magis premit hypomochlium A vicinum quàm potentiam K remotam ex hypothesi, ita elevato vecte multo magis premitur hypomochlium, quia quodammodo propiùs illi admovetur pondus in I quàm in L, suâque innatâ gravitate in vecte elevato conatur versùs hypomochlium quasi secedens à potentia; ut nihil dicam de vecte ipso, cujus gravitas, maximam partem, innititur fulcro.

CAPUT IX.

An duo pondus gestantes æqualiter premantur.

HActenus disputatis proximè affinis est præsens quæstio, qua inquirimus, utrùm æqualis sit labor duorum in eodem pondere gestando consentientium. Et quidem si movendum sit pondus atque trahendum, cur duo simul faciliùs illud moveant, quàm singuli, omnes intelligunt; quia plus impetûs à duobus producitur, quàm à singulis; & quem impetum mo-

vendo oneri parem ſinguli multo conatu producerent, ſingulis in parte impetûs efficiendâ minùs conantibus, totus producitur, totique oneri imprimitur. At in pondere ſuſtentando, cujus gravitas in partes non dividitur, quomodo hæc ſingulis levior accidat, ſi plures in ſuſtentando conſpirent, quàm ſi ſingulis imponeretur, tunc maximè cùm nullum impetum ſurſum gravitatis conatui adverſantem producant, non ita explicatu facile exiſtimant aliqui. Verum ex rationibus vectis ſatis manifeſta ſolutio eruitur. Claritatis autem gratiâ, obſervandum eſt, an onus palangâ (ut cum bajuli dolium ex funibus ſuſpenſum transferunt) an verò ſubjectis humeris ſuſtineatur.

Et primo ſit palanga A B, cujus extremitates à geſtatoribus ſuſtineantur; ſit autem onus in C. Duplex effectus hîc conſiderandus eſt, videlicet oneris ſuſtentatio, & geſtatorum preſſio; Si primum reſpicias, geſtatores A & B rationem habent potentiæ efficientis ſuſtentationem, atque impedientis motum oneris ſuâ gravitate deorſum conantis: Si ſecundum, idem onus C munus potentiæ preſſionem efficientis exercet, dum ſecum palangam deorſum trahens, oppoſitos geſtatorum humeros comprimit, aut ſi manibus palanga geſtatur contentos contractoſque brachiorum muſculos, quantum poteſt, diſtrahit, atque relaxat. Sunt enim duo conatus, geſtatorum ſcilicet & oneris, motum in oppoſitas partes efficere valentes, niſi ſibi mutuo impedimento eſſent: hinc ſi geſtatores conari ceſſent, onus deſcendit; Si ex improviſo abruptis funibus onus à palangâ ſejungatur, geſtatores palangam ſurſum attollunt, ſive æqualiter, ſive inæqualiter, prout æquales aut inæquales ſunt eorum conatus. Quare æſtimanda res eſt ex motu, quem ſinguli conantes efficerent tum in ſe, tum in oppoſito conante; niſi prohiberentur momentorum æqualitate. Sic potentia in A ſuo conatu elevaret pondus in C poſitum, & circa centrum B arcum deſcriberent; ſimiliter potentia in B ſuo conatu elevaret pondus idem in C poſitum, & circa centrum A ſuos motus perficerent. Quod itaque ad ſuſtentationem ſpectat, geſtatores A & B viciſſim habent rationem potentiæ & fulcri; nam ſi A eſt potentia, fulcrum eſt B; atque viciſſim ſi B ſit potentia, fulcrum eſt A; & eſt

est duplex vectis secundi generis, scilicet A B & B A. Quod verò ad pressionem attinet, in qua onus C est potentia premens, gestatores vicissim habent rationem fulcri atque ponderis pressi; & est duplex vectis tertij generis, quo utitur unica potentia, sicut in duplici vecte secundi generis unicum est pondus, quod sustinent duæ potentiæ.

In vecte igitur secundi generis posito fulcro B, momentum potentiæ A sursum nitentis, ad momentum ponderis C deorsum conantis, est ut A B ad C B; ac propterea potentia sustinere valens sine vecte pondus C, ad potentiam vecte A B sustinentem idem pondus C, est ut A B ad C B; quanto igitur C B minor est quàm A B, tanto minor potentia requiritur in A, quàm requireretur in C, si in C pondus sine vecte sustineretur. Idem quod de potentiâ A, posito fulcro B, dictum est, dic vicissim de potentiâ B; posito fulcro A; Requiritur enim in B potentia ut C A, ad potentiam, quæ esset ut B A, si sine vecte pondus in C sustineretur. Hinc est vires sustinendi requiri reciprocè tantas, quanta est Ratio distantiarum à pondere ipsorum sustinentium: vires si quidem in A requiruntur ut C B, & vires in B ut C A. Si itaque æquali intervallo pondus medium distet à gestatoribus, æqualiter eos conari oportet, ut illud sustineant in C: at si inæqualiter ab iis remotum sit, ut in D, requiruntur in A vires tantò majores quàm in B, quantò major est distantia D B quàm D A. Quapropter datâ virium inæqualitate; statim innotescet, in quo palangæ puncto adnectendum sit onus; si nimirum palangæ longitudo dividatur secundùm Rationem virium, & gestatores reciprocè collocentur. Sint enim ex. gr. duo, quorum alter vires habeat ut 3, alter ut 2: concipe totam longitudinem A B in quinque partes distinctam, & hinc accipe duas A D, hinc verò tres B D: locus ponderi debitus est punctum D, in quod cadit divisio in duas partes juxta datam Rationem: locus debilioris gestatoris est in palangæ extremitate B, ad quam spectat major distantia ab onere in C posito. Similiter virium inæqualitatem deprehendes, si pondere in medio puncto C posito, alter se prægravari sentiat: palanga enim ita promota, ut pondere in D constituto neuter se ultra vires prægravatum experiatur, indicabit vires gestatoris A esse ut D B, ad vires gestatoris B, quæ sunt ut D A.

At si vectem tertij generis, quatenus gestatorum pressio ab onere efficitur, consideremus; posito fulcro in A, potentia in C aut in D existens non premit gestatorem B perinde, atque si nullo intercedente vecte gestator esset pariter in C aut in D, sed tanto minùs, quanto minor est C A aut D A, quàm B A: idemque de gestatore A, posito fulcro in B, dicendum est. Quare reciprocæ sunt pressiones distantiis gestatorum ab onere, & A premitur ut C B aut D B, B autem premitur ut C A aut D A. Cùm enim vis ipsa gravitatis oneris deorsum conantis apta sit circa centrum A moveri pro ratione distantiæ C A aut D A, utique in B motum efficere debet pro ratione distantiæ B A: est autem C A major quàm D A ex hypothesi, igitur, ex 8. lib. 5. major est Ratio momenti C A quàm momenti D A ad idem momentum B A, ac proinde major pressio gestatoris B efficitur ab onere in C, quàm in D, collocato. Contra verò gestatorem A magis premit onus in D quàm in C positum, quia motus respicit centrum B, atque adeò ad eandem distantiam A B major est Ratio distantiæ D B majoris, quàm C B minoris distantiæ: eadem autem est distantiarum, & motuum Ratio, ac proinde momentorum.

Observa autem mihi ideò de gestatoribus oneris sermonem fuisse, ut duplicem effectum sustentationis atque pressionis expressiùs recognoscerem; qui enim onus gestando sustentant, musculorum contentione conantes elidunt impetum oneris deorsum nitentis, & aliquid efficientes, dum Activè resistunt, nomen Potentiæ merentur. At si onus palangæ connexum sustineretur à duobus fulcris in extremitate positis, hæc utique cùm oneris gravitati nullo conatu adversarentur, solam resistentiam Formalem suâ soliditate exercerent, impediendo ne onus cum palangâ descenderet, sed nullam haberent Resistentiā Activam, quæ illis Potentiæ vocabulum tribueret. In his unicus pressionis effectus attendendus est, & validiori fulcro propiùs admovendum est onus, ne fortè fulcrum infirmius nimiâ pressione cogatur succumbere.

Unum adhuc in palangæ gestatoribus attendendum est, si virium inæqualium fuerint, & onus non ita sit palangæ applicatum, ut ejus distantiæ à gestatoribus sint permutatim ut eorumdem vires; nimirum contingere posse, ut validior gestator dum

juxta

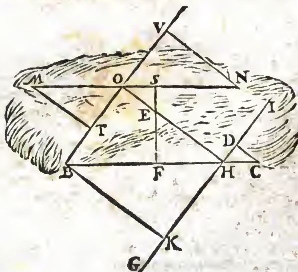
juxta suas vires conatur adversùs onus, magis premat infirmiorem gestatorem, quam premeretur fulcrum infirmius, si unâ cum validiore fulcro eandem gravitatem sustineret. Quia videlicet in eâdem palanga A B vectem primi generis considerare possumus, in quo onus C deorsum nitens contra vim gestatoris habeat rationem hypomochlij, & validior gestator A sit potentia repellens gestatorem infirmiorem B conantem adversus onus, ac proinde illum premat: quemadmodum si funi deorsum firmiter alligato insereretur palanga, cui humeros subjicerent duo inæqualibus viribus sursum conantes; constat enim infirmiorem à validiore premi, & esse vectem primi generis. Ex quo vides, cur bajuli dato invicem signo curent, ne alter alterum præveniat in elevandâ palanga; ne scilicet qui segnior fuerit, pressionem, non ab onere adhuc jacente & nondum elevato, sed à socio diligentiùs suam palangæ extremitatem elevante, recipiat.

Hæc eadem, quæ de onere sublevando sunt dicta, de eodem trahendo pariter intelligantur, si vecti illigatum sit onus, & vectis extremitatibus jungantur trahentes: horum enim conatus esse oportet permutatim in Ratione distantiarum ab onere, hoc est à vectis puncto, cui onus adnectitur. Id non sine jucundâ quadam animi titillatione vidi aliquando observatum à rustico, qui alterius equorum currum trahentium defatigati laborem miseratus, transversarium, cui ambo adjungebantur, ita transtulit, ut in partes inæquales à temone distingueretur, & longior transversarij pars ad debiliorem equum spectaret. Inerant siquidem transversario tria foramina, per quæ temoni nectebatur ferreo clavo; unum quidem planè æqualiter ab extremitatibus aberat, reliqua duo hinc & hinc à medio distabant modico quidem sed congruo intervallo, ut si equus dexter defatigaretur, clavus immitteretur sinistro foramini, aut contra dextro, si sinister equus languidiùs traheret. Verùm cautè modica intervalla definierat, ne nimia fieret momentorum inæqualitas; quod enim alteri equorum laboris demebatur, addebatur reliquo.

Quando autem non palangâ defertur onus, sed ipsum immediate à duobus sustinetur, eadem prorsus est philosophandi ratio; quandoquidem est quodammodo onus vecti conjunctum, atque juxta vectis longitudinem distributum. Quamvis verò

singulis partibus sua gravitas insit, quia tamen in unam coalescunt gravitatem, ideò totius molis gravitas ibi intelligenda est, ubi est centrum gravitatis; vectis autem longitudo æstimanda est in lineâ jungente puncta, quibus gestatores aut sustinentes applicantur: Ex quibus punctis si ponamus exire lineas parallelas lineæ directionis exeunti ex centro gravitatis, cadent omnes ad perpendiculum in lineam horizontalem transeuntem per centrum gravitatis, aut illi parallelam. Harum igitur parallelarum, quæ directionem conatûs oppositi gravitationi ponderis referunt, distantia à lineâ directionis centri gravitatis, ipsorum deferentium conatum in sustinendo, permutatim sumpta definiet; quæcumque demùm sit oneris figura.

Sit onus deferendum, cujus centrum gravitatis E; linea per



gestatores transiens, habensque rationem vectis, sit B C, quæ intelligatur horizonti parallela. In hanc igitur ad angulos rectos cadit linea directionis E F; & gestatores in quocumque puncto lineæ B C fuerint, permutatim habent momenta sustinendi, aut recipiunt momenta pressionis pro Ratione distantiarum à puncto F, in quod cadit linea directionis: cùm enim linea B C ex hypothesi sit horizonti parallela, omnium ipsi F E parallelarum

parallelarum diſtantia ab eâdem F E, deſumenda eſt ex intervallis geſtatorum & puncti F.

At verò ſi recta B C non fuerit horizonti parallela, vel quia deferentes onus non ſunt æquè alti, vel quia in clivo conſiſtunt, utique linea directionis centri gravitatis E non cadit ampliùs in rectam B C ad angulos rectos in F, ſed obliquè incidit in H. Concipiatur itaque per H tranſiens linea G I horizonti parallela, & ipſi E H ſint parallelæ C D & B K: ſunt igitur diſtantiæ H D & H K, quæ eandem inter ſe habent Rationem, quæ reperitur inter H C & H B; ſunt enim triangula H D C & H K B rectangula ad D & K, æquales angulos ad verticem H habentia, ac proinde ſimilia, & per 4. lib.6 ut H D ad H K, ita H C ad H B. Quo igitur magis ab horizonte removetur punctum B præ puncto C, etiam linea directionis ex E propior cadit puncto C; atque adeò qui inferior eſt, magis gravatur ab onere.

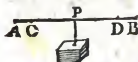
Id quod ex iis, quæ hujus libri cap. 4. dicta ſunt, confirmatur: Nam vectis C B habens hypomochlium B, & pondus E vecti impoſitum, eſt infra horizontem inclinatus; igitur plus laboris potentia impendit, quàm in horizontali poſitione vectis. Similiter vectis B C habens hypomochlium C & pondus E vecti impoſitum, eſt elevatus ſupra horizontalem; igitur minus laborat potentia quàm in poſitione horizontali. Itaque ſi poſitâ lineâ B C horizonti parallelâ æqualiter premebantur geſtatores in B & in C, factâ inclinatione ad horizontem, minùs premitur B ſuperior quàm C loco inferior.

Quòd ſi geſtatores non ſuſtineant onus ſubjectis humeris, ſed illud manibus arreptum quaſi ſuſpenſum retineant in M & N; ſimili ratione attendenda eſt diſtantia illorum à puncto, in quod cadit linea directionis centri gravitatis E; quæ utique ad angulos rectos incidit in rectam M N, ſi hæc fuerit horizonti parallela, & labor geſtatorum eſt permutatim ut eorum diſtantia à puncto S. At verò ſi linea M N fuerit ad horizontem inclinata, & linea directionis ſit E O; utique minor eſt diſtantia à ſuperiore M, quàm ab inferiore N, ideóque plus laborabit ſuperior retinendo, quàm inferior. Id quod pariter ex dictis cap.4. confirmatur; nam pondus eſt vecti ſubjectum, & vectis M N habens hypomochlium N eſt ſupra horizontalem lineam,

ac

ac propterea potentia plus laborat quàm in horizontali : contra autem vectis N M habens hypomochlium M est infra horizontalem lineam depressus, ideoque minùs potentia laborat quàm in horizontali. Quæ omnia tam aperte respondent quotidiano experimento, ut mirum videatur potuisse aliquos authores idem planè opinari, sive gestatores sustineant impositum onus, sive illud suspensum retineant in positione vectis declivi ; Si enim ductâ per O lineâ horizonti parallelâ, ducantur ex M & N rectæ M T, & N V parallelæ lineæ directionis centri gravitatis E O, utique distantiæ sunt T O & V O : atqui T O ad V O est ut M O ad N O propter triangulorum O T M & O V N similitudinem ; & M O ad O N habet minorem Rationem quàm M S ad S N ex 8. lib. 5. igitur etiam T O ad O V habet minorem Rationem quàm M S ad S N : igitur in positione vectis declivi, M superior laborabit ut O N, atque N inferior laborabit ut O M.

Ex his unusquisque intelligit non ad duos tantùm gestatores, sed etiam ad plures referenda esse, quæ hactenus diximus, habitâ scilicet distantiarum ratione, quibus singuli absunt à pondere, adeò ut qui æqualibus intervallis à pondere distant, æqualem conatum impendant in eo sustinendo. Sic si à pondere P æqualiter distent A & B, æqualiter premuntur : item C & D æqualiter distantes ab eodem pondere P æqualem pressionem recipiunt : Et si comparentur invicem D & B, aut C & A, manifestum est propinquiores premi præ remotioribus ; ac propterea, si solùm positionis ratio haberetur, qui robustiores sunt, collocandi essent in C & D, infirmiores verò in A & B : sed quoniam contingit inter plures sodales aliquem aliquando connivere, ideò ut plurimum extremi A & B validiores sunt, ut si fortè mediorum aliquis languidiùs conetur sustinendo, illi faciliùs muneri suo satisfaciant.



CAPUT

CAPUT X.

An vis Elastica ad aliquod Vectis genus pertineat.

QUoniam Græcis ἐλασμὰ tùm laminam, tùm plicam seu flexum significat, atque ἐλασεῖν est id, quod impellit; sæpiùs autem chalybeas laminas in machinulis ita disponimus, ut primùm flexæ, deinde sibi dimissæ, dum sese restituunt, aliud corpus impellant, cui motum concilient; propterea Elasmata, seu Elasmos, hujusmodi laminas dicimus, quas Itali *Suste* aut *molle* vocamus; & facultatem illam, qua sibi congruentem figuram atque positionem hæ laminæ reparant, Vim Elasticam appellamus. Quamquam non solis laminis, sed cæteris quoque corporibus per vim inflexis, & ad sibi debitam rectitudinem redeuntibus, facultas hæc Elastica tribuenda est, quemadmodum flexilibus virgultorum ramis, à quibus secundus in sylvâ sibi cavere debet, & perticæ, quâ toreutæ utuntur in toreumate elaborando, dum tornum circumagunt circumducto funiculo, qui depresso suppedaneo perticam flectit; hæc enim, cessante pedis pressione, funiculum retrahens suam sibi reparat rectitudinem. An verò ignis atque aër sive externâ compressione, sive alieno frigore concretus, & in exigua spatia contractus, ubi cessante vi, aut abeunte frigore, extenuatus ampliorem locum occupat, proximúmque corpus pellens à suâ sede removet, facultate Elasticâ præditus dicendus sit; quæstio Grammaticis dirimenda relinquatur: hæc enim fluida corpora, nullam partium texturam habentia, nec certis figuræ, quam expetant, terminis suapte naturâ circumscripta, vix quicquam cum Elasmate commune habere videntur.

Cum itaque inæquales deprehendantur elasmatis ejusdem vires pro diversâ suarum partium positione juxta longitudinem, animum subiit cupido examinandi, an fortè in eo aliqua vectis species reperiatur, ut propterea & vectis rationibus illa virium

inæqualitas definienda ſit. Et quidem manifeſtum eſt aliquam elaſmatis partem fixam eſſe atque manentem, ſive illa extrema ſit, ut in perticâ toreutæ, ſive media, ut in arcu baliſtæ, ſive utraque extremitate manente pars media flectatur in ſinum, ut citharæ nervis contingit. Qui enim fieri poſſet, ut per vim lamina flecteretur, ſi partes omnes æqualiter moverentur? Ut igitur externam vim recipiat, & flectatur, aliquam ejus partem oportet aut omnino immotam manere, aut ſaltem languidiùs moveri.

Hinc eſt elaſmatis motum, dum inflectitur, circa partem manentem perfici, ac proinde particulas, quæ ad cavam quidem ſuperficiem ſpectant, per vim comprimi, quæ verò ad convexam, intendi. Quòd ſi particulæ illæ non ita tenaci nexu inter ſe invicem cohærerent, ut facilè diſtraherentur contentæ, & exprimerentur compreſſæ, quemadmodum plumbeæ laminæ, quæ in figuram quamlibet conformatur, accidit, amiſſam rectitudinem non recuperarent. Sed quoniam arctiſſimo vinculo conjunguntur, quod niſi validioribus viribus revelli non poteſt, ut in chalybeâ laminâ obſervamus; ceſſante externâ vi, quæ contentæ fuerant, ſe contrahunt, quæ compreſſæ, ſe latiùs explicant; atque adeò his debitam poſitionem ſibi reparantibus, lamina ad priſtinam formam eò vehementiùs redit, quò majorem violentiam patiebatur. Quare Potentia movens ſunt ipſæ particulæ illatam vim excutientes, & ad ſibi debitam poſitionem redeuntes.

Licet igitur in arcu baliſtæ intento duplex elaſma hinc atque hinc conſiderare; media ſi quidem pars arcûs baliſtæ manubrio infixa manet, & ſingula cornua ſinuantur, ſed eò difficiliùs, quò breviora ſunt, cæteris paribus, attentâ eorum craſſitie, & ferri temperatione; pari enim flexione paucioribus minoris arcûs particulis major violentia inferenda eſt, quippe quas magis comprimi, magíſque intendi oportet, quàm in longiore arcu, ubi minore plurium partium compreſſione & intentione flexio eadem habetur. Præterquam quod in ipſa flexione adhibetur quodammodo vectis ſecundi generis, quem ipſa longitudo repræſentat, pars manens vicem hypomochlij ſubit, & partes intermediæ, quas per vim coarctari aut dilatari oportet, locum obtinent ponderis: nihil igitur mirum, ſi Potentia extremita

mitatem arcûs ad se nervo adnexo trahens faciliùs moveat particulas easdem, quò, longiùs absens ab hypomochlio, faciliùs movetur.

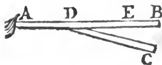
Hîc autem ubi arcûs mentio incidit, in ipso nervo illud elasmatis genus occurrit, quod utramque extremitatem habet manentem; curvato enim arcu nervus inflexus intenditur; postea cum dimittitur, pars media, cui sagitta aut globus excutiendus aptatur, plus movetur quàm ejus extremitates arcûs cornibus cohærentes. Universa autem violentia, quam nervus contentus subit, consistit in suarum particularum intentione, quæ, dum se contrahentes aliquid juvant ad nervum ipsum juxta rectam lineam extendendum, aliquid etiam impetûs sagittæ excussæ imprimunt.

Quod verò ad ipsa arcûs cornua attinet, satis liquet illa similis crassitiei, paris longitudinis, æqualisque temperationis esse debere, ut æqualis fiat hinc & hinc compressio atque intentio partium, ex qua æquales oriantur vires sese in pristinam formam restituendi. Si enim alterutra pars arcûs majorem violentiam passa velociùs atque validiùs præ reliquâ se moveret, à destinato scopo sagitta aberraret in dexteram aut in sinistram declinans.

Ut igitur hisce prænotatis ad propositam quæstionem accedamus, non est hîc sermo de laminâ in spiram multiplicem inflexâ, atque spissè per vim contorta, quæ amoto repagulo sese in ampliores gyros explicans secum rapit aliud corpus extremitati mobili adnexum; cujusmodi est Elasma in Automatis horas indicantibus, cujus extremitati adnectitur tympanum spiram illam includens; dum enim ex dilatatione Elasmatis in ampliorem spiram, circumagitur tympanum, adnexam catenulam conum circumplexam trahit, totique machinulæ motum conciliat. Hîc siquidem, uti nulla longitudo in considerationem cadere potest, nullam vectis speciem habere possumus; nam facultas movendi non ratione positionis extenuatur, ut in vecte, sed vires initio validæ sensim languescunt, quia elasmatis partes compressæ atque contentæ, pro ratione violentiæ, quam subeunt, excutiendæ, vehementiùs primùm, deinde remissiùs conantur. Quare controversia in illo est, utrùm in elasmate, cujus aliqua

longitudo designari potest, aliqua vectis species reperiatur.

Et ut majori in luce quæstio versetur, perticam toreutæ oculis subjiciamus, quæ sit A B, & in A fixa atque immota perseveret, quamvis extremitas B deprimatur, ut veniat in C. In hac perticæ flexione partes, quæ circa D ex.



gr. intelliguntur, maximam violentiam patiuntur, nam inter eas, quæ ad cavitatem spectantes compressione coarctantur, illæ præ cæteris hinc atque hinc cohærentibus urgentur magis; inter eas verò, quæ convexitatem respicientes distentu explicantur, quæ ibi sunt, præ reliquis à summo flexu paulò remotioribus vehementiùs tenduntur. Hinc licèt particulæ omnes in hac flexione vim passæ, dum nituntur singulæ pristinum statum sibi reparare, conatus suos exerant, majores aut minores pro ratione majoris aut minoris violentiæ; potissima tamen vis elastica ibi consideranda est, ubi summa inflexio summam vim particulis infert; ibi enim majore conatu quàm alibi violentiam excutit natura. Quamvis igitur vis elastica per universam elasmatis longitudinem, quàm particulæ compressæ atque contentæ obtinent, extendatur, ibi tamen potissimùm collocata intelligitur, ubi in summo flexu puta in D, validiùs conatur.

Jam verò quis ignorat in tornando plurimum interesse, utrùm funiculus in ipsâ extremitate B, an verò in E adnectatur? Siquidem, sicut ex E difficiliùs flectitur pertica, quàm ex B, æquali flexione, ita cæteris paribus in E validiùs retrahitur funiculus, & minor motus perficitur quàm in B. Est igitur hîc ratio Vectis tertij generis, in quo hypomochlium est A pars fixa & immota; Potentia movens (scilicet particulæ vim illatam excutientes) est potissimùm in D; pondus, quod movetur, est ultrà D, sive in extremitate B, sive in aliqua ex partibus intermediis, ut in E. Quare in collocatione corporis, quod ope elasmatis movendum est, attendere oportet, quanto motu opus sit, ut in majore seu minore distantiâ à puncto elasmatis manente, & immoto applicetur: quo enim minor est distantia, minus spatium percurrit.

Quamvis

Quamvis autem elaſmatis vires ad impellendum vel trahendum corpus ex hujuſmodi diſtantiâ pendeant, & comparatis inter ſe duabus poſitionibus E atque B, validiùs operetur in E quàm B, non tamen eâdem vi motus (quicumque demum ille ſit ſive major, ſive minor) inchoatur, atque procedit, ut ſupra innuimus; natura quippe remiſſiore niſu reluctatur, ubi minorem patitur violentiam, ac proinde ſenſim attenuatur conatus, quatenus particularum violenta compreſſio atque contentio diminuitur.

Hæc quæ de elaſmate prorſus recto explicata ſunt, etiam de incurvo intelliguntur; cujuſmodi eſſet lamina chalybea R T inflexa in S, cujus manens & immota extremitas eſſet R: dum enim pars S T propellitur versùs R, particulæ, potiſſimùm quæ in S, comprimuntur atque intenduntur. Quod ſi pars R S paulo longior fuerit, contingere poteſt, ut facilius ſit illam inflecti ſaltem leviter, quàm particulas in S ulteriùs comprimi, aut intendi. Quare particulæ ipſius R S ſeſe reſtituentes impellunt S, particulæ autem ipſius S T impellunt T. Semper autem Potentiam minùs moveri, quàm corpus, quod impellitur, conſtat, quemadmodum ratio vectis tertij generis exigit.



Neque his, quæ dicta ſunt, adverſantur percuſſiones, quæ in extremitate longioris elaſmatis per vim inflexi, ſtatimque dimiſſi, validiores fiunt, quam in partibus mediis; ſicut ipſe te docere potes, ſi longiuſculi virgulti inflexi atque dimiſſi primùm parti mediæ deinde extremitati manum in eodem plano verticali conſtitutam opponas, quam percutiat, magis enim ex ſecundâ quàm ex primâ percuſſione dolebis. Quia ſcilicet non impetus ſolùm primo productus, ſed & velocitas percutientis cum impetu acquiſito ex motu ante percuſſionem (ut ſuo loco dicetur) attenditur, ut validior ſit ictus: majorem autem eſſe partis extremæ quàm mediarum velocitatem conſtat, quamvis initio illæ impetu eodem, aut æquali moveantur. Quando verò elaſmatis vires prope partem manentem majores eſſe, quam procul ab illâ, dictum eſt, non eſt habita ratio percuſſionis, quæ prævium percutientis motum requirit, ſed tractionis aut impulſionis, quæ nullum trahentis aut impellentis prævium

motum exigunt, eóque faciliores accidunt, quò tardiores sunt; minùs enim resistit corpus, quod tardè movetur, ac proinde validiùs trahitur aut impellitur, quo minorem potentia invenit resistentiam: Contrà quàm accidat in percussione, quæ validiorem facit ictum, quo majorem invenit resistentiam; hæc autem major est, quò velociùs moveri deberet corpus percussum, ut percutientis motui obsecundaret, cui magis resistens majorem ictum recipit; cum tamen hic languidior esset atque infirmior, si manum sensim subduceres virgulto percutienti. Quare pars elasmatis extrema validiùs percutit, quia majorem invenit resistentiam, pars media validiùs trahit aut impellit, quia minùs illi resistitur.

CAPUT XI.

Cur longiora corpora faciliùs flectantur, difficiliùs sustineantur.

PRæsens disputatio non distat ab iis, quæ ab Aristotele inquiruntur in Mechanicis quæst. 14. *Cur ejusdem magnitudinis lignum faciliùs genu frangitur, si quispiam æquè diductis manibus extrema comprehendens fregerit, quàm si juxta genu: & si terræ illud applicans pede superimposito manu longè diductâ confregerit, quàm propè.* & quæst. 16. *Cur quanto longiora sunt ligna, tanto imbecilliora fiunt: & si tollantur, inflectuntur magis; tametsi quod breve quidem est, ceu bicubitum, fuerit tenue; quod verò cubitorum centum, crassum?* & quæst. 26. *Cur difficilius est longa ligna ab extremo super humeros ferre, quàm secundùm medium, æquali existente pondere?*

Et quidem quod ad primum, scilicet ad flexionem spectat, quam demum consequitur fractio, quemadmodum flectendi corpus aliquod longum aut frangendi difficultas oritur ex complexione atque copulatione particularum, quibus constat, ægrè dissolubili, ita illud inflectitur, atque frangitur, cum earumdem particularum coagmentatio vehementi impulsione labefactatur,

factatur, his quidem per vim compressis, his verò validè in diversa distractis. Quo igitur faciliùs compressio hæc atque distractio perficitur, eò etiam faciliùs flectitur corpus, aut frangitur. Hanc autem particularum compressionem atque distractionem faciliùs contingere longiori corpori quàm breviori manifestum est; quia videlicet motus ille particularum ad flexionem aut fractionem necessarius minorem Rationem habet ad motum Potentiæ longiùs applicatæ, quàm ad motum Potentiæ propioris.

Potentia movens bifariam considerari potest, sivè in ipso corpore inclusa, cujusmodi est illi insita atque ingenita gravitas, vi cujus sponte suâ flectitur; sivè extrinsecùs adhibita, ut si onus aliquod grave deorsum premens adjiciatur, aut potentia vivens ad motum in quamcumque positionis differentiam apta: utrobique tamen est eadem ratio; ubi scilicet assumpta atque adventitia potentia applicatur, ibi operatur; atque ibi innata gravitas intelligitur sua exercere momenta, ubi partis ultra subjectum fulcrum extantis centrum gravitatis reperitur; illáque est à fulcro distantia potentiæ flectentis, aut etiam frangentis. Sit enim prisma A B, cujus pars A C infixa sit parieti, extra quem emineat horizonti parallela pars C B suâ gravitate deorsum connitens; quæ sanè non est intelligenda in B, sed quasi tota



constituta esset in D, ubi est centrum gravitatis non totius corporis A B, sed partis extantis C B. Quod si brevius esset prisma A E, partis C E minor esset gravitas, quàm partis C B, & prætereà minus abesse à fulcro C intelligeretur, quippe cujus centrum gravitatis esset F multo propius quàm D. Plura igitur momenta habet C B quàm C E ad flectendum prisma parieti infixum, juxta ea, quæ uberiùs dicta sunt lib. 2. cap. 6. ubi solidorum Resistentiam respectivam consideravimus, nec vacat hîc iterum inculcare.

Unum hîc considerandum est, quod ad rationes vectis attinet, videlicet, si superiori prismatis parti, quæ respondet ipsi A C, incumberet onus, quod faciliùs loco moveri possit, quàm particularum complexio labefactari, aut omnino dissolvi, prisma neque frangi, aut fortasse ne flecti quidem contingeret;

sed

ſed rationem vectis primi generis haberet, cujus fulcrum eſſet in C, pondus in A, potentia in D. At ſi onus impoſitum nullatenus dimoveri queat, quemadmodum cùm priſma parieti infigitur, ſi C B ejus ſit longitudinis, ut vis gravitatis ad deſcendendum tali intervallo C D ſejuncta à fulcro C plus habeat momenti, quàm particularum coagmentatio, ne comprimantur, aut diſtrahantur; tunc vectis eſt ſecundi generis, fulcrum quidem habens in C, quatenus totum ſegmentum A C retinetur prorſus immotum, & potentia in D, pondus verò, cujus vires vincuntur, eo loco, ubi maxima fit particularum compreſſio atque diſtractio.

Hinc factum videtur ſatis Ariſtoteli quærenti, cur faciliùs flectatur lignum craſſum cubitorum centum, quàm tenue bicubitum; quia nimirum in craſſo ligno cubitorum centum è pariete extantium, ſi ponatur ſimilem atque æquabilem craſſitiem juxta totam longitudinem habere, gravitatis centrum diſtat à fulcro cubitis quinquaginta, tenue verò atque exile lignum ſimilis figuræ atque materiæ centrum habet uno tantùm cubito diſtans à fulcro, & gravitas illius ad hujus gravitatem in eâ eſt Ratione, quam habent inter ſe ipſorum lignorum moles, quæ ſcilicet ex Rationibus baſium atque longitudinum componitur. Cum itaque longitudo ad longitudinem ſit ut 50 ad 1, ſi baſium ſimilium latera homologa ſint ut 10 ad 1, baſium Ratio eſt ut 100 ad 1: quare cùm longioris ligni gravtiatis Ratio ad gravitatem brevioris componatur ex Ratione baſium ut 100 ad 1, & ex ratione longitudinum ut 50 ad 1, gravitas longioris ad gravitatem brevioris eſt ut 5000 ad 1. Atqui momenta ad deſcendendum componuntur ex gravitate & diſtantia à fulcro; igitur momenta longioris ad momenta brevioris ſunt ut 250000 ad 1. At verò reſiſtentia abſoluta, ne flectantur, aut frangantur hujuſmodi ligna, eſt in Ratione compoſitâ ex Rationibus baſium atque craſſitierum; ac proinde ſi baſes ſint ſimiles, & ſimiliter poſitæ, Ratio eſt triplicata Rationis laterum homologorum, hoc eſt Rationis 10 ad 1; atque adeò reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 1000 ad 1. Patet igitur momenta ut 250.000 ad reſiſtentiam ut 1000 majorem habere Rationem, quàm momenta ut 1 ad reſiſtentiam ut 1: faciliùs ergo illa quàm hæc momenta reſiſtentiam ſibi congruentem

gruentem superant, atque faciliùs lignum crassum longius flectitur, aut frangitur, quàm brevius.

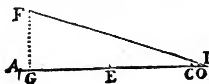
Quæ autem de ligno parieti secundum alteram extremitatem infixo dicta sunt, servatâ analogiâ de eodem dicantur, si circa medium fulcro alicui insistat ita, ut hinc atque hinc habeat gravitatis momenta composita ex ipsarum partium gravitate & ex distantia centrorum gravitatis à fulcro, cui innititur: eâdem enim ratiocinatione colligitur in longiore ligno majorem esse Rationem momentorum gravitatis ad resistentiam ortam ex partium complexione, ne flectatur, quàm in breviore. Quod verò spectat ad longioris ligni faciliorem flexionem, quando utraque extremitas innixa est subjecto fulcro, non videtur propriè hujus loci, sed de eâ dictum est superiùs lib. 3. cap. 11.

Ex his, quæ de prismate extra parietem extante, quod faciliùs flectitur, hactenus diximus, ulteriùs patet, cur ex contrario longius lignum ut AB, etiamsi parem cum breviore AE crassitiem habeat, alterâ extremitate æqualiter in AC apprehensum difficiliùs sustineatur. Nam quod longius est ad illud, quod brevius est, secundùm gravitatem, quæ deorsum nititur, eam habet Rationem, quæ est longitudinis majoris CB ad longitudinem minorem CE: & præterea momenta, quæ ex distantia oriuntur, sunt ut CD ad CF, hoc est ut CB ad CE, si quidem ex hypothesi centrum gravitatis intelligatur in mediâ longitudine; secus autem, universaliter juxta distantias centri gravitatis à fulcro. Quare tota momentorum Ratio ea est quæ componitur ex Rationibus gravitatum respondentium moli ultrà fulcrum protensæ, & distantiarum centri gravitatis. Cum itaque in longiore ligno plus inveniatur gravitatis, & magis à fulcro distet centrum gravitatis, quàm in breviore ligno, nil mirum, si vis in A posita, ut contranitatur momentis longioris ligni innixi fulcro C, major esse debeat, quàm ut resisteret momentis ligni brevioris.

Desinant igitur mirari, qui sarissam decem cubitorum perpendicularem extremo digiti apice sustineri, eandem verò horizontaliter jacentem non nisi valido conatu elevari vident. Res enim ex dictis perspicua est; quia dum hasta perpendicularis digito incumbit, centrum gravitatis rectâ deorsum urgens digito motum sibi æqualem præscribit, ac proinde vicissim

æqualis eſt digiti & haſtæ motus ſurſum, ſi digitus ſurſum conetur: hinc eſt ſolam Rationem gravitatis comparatæ ad vires ſuſtinendi attendendam eſſe, ideóque ſi ſariſſæ pondus ſit ex. gr. lib. 10, ſolo niſu opus eſt, quo libræ 10 ſuſtineantur. Cum verò haſta obliqua eſt, & horizonti parallela, ſive ad illum inclinata, jam non idem ſeu æqualis convenit motus manui haſtam elevanti, atque centro gravitatis, ſed hoc ad motum multo majorem incitatur; ac propterea momentorum Ratio non ex ſolâ gravitate pendet, verùm etiam ex motuum Ratione componitur.

Sit haſta horizontaliter jacens A I cubitorum 10; pars manu apprehenſa ſit I C quinta fermè pars cubiti adeò ut I C ad C A ſit ut 1 ad 49: punctum I reſpondet extremæ parti metacarpij, quâ carpo adhæret articulatio minimi digiti:



punctum autem C reſpondet ſecundo indicis articulo; motúſque elevationis haſtæ perficitur deprimendo I & elevando C, ac motûs centrum eſt in juncturâ manûs cum oſſe cubiti; quod centrum propterea intelligitur reſpondere ſariſſæ ex. gr. in O inter C & I. Quapropter ſi facultas in I deprimens conſideretur, vectis eſt primi generis, ſin autem vis in C elevans attendatur, vectis eſt tertij generis; pondus verò movendum eſt ſive tota gravitas longitudinis O A in centro gravitatis E, ſive ſemiſſis gravitatis in extremitate A, ut conſtat ex iis, quæ diſputata ſunt lib. 3. cap. 2. de brachiis libræ.

Intelligatur itaque, facilioris explicationis gratiâ, centrum motûs in O planè medium inter C & I; eritque tam A O ad O C, quàm A O ad O I, ut 99 ad 1. Gravitas igitur partis O A eſt lib. $9\frac{9}{10}$ ex hypotheſi; illius ſemiſſis eſt lib. $4\frac{19}{20}$; cujus momentum in A ad momentum, quod haberet illa eadem in C aut in I, eſt ut 99 ad 1. Cùm autem potentia in I deprimens æquivaleat potentiæ elevanti in C, quippe illarum diſtantia ab O centro motûs ex hypotheſi eſt æqualis, perinde eſt atque ſi in C unica potentia totum pondus elevans poſita eſſet æquivalens duplici illi potentiæ in I & in C. Quare potentia in C elevans

pondus

pondus perpendiculare lib. $9\frac{9}{10}$ ad potentiam in C pariter constitutam elevantem lib. $4\frac{19}{20}$ in distantia, quæ exigat motum undecentuplum erit ut $9\frac{9}{10}$ ad 490, hoc est, tàm valida esse debet, ut posset perpendiculariter elevare libras 490.

Porrò elevatâ hastâ ita ut A veniat in F, jam non intelligitur semissis gravitatis in A, sed in G puncto, quod definitur à perpendiculari cadente ex F in horizontalem: & idcirco gravitas $4\frac{19}{20}$ ducenda est in distantiam G O minorem quàm A O; atque ita deinceps minuitur, usque dum hasta fiat in O horizonti perpendicularis, & facillimè sustineatur, aut attollatur. Si autem in hac ratiocinatione tibi, Lector, placuerit non negligere momentum illud exiguum, quod potentiæ elevanti additur à gravitate particulæ O I, non abnuo, si operæ pretium te facturum existimes.

Quòd si punctum I concipiatur omnino immotum, illud est centrum motûs, & vis elevans in C aliam habet Rationem; nam potentiæ motus ad motum semissis ponderis hastæ in A est ut 1 ad 50; sunt igitur lib. 5 ex hypothesi, quæ moventur motu quinquagecuplo; ac propterea vis elevandi datam hastam posita in C, quando hasta est horizonti parallela, ea esse debet, quæ possit elevare libras 250 perpendiculares. Hinc est quod, si hastam eandem lib. 10. humero ita imponas in C, ut apprehensum calcem in I manus retineat, & C I sit pars decima totius longitudinis hastæ parallelæ horizonti, semissis (scilicet lib. $4\frac{1}{2}$) reliquæ hastæ ultra humerum intelligitur in A, & ut I C ad C A, hoc est ut 1 ad 9, ita lib. $4\frac{1}{2}$ ad lib. $40\frac{1}{2}$, quibus æquivalere debet partis C I momentum & vis manûs deorsum urgentis, atque in I retinentis hastam horizonti parallelam. Perinde itaque humerus in C premitur ab hastâ sic positâ, & à manu deorsum urgente, atque si ponderis librarum 81 centrum gravitatis immineret humero; nam si loco manûs deorsum trahentis adderes in I pondus faciens æquilibrium, esse oporteret lib. 40; siquidem partis C I momentum est lib. $\frac{1}{2}$ in I. At si extremitas I retineatur quidem, sed nemine deorsum urgente (quemadmodum si in parietis foramen inferatur, & à superiore foraminis saxo impediatur, ne possit elevari) in C verò sustineatur ab humero; tunc humeri pressio soli gravitati hastæ tri-

buenda est; hasta quippe est vectis secundi generis hypomochlium in I habens, pondus movendum, hoc est, humerum premendum in C, potentiam verò, hoc est lib. 5. semissem gravitatis hastæ, in A, ita ut A I distantia sit decupla distantiæ C I: premitur ergo humerus, quasi sustineat libras 50.

Demum, ne intacta relinquatur Aristotelis quæstio 14. de ligno, quod terræ applicatum pede imposito faciliùs frangitur manu longè diducta quàm prope, dic ligni partem, quæ inter pedem impositum, & terram subjectam interjicitur, esse prorsus similem parti prismatis infixi parieti, ne moveatur, manum verò esse potentiam, quæ longiùs applicata majora habet momenta ad vincendum nexum particularum ligni; est enim longior vectis. Similiter applicato ad genu ligno, & æquè diductis manibus; duo sunt vectes hinc atque hinc, fulcrum ad genu, scilicet ad duo puncta contactuum, habentes, eóque longiores, quò magis diductæ fuerint manus, ac proinde faciliùs distrahentes particulas extimas ligni, quod circa genu curvatur, faciliúsque comprimentes particulas ejusdem ligni ad cavam faciem pertinentes; quæ dum sibi vicissim obsistunt, uberiorem reliquarum distractionem juvant: longiorem autem vectem præ breviori eligendum esse quis nesciat? ac propterea si ad genu propiùs admoverentur manus ligno, cùm minor esset illarum motûs Ratio ad motum particularum ligni distrahendarum, quàm sit Ratio motûs illarum longiùs diductarum, utique difficiliùs frangeretur lignum; ideóque longiùs diducuntur manus, ut longiores sint vectes.

CAPUT XII.

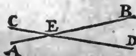
Unde oriantur forcipum & forficum vires.

FOrcipum duplex est usus; primus quidem ad corpus aliquod firmiter apprehendendum, secundus verò ad evellendum illud faciliùs, vel suâ è sede dimovendum; id quod adhibito hujusmodi instrumento faciliùs perficitur, quàm nudâ manu.

manu. Hinc Aristoteles mechan. quæst. 21. quærit, *Cur medici faciliùs dentes extrahunt denti forcipis onere adjecto, quàm si solâ utantur manu?* Quia nimirum infixum mandibulæ dentem extrahendum vix summis duobus digitis, quibus non multa vis inest, arripere valent, & ob carnis mollitudinem facilè è trahentibus digitis elabitur lubricus dens: at forcipulam in os immittere potiùs, quàm digitos, sæpe facilius est, validiùsque trahit manus in pugnum constricta forcipi dentem per vim educenti applicata, quàm digitorum extremitates dentem adhuc in gingivâ hærentem evellere valeant. Præterquam quod in dentiforcipe, cujuscumque tandem figuræ sit, ratio vectis intercedit ad dentem firmiùs apprehendendum, dum presso manubrio arctiùs constringitur: nec facilè Chirurgus operam ludit, ubi dens forcipem subterfugere nullatenus potest. Totam igitur vectis vim in dentiforcipe agnosco ad stringendum dentem, ut medica manus illum faciliùs evellat: neque enim eâdem ratione à medicis (nisi fortè veterinariis) extrahuntur dentes, quâ fabri lignarij revellunt infixos tabulæ clavos, de quibus mox erit sermo.

Similiter quia ad stringendam exilem aliquam materiam inepta esset digitorum crassitudo, minutorum opusculorum fabricatores forcipulis utuntur, quibus illam apprehendentes firmiter, aut limæ subjiciunt, aut opportunè collocant. Et quia candens ferrum manu tractari nequit, ut in quamcumque partem versetur, incudíque impositum nisi retineretur, sæpè secundis aut tertiis malleorum ictibus se subduceret, propterea fabri ferrarij forcipes adhibent, quarum author & inventor Cinyra Cyprius Agriopæ filius scribitur à Plinio lib. 7 cap. 56; ideóque forcipes, quasi forvicapes, dictæ sunt, quòd iis forva, ideft calida, capiantur.

Vis autem forcipum in eo sita est, quòd duo vectes primi generis A B, & C D in E connexi commune hypomochlium E habent; potentia verò in B & D longiorum brachiorum extremitates adducens eò



validiùs stringit ferrum brevioribus brachiis E A & E C apprehensum, quo major fuerit Ratio B E ad E A: támque firma retentio esse potest, ut modico pueri conatu extremitates B & D

viciſſim comprimentis, robuſtiſſimi cujuſque vires elidantur, ne arreptum ferrum ex A C poſſit eximere. Quòd ſi forcipibus B A & D C utatur aliquis veterinarius vice Poſtomidis (ſeu, ut aliquibus Grammaticis placet Paſtomidis) equi nares, ad frænandam ejus tenaciam, ut loquitur Feſtus, inter longiora brachia B E & D E contingens; jam B E & D E vectes ſunt ſecundi generis, cum illud, quod ponderis vicem ſubit, inter hypomochlium & potentiam interjiciatur.

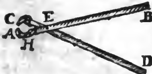
Hujuſmodi forcipibus vectis in E C & E A non abſimile fuiſſe exiſtimo inſtrumentum antiquioribus Græcis ad frangendas abſque ictu percutientis mallei nuces familiare, ut ex Ariſtotele Mechan. quæſt. 22. colligitur: quod fortaſſe vel in alterutrâ, vel in utraque interiori facie breviorum brachiorum modicè excavatâ frangendæ nuci locum deſignabat; adducto enim in oppoſitas partes utroque vecte B A & D C, quo propior erat nux communi hypomochlio, puncto ſcilicet connexionis E, eò faciliùs frangebatur, quia eò major erat Ratio motûs potentiæ ad motum particularum nucis ex compreſſione dividendarum, quàm eſſet Ratio reſiſtentiæ ex earumdem particularum complexione ortæ, ad vim motivam potentiæ. Et quoniam in nucum mentionem incidi, ne levitati mihi tribuas, quòd hîc puerile inventum à me puero, & tunc quidem admiratione obſtupefacto, obſervatum commemorare non erubeſcam. Videbam pueros clandeſtinis jentaculis indulgentes, ut citra multiplicis percuſſionis ſtrepitum nuces confringerent, eas inter poſtium angulos & fores collocare; tum adductis foribus leviſſimo negotio unâ operâ confringere. Erat ſcilicet vectis primi generis, cujus majorem longitudinem definiebat foris latitudo, minorem ipſius foris craſſitudo, ita ut vectis eſſet in angulum inflexus, cujus hypomochlium cardinibus reſpondebant. Uſque adeò natura ipſa Mechanicen, uſumque vectis, vel pueros docet.

His adde acutas forcipulas, quibus catenularum fabricatores extremitatem fili ferrei inflectunt: ratio enim vectis potiſſimùm conſiſtit in validâ & firmâ ipſius fili ferrei apprehenſione; nam quoad ejuſdem inflexionem ſpectat, non eſt, cur nos torqueamus, ut aliquam demum vectis umbram venemur: ſatis eſt, ſi manubrij amplitudinem conſiderantes, eámque cum

tenui

tenui apice forcipulæ, circa quem filum ferreum contorquètur, comparantes motum potentiæ manubrio applicatæ longè majorem motu particularum fili ferrei, quod flectitur, deprehendamus; hinc quippe aucta potentiæ momenta cognoſcimus.

Aliud forcipum genus frequentiùs uſurpatur, quarum potiſſimus uſus eſt in eximendis clavis, & minora brachia AE & CE non recta ſunt, ſed curva; non ſolùm ut clavus tenaciùs apprehendatur excepto ejus capite intra forcipum ſinum, verùm etiam ut forcipes aliam exerceant vectis curvi rationem: cùm enim arrepto inter A & C clauo inclinantur forcipes, ut punctum H tangat ſubjectum planum, ſive paries ſit, ſive tabula, jam hypomochlium eſt in H, & momenta potentiæ in B ad reſiſtentiam clavi evellendi, ſunt ut BH ad HA, cùm circa punctum H perficiatur motus. Quare ad conſtringendum clavum momentorum Ratio eſt ut BE ad EA (perinde atque ſi ab E ad A ducta eſſet recta linea) ad revellendum verò momentorum Ratio eſt ut recta ex B ad H ducta ad rectam, quæ ex H ad A ducitur; neque enim curva linea ex H ad B, aut ex H ad A, ſed recta legem conſtituit motibus potentiæ in B, & ponderis in A.



Id quod pariter contingit cùm averſam mallei partem ſubtiliorem clavo ſubmittimus, & in oppoſitam partem manubrium retrahimus, ut clavus extrahatur: eſt ſiquidem curvus quidam vectis fulcrum habens in E, circa quod punctum manens uterque motus perficitur; & motus potentiæ in H ad motum clavi in I habet Rationem rectæ HE ad rectam EI. Ex quo patet pro majori manubrij longitudine augeri etiam potentiæ momenta.



Quoniam verò aliquando forcipes hujuſmodi curvæ aciem habent in A & C, ut id, quod conſtringitur vehementiùs, etiam ſcindatur, non eſt alia philoſophandi ratio, quod quidem ſpectat ad momenta potentiæ duplici illi vecti applicatæ, hoc uno differunt, quod vis ſcindendi orta ex acie ferri pertinet ad ratio-

nes

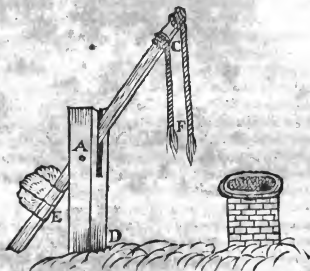
nes Cunei, de quo inferiùs suo loco. Idem dicendum de forficibus, quarum acies pariter ex rationibus Cunei vim scindendi habent; majora autem momenta potentiæ, quæ faciliùs scindat, petenda sunt ex rationibus vectis; sunt enim hîc pariter duo vectes in oppositas partes commoti, commune hypomochlium in puncto connexionis habentes; & quo majorem Rationem manubriorum longitudo habet ad distantiam rei scindendæ à puncto connexionis, eò etiam facilior contingit scissio. Idcirco quæ duriora sunt, prope connexionis punctum applicantur, quia eadem manubriorum longitudo ad minorem distantiam habet majorem Rationem quàm ad distantiam majorem; & quæ ad hæc duriora scindenda institutæ sunt forfices, breviora habent brachia, quæ ad scindendum exacuuntur, longiora verò ea, quibus potentia movens applicatur; cujusmodi sunt forfices, quibus fabri ferrarij ad æreas aut ferreas laminas scindendas utuntur. In harum usu illud etiam observare poteris, satis esse, si duorum vectium communi fulcro connexorum, ita ut decussati existant, alterum moveatur manente altero: hoc enim potissimum attenditur, quo pacto potentia validiùs applicetur, ubi multâ opus est virtute; cum autem unicum hujusmodi forficum brachium movetur, tota illi manus applicatur, & reliquo deorsum connitente corpore validè premit.

CAPUT XIII.

Cur Tollenones juxta puteos constituantur.

QUi Tollenones Latinis (Ciconias aliqui vocant) Græcis Κηλώνια dicuntur, familiaria rusticis & olitoribus instrumenta ad hauriendas ex puteis non admodum altis aquas, aliqua habent explicatu digna, quæ ex Vectis doctrina petenda sunt, nec visum est Aristoteli quæstione 28. hanc eandem disputationem instituere indecorum, aut homini Philosopho minùs

nus conveniens. Et primùm quidem ipsa Tollenonis constructio pendet ex rationibus vectis primi generis, habet si quidem fulcrum medium inter potentiam moventem & pondus



elevatum. Erecto enim tigno D A imponitur transversa hasta C E, infigitúrque axi in A, circa quem liberè converti possit. Tum extremitati E puteo appositæ alligatur plumbum, aut saxum, sive grave aliud quodpiam; ab extremitate autem C, quæ puteo respondet, funis C F pendet (seu hasta fune convexa in C, sed tamen facilè mobilis) cui in F situla adnectitur.

Jam verò duplex motus in hauriendâ aquá considerandus est, alter, quo hydria vacua in puteum demittitur, alter, quo eadem hydria aquæ plena è puteo extrahitur. Priori motui utique non favet tolleno, faciliùs quippe hydria descenderet, si nullum esset onus in E, quod depressâ hydria esset elevandum; hujus enim gravitas major est hydriæ gravitate; ac propterea præter ejusdem hydriæ gravitatem alia potentia deprimens requiritur in F, ut major sit Ratio gravitatis & potentiæ in F ad gravitatem ponderis in E, quàm sit reciprocè Ratio distantiæ A E ad distantiam A C. Quare si A C longitudo multo major sit longitudine A E, facilior

erit hydriæ vacuæ depressio; contra verò deprimendi difficultas augebitur, quo magis pondus E distabit à fulcro A. Sed hæc eadem, quæ deprimendi difficultatem augent, juvant ad extrahendam faciliùs hydriam: pondus enim E quò longiùs aberit à fulcro A, eò plura habebit momenta adversùs gravitatem aquæ & hydriam pendentes ex C. Hinc est potentiæ atque ponderis vices permutari; in depressione nimirum pondus in E existens attollitur, & potentia in C descendit; at in elevatione vicissim pondus elevatur in C, & potentia in E descendit. Prudenter itaque providere oportet, ut & hastæ C E longitudo opportunè distinguatur in partes C A, A E, & pondus in E neque ita leve sit, ut parum adjumenti afferat in extrahendâ aquâ, neque ita grave, ut detrimento sit in deprimendâ hydriâ. Præstat tamen plus aliquid laboris suscipere in deprimenda hydriâ, ut ea deinde elevetur majore compendio: nemo quippe dubitat, quin longè faciliùs sit homini funem F C deorsum trahenti attollere pondus E, quàm parium momentorum aquam è puteo extrahere.

Porrò non abs re fuerit monere hîc aliquem, ne se rusticis ridendum præbeat, ubi pro altitudine putei assumpto fune C F, hastam C E æquo longiorem constituerit præter rationem intervalli inter tigillum D A & puteum; contingeret enim, ut hasta in putei labra incurrens necessariam funis longitudinem minueret. Quapropter tria hæc necesse est sibi invicem proportione respondere, videlicet hastæ C E longitudinem, tigilli A D altitudinem, ejúsque à puteo distantiam; ut erecta ferè ad perpendiculum hasta eam admittat funis longitudinem, quæ & facile hydriæ jungi possit, & putei altitudinem exæquet.

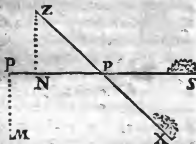
Cur autem tùm in deprimendo Tollenone, ut hydria immergatur, tùm in attollendo, ut aqua è puteo eximatur, non parem semper & æquabilem experiamur facilitatem; ratio in promptu est; quia scilicet varia est potentiæ medio fune F C tollenonem agitantis applicatio; quo enim acutior fuerit angulus F C A, eò minora sunt potentiæ trahentis momenta, quæ crescente angulo pariter augentur, ut tunc maxima sint, cùm funis F C, & hasta C A angulum rectum constituerint. Et quidem licèt, ubi funis ab angulo recto ad obtusum desciverit, iterum momenta potentiæ decrescant, si applicationis potentiæ

ejusdem

ejusdem tantummodo habeatur ratio; fieri tamen potest, ut ponderis in E momenta minuantur, quo altiùs attollitur, si illud fuerit hastæ impositum, cum ejusdem linea directionis cadat in hastæ punctum, quod magis ad fulcrum A accedat, juxta ea, quæ hujus libri cap. 3. dicta sunt; atque adeò deprimendi facilitas, quæ hinc sumit incrementum, diminutâ ponderis E resistentiâ suppleat decrementum, quod obliquam potentiæ applicationem consequitur.

Nec absimilis momentorum varietas contingit ex disparili angulorum amplitudine, quos lineæ directionis gravitatum tum aquæ attollendæ, tum ponderis E, cum hastâ C E constituunt. Nam depressâ hastâ, & pondere maximè elevato, hujus momenta initio minora sunt, & subinde augentur recedente à fulcro A lineâ directionis centri gravitatis, si illud quidem hastæ incumbat: Pondere igitur E minùs conante adversùs aquam cum hydriâ attollendam, plus laborandum est homini funem sursum trahenti; cujus deinde labor minuitur auctis gravitatis E momentis; & tunc potissimùm præstare videntur, cum angulus F C A ex recto in acutum transit; tunc enim aquæ deorsum connitentis ac opposito ponderi resistentis momenta decrescere incipiunt, ac infirmiora fieri.

Ex his non parum lucis affulget scenicis machinationibus, in quibus non planè ad perpendiculum, sed obliquè ascendendum est aut descendendum, si enim statuatur vectis Z X habens in P fulcrum, & fune Z N pendeat corpus demittendum, utique obliquus erit descensus ex N in M, & vicissim obliquus ascensus ex M in N: momenta autem ponderis X, aut S, pro variâ positione, ut dictum est, dissimilia atque disparia sunt: Quapropter temperanda sunt pro motûs instituendi opportunitate; atque si pondus X levius sit corpore demittendo ex N, hoc sponte descendet; si verò in S augeatur pondus, ut corporis in M gravitatem superet, hoc ex M in N elevabitur. Quod autem de scenicâ machinatione hîc

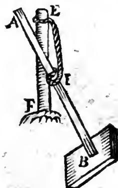


innui, ad alias motiones corporum elevandorum (ut si ex navi in altiorem fluminis ripam onus transferendum esset) facilè traduci posse ita manifestum est, ut pluribus non sit opus, si accuratè examinetur altitudo, ad quam deducendum est, & amplitudo seu distantia parallelarum, intra quas obliquus motus perficiendus est, ut vecti congrua longitudo statuatur, & opportuno loco collocetur, ubi eam anguli R P Z inclinationem habeat, cui Sinus Versus R N respondeat.

CAPUT XIV.

Remorum vires in agendâ navi expenduntur.

REmum, quo naves aguntur, Copensibus, & Platæensibus debemus, ut Plinius lib. 7 cap. 56. scribens ait, *Remum Copæ, latitudinem ejus Platææ* (utraque est Bœotiæ urbs) invenerunt; & nomen ipsum ab inventoribus inditum videtur, nam Græcis κώπη Remus, πλάτη Palmula, latior scilicet remi pars dicitur. Ratem siquidem conto propellere rudis adhuc ars nautica noverat, ubi fluminis non admodum alti fundum perticâ pertentare licebat; at ubi uberior unda prohibet, ne fundum attingatur, operam luderet, qui navim conto A B impellere se posse sibi persuaderet, nisi fortè extremitati B ligneã tabellam adjungeret, ita levem, ut sponte suâ innataret; illam enim per vim velociter immergenti obliquam, aqua resisteret, & navis aliquantulum promoveretur: cæterum ingens esset labor in conto retrahendo, & tabellâ ex aquis extrahendâ, etiamsi scalmo tigillus longiusculus E F ad perpendiculum insigeretur, ex cujus summo vertice funis E I penderet, fune autem contus medius in I suspenderetur. Quare opus fuit instrumentum



moliri,

moliri, quo & facile uteremur, & aliquod laboris compendium inveniremus.

Ratione suæ longitudinis ad unum aliquod vectis genus referendus est remus, ad cujus caput applicatur potentia, videlicet remex; extrema palmula immergitur aquæ, & circa medium innititur scalmo: sed aquæ ne? an scalmo? ratio fulcri conveniat, disputatur. Si Aristoteles audiendus esset mechan. quæst. 4. *hypomochlion fit scalmus, stat enim ille; pondus verò mare est, quod propellit remus; vectem autem movens ipse est remex.* Id quidem verum esset, si quis anchoris nondum solutis, & stante navi, adumbratâ ad speciem remigatione se exerceret; nil enim præstaret præter aquarum impulsionem. Cæterùm nautæ remorum pulsu non aquam verberare, sed navim impellere contendunt. Igitur aqua, cui remi palmula immergitur, divisioni resistens, atque impediens motum palmulæ, hypomochlij, cui vectis, hoc est remus, innititur, rationem habet, navis verò ipsa, quæ promovetur, quatenus est scalmo conjuncta, utique est pondus, ex cujus movendi, non ex aquæ repellendæ difficultate æstimandus est nautarum labor: alioquin eodem remo, qui scalmo similiter insisteret, æqualis labor esset, sive actuarium, sive corbitam impellere oporteat; pari siquidem aquæ occurrit utrobique palmula. Manifestum est igitur pondus vecte promovendum navim esse, non aquam, ac propterea hypomochlij vices aquam subire, adeóque remum censendum esse vectem secundi generis, cujus extremitates potentia & fulcrum occupant.

Hinc est aliquod semper haberi laboris compendium, ponderis enim motus, qui vecte perficitur, minor est motu potentiæ remi capiti applicatæ, illud enim minùs, hæc magis ab hypomochlio distat. Motus, inquam, qui vecte perficitur, minor est motu potentiæ; fieri enim contingit, ut vi impressi impetûs, etiam cessante remigis impulsione, navis promoveatur; adeò ut pro ratione impetûs multo major sit navis motus, quàm potentiæ impellentis. Verum hoc non ex vecte ob idipsum, quia vectis est, oritur, sed quia navis innatans aquæ non eam invenit à corpore fluido resistentiam, quam cæteroqui ex mutuo tritu inveniunt pondera corpori solido insistentia, etiamsi vecte horizontaliter moveantur; ac proinde impressus impetus,

cessante vi externâ, non statim perit. Id autem intelligendum est, cum in lacu vel tranquillo mari navigatur, cum scilicet aqua suo cursu non adversatur motui navis: nam si adverso flumine promovendum sit navigium, contrarius aquæ impulsus impetum à remige impressum elidit, fierique potest, ut utilius accidat navim trahere, quàm remigando impellere, ne sublatis ex aquâ remis navigium vi aquæ fluentis retro-actum eò redeat, unde discessit, & alternâ remorum immersione atque extractione opera ludatur: præterquam quod quò magis immersa remi palmula ab adverso flumine repellitur, eò amplius detrahitur motui navis. Ideò quamvis navim trahens plus laboris simpliciter impendat, quàm remigans, facit tamen operæ pretium, qui enim navim adversùs profluentem trahit, etiam retinet, ne retrorsum agatur; at qui remo impellit, sublatâ ex undis palmulâ, recessum impedire non valet.

Cum itaque remus vectis sit secundi generis, remigis vires æstimandæ sunt ex Ratione, quam longitudo remi habet ad illam ejusdem remi partem, quæ aquæ & scalmo interjecta est; hæc siquidem Ratio est motuum, ac proinde & momentorum, ut sæpius dictum est. Remi autem longitudinem non absolutam intelligas; sed primùm ea demenda est palmulæ particula, quæ aquæ immergitur; quippe quæ aquam repellens quasi hypomochlio incumbit. Deinde attendendum est, quam remi partem remex apprehendat; si enim plures eundem remum agitent, ut in triremibus, non sunt æqualia momenta singulorum, sed ejus, qui scalmo propior est, minora sunt (perinde atque si remo adeò brevi uteretur) ejus, qui remi caput apprehendit, maxima sunt momenta; medij autem medio modo se habent.

Quare longitudo vectis in remo definitur intervallo, quod inter aquam, & remigis manum interjectum est; ponderis distantiam ab hypomochlio metitur intervallum, quò scalmus ab aquâ palmulam excipiente disjungitur. Si igitur intervallum illud est hujus intervalli duplum aut sesquialterum, momenta Potentiæ ad momenta ponderis Rationem habent duplam aut sesquialteram, & quatuor remiges ad promovendam navim tantumdem ferè valent ac sex aut octo, qui pari conatu navim eandem sine remis propellerent, aut traherent. Dixi, *ferè*, quia cum motus cujuslibet vectis sit circularis circa punctum hypomochlij,

mochlij, remex, qui in dextero navis latere remigat, secundùm vectis naturam arcum describit ad dexteram inclinatum, id quod pariter contingit sinistro remigi arcum sinistrorsum describenti: Cum autem navis non nisi unico motu moveri possit, ex his duobus circularibus sibi adversantibus resultat tertius medius, scilicet rectus, qui proinde tantus esse non potest, quantus esset, si sex aut octo homines æquali nisu navim sine remis impellerent aut traherent; quia contrariæ illæ directiones ad dexteram & ad sinistram nequeant in tertiam mixtam directionem coalescere, sinè aliquo impetûs detrimento.

Quod si remiges omnes non consentirent in deprimendo, impellendo, atque extrahendo remo, sed alij alios præverterent, non solùm id incommodi accideret, quod ab instituto itinere deflecteret navis in alterutram partem, nisi æqualis utrinque esset impulsus, verùm etiam retardaretur motus, tùm quia minor impulsus à paucioribus navi imprimitur, tum quia remi tardiores, reliquis elevatis, adhuc immersi dum communi navis motu moventur, minùs impellunt aquam post se fugientem, & palmulæ latitudo occurrenti aquæ obversa moram infert, ut eam dividat; ex quo fit, ut aliquid impetûs ab aliis remigibus impressi deteratur, qui citra hoc impedimentum adhuc perseveraret. Sunt scilicet plures remi plures vectes, quibus idem pondus movetur; & nisi remiges omnes conspiraverint, aut navis tardiùs movetur, aut aliquorum labor augetur: haud secus ac si plures homines uni vecti ad pondus aliquod elevandum applicarentur, unò aut altero cessante reliquorum nisus augendus esset, supplementum desidiosorum.

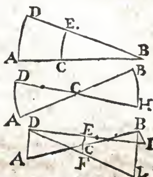
Ex rationibus igitur vectis satisfit quæstioni ab Aristotele propositæ, *Cur ij, qui in navis medio sunt remiges, maxime navim movent?* Allatam à Philosopho responsionem intactam relinquo; an satis commoda sit, alij examinent. Remigum alij in puppi constituuntur, qui Thranitæ dicebantur, ut est apud Suidam, alij in prorâ, qui Thalamij seu Thalamitæ, alij in navis medio, qui Zygitæ: & quamvis omnes ad promovendam navim suum conatum conferant, non tamen omnium æqualis est labor, aut par in movendo efficacitas; quia non secundùm eandem Rationem singulorum remorum longitudo in partes à scalmo distinguitur; sed quia puppis altior est, & spatium angustum, major

remi

remi pars extra navim est, parúmque à scalmo distat remex; ideò motus potentiæ ad motum ponderis minorem habet rationem, quàm si brevior esset inter palmulam, & scalmum, longiórque inter scalmum & remigem distantia, ut contingit in medio, ubi navis depressior est, & maximam habet latitudinem; pondere enim minùs distante ab hypomochlio, majora sunt potentiæ momenta, cum eadem ponatur utrobique vectis longitudo. Quæ autem de puppi dicta sunt, saltem quo ad spatij angustias, etiam de prorâ intelligenda sunt, quæ quia depressior est puppi, & aliquanto altior quàm circa medium, propterea Thalamiorum labor medius est inter Thranitarum & Zygitarum laborem. Dicuntur autem remiges, qui in navis medio sunt, maximè movere vim, non quia navis motus, qui circa hypomochlium tanquam circa centrum fit, ibi fit major motu, qui fit in puppi, si remiges parem arcum describant, nam potiùs oppositum contingit; sed quia remex in medio minorem inveniens ponderis movendi resistentiam plus navim impellit, quàm si in puppi pariter conaretur, ubi eodem nisu non potest eodem temporis spatio tam amplum arcum describere. Propterea fortissimi remiges ad puppim statuuntur, ut majore impetu producto vincant majorem resistentiam; ideóque Thranitis præter publicum stipendium etiam extraordinarium datum commemorat Thucydides lib.6. Hæc verò, quæ de Antiquorum navibus magis propriè dicuntur, quarum forma à nostris diffidebat, nostris tamen celocibus aut triremibus servatâ analogiâ accommodari possunt; nam etiam apud nos scalmus ad proram & ad puppim ascendit, & in medio major est navigij amplitudo, ita ut, licèt remorum capita in eâdem rectâ lineâ juxta navigij longitudinem constituantur, dispari tamen Ratione à scalmo distinguantur in partes.

Sed præstat ipsum navis motum paulo attentiùs considerare; quandoquidem si hypomochlium esset prorsus immobile, & aqua locum non daret palmulæ urgenti, utique motus navis ad motum capitis remi in eâ esset Ratione, quæ intercedit inter distantias scalmi, & capitis remi ab aquâ. Nam si palmula B immota maneret, & scalmus esset in C, motus remigis A D ad motum navis C E esset ut A B ad C B. Contra verò si aqua nihil prorsus obsisteret remo (sicuti contingeret,

ret, si ille admodum lentè moveretur, aut palmula nimis obliqua aquam finderet) tantúmque palmula retrogrederetur per B H, quantum remex per A D progreditur, immota maneret navis in C: id quod etiam contingeret, si regressus BH ad progressum A D esset in Ratione C B ad C A. Quod si palmula à profluente rapta ex B in L majus spatium conficeret, quàm remex ex A in D (aut saltem BL ad AD esset in majore Ratione quàm C B ad C A) utique navis ipsa retrocederet, & scalmus ex C veniret in F. Cum igitur promoveatur navis, & aqua palmulæ obsistens sit hypomochlium mobile, necesse est progressu remigis A D minorem esse palmulæ regressum B I, ut scalmus ex C propellatur in E. Quare quo magis aqua resistit, minúsque palmula movetur in oppositam remigis motui partem, magis promovetur navis, quia majorem impulsum recipit. Majorem autem aquæ resistentiam efficere potest aut velocior remi motio, aut major palmulæ immersio: constat si quidem, si baculo aquam lentè dividas, vix percipi in illa scindendâ laborem; at si velociter baculum immersum agitare libeat, multò validiùs illam resistere: similiter quò major palmulæ immersæ pars plus aquæ propulsat, eò majorem invenit resistentiam, difficiliùs enim multa, quàm modica aqua dividitur. Verùm cum festinato opus est, satius est velociter remum movere, & parum immergere palmulam, ut frequentiori remorum percussione plus impetûs navi imprimatur.



Quod demum spectat ad remi motum, unum superest observandum, videlicet, non eum tantummodo motum capiti remi tribuendum, qui respondet partibus navis, quatenus ex remigis musculorum contentione atque membrorum inclinatione pendet, cujus mensuram definitet perpendiculum à capite remi in subjectum navis planum descendens, & in eo remi iter describens; sed præterea addendus est motus navis, qui omnibus in navi existentibus communis est, adeò ut navis vi remorum acta

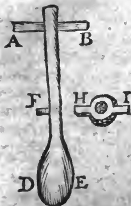
moveatur à motore translato. Quapropter si AD est universus capitis remi, seu manûs remigis motus, demendus ex illo est navis progressus CE, & residuus motus à remigis conatu, quatenus remum impellit, pendet.

Sed antequàm ab hac remorum contemplatione animum avertamus, placet innuere, quæ de Sinensium remis attigit Atlas Sinicus in Præfatione pag. 10, ubi de Præfectorum navibus, quæ nostris triremibus æquales sunt, hæc habet. *Dum cessant ventorum flatus, adsunt de,inati, qui remulco trahant, aut remis moles tota impellitur motu ad modum caudæ piscium, methodo facili & compendiosâ; quippe sine ulla aquæ percussione, extractione ve remi, vel remo unico propellitur & dirigitur navis; adeóque unus hic sex aut octo nostratibus nautis æquivalet.* Postremum hoc de uno remige sex aut octo nostratibus nautis æquivalente, adeò magnificè dictum videtur, sed & adeò jejunè expositum, ut verba mihi dari non facilè patiar, nec me libenter præbeam credulum: fundamentum constituendæ fidei fuisset remigandi ordo descriptus, remorum forma atque positio verbis aut iconismo proposita, ut, quanta sint remigis Sinici momenta, innotescerent; aliam enim utique à nostratibus remorum formam esse necesse est, quippe quos flexiles esse oporteat, ut admodum caudæ piscium moveantur; hi scilicet postremam corporis sui partem flectunt priùs atque contorquent, ut caudam postmodum velociter porrigentes aquam verberent, qua resistente conceptus impetus totum corpus promoveat, quandiu ille perseverat. Ubi animadvertendum est, quàm sapienti naturæ instituto factum sit, ut pisces caudam lentiùs inflectant, sed velociùs explicent, inflectant obliquam, explicent erectam; si enim erectam caudam velociter flecterent, ita aqua resisteret, ut potiùs retrocederent, quemadmodum Astaci fluviatiles (cammaros, alij cancros fluviatiles vocant, rectè ne? an perperam? non est hujus loci examinare) quando timent, caudâ aquam validè percutientes, ac quasi ad se velociter trahentes non procedunt, sed retrorsum curvatâ caudâ secedunt. Sic etiam contingeret cymbæ, si quis in puppi stans ligneam tabellam extremæ perticæ infixam aquæ à tergo positæ immitteret, perticámque ad se velociter traheret, nam cymba retrorsum agi videretur. Cùm autem pisces caudam & obliquè & lentiùs

inflectant

inflectant, minorem aquæ resistentiam percipiunt. Quare, ut remus suo motu imitetur motum caudæ piscium, opus est erectam palmulam (hoc est, in plano verticali longitudinem navis obliquè, aut ad rectos angulos, secante existentem) aquæ occurrere, ut aquâ resistente propellatur navis, eandem verò palmulam posteà obliquam fieri, ne dum, intra aquam retrahitur ad iterandum impulsum, tantam inveniat resistentiam, sed aquam faciliùs findat. Hinc conjecturâ aliquâ ducebar aliquando ad suspicandum, an ita remi palmula reliquæ remi longitudini adnexa esset fibulâ plicatili, ut, cùm remi caput puppim versùs, palmula verò in oppositam partem impelleretur, hæc occurrenti aquæ cederet, cámque obliquè finderet modicâ manûs remigis deflexione remum interim contorquentis. Sed, ut quod res est eloquar, vereor, ne argutum nimis, víxque aliquid habens compendij, artificium hoc videatur: nam & nostrates cymbularij communi remo cymbam ex puppi agentes eam propellunt, & dirigunt aquam non percutientes, nec remum extrahentes, cujus varia inclinatione, loco gubernaculi, cymbæ motum temperant remigando. Ut quid ergo remum in duas partes, quæ fibulâ jungantur, divisum adhibere? quippe qui noceat potiùs; nam remigis motus in proram directus nullum impulsum imprimit navi, nisi quando iterum rectus factus fuerit remus. Sed flectatur & dirigatur remus in morem caudæ piscium; quid hoc, ut unus remex sex aut octo nostratibus nautis æquivaleat? Hac autem oblatâ occasione cùm varias excogitaverim rationes utendi remis aquæ semper immersis, liceat mihi per lectoris patientiam unum proponere, quod fortasse nec incommodum, nec inutile accideret, si in usum deduceretur, tunc maximè, cum plures hinc & hinc remiges adhibentur, qui navis æquilibrio non officerent: neque enim facilè author essem, ut levioribus cymbis methodus hæc communis esset: quippe quæ deficiente ponderis hinc & hinc æqualitate in alterutram partem nimis inclinarentur, nec citra casûs nautæ, aut eversionis naviculæ periculum. Remiges statuo hinc & hinc scalmo insistentes; id quod incommodum non erit; quandoquidem additis extrinsecùs opportunis fulcris crassiorem satísque firmam tabulam impono mediocris latitudinis à scalmo distantem tanto intervallo; quan-

to opus est, ut interjici valeat remus, commodéque agitari: externam autem additæ tabulæ oram ambiat limbus, ne facilè pes labatur; alterum enim pedem tabulæ, alterum scalmo commodè imponere poterit remex. Remi longitudinem definit altitudo scalmi ferè supra navis fundum, addita mediocri hominis altitudine; ipsíque remi capiti cylindrulus transversarius injicitur, ita tamen, ut in eodem plano inveniatur cum remi palmulâ: apprehenso si quidem utrâque remigis manu hinc & hinc cylindrulo, palmulæ planities aquæ obvertitur, eámque impellit; apprehensâ autem alterâ tantum extremitate, sive A, sive B, quando retrahitur remus, palmula DE aquam findit, & est quodammodo parallela carinæ. Duplicem igitur motum remo conciliare oportet, alterum quidem à puppi ad proram, & vicissim, cùm scilicet impellitur, & retrahitur, alterum verò circa suum axem longitudinis, ut convertatur nunc ad impellendam, nunc ad findendam aquam. Primus motus perficitur, si ferreo circulo HI remus inseratur duos polos habenti; quorum alter scalmum, alter additam tabulam ingrediatur (sivè potiùs excavatæ congruæ crenæ incumbant, ut extrahi pro libito possint) sintque facilè versatiles: remus enim in eodem plano verticali semper existens deprimi potest, ut horizontem versùs inclinetur, atque iterum elevari ac etiam in oppositam partem inclinari. Secundus autem motus facillimè habetur, si remo ferreus rotundus claviculus F adjiciatur circuli HI superiorem partem contingens; impedit enim, ne remus deorsum prolabatur, adeóque nullo labore convertitur circa axem suæ longitudinis remus, dimissâ alterutrâ cylindruli AB extremitate, quando retrahitur. Inventum hoc rudit er propositum expolire, atque accuratiùs excolere poteris, ingeniose Lector, qui fortasse tuâ industriâ consequeris artem mihi ignotam remos ita disponendi, ut remex unus pluribus nautis æquivaleat, quemadmodum de Sinensibus narratur.



CAPUT

CAPUT XV.

Quomodo Naves à gubernaculo moveantur.

RES est, cui assiduus usus admirationem detraxisse videtur, non tamen propterea minus habet admirabilitatis, motus scilicet navium, quæ à gubernaculo reguntur, cùm magnum pondus temporis momento moveatur. Nam & Apostolus S. Jacobus in Canonicâ Epistola cap. 3. ait, *Ecce & naves cum magnæ sint, & à ventis validis minentur, circumferuntur à modico gubernaculo, ubi impetus dirigentis voluerit.* Et Aristoteles Mechan. quæst. 5. inquirit. *Cur parvum existens gubernaculum, & in extremo navigio, tantas habet vires, ut ab exiguo temone, & ab hominis unius viribus alioquin modicè utentis, magna navigiorum moveantur moles?* Partes duas in gubernaculo invenimus; alteram extrinsecùs navi adjectam, ligneam videlicet alam, sive cardinibus, circa quos converti potest, postremæ puppis parti affixam, sive ad latus puppi adjacentem, tignóque, quod ex scalmo assurgit, adalligatam, prout maritimo vel fluviatili itineri destinata sunt navigia; alteram intra navim, temonis in morem; ex cujus conversione aut pars illa externa in oppositam plagam convertitur, ita ut deductâ temonis extremitate ad dexteram, gubernaculi alâ extremæ puppi adjacens in sinistram circa suos cardines deflectat, & vicissim hæc ad dexteram, temone in sinistram converso: aut in navigiis, quorum in fluminibus usus est, gubernaculum ad puppis latus habentibus, depresso temone superior extremitas alæ in triangulum subjecto cylindro infixum conformatæ propiùs accedit ad navim, temone autem elevato ab illa recedit: contra verò si ala infra cylindrum constituatur, ejus extremitas inferior ad navim accedit temone elevato, à navi recedit temone depresso.

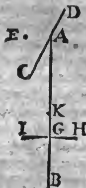
Quemadmodum autem ad propellendam navim instituti sunt remi, ita ad ejusdem cursum dirigendum, atque pro opportunitate in dexteram aut in sinistram inclinandum, clavus ad-

jectus est. Quamquam enim remorum pulsu navis acta proram in dexteram obvertere possit, si remiges sinistri cessent, atque è contrario in sinistram cessantibus dexteris; aut etiam vento navim impellente fieri possit hæc in alterutram partem declinatio modò passo, modò contracto velo, ut me observasse memini, cum ex insula Seelandia per fretum Oresunticum in Scaniam (Elsingorâ scilicet Elsemburgum) navigiolo transfretarem: id tamen longè faciliùs, atque ad unius gubernatoris arbitrium perficitur converso opportunè clavo, ut quotidiano experimento docemur.

Porrò dupliciter gubernaculi motum considerare possumus; neque enim eadem est ratio, cùm navis quiescit, nullusque est aquæ motus, atque cùm navis vento seu remis agitur, aut aqua ipsa movetur. Et quidem si navigium in aquâ immotâ quiescat, qui gubernaculi temonem movet, est potentia applicata vecti, cujus hypomochlium est aqua, si navis non sit tantæ gravitatis, ut faciliùs ipsa moveatur, quam tota aqua propellatur ab alâ gubernaculi; & tunc est vectis secundi generis, nam puppis, aquâ resistente, secedit ad dexteram aut ad sinistram sequens temonis conversionem. At si tanta sit navis gravitas, ut multo faciliùs tota aqua propellatur, quàm navis loco moveatur, vectis est primi generis habens hypomochlium in cardinibus, circa quos gubernaculi ala convertitur, pondus autem, quod movetur, est aqua, quæ eò faciliùs, minori scilicet labore, propellitur, quò longior est temo; tunc enim potentia plus habet momenti. Hinc duplex vectis ratio invenitur, cùm aliquâ ex parte aqua, aliquâ ex parte puppis movetur; quo in motu satis constat neque motum puppis fieri circa aquam extremæ gubernaculi alæ respondentem, neque motum aquæ respondentis extremo gubernaculo fieri circa cardines puppi inhærentes; sed conversionem fieri circa punctum aliquod intermedium reciprocè acceptum pro Ratione resistentiarum aquæ & navis, juxta dicta cap. 5. hujus libri. Cùm autem resistentia aquæ æstimanda sit ex magnitudine & figura alæ gubernaculi aquam ipsam impellentis, & resistentia navis pariter definienda sit tùm ex ejus gravitate, tum ex aquæ propellendæ quantitate, dum navis in dexteram aut in sinistram convertitur, patet nullum certum punctum navibus omnibus commune statui posse; sunt

sunt siquidem hujusmodi resistentiæ multiplici varietati obnoxiæ.

At verò cùm navis in motu est, & vento impellente seu remis agitur, potentia quidem pro temonis longitudine sua habet momenta, & ad navis conversionem juvat, magis tamen accipiendo vim externam & ferendo, quàm agendo & faciendo, hoc est retinendo gubernaculum in illa obliquâ positione adversùs vim aquæ in contrarium nitentis, aut resistentis. Quò enim velociùs fertur navis, obviam aquam prorâ scindens illam ita dividit, ut ad navis latera hinc atque hinc velociùs refluat in puppim; ubi si gubernaculi alam inveniat rectam, pergit navis recto itinere; Sed si aqua refluens obliquum gubernaculum offendat, ut si existente carina A B fuerit gubernaculum obliquum C D, aqua in alam A D incurrens dum illam urget, puppim cogit declinare ex A in E, & prora obvertitur ver ùs F.



Hæc tamen, quæ de aquâ ad navis latera refluente dicta sunt, non ita accipi velim, ut non nisi ab ejus impetu flecti navis cursum existimes; sed hæc deflexio præcipuè tribuenda est resistentiæ ipsius aquæ, in quam incurrit gubernaculum obliquum, dum navis tota impellitur; eò autem major est aquæ resistentia, quò velociùs illam scindi oportet, ut sæpiùs dictum est. Ideò quo validiore venti aut remorum impulsu agitur navis, faciliùs flectitur ope gubernaculi, majorem quippe invenit resistentiam. Cum verò resistentia hæc ex alterutra tantùm parte inveniatur, necesse est proram in eandem obverti plagam. Cujus rei obvium experimentum sumere quisque potest, si corpus aliquod angulatum (cujusmodi esset norma, qua ad angulum rectum describendum utimur) in plano inclinato æquabili ac polito descendere permittat: nam si, quod ponè sequitur, brachium in offendiculum aliquod incurrat, illico reliquum brachium ad eam partem inclinari videbit, impetu scilicet promovente corpus, atque objectum impedimentum declinante.

Quare id, quod navim maximè movet in dexteram aut sinistram,

nistram, est impetus ab ipso vento aut à remigibus navi impressus; gubernaculum autem infert moram & impedimentum, ne motus omnino fiat juxta directionem impetûs ab impellente impressi: quamdiu verò impedimentum perseverat, navis magis aut minùs obliquè fertur, pro ut modificata impetûs directio exigit. Juvat autem, ut dictum est, aqua, quæ à prorâ dividitur, & ad latera refluit, maximè si adverso flumine, aut contra marini æstus cursum navigatio instituatur; aucto enim impedimento faciliùs flectitur instituta progressio; sed idcircò etiam navis motus retardatur magis.

Quod quidem spectat ad gubernaculum extremæ puppis planæ faciei adhærens, ut in majoribus navigiis maritimo itineri destinatis, satis jam explicatum est: unum addendum videtur, quod in navigiis ad devehendas merces fabricatis in fossâ quadam manufactâ aliquando observasse me memini; ex puppi videlicet extremâ in acutum assurgente, quasi caudæ in morem, clavus longiùs protendebatur apici puppis insistens remo absimilis tantùm, quatenus palmula paulò latior, nec juxta scapi longitudinem directa, sed inflexa intra aquam immergebatur; caput autem temonis fune jungebatur navigij plano ita, ut gubernaculi pars externa suo pondere recidere nequiret, ac fundum alvei non peteret, sed palmula paulò infra aquæ superficiem consisteret. Hinc enim fiebat, ut temonis capite in alterutram partem adducto in eandem puppis recederet aquâ resistente palmulæ, ac proinde prora in oppositam partem obverteretur: perinde atque in cymbis gubernaculo destitutis, cùm remi ad latus extremæ puppis directè immersi caput ad se retrahit nauta, puppim ipsam impellit, ac proram in oppositam partem convertit. Huc spectare possunt, quæ habet Atlas Sinicus pag. 123 in XI Provincia Fokien loquens de flumine Min, quod ex Puching ad oppidum usque Xuiken per valles & saxa ingenti impetu ac violentiâ volvitur, inde placidissimum flumen est; & quantumcumque violentum enavigatur tamen à Sinis consuetâ illorum industriâ, ac parvarum naviculârum artificio: hæ enim naves clavum, ut aliæ non habent, sed duos longissimè porrectos, ad puppim unum, ad proram alterum: his per saxa ac scopulos prominentes facillime ac velocissime naves, ac si fræno equos continerent, dirigunt. Hæc ibi.

Sed

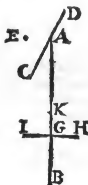
Sed ut aliquid etiam de gubernaculo ad puppis latus constituto in navigiis, quorum potissimus usus est in fluviis, dicatur, animadvertendum est hujusmodi navigia non solùm proram, sed & puppim habere, quæ obliquè assurgentes in acutum desinunt, gubernaculum autem constare ex cylindro obliquè descendente juxta puppis longitudinem, atque ex alâ triangulari ut plurimùm sursum respiciente, cujus latus unum cylindro congruit, cui infixum est. Quandiu ala sursum respicit, nihil impedit navis motum, æqualiter enim aqua hinc & hinc fluit, ac proinde navis fertur juxta impetûs à vento aut à remigibus impressi directionem (idem dic, cùm navis trahitur) quam sequitur, nisi aliquid fortuito interveniat, à quo turbetur motus, & præter nautarum voluntatem aliò flectatur. Quod si convoluto circà suum axem cylindro, ala in hanc aut illam partem vertatur, jam occurrit aquæ, ex cujus resistentiâ impedimentum objicitur navi, ne rectà feratur, sed in alteram partem detorqueatur: nam si depresso temone, qui priùs erat horizonti parallelus, ala versùs navim inclinetur, aqua inter gubernaculum & navim intercepta resistit, atque interfluens conatur alam gubernaculi in directum restituere: quapropter puppim in dexteram trahens, illíque ad dexteram resistens (clavus scilicet dextero puppis lateri adjacet) proram obvertit ad sinistram. At si gubernaculi ala in oppositam navi partem extrorsum vertatur, obviam habet aquam externam, qua resistente repellitur puppis in sinistram, & prora in dexteram convertitur. Quod si alam triangularem placeat potiùs cylindro subjicere, elevato temone ala accedit ad navim, & depresso temone ala recedit à navi: quapropter ibi puppis repellitur in sinistram, hîc ab aquâ intercurrente trahitur in dexteram, motúsque oppositi proræ conveniunt.

Ex his facilè innotescit, quid præstet gubernaculum inter puppes duorum pontonum, quos impositus pons jungit, validúsque rudens congruæ longitudinis retinet, ne secundo flumine rapiantur; prout enim in hanc vel illam partem gubernaculi ala vertitur, obvium habet interjectarum aquarum impetum, quo propellitur in adversam partem, eáque ratione trajicitur flumen, ut in Pado & aliis Galliæ Cisalpinæ fluviis passim videre est.

Illud postremò consideratione dignum est, quod ad ipsius navis conversionem attinet nimirùm quodnam sit punctum circa quod convertitur: Manifestum est enim neque circa puppim tanquam circa centrum describi arcum à prorâ, neque vicissim circa proram quasi centrum arcum à puppi describi, quia aquæ quantitas respondens longitudini carinæ plurimum resistit, ne circulariter moveatur tota ad eandem partem, cogeretur scilicet nimis amplum arcum describere, nimísque velociter moveri in latus, ut per destinatum navigationis Rumbum nova loxodromia institueretur: faciliùs igitur convertitur navis, si dum pars anterior proræ aquam in dexteram propellit, reliqua pars posterior puppi proxima aquam repellat in sinistram, utraque enim extremitas minore arcu descripto ad majorem angulum carinam inclinat atque deflectit à lineâ prioris cursûs, & minore velocitate aquam urgens minorem invenit resistentiam. Fit igitur conversio circa punctum aliquod medium inter proram & puppim; illud autem est, circa quod natura faciliùs assequitur propositum, & minore motu removetur impedimentum, quod ab aquâ occurrente infertur, quæ cùm dividatur à prorâ, refluátque juxtà navis latera, æqualiter quidem à prorâ dispertitur, sed ubi navis ventrem, hoc est amplissimam navigij partem prætergressa est, offendens ex alterâ parte gubernaculi alam fluere non potest, qua velocitate flueret nullo objecto offendiculo; propterea aquæ refluenti ex adverso navis latere objiciendum est obliquè puppis latus, ut illa pariter lentiùs fluat, divisóque impedimento æquales aquæ portiones ex utroque puppis latere fluant. Quare probabili conjecturâ existimo conversionem fieri circa illud carinæ punctum, quod respondet maximæ navigij amplitudini; pars quippe navigij anterior juxta suam latitudinem occurrens aquæ invenit resistentiam; aqua igitur incurrens in gubernaculum movet partem posteriorem in latus, ubi non est tam valida aquæ resistentia. Cum autem in majoribus navigiis præcipuus malus statuatur in maxima navigij amplitudine, hoc est, ubi carinæ longitudo bessem relinquit puppim versus, & trientem versùs proram, carina ad proram spectans minùs movetur quàm quæ ad puppim; sed propter notabilem proræ projecturam si pars navis suprema inspiciatur, malus ille est circa mediam totius navis

vis longitudinem, ibique fit conversio. Cæterùm quicumque navis formam, tormentorumque bellicorum dispositionem ac numerum observet, utique centrum gravitatis inter puppim & malum præcipuum interjectum esse affirmabit; præsertim cum id necesse sit, ne ventorum vi prora nimis deprimatur; id quod multo manifestiùs innotescit in minoribus navigiis, si fortè velo uti contingat, malus enim maximè ad proram accedit.

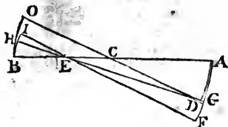
Sit igitur carina A B, maxima navis latitudo H I, malus primarius in G, centrum gravitatis navigij ex. gr. in K. Duo sunt principia moventia; unum est ventus in G, alterum est aqua refluens in A D: duo pariter sunt hypomochlia, seu impedimenta; vento resistit gubernaculum A D, propterea navim motione transversâ promovens transfert centrum gravitatis K versus H: aquæ refluenti resistit vis venti in G, ita ut non valeat navim retrorsum agere, propterea puppim ex A transfert in E, & centro gravitatis K impetum imprimit dirigentem versùs I, cui tamen prævalente impetu venti dirigente versùs H, obliquus navis motus efficitur. Quare duplex est vectis secundi generis; aqua in A D ad resistentiam centri gravitatis K habet momentum ut A G, seu D G, ad K G: Ventus in G ad ejusdem centri gravitatis K resistentiam habet momentum ut G A ad K A. Ex quo constat majorem quidem esse Rationem A G ad K G minorem, quàm ad K A majorem; sed multo validiorem potentiam esse ventum, quàm aquam refluentem, nisi fortè addatur naturalis fluxus aquæ, qui aliquando prævalere dignoscitur ex occultis Maris Currentibus, quæ navim aliquando retrorsum agunt contrà vim venti. Sed quoniam tam varia & multiplex est navigiorum forma, nec in iis construendis omnes artifices eandem servant partium membrorúmque Rationem, nulla assignari potest certa Ratio, quæ intercedat inter distantiam centri gravitatis ab extremitate puppis, atque distantiam puncti, circa quod fit conversio, ab eadem extremitate.



Hìc autem (ne quis facilè similiter labatur) fateor me ali-

quando veri quadam ſpecie deceptum exiſtimaſſe intervallum inter extremam proram & punctum converſionis ad quartam totius longitudinis partem proximè ſtatuendum eſſe; ducebar ſcilicet quadam analogiâ deſumpta ex cylindro ligneo innatante, cujus quieſcentis extremitatem ſi tanto impetu percuſſeris, quo certum ſpatium percurrat, videbar mihi ritè inferre punctum, circa quod convertitur, diſtare ab extremitate percuſsâ ad totius longitudinis dodrantem: ſatis enim ipſo uſu innoteſcebat, nec punctum medium, ſcilicet centrum gravitatis, nec oppoſitam extremitatem eſſe centrum converſionis. Videbatur autem naturæ ſua jura tueri conanti valde conſentaneum, ſi corpus amans quietis externo impulſui ita obſecundet, ut quam minimo totius corporis motu impreſſus impetus partem percuſſam pro ſuæ intenſionis modo tranſferat.

Sit enim Cylindrus A B, cujus medium atque centrum gravitatis C: A E verò ſit totius longitudinis dodrans: percutiatur extremitas A tanto impetu, quanto illa ferri poſſet per ſpatium A D, ſi moveretur circa centrum C. Ducatur igitur per C recta D O æqualis toti cylindro; qui ſi moveretur circa punctum C, utique ſuo motu deſcriberet duos Sectores, A C D, & B C O. Item per E ducatur ipſi D O parallela F I ita, ut ipſi E A æqualis ſit E F, & ipſi E B æqualis ſit E I. Cylindrus igitur A B converſione factâ circa punctum E deſcriberet Sectores A E F & B E I duobus prioribus ſimiles. Sunt autem Sectores ſimiles, ut quadrata Radiorum; quemadmodum facilè colligitur ex 2 lib. 12: atque ideò, cum Radius A C ad Radium A E ſit ut 2 ad 3, Sector A C D ad Sectorem A E F eſt ut 4 ad 9: & quia Radius B C ad Radium B E eſt ut 2 ad 1, Sector B C O ad Sectorem B E I eſt ut 4 ad 1. Motus igitur cylindri circa centrum C ad motum circa centrum E eſt ut 8 ad 10, ſi Sectores ſimiles deſcribantur. Atqui impetus impreſſus ſolùm poteſt extremitatem A transferre per ſpatium æquale



ipſi

ipsi A D (est autem arcus A D ad arcum A F similem, ut Radius A C ad Radium A E, hoc est ut 2 ad 3) igitur eandem transfert solùm per A G bessem arcûs A F, ac proinde motus est per Sectores A E G & B E H, qui ex ult. lib. 6. sunt bes duorum Sectorum A E F & B E I, quorum summa est 10; ipsius autem 10 bes est $6\frac{2}{3}$. Motus igitur circa centrum E minor est motu circa centrum C, & impetus impressus æqualiter transfert extremitatem A.

Fateor potuisse statui A E mediam proportionalem inter totam longitudinem A B & ejus semissem A C, & motus fuisset paulo minor. Ponatur enim tota A B 200, A C 100, est A E 141 $\frac{2}{7}$ proximè: igitur ut quadratum A C ad quadratum A E mediæ proportionalis, hoc est ut 10000 ad 19994, ita Sector A C D ad sectorem A E F similem; & ut ipsius C B 100 quadratum 10000, ad ipsius E B 59 proximè quadratum 3481, ita Sector B C O ad Sectorem similem B E I. Quare summa Sectorum A C D, B C O est 20000, Sectorum verò A E F, B E I est 23475. Sed quia ut A C ad A E, ita arcus A D ad arcum A F, quarum partium A D est 100, A F est 141 proximè: & assumpto arcu A G 100, summa Sectorum A E G & B E H, ad summam Sectorum A E F & B E I erit ut 100 ad 141, hoc est, ut 16649 ad 23475: minor igitur est quàm summa Sectorum A C D & B C O, quæ est 20000. At si A E sit 150, & E B 50, summa Sectorum A E F, B E I ut 25000, bes autem 16666 $\frac{2}{3}$, qui excedit numerum superiùs inventum 16649 adeò modico intervallo, ut contemnendum sit; cùm maximè impetus per arcum A F aliquantulò majorem motum efficiat quàm per circumferentiam circuli minoris, ac propterea censendus sit arcus A G aliquantulum major quàm arcus A D; idcircò vero propior est A E dodrans totius longitudinis A B, quàm A E media proportionalis inter A C & A B.

Verùm quæ de cylindro in aquâ quiescente dicuntur satis probabiliter, non omninò congruere possunt motui navis, quæ præter motum aquæ percutientis gubernaculum promovetur à vento aut à remigibus, & præterea non habet æquabili ductu constitutam figuram, quemadmodum cylindrus: propterea huic analogiæ non acquiescendum duxi. Sed & illud adden-

dum, quod neque de cylindro satis certus esse possum; nam si alia fiat hypothesis, & ad totius longitudinis bessem statuatur punctum conversionis ita ut semissis A C sit 3; A E verò sit 4, & E B sit 2; Sector A C D ad Sectorem A E F est ut 9 ad 16, & Sector B C O ad Sectorem B E I est ut 9 ad 4; igitur summa priorum ad summam posteriorum est ut 18 ad 20. Atqui Sector A E G ad Sectorem A E F est ut 3 ad 4 (id quod de simili Sectore B E H ad Sectorem B E I intelligendum est) igitur, cum A E F sit 16, A E G est 12, & cum B E I sit 4, B E H est 3, ac propterea summa Sectorum A E G & B E H est ut 15 ad summam Sectorum A C D & B C O ut 18. In prima autem hypothesi quando erat A C ut 2 & A E ut 3, erat motuum Ratio ut 8 ad $6\frac{2}{3}$, quæ est planè eadem cum Ratione 18 ad 15. Cum itaque eadem motuum Ratio sequatur, sive A E sit bes, sive dodrans totius longitudinis A B, cur dodrantem potiùs quàm bessem pronunciemus, nisi aliunde doceamur?

CAPUT XVI.

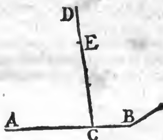
An malus in motu navis habeat Rationem vectis.

NAvim impelli ventorum vi certum est, qui velum implerit ex antennâ suspensum atque expassum, funibúsque, quos Propedes vocant, posteriori navis parti alligatum. Quoniam verò, ut quotidiano usu didicimus, quò altiùs evecta fuerit antenna, eò validiùs, cæteris paribus, navis à vento impellitur, quæritur ab Aristotele quæst.6. *Cur quando antenna sublimior fuerit, iisdem velis, & eodem vento, celeriùs feruntur navigia?* Causam ille ex vectis rationibus petendam opinatur, quasi malus sit vectis habens hypomochlium in ea carinæ parte, cui infigitur; potentia movens sit ventus velum implens supremæ mali parti applicatus, ubi antenna cum malo connectitur; pondus verò sit navigium: quò igitur potentia magis ab hypomochlio abest, plus habere momenti manifestum est. Verùm non ego hìc inani labore suscepto, ut Philosophi dicto aliquam veri similitu

ſimilitudinem adjiciam, tempus conteram: Cui otium eſt, Authores legat.

Si quæſtio eſſet, Cur longiores mali ſint magis obnoxij periculo fractionis, facilè invenirem rationem vectis, quia ponderis vicem ſubeunt particulæ ipſæ, quarum nexus per vim ſolvendus eſt in fractione; quò autem longior eſt malus, ad motum partium, quæ dividuntur, majorem Rationem habet motus venti applicati longiori malo, quàm motus ejuſdem breviori malo applicati. Sed hic, ubi de navis motu quæſtio eſt, ſive altè aſſurgat malus, ſive brevis ſit, ſemper eadem eſt Ratio motûs venti velo excepti, atque navis. Quomodo enim pterna, ideſt ima mali calx, eſſe poteſt extremus vectis in carinâ, cui inſeritur, velut in hypomochlio quieſcens, navis verò tota ſimul mota æquali motu, rationem habet ponderis à vecte impulſi? nonne hypomochlium, pondus, & potentia æquali planè motu moventur? neque enim velociùs movetur ventus velo exceptus, quàm ipſum velum, nec velum velociùs quàm navis; & cum ipſa navi planè æqualiter movetur carinæ punctum, cui malus infigitur. Quis autem motus per Vectem, qua Vectis eſt Facultas mechanica, hujuſmodi æqualitatem admittit? Non igitur malus in motu, quo navis progreditur, Rationem vectis habere dicendus eſt.

Sit malus C D cujus pterna C inſeratur carinæ A B, carcheſio autem D applicetur antenna cum velo pendente, cujus imæ extremitates navis lateribus opportunè ad ventum excipiendum jungantur. Certum eſt malum C D moveri ſemper ſibi parallelum (niſi fortè aliquanto plus extremitas D moveatur, ſicut in homine plus caput movetur quàm pedes ſupra ſphæricam terræ vel aquæ ſuperficiem, ſed hoc nihil refert) neque poſſe obtinere rationem vectis niſi comparatè ad eum motum, quo circa C tanquam circa centrum fieret converſio; quemadmodum ſi deprimenda eſſet prora & elevanda puppis, ut carina A B non eſſet horizonti parallela,



ſed

sed B deprimeretur infra planum horizontale, & A supra illud elevaretur. Verùm (præterquam quod non hic est navis motus, de quo disputatur) observandum est in navigiis minoribus, quibus movendis unicus malus adhibetur, hunc statui non in medio navigio, sed magis accedere ad proram, in majoribus autem navibus, quæ plures malos habent, maximum quidem malum, cujus validissimæ sunt vires, aliquanto quidem magis ad puppim quàm ad proram accedere (si longitudo in superiori parte attendatur) ut in Oceano videre est Anglicas, Gallicas, Hollandicas naves, comparatè tamen ad carinam, majorem carinæ partem puppim, minorem proram respicere. Id autem eo consilio factum est, ne malus centro gravitatis navis respondeat, neque exercere possit munus vectis deprimendo proram, puppímque elevando. Quando enim magis ad proram accedit malus, major pars navigij inter malum & puppim interjecta renititur sua gravitate, ne elevetur, quando verò à medio puppim versùs recedit, major pars navis, quæ deprimenda esset, majorem aquæ resistentiam invenit; ac proinde servatâ carinæ positione horizontali faciliùs navis movetur. Hinc tardiorem fieri navigij cursum contingit, vel quia perperam collocatus est malus, vel quia pondera in navi non sunt ritè distributa, adeò ut à malo vix absit centrum gravitatis navigij onusti; tunc enim depressâ prorâ & carinâ ad horizontem inclinatâ major vis obviæ aquæ resistit. Quare tantum abest malus à ratione vectis, vi cujus progrediatur navigium, ut potius caveatur, ne vectis munus ille exerceat, motum aliquem efficiendo, qui celeritati non parum officeret.

In motu autem majoris navigij pluribus malis instructi non solus malus, qui præcipuus est & maximus, attenditur, sed etiam reliqui: potior tamen ad provehendam navim est malus, qui à medio ad proram accedit, quippe qui navim trahit; nam qui à centro gravitatis puppim versùs recedit, navim impellit potiùs, quàm trahat: quamquam ille, qui ad puppim proximè spectat, & velum habet triangulare, maximè juvat, ut gubernatoris proposito, qui clavum regit, obsecundet ad navis cursum in alterutram partem dirigendum. Verum quicumque malus consideretur, in nullo rationem vectis reperies, sive ad impellendam, sive ad trahendam navim.

At,

At, inquis, si adverso flumine deducendum sit navigium sive à nautica turbâ sive ab equis trahentibus, cur funis malo, non autem proræ, alligatur, si nihil confert facilitatis applicatio potentiæ trahentis medio fune ad majorem altitudinem à carinâ? Ego verò ex te, quisquis hæc objicis, quæro, cur iidem nautæ si remulco navim trahere aggrediantur, funem navi non tam altè alligant; si ex vectis rationibus illa altitudo aliquod affert compendium laboris in trahendo. Sed satis utrique quæstioni factum videbis, si observes non planè æqualem esse in universo alveo aquæ altitudinem, ac proinde neque posse navim æquè semper abesse à fluminis ripâ, in qua trahentes progrediuntur; idcircò longiore fune opus est, qui suo pondere sponte curvatus aquam secaret, & trahentium laborem augeret, aut in occultum aliquem sub aquis latentem obicem incurreret non sine gravi incommodo, si funis extremitas depressiori loco navigij alligaretur; propterea malo altiùs adnectitur, eo quoque consilio, ut si quæ virgulta aut arbusculæ secundùm fluminis ripam occurrant, minori impedimento sint funi obliquè inclinato, quàm si horizonti esset ferè parallelus. Qui verò navim remulco trahunt, non adeò longè ab illa abesse coguntur, nec hujusmodi impedimentis obnoxij sunt; ideò breviore fune utuntur, quem proræ alligant. Cæterùm nullæ vectis vires exercentur; non enim prora infra aquam deprimi, & puppis elevari potest: id quod si contingeret, prora magis demersa plus inveniret resistentiæ ab aquâ dividendâ.

Quid igitur, ais, causæ est, quòd antennâ usque ad carchesium D elevatâ, magis promovetur navis, quàm si tantummodo usque ad E attolleretur? quandoquidem nulla vectis ratio hîc habetur. Eos, qui cum Aristotele sentiunt, æquivocatione laborare facilè ostenditur: quid enim refert, utrùm antenna magis an minùs elevetur, si potentia, videlicet ventus velum implens, illi mali parti applicata intelligeretur, cui antenna adnectitur? hæc autem funibus, quos μισωείας vocant, sursum trahitur, semperque, sive altior, sive depressior sit, adnectitur carchesio in D: quemadmodum nauta fune in D alligato navim trahens, semper in D applicatus intelligitur, quamvis humiliore in loco, quàm D, constituatur. Verùm non ibi vis venti præcisè intelligenda est, ubi antenna est, sed toti malo

aut ejus parti applicatur, quæ reſpondet velo non ſolùm antennæ cornibus, ſed etiam navis lateribus alligato: velum autem in humiliore loco minus recipit venti, quia alta majorum navium puppis (niſi ventus ex latere ſpiret) vento oppoſita illum ſubtrahit velo, & præterea ventus, qui in navis puppim & latera illiditur, reflectitur, & proximas venti partes turbat, atque aliorſum dirigit, vel ſaltem illarum impetum imminuit; ex quo oritur minori vi impelli velum. At partes venti ſublimiores ab his inferioribus reflexis, vel nihil, vel mitiùs turbantur, atque adeò plures ad implendum velum majore vi accurrunt.

Adde (his etiam mente ſecluſis) ventum in ſublimiore loco multo validiorem eſſe, quàm in inferiore, ac propterea quò altius attollitur velum, non ſolùm majorem, ſed etiam validiorem ventum excipit, quo fit, ut incitatior ſit navigij motus. Neque de hoc venti diſcrimine dubitare poterit cui contingat iter habere in ampla planitie arboribus & ædificiis vacuâ vento flante; ſi enim ex equo deſiliat, & humi ſedeat, manifeſtè percipiet, quanto minore vi impetatur à vento. Id quod pariter ex ipsâ veli figurâ arguitur; ſive enim velum triangulare fuerit, & obliquâ antennâ erigatur ita ut quaſi aurem leporis imitetur, altiori vento, utpote vehementiori, pars veli ſtrictior objicitur; ſive pluribus quadrangularibus velis inſtruatur navigium ita, ut alia ſuperiora, ſcilicet dolones, alia inferiora ſint, videlicet Acatia; quæ ſupra Corbem ſtatuuntur, non ſolum minora ſunt inferiore velo, ſed etiam eorum ſuprema pars longè ſtrictior eſt baſi, ut nimirum minus recipiat venti validioris: propterea ingruente tempeſtate primùm ſuperiora vela deprimuntur, ut majori ventorum vi ſubducantur; eriguntur autem celeritatis cauſa, ut ſi quando effusè fugere opus ſit.

Ecce igitur citra omnem vectis rationem, *Cur quando antenna ſublimior fuerit, iiſdem velis, & vento eodem, celeriùs feruntur navigia:* quia ſcilicet velum altiùs ſublatum & plus venti, & validiorem ventum recipit. Quod ſi ad vectis rationes confugiendum eſſet, non quæreretur, cur celeriùs ferantur navigia, ſed, cur faciliùs? Nam vectis longitudo (niſi fortè in vecte tertij generis, cujus nullum veſtigium deprehenditur in malo navis) non celeritatem motûs ponderi conciliat, ſed facilitatem, ita

ita ut posito longiore vecte potentia servans eandem sui motûs velocitatem faciliùs quidem moveat propositum pondus, sed tardiùs quàm breviore vecte, posit à eâdem ponderis ab hypomochlio distantiâ: Ac propterea, si in hoc navis motu, de quo quæstio est, intercederet ratio vectis, idem ventus eadem vela altiùs sublata implens eâdem quidem velocitate moveretur, sed tardiùs navim moveret, quamquam faciliùs, hoc est magis onustam. Id autem à vero longissimè abesse testatur experientia; quæ idcirco confirmat navigij malo nihil esse cum vecte commercij ad navim promovendam.

CAPUT XVII.

An ex vectis rationibus pendeat usus anchoræ.

QUandoquidem nauticas aliquot quæstiones cum Aristotele superioribus capitibus examinare placuit, liceat & hanc addere, quæ ad usum anchoræ spectat in firmanda navi, ne à fluctibus, aut à vento abripiatur: tranquillo enim mari, aut in lacu quiescente, sua sponte subsistit navis, nec anchoræ ope indiget, ut sua in statione permaneat. Et quidem ipsa navis gravitas cum suis instrumentis, & onus quod illa ferre potest (cujus gravitas æquat navigij gravitatem) satis per se resistunt, nec facilè cuilibet auræ aut fluctui cedunt. Quare major esse debet vis venti, aut fluctuum, aut profluentis, quàm ut illi obsistere valeat universum navigij pondus, ad hoc ut sit opus anchorâ, qua navigium firmetur.

In anchorâ autem spectanda est & gravitas, & figura; utraque enim juvat: aliquando siquidem solum anchoræ pondus sufficit, ne placidiores fluctus, aut fluminis impetus, aut lenis flatus navim secum rapiant. Sic legisse me memini navim à naufragio anchoris omnibus destitutam in statione totam noctem quievisse securam firmatam sacculo, quo mille trecenti Hispani Crucigeri (octo Reales singulis Crucigeris tribuuntur) continebantur, rudentis autem munus supplebat evolutus

telæ ſcapus: qui enim fluctus navim aliò propellere potuiſſent, non ſatis habebant virium, ut etiam illud argenti pondus maris fundo incumbens & navi connexum pariter trahere poſſent. Simili igitur ratione anchora, licèt duriori ſolo dentem infigere non valeat, aliquando ſuo pondere navim firmabit. Reſpondet autem anchoræ gravitas oneri, quod ferre poteſt navis, ea Ratione, ut pro oneris libris 40000 (hoc eſt 20 Amphoris aut doliis, ſingulorum quippe doliorum gravitas ſtatuitur librarum bis mille, & ſingulis libris unciæ ſexdecim tribuuntur) ferri libras centum & decem habeat primaria & maxima anchora, ſecunda habeat primæ dodrantem, tertia beſſem, quarta ſemiſſem. Rudentis vero, cui anchora adnectitur, pondus ferè ponitur duplum ſeſquiquartum gravitatis ſuæ anchoræ. Quamquam non omnino ſervetur hæc Ratio ponderis anchoræ in ingentibus navigiis, quæ nimirum ſuâ gravitate maximè reſiſtunt fluctuum impulſioni, ac proinde minore anchorâ opus habent.

Primariæ anchoræ potiſſimus uſus communiter eſt, cùm validior tempeſtas navim aggreditur; ſecundæ, ut navis in ſtatione quieſcat; tertiam adhibent nautæ, ut duabus anchoris ad diverſas plagas conſtitutis (puta, alterâ ad Subſolanum, alterâ ad Boream aut ad Borrhapeliotem,) vento & fluctibus navis reſiſtat validiùs, nec abrepta à fluctibus anchoram pariter ſecum rapiat, ſed tantum alternis motibus quaſi circa centrum agitetur: Quartam demum lintre transferunt procul à navi juxta longitudinem funis adnexi ducentorum circiter cubitorum, quem machinâ ad id deſtinatâ colligentes accedunt ad anchoram, & ſtationem commutant, aut portum intrant, ſeu ab illo exeunt, ubi ceſſat ventus, aut adverſus ſpirat.

Ad firmandam verò navim plurimum habet momenti longitudo ipſa rudentis; ſatis enim manifeſtum eſt, quantâ vi opus ſit, ut longior funis intendatur, qui ceſſante externâ vi illicò ſinuatur; ac propterea vehementi conatu ventorum ac fluctuum navis impellenda eſt, ut rudens intentus anchoram trahat. Varia eſt autem Rudentis longitudo pro anchorarum Ratione; longitudo ſi quidem rudentis anchoræ primariæ cubitos habet centum viginti, ſecundæ cubitos centum, tertiæ cubitos octoginta: quò enim adverſùs validiorem impetum repugnandum eſt,

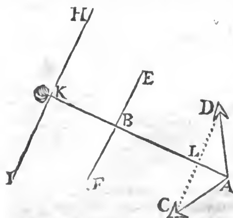
eſt, eò longior adhibetur rudens, ut difficiliùs intendatur, ac idcirco fractionis periculo minùs obnoxius ſit, & venti fluctuumve impetus in rudente intendendo eliſus minus virium habeat ad rapiendam ſimul cum navi anchoram. Hinc ingentes bellicæ naves in Oceano ferè ſemper primariam anchoram demittunt, & tres aut quatuor rudentes capitibus invicem firmiter colligatis in unam longitudinem productos adjiciunt; vix enim tanta eſſe poteſt fluctuum aut venti vis, quæ valeat tam longum rudentem intendere atque dirumpere, niſi fortè ad navis latus aut ad ſcopulum colliſus atteratur. Id quod aliis quoque nautis placet tùm propter eandem cauſam, tùm ut longiùs à littore conſiſtere poſſit navis, & anchora arenæ infigi, etiamſi altior ſit aqua. Mihi ſanè contingit nautarum incuriam experiri in Albi fluvio; cùm enim anchoram breviore rudente demiſiſſent, nocturno maris æſtu intumeſcentibus undis ita elevatum eſt navigium, ut ex prorâ penderet ſuſpenſa anchora, nóſque dormientes æſtus abriperet; quos demum excitavit fragor ex colliſione cum altero navigio, in quod tanto impetu impacti fuimus, ut abrupto fune ſcapham amiſerimus.

Sed quod ad anchoræ formam attinet, non eadem omnibus eſt figura; navigia enim, quorum in majoribus fluminibus uſus eſt, ut noctu in medio alveo ſubſiſtant, anchoram habent quatuor aduncis brachiis inſtructam; cujuſmodi pariter ſunt triremium anchoræ. At in Oceano navium anchoræ non niſi duo habent brachia ad angulum acutum inflexa cum ſcapo; ne verò demiſſa anchora prorſus jaceat in maris fundo, ſcapo prope annulum adnectitur ligneum tranſverſarium (cujus gravitas eſt ferè ſubquintupla gravitatis anchoræ, ſi tamen etiam ferreos clavos, quibus firmatur, in computationem admittas) ejuſdem cum Scapo longitudinis, adeò ut jacente utroque brachio Scapus tranſverſario ſecundum extremitatem innixus obliquè inclinetur. Ex quo etiam fit, ut extremæ brachiorum palmulæ obliquè occurrentes maris fundo faciliùs in ſubjectum ſolum penetrent. Quando igitur vehementior eſt fluctuum impetus, aut venti impulſus validior, quàm ut illi reſiſtere poſſit ipſa anchoræ gravitas, intento rudente tantiſper abripit cum navi anchoram, quæ maris fundum ſulcans, ubi brachiorum palmulæ arenis aliquantulum immerſæ inæqualem invenerint ſubjecti

ſoli reſiſtentiam (quocumque tandem ex capite oriatur hæc reſiſtentiæ inæqualitas) poſitionem mutat, nec amplius jacet utrumque brachium, ſed illud, cui minùs obſiſtitur, elevatur, adnitente etiam ligneo tranſverſario, cui naturalis eſt in aquâ poſitio horizonti parallela, quam acquirens ita anchoram convertit, ut Dens maris fundo inhærens magis in illud infigatur tùm urgente deorſum ipſius anchoræ gravitate, tùm trahente ipſa navi, quam fluctus aut ventus impellit; cùm etenim brachium cum ſcapo acutum angulum conſtituat, non ad perpendiculum, ſed obliquè fundum ingreditur, & idcirco in illud profundiùs penetrat.

Cum itaque anchoræ ſcapo alij duplicem, alij triplicem tribuant alterius brachij longitudinem, hæc utique major eſt, quàm diſtantia inter extremos anchoræ dentes, non enim brachia cum ſcapo rectum ſed acutum angulum, ut dictum eſt, conſtituunt. Ad hanc igitur extremorum dentium diſtantiam major tranſverſarij longitudo majorem habet Rationem, quàm minor; eſt autem longitudini ſcapi par tranſverſarij longitudo; quare longioris anchoræ tranſverſarium longius eſt, ejúſque converſio, ut ſe horizonti parallelum ſtatuat, magis juvat anchoræ converſionem, ut dens inferior profundiùs in arenam infigatur.

Sit primùm anchoræ ſcapus A B duplex longitudinis brachij A C, & prope annulum in B æquale tranſverſarium E F adjiciatur ad angulos rectos, ea tamen conditione, ut jacentibus brachiis A C & A D in plano horizontali, tranſverſarium ſit in plano verticali, ejúſque altera extremitas, ex. gr. F. maris fundum contingat, altera E ſublimis ſit, ac proinde ſcapus A B inclinetur ad horizontem grad. 30. Vento, aut fluctu, navim impellente intenditur rudens,



rudens, & ſcapi extremitas B annulo proxima elevatur, nec ampliùs tranſverſarium in F incumbit arenæ; propterea brachiorum palmulæ C & D in triangulum conformatæ, dum ſimul cum navi trahuntur, ſe ſe profundiùs in arenam inſinuant: ſed ſi inæqualem offendant reſiſtentiam, aut altera, ex. gr. C, profundiùs infigatur præ reliquâ (ſive ex ſubjecti ſoli diverſitate, ſive quia navis in tranſverſum acta trahit anchoræ caput B in latus, & brachij alterius extremitas deſcribens circa A in ſolo arcum versùs navim profundiùs infigitur, atque adeò reliqua extremitas oppoſiti brachij in contrarium mota circa A, vix terram mordet) vis in B trahens, neque valens pariter utrumque brachium trahere, cogitur circa C, tanquam circa centrum, ſeu potiùs tanquam circa polum, moveri. Et quia punctum B ſublimius eſt puncto C, neceſſe eſt ita hujuſmodi converſionem fieri, ut oppoſita extremitas D elevetur, atque ex fundo extrahatur. Cúmque jam tranſverſarium non æqualiter hinc & hinc retineatur per vim in plano verticali, ſed ejus ſuperior pars BE versùs C inclinetur, conatur poſitionem horizontalem acquirere, ejúſque inferior pars BF ad latus declinans aſcendit, juvátque ipſius brachij AD aſcenſum; ex quo fit demum centrum gravitatis totius anchoræ imminere palmulæ C, quæ propterea etiam urgente gravitate profundiùs infigitur.

In hac lignei tranſverſarij converſione obſervandum eſt partem alteram ſublimiorem BE per vim in aquâ deprimi, partem autem inferiorem BF in aquâ ſponte aſcendere, ac proinde, propter intermediam gravitatem in B, illam reſiſtere huic ſurſum conanti, atque ideò illam habere rationem hypomochlij, hanc potentiæ, pondus verò eſſe in B, quod & convertitur: non quidem quia totum pondus ſit in B, ſed quia totius anchoræ centrum gravitatis eſt in ſcapo AB, adeóque intelligitur applicatum puncto B, quamvis ipſius centri gravitatis converſio fiat circa extremitatem C manentem.

At verò ſi ſcapus AK fuerit triplex brachij AC, etiam tranſverſarium HI ſcapo æquale eſt ejuſdem brachij triplex: hinc fit ipſius longioris tranſverſarij HI vim, qua ſe horizontale ſtatuat in aquâ, majorem eſſe, quàm brevioris EF; lignum enim longiùs difficiliùs in aquâ erectum retinetur. Quamvis autem

autem eadem ſit Ratio FE ad BE, quæ eſt IH ad KH, tamen major eſt Ratio motûs ipſius K ad motum centri gravitatis circa extremitatem C manentem, quàm ſit Ratio motûs ipſius B ad motum centri gravitatis circa idem punctum C: in illa enim converſione centrum gravitatis exiſtens in aliquo puncto longitudinis A K elevari vix poteſt ad majorem altitudinem, quàm ſit C L; quia in longiore anchorâ A K centrum gravitatis magis recedens ab extremitate A, quàm in anchorâ breviore A B, magis imminet palmulæ C, eámque profundiùs in arenam infigit; ideóque ſi fortè ſit inter L & K, atque ex inclinatione ſcapi ad horizontem paulò altius exiſteret quàm C L, ſi C maneret in ſuperficie fundi maris, ipſa depreſſio puncti C infra illam ſuperficiem demit aliquid ex altitudine.

Nam quod ſpectat ad centrum gravitatis anchoræ longioris, certum eſt illud non removeri ab extremitate Scapi A ſecundùm eandem Rationem, ſecundùm quam ejus longitudo producitur: ſi enim ſcapus eſſet longitudo pari & æquabili craſſitie ducta, utique ſicut A K eſt ipſius A B ſeſquialtera, etiam centri gravitatis diſtantia ab A in ſcapo longiore eſſet ſeſquialtera diſtantiæ centri gravitatis ab A in Scapo breviore. Quoniam verò & pars B K aliquanto decremento deficit à craſſitie reliquæ partis B A, & pro centro gravitatis totius anchoræ attendenda eſt non ſolius ſcapi gravitas, ſed & brachiorum, manifeſtum eſt centrum gravitatis anchoræ longioris removeri ab A minùs, quàm in Ratione ſeſquialtera. Atqui circa punctum A (quando jacent brachia, & elevari incipit extremitas altera ſcapi) moventur B & K pro Ratione diſtantiarum, hoc eſt in Ratione ſeſquialtera; igitur motus ipſius K ad motum ſui centri gravitatis eſt in majore Ratione, quàm motus puncti B ad motum ſui centri gravitatis.

Hinc eſt intento rudente faciliùs pro rata portione elevari extremitatem K longioris ſcapi, quam B brevioris, & centrum gravitatis inter A & K, hoc eſt inter hypomochlium & potentiam, habere rationem ponderis, quod elevatur vecte ſecundi generis A K. Quia autem facta elevatione puncti K jacentibus adhuc brachiis, poſtea fieri debet converſio circa palmulam C manentem, tunc punctum C habet rationem hypomochlij, & pondus intelligitur eſſe centrum gravitatis interjectum inter K

&

& C, ſi minus ſit intervallum inter K & centrum gravitatis, quàm inter K & hypomochlium C, cujuſmodi eſſet, ſi centrum gravitatis eſſet citra L versùs K, & eſſet vectis curvus ſecundi generis. Quòd ſi magis diſtat centrum gravitatis à puncto K, quàm ab eodem puncto K diſtet punctum C, vectis eſt curvus primi generis. Quid autem, inquis, ſi pari intervallo diſtet punctum K à puncto C, atque à centro gravitatis? cujuſmodi generis vectis erit? primi-ne? an ſecundi?

Reſpondeo in vecte hoc curvo, cujus altera extremitas manet, & pondus non ad perpendiculum, neque motu recto in plano verticali, ſed converſione elevatur, attendenda eſſe plana, in quibus tùm potentia, tùm pondus propriam converſionem perficiunt; his autem planis parallelum concipe aliud planum, quod per extremitatem C manentem tranſeat, quod planum ſi interjectum fuerit inter illa plana converſionum, vectis erit primi generis, quia hypomochlium eſt inter potentiam & pondus; ſin autem hoc extremum fuerit, & medium locum obtineat planum, in quo convertitur centrum gravitatis, vectis erit ſecundi generis.

Facta demùm converſione ita, ut tranſverſarium ligneum poſitionem habeat horizontalem, & utrumque brachium in eodem ſit plano verticali; quia faciliùs elevatur K quàm B, & tranſverſarium H I longius majorem habet vim ſuſtinendi, quàm tranſverſarium E F brevius, hinc eſt brachium A C magis inclinari ad ſubjectum maris planum horizontale, ac propterea etiam validiùs in arenam infigi, quando à navi trahitur anchora.

CAPUT XVIII.

Plures Vectis uſus exponuntur.

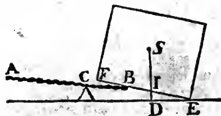
QUod ſuperiore libro præſtitimus libræ atque ſtateræ uſum extendentes, & hîc præſtare operæ pretium fuerit, tum ut vectis natura ex uberiori utilitate innoteſcat, tum ut fax ali-

qua tyronibus præferatur viam commonstrando, qua similes usus possint pro opportunitate excogitare.

PROPOSITIO I.

Duplex Vectis genus in uno vecte conjungere.

SÆpissime contingit unico quidem vecte nos uti, re tamen vera duplicem esse vectem; quemadmodum cùm ingentis alicujus saxi extremitati vectem subjicimus, quo extremitatem illam attollimus. Sit enim saxum, cujus centrum gravitatis S, & subjecto vecte A B habente hypomochlium in C attollatur extremitas F, manente extremitate E: utique vectis primi generis est A B; sed si rem attentiùs perpendamus, etiã longitudo F E, aut potiùs B E vectis est secundi generis habens impositum pondus S, & fulcrum in E; atque quò magis supra horizontem elevatur, linea Directionis S D magis accedit versùs E, ex quo oritur movendi facilitas; quam juvat Potentiæ A depressio, ex qua fit ut B magis accedens ad F, magis etiam recedat ab hypomochlio E. Manifestum est autem pondere accedente ad hypomochlium, & potentiâ ab eodem recedente, majorem fieri Rationem motûs Potentiæ ad motum Ponderis, atque adeò augeri movendi facilitatem. Quare momenta potentiæ in A sustinentis saxum ea sunt, quæ componuntur ex Ratione A C ad C B, & Ratione B E ad E I. Sed de hoc nullus mihi hìc sermo; quia vel duo vectes sunt, ut explicatum est, alter quidem ab ipso pondere non sejunctus F E, alter verò ab eo distinctus A B; vel si unicus intelligatur vectis, qui ponderi applicatur, hic sanè ad unum pertinet genus non ad duo, ut hæc propositio exigit.



Sit igitur dati vectis longitudo C D, in cujus medio hypomochlium O bifariam æqualiter dividat totam longitudinem,

& sit pondus in P. Erit, per 7. lib. 5. eadem Ratio CO ad OP, atque DO ad OP; & si in C sit potentia deprimens, in D autem potentia elevans, æqualia habent momenta ad elevandum pondus



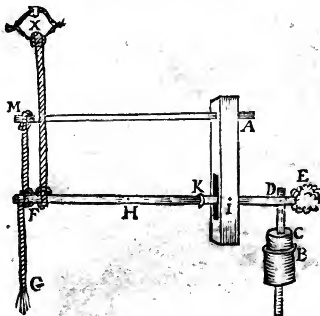
in P. Est ergo CP vectis primi generis, & DO vectis secundi generis, cui cum primo commune est hypomochlium O, & communis pars OP. Quòd si Potentiæ inæquales fuerint, utraque autem valeat sive deprimere, sive elevare, dividatur longitudo CD in duas partes, quarum Ratio eadem sit ac Potentiarum, & in puncto divisionis statuatur fulcrum: tum in extremitatibus reciprocè collocentur Potentiæ, validior scilicet propior sit fulcro, debilior verò remotior, ut æqualium sint momentorum.

Datæ Potentiæ sint ut 5 ad 3. Dividatur CD partium octo ita in P (ubi statuendum est fulcrum) ut CP sit 5, PD sit 3; & Potentia robustior, quæ est ut 5 sit in D; infirmior verò, quæ est ut 3, sit in C; & pondus sit in R, quoniam CP ad PR est ut 5 ad 1, & DP ad PR est ut 3 ad 1. Igitur si pondus R sit lib. 30, attolletur à Potentia C potente sine vecte attollere lib. 3, & à Potentia D potente sine vecte elevare lib. 5: utriusque enim momenta singillatim accepta sunt 15 composita ex virtute movendi & motûs velocitate. At si pondus P sit lib. 30, & fulcrum in O, sit autem CO ad OP, atque DO ad OP ut 4 ad 1, satis est si singulæ Potentiæ æquales C & D possint sine vecte attollere lib. 3. unc. 9.

Porrò si inæqualium potentiarum altera possit solùm deprimendo vectem elevare pondus, manifestum est ad illam pertinere vectem primi generis: ac propterea si illa sit potentia validior, eidem tribuetur minor distantia ab hypomochlio; sin autem illa sit imbecillior, ipsi tribuetur distantia major, atque illam inter ac pondus statuetur fulcrum. Hinc facilè poterit potentia vivens uti ope potentiæ inanimatæ, quæ vi suæ gravitatis deorsum premat oppositam extremitatem propositi vectis.

Huc spectare videtur facillimum genus antliæ simplicis,

qua ex depressiore loco in altiorem aquas attollimus. Sit enim modiolus B, cui aptè inseratur congruens embolus medio

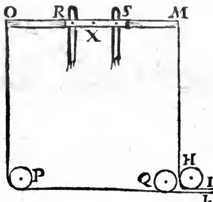


hastili CD connexus cum transversario EF versatili circa axem infixum in I: cujus transversarij extremitatem E occupet massa plumbea opportunæ gravitatis ad deprimendum embolum intra modiolum, postquam elevatus fuerit à potentia funem FG trahente adnexum in altera extremitate F. Vectis FE est primi generis duplex habens pondus, alterum in E, alterum in D, utrumque enim per vim elevatur. At vectis EI est secundi generis, in quo E est potentia deprimens embolum, & quo magis distabit ab hypomochlio I, minor massa plumbea eadem obtinebit momenta. Quòd si IF constet materiâ satis gravi, jam habet rationem ponderis, ac propterea distantia centri gravitatis illius H à puncto I determinabit ejus momenta. Quare potentia E vecte EI secundi generis deprimet embolum, & vecte EH primi generis attollet pondus brachij IF. Hinc est commodius accidere, si longitudo EK ferrea sit, in K verò

verò inseratur, ut firmiter cohæreat, satis validus baculus ligneus KF; poterit enim longior esse, & faciliorem efficere antliæ agitationem, quin gravitas nimia indigeat multo plumbo in E, ut præponderetur.

Quòd si non placeret addere plumbum in E, & solo vecte primi generis FD uti velles, recurrendum esset ad vim elasticam, qua vel arcûs X in superiore loco firmati nervo, vel extremæ perticæ AM longiusculæ (ut Toreuticen exercentibus solemne est) adnecteretur funis pertingens ad F, ut ex tractione Potentiæ GF curvatus arcus, vel inflexa pertica, cessante potentiâ, iterum se suum in statum restitueret, sursúmque traheret extremitatem F, ac proinde embolum intra modiolum B deprimeret. Tunc enim esset FD vectis primi generis, cujus extremitati F applicarentur duæ Potentiæ, altera deorsum, altera vicissim alterno conatu sursum trahens.

At si fortè duplicem antliam velis simul componere, duplicémque potentiam viventem alternis operis conantem adhibere, jugo RS versatili circa axem X adde duo, leviora quidem, sed satis firma manubria RO & SM, quorum extremitates aut premi, aut adjecto fune trahi deorsum valeant: nam depressâ extremitate O deprimitur pariter hastile infixum in R, & est OX vectis secundi generis, atque attollitur hastile adnexum in S, & est OS vectis primi generis. Similiter MX vectis est secundi generis, movens pondus positum in S, atque MR est vectis primi generis attollens pondus positum in R. Propterea autem leviora dixi adjecta manubria RO & SM, ne suâ gravitate movendi difficultatem augeant. Verùm si solus volueris antliam utramque agitare, unus sit continuus funis ex O per rotulas P & Q transiens, atque in M



connexus : quacumque enim in parte constitutus fueris, tantumdem funis sequitur ascendentem extremitatem, quantum trahitur deprimendo alteram extremitatem : sic trahendo funem P O deprimitur extremitas O, deinde trahendo funem P Q deprimitur extremitas M. Aut etiam sit unicum manubrium S M, & erit R M : atque premens in M attollet hastulam R, elevans aut in M attollet hastulam S. Ut autem faciliùs attollatur M, sit in superiore loco orbiculus, per quem transeat funis connexus in M, alteram enim extremitatem deorsum trahens attollet manubrium M. Quod si ab oculis remotam volveris antliam, fac per parietis foramen in proximum conclave exire funem M I orbiculi H excavatæ absidi insertum, & per orbiculos P, Q, transire funem O P Q L; connexis enim funium extremitatibus I & L modò hunc modò illum funem trahendo utramque antliam agitabis.

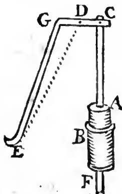
Propositio II.

Antliam opportuno vecte instruere.

Ut aliquam speciem vectis curvi oneri movendo destinati exhibeam, placet in antlia, qua ad hauriendas aquas utimur, exemplum ponere, quod facilè in reliquis pro re nata imitari possimus. Est in antliâ loco ponderis aqua, quæ adducto embolo attrahitur in modiolum, eóque reducto exprimitur, & prætereà conflictus ipse emboli cum modiolo; superanda quippe est difficultas, quæ ex mutuo horum contactu oritur, & aqua per vim elevanda est, sive solùm attrahatur, ut ex modiolo per emboli reducti foramen subinde erumpens effluat, sive in modiolo compressa ab embolo, cùm reducitur, exprimatur in tubum, ut adhuc altiùs ascendat, juxta ea, quæ in Hydrotechnicis fusiùs dicuntur. Id quidem fieret si hastili, quod embolo infigitur, ipsa potentia proximè applicaretur; sed ut minus laboris illa subeat, additur vectis, ut multo major sit potentiæ motus, quàm emboli.

Sit

Sit enim embolus A congruens modiolo B, illíque infixum hastile C A; quo elevato aqua per subjectum modiolo tubum F attrahitur in modiolum ipsum B, quo depresso aqua cogitur ex eodem modiolo exire. Sed ut minore operâ id totum perficiatur, additur in C vectis curvus C D E versatilis circa axem D infixum parieti interjecto inter antliam & potentiam moventem. Nam extremitatem E arripiens potentia si vectem urgeat versùs parietem intermedium, elevatur embolus, & aqua modiolum implet, si verò vectis extremitatem à pariete removeat, deprimitur embolus, & compressa aqua exprimitur. Hìc vectem primi generis agnoscis habentem hypomochlium in D, scilicet in axe, circa quem versatur vectis; & pro Ratione longitudinis D E ad longitudinem D C est Ratio momentorum potentiæ ad resistentiam ponderis, hoc est tantò magis augentur potentiæ vires, quò major est Ratio D E ad D C: sumitur autem D E recta linea non computato flexu D G E, qui eatenus adstruitur, quatenus parietis crassities obstaret, ne commodè uteremur vecte E D C inflexo in D.



Quia verò faciliùs ab homine urgetur vectis in E, quàm ipsa extremitas E retrahatur, ideò in antliâ solùm attrahente utendo hoc vecte primi generis curvo minus est laboris, nam in deprimendo embolo minus est difficultatis quàm in elevando. At si aqua altiùs elevanda esset supra antliam non attrahentem solùm, sed etiam expellentem, faciliùs attolleretur embolus, quàm deprimeretur, propter majorem aquæ resistentiam, cùm exprimitur, juxtà altitudinem perpendicularem, ad quam expellitur: propterea tunc mutanda esset positio, ut esset vectis secundi generis; hypomochlium enim statuendum esset in C, & hastile emboli adnectendum in D.

Quod si potentia viribus abundet, poterit duplicem antliam agitare, cujusmodi esset si jugum R S bifariam divisum in

in X jungeretur in R & S duplici hastili, centrum autem motûs responderet puncto X, cui firmiter adnecteretur manubrium XZ, quod agitaretur parallelum plano, per quod transit axis jungens jugum RS cum manubrio ipso: dum enim Z versùs P movetur, deprimitur R & attollitur S, atque vicissim remeans in Q deprimit embolum respondentem jugi extremitati S, & oppositum attollit. Sunt autem duo vectes curvi ZXR & ZXS primi generis partem unam, videlicet manubrium XZ, habentes communem.

Sed quoniam posito longiore manubrio ZX, vel DE, faciliùs quidem attollitur aqua, quàm si illud brevius esset, major tamen corporis agitatio requiritur, & multâ membrorum inclinatione laboriosa exercitatio suscipienda est, propterea satiùs est uti vecte recto, ut prop. 1. dictum est, quem etiam sedens modico labore commovere poteris adnexum extremitati funem deorsum trahendo.

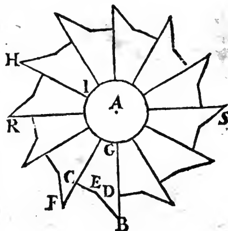
PROPOSITIO III.

Rotam in profluente positam, quæ aquam faciliùs elevet ex vectis Rationibus, constituere.

AQuam ex depressiore loco in altiorem provehi vasculis absidi rotæ circum circa alligatis, quæ in infimâ rotæ parte subjectam aquam immersa hauriunt, & circumactâ rotâ, ubi circuli semissem ascendendo perfecerint, descendendo effundunt, quibus per Helvetios iter facere contigit, perspectum est; si in Tigurinâ Urbe, quam lacus Limagum fluvium excipiens interluit, observârunt ab utrâque ripâ ductum ex palis confertim densatis obicem obliquum usque ad medium alveum, ut

ut ex anguſtiis erumpens aqua cæteroqui leniter defluens, velociùs fluere cogatur, & validiùs in prominentes rotæ palmulas incurrens ingentem illam rotam cum adjunctis vaſculis aquâ plenis faciliùs circumagat, atque adeò in ſubjectum vas ponti impoſitum effuſa aqua per urbem univerſam dividatur. Verùm quia pondus, ſcilicet aqua vaſculis contenta, ſemper à centro rotæ intervallo eodem abeſt, aliud rotæ genus excogitari poteſt, quod aquam facilius elevet, nec adnexa, ſed congenita habeat vaſcula.

In plano ex aſſeribus rite conjunctis compacto, centro A, intervallo A B, intelligatur deſcriptus circulus, cujus ſemidiameter aliquanto major ſit altitudine, ad quam aqua evehenda eſt, dividaturque deſcripti circuli peripheria in quotlibet æquales partes, ex. gr. duodecim, aut plures. Tum aſſumptâ palmulæ congruâ altitudine B D, alius interior circulus eodem centro A, intervallo A D deſcribatur, qui à ductis per centrum A diametris ſimiliter in totidem æquales partes dividitur. Aſſumptâ itaque C F æquali ipſi D B, ſtatuatur C E intervallum opportunæ amplitudinis, ut aqua facilè ingredi poſſit. Et ductâ rectâ lineâ B E, reſecetur particula exterior, ut ſit B E C F: idemque de cæteris partibus intelligatur, prout adjectum ſchema refert.



Duo hujuſmodi plana parentur omnino æqualia, ſimilitérque denticulata, quæ cylindro (ſive priſmati ſimilem baſim habenti cum polygono ab initio deſcripto) hoc eſt axi inſerantur in A, & parallela ſint. Planorum autem intervallum definiant aſſeres æquè lati, qui perpendiculares inſiſtant lineis G B E, &

ſimilibus; quorum aſſerum latitudo palmulis quoque D B, C F, & reliquis latitudinem ſtatuet. Omnibus ritè firmatis, ac obſtructis accuratè rimulis, rota ſuper polos axi infixos collocetur in profluente, ità ut palmula tota in aquam immergatur, quæ per apertum oſculum C E ingrediens impleat ſpatium E B D.

Impetu igitur profluentis dum rota convertitur, aqua incluſa paulatim versùs rotæ centrum ſecedit, donec quadrantem circuli aſcendendo tranſgreſſa proxima fiat axi: cùm enim B venerit in H, aqua erit in I; cùm verò ex H in S venerit, jam aqua in ſubjectum vas effluet. Quare, licèt æqualium converſionum non ſint æquales aſcenſus in eâdem circuli peripheriâ, ſed ab imo puncto uſque ad finem Quadrantis creſcant, quia tamen centrum gravitatis aquæ ſe in æquilibrio ſtatuentis ſenſim centrum versùs recedit, ejus aſcenſus minor eſt, quàm ſi eodem ſemper intervallo abeſſet à centro rotæ.

Eſt itaque vectis curvus primi generis, cujus hypomochlium reſpondet centro A, Potentia movens duplex eſt, ſcilicet vis profluentis applicata in B, atque vis aquæ deſcendentis exiſtens in S: pro variâ autem centri gravitatis aquæ elevatæ diſtantiâ ab hypomochlio A, diverſa etiam eſt motuum Ratio & momentorum. Aqua enim in ſuperiore ſemicirculo ſupra R S in ſingulis loculamentis ſibi invicem hinc atque hinc reſpondentibus æqualiter diſpoſita obtinet æqualia gravitatis momenta. Quapropter totus profluentis conatus impenditur in elevandâ aquâ, quæ loculamentis inter B & R interceptis continetur. Quare ſi multæ ſint profluentis vires, craſſior rota ſtatui poteſt, ut, planis magis diſtantibus, major aquæ copia ſingulis loculamentis hauriatur: quo fiet, ut palmula latior majorem incurrentis aquæ impetum recipiat. Quòd ſi placuerit palmulas addere latiores, quàm ſit rotæ craſſitudo, non abnuo: hæc enim, & cætera, quæ conſtructionis facilitatem juvent, prudentis machinatoris arbitrio relinquuntur: mihi ſatis eſt innuiſſe, quid compendij ex vectis rationibus peti poſſit.

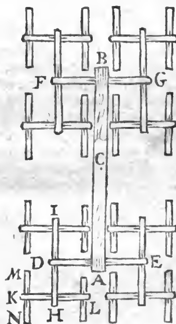
PROPOSI

PROPOSITIO IV.

A pluribus hominibus ingens pondus transferri posse ita, ut omnes æqualiter ferant.

ONus ingens palangâ transferri pluribus hinc atque hinc longo ordine succollantibus, notum est: sed quoniam non omnium æqualis est distantia à pondere (nisi fortè bini & bini æquè distarent à centro gravitatis) non sunt æqualia momenta; sed qui propiores sunt magis premuntur, cæteris paribus, quàm remotiores, maximè si quis sensim se subducat oneri adeò, ut inæqualis fiat oneris distantia ab iis, qui illud sustentant. Propterea methodus aliqua excogitanda est, qua fiat ut singuli parem experiantur in deferendo onere difficultatem.

Sit ponderi dato alligatus vectis AB, & gravitatis centro respondeat punctum C, atque æqualia sint intervalla AC & BC. Si centrum gravitatis ponderis respondens puncto C vectis non fuerit planè in mediâ ejusdem ponderis longitudine, neque fuerit vectis valdè longior ipso pondere, non poterunt plures ita æqualiter disponi, ut ad ferendum æqualiter pondus singulis anterioribus singuli posteriores respondeant æquè à puncto C distantes, impediente videlicet ipsâ ponderis longitudine.



Quare tam in A quàm in B duo alij vectes DE, & FG bifariam æqualiter divisi sustineant vectem AB: atque adeò quemadmodum in A (idem dic de B) sustinetur semissis totius gravitatis, in D sustinetur tantùm quadrans, sicut & in E. Sustineatur similiter extremitas D alio vecte HI (id quod præstitum intellige pariter in extremitatibus E, F, G) & in H sustinetur octava pars: item extremitas H sustineatur vecte KL, & extremitas K vecte MN; percipitur in K gravitatis pars decima sexta, & in M pars trigesima secunda. Poterunt igitur hac ratione disponi homines 32, qui si possint singuli deferre lib. 100, transferent pondus lib. 3200, & erit æqualiter inter illos distributa gravitas. Quòd si spatium non prohibeat adhuc vectem singulis extremitatibus adjungere, numerus hominum deferentium duplicabitur, & vel singulorum labor dimidiatus erit, vel duplicatum pondus transferre poterunt. Porrò vectem vecti esse firmo vinculo connectendum, ne fortè in motu, vecte aliquo se subducente, luxetur machina, non opus est monere, cum per se res ipsa loquatur. Illud observa, quod vectium inter se æqualitatem, sive longitudo, sive crassities spectetur, non opus est studiosè accurare, dummodo singuli vectes æqualiter bifariam dividantur: immò postremi, & breviores esse possunt, ut minus spatij requiratur, & graciliores, minùs quippe urgentur à pondere.

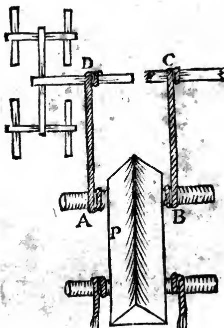
In Atlante Sinico hæc lego pag. 125. *In ferendis oneribus scitissimi sunt Sinæ, ac rustici illic non parvum sanè staticis nostris speculatoribus facesserent negotium ad causas inveniendas ac rationes, si viderent illos tormenta etiam majora, ac similia pondera, ita vectibus utrinque suspendentes, ut per arctissimas etiam montium fauces facillimè transferant; ac licèt præcedant alij, alij subsequantur, multisque passibus à pondere suspenso distent, ita tamen illud vectibus ac funibus ex æquo nôrunt dividere, ut quilibet æquale ferè sentiat onus, seu paulò remotior sit, sive vicinior. Hoc pacto ingentia marmora, atque integras etiam arbores facilè videas humeris gestare Sinas.* Hæc ibi. Sed quonam id artificio in praxim deducatur, nullum planè apparet vestigium.

Si

Si igitur funibus suspenditur pondus, & deferentes alij propiores sunt, alij remotiores, duo observanda sunt. Primum est, quòd suspensio non est perpendicularis sed obliqua, ac proinde plus virium requiritur, ut constat ex iis, quæ dicta sunt tum lib. 1. cap. 16. de elevationibus obliquis, tum lib. 3. cap. 12, de præponderatione, & æquilibritate gravium fune suspensorum. Verùm hoc momentorum augmentum in elevatione & suspensione obliquâ, ubi operis abundamus, non consideratur; videtur quippe satis leve incommodum, quod facilitate transferendi onus compensatur. Secundum est, quòd si omnes ferè æqualiter laborant, non dissimiles esse oportet, sed proximè easdem obliquitates funium, ex quibus onus suspensum defertur: manifestum enim est in minori obliquitate suspensionis minus virium requiri, quàm in majori obliquitate.

Quare si hanc Sinarum industriam æmulari conarer, primùm oneris transferendi extremitatibus (vel saltem in pari distantiâ à centro gravitatis, quantùm conjecturâ assequi possem) vectes transversos firmi...mè alligarem, ut vectium horum capitibus jungerem funes, quibus suspensum onus deferatur. Horum autem transversorum vectium longitudinem ita definirem, ut in lineâ vectibus parallelâ, & æquali quatuor saltem homines commodè collocari queant, quin sibi ullum impedimentum progredientes inferant. Deinde satis validos funes utrique vectium extremitati adnexos tantæ longitudinis statuerem, quantâ opus sit, ut (tribus hominibus ante onus sibi ordine recto succedentibus ac mediocriter distantibus, quin posterior prioris calcem progrediendo feriat) ad tertij humerum pertingere possit; hæc enim videtur minima obliquitas suspensionis, & quæ proximè accedat ad suspensionem perpendicularem: Si verò major fuerit funium longitudo, majori labore deferetur onus, si maximè ita elevetur, ut multum distet à subjecto solo, major enim erit obliquitas suspensionis. Tum extremitati funis alius vectis alligetur, qui vectibus aliis sustentetur eâ methodo, quam paulo superiùs indicavi.

Sit onus transferendum P; extremitati anteriori (omnia eadem in alterâ extremitate posita intelligantur) adnectatur vectis A B, cui in A & B jungantur funes A D & B C sufficientis longitudinis, quibus in D & C alligetur vectis ab aliis vectibus, ut paulo superiùs indicatum est, sustentatus, adeò ut quarto vecti duo homines facilè humeros supponere valeant, & singulorum funium extremitates D & C à sexdecim hominibus sustineantur. Quare si totidem funes atque homines posteriori ponderis parti simili ratione applicentur, totum pondus ab hominibus 64 æqualiter laborantibus sustinetur.

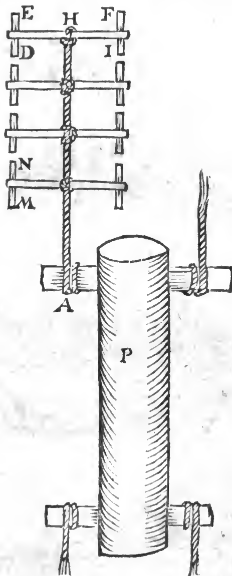


Ex quo fit non adeò difficile esse in exercitu, ubi non est hominum succollantium inopia, bombardas ex loco in locum transferre, si nimis arduum sit iter, nec equis trahi possint: Nam majoribus bombardis pro singulis globi ferrei libris metalli libræ 150 aut 160 dimidiatis Cartois, ut vocant, in singulas globi libras, metalli libræ 180 aut 190, campestribus & minoribus bombardis metalli libræ 238 usque ad 266 in singulas globi libras communiter tribuuntur.

Quòd si eæ sint viarum angustiæ, quæ octo homines pariter incedentes non capiant, adhibeatur longior funis, duos, aut etiam tres, aut plures vectes connectens ita invicem distantes, ut intentus funis rectus sit, & propiores quidem suum vectem aut manu apprehensum sustentent, aut fune suspensum

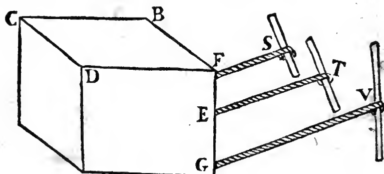
a.io

alio vecte parallelo humeris gestent, remotissimi verò humeros suo vecti subjiciant. Sic disponatur funis A H, ut intentus pertingat ad humeros eorum, qui in E & F sustentant vectes D E & F I. Quoniam verò vectis M N longè depressior est, quàm humeri eorum, qui tam propè absunt à pondere; propterea vel solis manibus apprehensum vectem sustentent, vel, quod satius est, alium præterea vectem humeris gestent parallelum vecti M N, ita ut ex illo funibus ad perpendiculum intentis suspendantur extremitates M & N. Id quod etiam de reliquis, atque de consequentibus vectibus dictum intelligatur. Omnes autem æqualiter conari palàm est, quia intento fune A H eadem est obliqua suspensio ponderis, & paria sunt momenta adversùs singulos vectes, quos funis connectit. Illud tamen negari non potest, quod pro majore funis A H longitudine major est suspensionis obliquitas, ac proinde, & major sustentandi labor.



Unum

Unum adhuc hìc addere (ne quid intactum relinquatur) fuerit operæ pretium, videlicet, si ponderis transferendi crassities seu altitudo mediocris saltem fuerit, ita ut non solùm infimo-plano subjici vectes possint, sed etiam supremæ aut mediæ parti adnecti, posse eidem lateri duos aut etiam tres funes, non quidem omninò, sed proximè parallelos alligari, quibus duæ, aut tres, ferè similes obliquæ suspensiones fiant, & deferentes pondus alij aliis remotiores sint, ferè tamen æqualiter conantes. Sic ingentis saxi altitudo sit F G, & al-



ligatus in F funis connectantur cum vecte in S aliis vectibus sustentato, ut supra. Item in E & in G alij funes paralleli similiter jungantur cum vectibus in T & V, ut homines ibi succollantes vectibúsque subjecti sibi invicem impedimento non sint. Si igitur singulis lateribus ad B, C, D tres funes hac ratione addantur, erunt 12 funes, & si homines 16 singulis funibus applicentur methodo superiùs indicatâ, pondus gestabitur à viris 192: constat igitur quàm ingens onus facilè transferri vectibus queat.

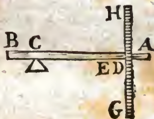
PROPOSITIO V.

Multiplici vecte moventis vires augere.

PRo vectis longitudine majori, in eâdem ab hypomochlio distantiâ ponderis, potentiæ momenta augeri, quia Ratio motûs

motûs potentiæ ad motum ponderis augetur, ſatis manifeſtum eſt ex dictis. Verùm quia non rarò tam longus vectis, quanto opus eſſet, in promptu non eſt, aut ipſa longitudo illum redderet fractioni, aut ſaltem flexioni, magis obnoxium, aut, ſi periculo huic occurratur, tam immanis eſt vectis moles, ut non levi incommodo ſit eo utentibus: propterea ars aliqua excogitanda eſt, quâ oblati vectis brevitatem compenſatione aliquâ ſuppleamus.

Et primò quidem ſi oblatus ſit vectis A B, habens hypomochlium in C, & pondus in B tam grave, ut unica potentia in A non ſatis ſit ad vincendam oneris reſiſtentiam, utique ſi altero, aut tertio movente opus ſit, non omnes in extremitate A vectem apprehendere valent, ſed alter in D, tertius in E; qui propterea, licèt ſinguli æquali robore polleant, non tamen æqualia habent momenta, ſed primus ut A C, ſecundus ut D C, tertius ut E C. Quapropter alter vectis G H adnectatur extremitati A ad angulos rectos, ut huic applicati motores plus habeant momenti. Si enim A C ad C B fuerit ut 10 ad 1, perinde eſt, atque ſi decima ponderis pars à duabus in G & H æqualiter ab A diſtantibus movenda eſſet, ac propterea ſinguli ſemiſſem decimæ partis reſiſtentiæ percipiunt, hoc eſt, habent ſimul ſumpti momentum ut 20 ad 1: qui autem in A eſſet ſolus, haberet momentum ut 10, & qui in D haberet momentum ex. gr. ut 9; qui idcircò ſimul ſumpti minùs poſſunt quàm G & H.



At ſi volueris tres homines in extremitatibus vectis G H diſtribuere in potentias æqualiter conantes, diſtingue G H in tres partes, & ſit A H triens totius longitudinis G H: tum duo applicentur extremitati H, tertius verò extremitati G: ut enim potentia duplex in H ad potentiam in G, ita reciprocè duplex diſtantia G A ad diſtantiam A H. Nam quemadmodum de ſuſtinentibus pondus vecte ſive æqualiter, ſive inæqualiter diviſo dictum eſt, ita hìc pariter de Prementibus dicendum, qui in H & in G ſunt viciſſim Potentia & Hypomochlium: ex eo

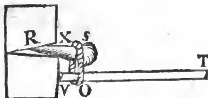
ſcilicet quòd potentia in H premit, habet rationem hypomochlij, dum reſiſtit, ne potentia in G premens elevet ipſam extremitatem H, ac propterea deprimat pondus in A exiſtens; & viciſſim potentia in G premens habet rationem hypomochlij reſiſtendo, ne elevetur à potentiâ premente in H; quæ propterea deprimit pondus in A. Eſt itaque veluti duplex vectis ſecundi generis; & A G ad A H ſi fuerit ut 2 ad 1, momentum potentiæ in G ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 1; hoc eſt ut G H ad A H: & momentum unius potentiæ in H ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 2, hoc eſt, ut H G ad A G. Sed quia in H ex hypotheſi ſunt duæ potentiæ, duplicatæ potentiæ in H momentum erit ut 6 ad 2, hoc eſt, ſingularum momentum ut 3 ad 1. Igitur qui eſt in G habet momentum atque conatum, quaſi ſine vecte moveret trigeſimam partem ponderis in B exiſtentis; & duo, qui in H, ſinguli habent momentum æquale atque conatum ſimilem. Ponatur pondus B lib. 60; in A percipitur ponderis $\frac{1}{10}$, hoc eſt, lib. 6. Igitur potentia in G percipit reſiſtentiam lib. 2, & duæ potentiæ in H ſimul lib 4, hoc eſt ſingulæ lib. 2.

Quod ſi non placuerit longitudinem G H habere tanquam vectem, qui non alternâ quadam motione & quiete extremitatum perficitur motus, ſed G, & A, & H omnino ſimul & æquali motu moventur, non admodum contendo: perinde erit, atque ſi tres potentiæ in A eſſent conſtitutæ, quarum ſingulæ tertiam partem ponderis moveant conatu ſubdecuplo illius conatus, quo tertia illa pars ſine vecte movenda eſſet.

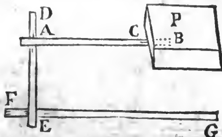
Hinc ſaltem conſtat, quo virium atque conatûs compendio valeat unicus homo oblati vectis momenta augere: Nam ſi idem ſit primi generis vectis A B, & A C ad C B ſit ut 10 ad 1, adhibe vectem ſecundi generis G H, & alterâ extremitate fixâ, ut ibi ſit hypomochlium, idem augebit momenta juxta Rationem totius longitudinis G H ad diſtantiam ipſius A ab hypomochlio: Quare ſi Ratio ſit dupla, aut tripla, æquivalebit duobus aut tribus, qui in A moventes haberent momentum decuplum; nam A movetur decuplo velociùs quàm B, & poſito hypomochlio H, movetur potentia G duplo aut triplo velociùs quàm A, hoc eſt vigecuplo aut trigecuplo velociùs quàm B. Id quod uſum habet non ſolùm, quando vectis A B movendus eſt in pla-

no

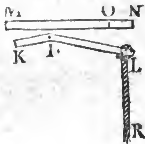
no Verticali, ſed etiam in plano horizontali, ut ſi duo marmora disjungenda eſſent, aut clathri diſſipandi. Juxta autem loci opportunitatem adjungendus eſt ſecundus vectis G H aut proximè ipſi primo vecti, aut remotè medio fune extremitatem A connectente cum ſecundo vecte. Sic inter duo marmora immiſſus ferreus clavus S R jungitur vecti T V fune S O, & potentia in T habet momentum compoſitum ex Rationibus T V ad V O, & S X ad X R.



Neque duos tantummodo, verùm etiam plures vectes adhibere poſſumus, tunc maximè, cùm ingenti oneri exiguus motus tribuendus eſt. Sit enim marmor P attollendum ſubjecto vecte A B ſecundi generis habente hypomochlium in B, ac pondere incumbente illi in C: & A B ad C B ſit ut 7 ad 1. Quia vectis attollendus eſt, ſubjice illi in A vectem alterum D E; ut E D ad A D ſit in Ratione 3 ad 1. Item extremitati E ſubjice tertium vectem F G, & ſit G F ad E F ut 8 ad 1. Igitur A movetur ſeptuplò velociùs quàm C, & E triplo velociùs quàm A, atque G octuplo velociùs quàm E. Quare motus potentiæ in G ad motum ponderis in C eſt ut 168 ad 1. Quàm difficile autem accideret, ſi tam longum vectem parare oporteret, cujus longitudo eſſet ad C B ut 168 ad 1!



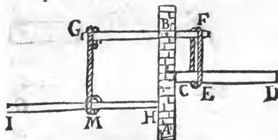
Adde non ſolùm vectibus rectis hoc momentorum incrementum acquiri poſſe, ſed etiam pro loci opportunitate vectibus curvis aut angulatis. Si enim in ſuperiore loco fuerit vectis ſecundi generis M N oneri ſubjectus, aut oneri inferiùs poſito junctus fune



in O, non ſolùm poſſumus extremitatem M fune connectere cum vecte recto ſuperiùs poſito, ſed etiam ſubjicere illi poſſumus vectem curvum K L fixum in I, & extremitas L fune L R trahi poteſt deorſum, ut I K elevetur, atque illo motu attollat extremitatem M, quantum ferre poteſt flexus I K. Non eſt autem opus monere inæqualia ſenſim fieri momenta, prout ſubjectus vectis curvus K I L in alio atque alio puncto contingit vectem M N, pro variâ ſcilicet diſtantiâ ab hypomochlio.

In vecte tertij generis majorem eſſe ponderis motum motu potentiæ, ac proinde majores requiri potentiæ vires ad attollendum onus, ſi illa conjuncta ac ſociata ſit cum hujuſmodi vecte, quàm ſi ipſa ſolitaria manum admoveret ponderi ſublevando, manifeſtum eſt; propterea infirmiori potentiæ ſubſidium aliquod induſtriâ comparare poſſumus, & propoſitum vectem in aliam vectis ſpeciem quaſi convertere, etiã ſi ſpatij anguſtiis coarctemur, modò liceat proximum parietem perfodere.

Sit parieti A B innixus vectis C D, cujus extremitati D adnectendum ſit pondus ex. gr. lib. 200: potentia autem applicari nequeat niſi in E, ita ut E C ſit quarta pars totius vectis C D. Igitur, cum



motus in D ſit quadruplus motûs in E, ut potentia ſublevet onus D, tanta ſit, oportet, ut ipſa ſe ſola valeat quadruplum onus, ſcilicet lib. 800 attollere: id quod valdè incommodum accideret, ſi adeò validam potentiam invenire opus eſſet. Perfode igitur in ſuperiore parte B parietem, illíque immitte vectem F G facilè in B hypomochlio verſatilem, ita ut B F pars imminens ſubjecto vecti ſit æqualis parti E C, hoc eſt, diſtantiæ potentiæ E ab hypomochlio C, & fune F E connectantur: pars verò ultra parietem in proximum conclave extans B G ad partem B F ſit in quacumque Ratione. Tum in inferiore loco, prout opportunius acciderit, vectem alium ſtatue H I, cui junge ſuperioris Vectis extremitatem G fune G M: nam Ratio compoſita ex Rationibus

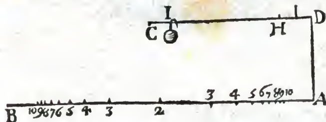
IH ad MH, & GB ad BF dabit momentum potentiæ in I positæ ad attollendum pondus in D constitutum per vectem datum CD habentem potentiam in E.

Hic habes tria vectis genera; nam IH est secundi generis, quia pondus intelligitur in M inter potentiam I & hypomochlium H; GF est primi generis, quia hypomochlium B est inter potentiam G & pondus in F; CD est tertij generis, quemadmodum ab initio constitutum est. Si itaque in E requireretur vis attollendi lib. 800, & sit GB dupla ipsius BF, requiritur in G vis attollendi lib. 400. Si verò IH ad MH sit quadrupla, requiritur in I vis elevandi lib. 100. Quare & uteris vecte tertij generis CD, quo satis notabiliter movetur pondus D; & potentiæ momenta auxisti adeò, ut non solùm non requiratur potentia major pondere attollendo, sed sufficiat potentia minor, habet quippe motum duplo majorem, quàm sit motus ponderis D; nam motus extremitatis F & puncti E sunt æquales; motus potentiæ I est quadruplus motus ipsius M; hoc est extremitatis G; hæc verò motum habet duplum motus ipsius F: igitur motus potentiæ I est octuplus motûs puncti E, quod movetur motu subquadruplo extremitatis D: Motus igitur potentiæ I ad motum ponderis D est ut 8 ad 4, hoc est ut 2 ad 1.

PROPOSITIO VI.

Stateræ vires addito Vecte augere.

PAretur hasta AB, atque extremitati A addatur annulus, cui inseri valeat stateræ CD uncus, & extremitas B ita confor-



metur, ut notabile sit & conspicuum punctum, quod hypomochlio respondeat; sitque certa nota, qua dignoscatur vectis parallelúsne sit horizonti, an inclinatus. Tum distantia BA di-

vidatur primùm in duas partes, deinde in tres, & sic deinceps, quatenus commodè fieri id poterit citra confusionem, quando opus fuerit huic aut illi puncto adnectere onus expendendum, adeò ut certi scimus, quotuplex sit totius vectis A B longitudo comparata cum distantiâ ponderis ab hypomochlio B.

Hoc vecte ad usum parato, examinetur staterâ communi, quantum ille gravitet parallelus horizonti: & sit æquipondium stateræ ex. gr. in H indicans lib. 2 : id quod memoriâ retinendum est, ut, cùm ponderis gravitas explorabitur, ex numero, qui in stateræ jugo indicabitur ab æquipondio, dematur ipsa vectis gravitas deprehensa, scilicet lib. 2.

Proposita igitur gravitate majori, quàm ut expendi valeat communi staterâ C D, adnecte onus vecti in aliquo ex adnotatis punctis, ex. gr. in puncto *6*, prout commodius acciderit: tum reduc tantisper æquipondium stateræ, dum ejusdem stateræ jugum & vectis æquè ab horizonte distent, & consistat æquipondium, puta, in puncto I indicante lib. 12. unc. 8. deme lib. 2. gravitatem vectis, remanent lib. 10. unc. 8. Quia autem onus ex hypothesi adnexum est in puncto *6*, multiplica per *6* lib. 10. unc. 8, & habebis lib. *64* gravitatem oneris quæsitam. Quod si plane in medio puncto 2 constitutum fuisset pondus, duplicanda esset gravitas indicata à staterâ. Manifesta est hujus operationis ratio; siquidem æquipondium stateræ in puncto I sustinet lib. 12. unc. 8 adnexas extremitati D. At vis sustinendi in vecte secundi generis posita in A sustinet vectem, cujus momentum est lib. 2, & præterea sustinet pondus in puncto *6* positum, quod ad reliquam potentiæ virtutem in A, hoc est lib. 10. unc. 8, habet Rationem, quæ sit A B ad B *6*. igitur convertendo ut 1 ad *6*, ita lib. 10. unc. 8. ad lib. *64*.

Quoniam verò accidere potest, ut oblatum pondus excedat quidem datæ stateræ vires, sed ejus gravitas minor sit quàm dupla ejus, cui æquipondium in extremo stateræ jugo respondet; propterea divisiones eædem, quæ ex 2 ad B adnotatæ sunt, transferantur ex 2 versùs A, ut habeamus diversa puncta in vecte, quibus applicari possit onus ponderandum. Ex numero igitur adnotato, cui adnectitur pondus, fiat numerator fractionis, cujus Denominator sit unitate minor ipso numeratore; & per hanc fractionem multiplicetur numerus à staterâ indicatus

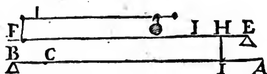
(demptâ

(demptâ priùs vectis gravitate, ut superiùs dictum est) & habebitur oneris gravitas. Sit igitur inter A & 2 adnexum pondus in puncto 7, & statera indicet lib. 13. unc. 7: demo vectis gravitatem, quæ est lib. 2 ex hypothesi, remanent lib. 11. unc. 7. multiplicandæ per $\frac{7}{6}$, & dabitur oneris gravitas lib. 13. unc. 6 $\frac{1}{6}$. Quare in hoc casu fortasse nullum habetur ex vecte adjecto compendium, potuisset enim ex ipsâ staterâ immediatè cognosci eadem gravitas. Quod si eundem numerum indicasset statera, sed onus adjunctum fuisset in puncto 3, per $\frac{3}{2}$ multiplicatis lib. 11. unc. 7, provenisset gravitas oneris quæsita lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$, quæ ex hypothesi major est, quàm ut solâ staterâ oblatâ expendi possit. Vel si rem breviùs expedire placuerit, numeri staterâ inventi accipe partem denominatam à numero vectis unitate minore, eámque illi numero invento adde, & idem obtinebis. Sic quia in puncto 3 appensum fuit onus, accipe librarum 11. unc. 7. partem denominatam à 2, scilicet lib. 5. unc. 9 $\frac{1}{2}$, eámque adde libris 11. unc. 7 inventis, & habebis, ut priùs, lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$. Cur hac methodo operandum sit, manifestò constat ex ipsa vectis divisione; nam A B ad A 3 est ut 3 ad 1 ex constructione, atque ideò A B ad 3 B est ut 3 ad 2: igitur ut 2 ad 3, ita numerus à statera indicatus (demptâ vectis gravitate) ad numerum quæsitum, quo ponderis gravitas innotescit.

Generatim itaque atque universè oblato quocumque vecte ad subitum usum properato utere, etiamsi nullæ in eo divisiones adnotatæ fuerint, examinato tamen priùs ipsius vectis horizonti paralleli gravitatis momento, quatenus ad stateram comparatur: Tum datum pondus ibi alliga, ubi commodè à staterâ extremo vecti applicatâ elevari possit. Facto demum æquilibrio, stateræ numerum (dempto priùs vectis momento) multiplica per Rationem, quam habet vectis longitudo ad distantiam ponderis ab hypomochlio; & propositum obtinebis. Hìc habes maximum compendium ad ingentium ponderum gravitatem explorandam: etiamsi enim vectis non sit adeò crassus, quia tamen non procul ab extremitate illius, ubi est hypomochlium, alligatur onus, validè resistit fractioni; & quo major est Ratio longitudinis vectis ad distantiam ponderis

deris ab hypomochlio, tanto majore incremento augentur ſtateræ vires.

Quod ſi fortè unicus vectis ſatis non fuerit, nihil prohibet plures adhiberi vectes multo majore compendio, quàm ſi unicum longiorem adhiberes. Nam ſi vectis A B non ita ſtateræ vires multiplicet, ut tormentum æneum in C alligatū elevari poſſit ab æquipondio ſtateræ, alium



vectem E F ſtatue ipſi A B parallelum, habeátque in E hypomochlium, & ſtatera in F adnectatur, qua primùm ipſorum vectium fune H I conjunctorum & poſitionem horizonti parallelam habentium gravitatis momentum expendatur. Deinde facto æquilibrio dematur vectium momentum, & reliquus librarum numerus à ſtaterâ indicatus multiplicetur primò per Rationem F E ad H E, & quod ex hac multiplicatione conſurgit, ſecundò multiplicetur per Rationem I B ad C B; habebitur enim demum tormenti ænei gravitas quæſita. Sit ex. gr. I B ad C B ut 10 ad 1, & F E ad H E ut 12 ad 1, atque ſtatera, dempto vectium momento, indicet libras 100: igitur 100 per 12 dat 1200, & 1200 per 10 dat lib. 12000 gravitatem ænei tormenti.

His autem indicatis ſtatim occurit animo non duos tantummodo ſed plures vectes poſſe ita diſponi, ut ſemper fiat major Ratio, quæ ex illorum Rationibus componitur: ſi nimirum inter duas trabes in ſolo ad perpendiculum firmatas, & æquali intervallo à ſe invicem diſſitas interjiciantur vectes alterna hypomochlia habentes in axibus, circa quos facilè converti poſſint, & ſimili ratione jungantur, ac de duobus vectibus A B & E F dictum eſt: Ex ſingulorum enim vectium Rationibus una Ratio componitur, per quam multiplicandus eſt numerus à ſtaterâ indicatus, dempto priùs vectium momento. Id quod paulo latiùs explicatum eſt in *Terra machinis mota*. diſſert.-1- n.16. nec opus eſt hìc tranſcribere.

MECHA



MECHANICORUM
LIBER QUINTUS.

De Axe in Peritrochio.



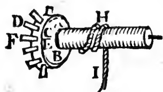
UÆ de Vecte ejúſque viribus ſuperiore libro diſputata ſunt, illa quidem vera ſunt, & admirabilia, ſed, niſi vectis admodum longus ſit, exiguus motus conciliatur ponderi, adeò ut, ſi ad notabilem aliquam altitudinem attollendum illud ſit, oporteat ſubinde & ipſi ponderi fulcrum ſupponere, ne recidat, & ipſi vecti hypomochlium altiùs ſubjicere, ut congruo loco ſtatuatur. Præterquam quod pro variâ ipſius vectis inclinatione, oneríſque illi impoſiti, aut ſubjecti poſitione, varia quoquè ſunt momenta potentiæ vectem urgentis. Hinc alia Facultas excogitata eſt, quæ, ut pluribus placet, vectis quidam ſit perpetuus, citrà incommoda, quæ in ſimplici Vecte, ut innuebam, occurrunt. *Vectem* autem appellant, quià ad vectis Rationes illius vim revocant; *perpetuum* verò, quia nullâ opus eſt hypomochlij mutatione: proprio tamen, tritóque jam vetuſtate vocabulo, communiter dicitur *Axis in Peritrochio*, quaſi *Axis in Rota*, ut quidam interpretantur; ſed fortaſsè clariùs, pleniúſque vocabuli vim aſſequeremur, ſi *Axem Convolutum* vocaremus; neque enim ſemper adeſt Rota, cum tamen ſemper interſit Convolutio, ſimul quippe volvitur, & Axis ipſe, & id, cum quo Axis conjungitur.

Neque hic sumitur Axis quemadmodum in Cono, Cylindro, atque Sphærâ, pro linea rectâ, circa quam immotam corpora illa in gyrum aguntur; sed est corpus suâ præditum crassitie, cui Axis nomen inditum est, quia rotarum axem imitatur, non tamen circà illum fit convolutio, sed ipse circa idem centrum volvitur minore motu, circa quod potentia motu majore rotatur, quatenus illi applicatur, ut ex his, quæ dicentur, manifestum fiet.

CAPUT I.

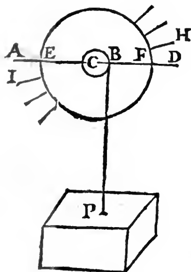
Axis in Peritrochio forma, & vires describuntur.

Axis in Peritrochio forma à Pappo Alexandrino circa finem lib. 8. Collect. Mathem. describitur, quadratum scilicet lignum tympano quadrato foramen A B eidem ligno congruens circa suum centrum habenti inseritur, ut simul verti possint: ligni autem partes è tympano prominentes in cylindricam rotunditatem conformantur; & lignum horizonti parallelum super polos æreos, aut ferreos (choinicidas Pappus vocat) congruis fulcris insistentes statuitur. Extremæ verò tympani orbitæ infiguntur Radij C D, E F, &c, quos Pappus *Scytalas*, Aristoteles *Collopes* nominat, longiores scilicet paxilli, quibus arreptis versatur tympanum, & cum eo Axis, quem ductarius funis H I in convolutione circumplectens attollit adnexam in I sarcinam; atque hæc tantumdem attollitur, quantus funis Axem circumplicat ex convolutione.



Ut Axis hujusmodi vires explicentur, communiter in eo agnoscunt Vectis Rationes: cum enim C B sit semidiameter cylindri, quem funis complectitur, & C E semidiameter

ter tympani circumpositi, E A verò longitudo Radij, concipiunt A B quasi Vectem primi generis habentem hypomochlium in C, adeò ut ex Ratione A C ad C B momentum potentiæ in A applicatæ computetur. Quæ quidem vera esse non negaverim, si hoc unum intelligatur, quòd Ratio A C ad C B similis sit Rationi, quam haberet æqualis Vectis similem habens positionem Potentiæ, Hypomochlij, & Ponderis. Verùm cur primi potiùs quàm secundi generis vectis dicatur Axis in Peritrochio, cùm æquè attollatur pondus P, si Radij extremitas D elevetur sursum, ac si extremitas Radij A deprimatur deorsum? Esto facilior sit depressio, quàm elevatio. Quid, si Axis statueretur horizonti perpendicularis, tympanum autem horizonti parallelum, non ad attollendum, sed ad trahendum pondus? Utique par esset trahendi facilitas, sive impellatur D versùs H, sive A versùs I: adeóque nulla esset ratio, cur primi potiùs quàm secundi generis Vectis diceretur: an utrique generi ascribendus est?



Sed quid Axem ad Vectem revocare opus est? cùm eodem ex fonte ita utriusque vires emanent, ut etiamsi Vectem extra omnem Naturæ facultatem positum, atque inter ἀδύνατα recensendum esse fingeremus, adhuc Axi sua permanerent momenta: Est nimirùm, si secundum velocitatem comparentur, motûs potentiæ ad motum Ponderis Ratio major, quàm gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ: dum enim funis ductarius semel cylindrum circumplectitur, potentia semel percurrit spatium æquale peripheriæ circuli ab extremo Radio descripti; cùm autem sint peripheriæ circulorum in Ratione semidiametrorum, motus potentiæ A ad motum ponderis P est ut A C ad

CB. Quare potentiæ Peritrochium versantis conatus, ad conatum potentiæ sine machinâ attollentis pondus P, erit in Ratione CB ad AC; quò enim minor secundùm velocitatem est motus ponderis comparatus cum motu potentiæ, eò minor est ejusdem resistentia; minorem autem resistentiam minor conatus superat. Quæ ita ex dictis tùm lib.2.cap.5. tum lib.4.cap.1. clara sunt, ut uberior explicatio supervacanea censenda sit.

Hinc apparet, quid juvet ipsius rotæ adjunctæ magnitudo, aut infixarum scytalarum longitudo; quò enim fuerit major Potentiæ distantia à centro motûs, eò pariter major erit movendi facilitas. Quo circa si eidem Peritrochio placuerit duplicem applicare potentiam, atque ideò scytalas non exteriori absidi tympani infigas, sed potiùs extremam tympani oram scytalis ad ejus planum perpendicularibus transfigas; tunc ad augenda Potentiæ momenta nequicquam prodest scytalæ longitudo, sed à foramine, cui illa infigitur, usque ad centrum desumenda est potentiæ distantia, quæ ut major fiat, tympani diameter augenda est. Id quod pariter dicendum est, quando manubrium (unicus scilicet paxillus tympani plano infixus) apponitur, quod moventis manu perpetuò in conversione retinetur; ejus enim distantia à centro perinde consideratur, atque si potentia illi tympani parti fuisset proximè applicata, cui manubrium infigitur.

Cavendum tamen hìc videtur, ne quis majorem aliquam rotam ultrà manubrium excurrentem cylindro circumpositam considerans, quæ aliquando plus habere videtur momenti, quàm si rota non major esset, quàm ferat manubrij à centro distantia, existimet non ex hac distantiâ computandum esse potentiæ manubrio applicatæ momentum. Observet, oportet, hoc non contingere in immanibus & colossicoteris ponderibus, immò neque in mediocribus movendis, sed in iis tantummodo, quæ leviore negotio & velociter moveri possunt: Rota enim, cujus semidiameter major est, quàm manubrij à centro distantia, impressum à movente potentiâ impetum concipit, qui levem nactus resistentiam non statim perit, sed aliquantisper perseverans motum rotæ unà cum novo potentiæ conatu efficit majorem, quàm pro solitariis potentiæ viribus: immò tanta fieri potest impetûs impressi accessio, ut post aliquod tempus,

etiam

etiam dimiſſo à potentiâ manubrio, vi ejuſdem impreſſi impetûs adhuc ſe rota in gyrum contorqueat. Hinc eſt aliquando ejuſdem rotæ diametrorum extremitatibus addi plumbeas maſſas, quæ plus impetûs concipientes, atque diutiùs retinentes, rotæ converſionem validiùs promoveant, etiam ceſſante potentiâ. Sed hìc non unica eſt potentia, quæ manubrio applicatur, cujus momenta ex diſtantiâ manubrij à centro definimus; ſed præterea impetus ille perſeverans rationem habet alterius potentiæ applicatæ illis rotæ partibus; quibus ineſt; & pro variâ à centro diſtantiâ, alia pariter atque alia ſunt particularum ipſius impetûs impreſſi momenta ad rotam convertendam. Quoniam verò rotæ ſemidiameter ex hypotheſi major eſt, quàm manubrij à centro diſtantia, nil mirum, ſi particulæ impetûs extremæ rotæ impreſſi multum habeant momenti, quippe quæ magis diſtant, & velociorem motum efficiunt.

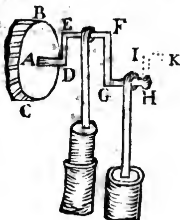
Quod verò ad cylindrum ſpectat, quem funis ductarius circumplicat, non eſt neceſſe illum eſſe exactè & Geometricè rotundum, ſed ſatis eſt ſi cylindricam figuram æmuletur: eatenus ſiquidem rotundum axem conſtruimus, quatenus eadem volumus in convolutione ſervari momenta: ſi verò angulatus eſſet axis, perpendiculum, in quo eſſet pondus, modò vicinum centro eſſet, modò ab eo remotum, ac propterea ejuſdem remoti majora eſſent momenta, quàm vicini. Sit enim ex. gr. quadratus Axis B D H G: utique perpendiculum, in quo eſt funis retinens pondus quod attollitur, variam habet à centro C diſtantiam; nam quando latus B D congruit funi perpendiculari, diſtantia à centro C æqualis eſt ſemiſſi lateris G B, & eſt C I; cum verò latus B D in converſione fit obliquum, diſtantia perpendiculi fit major, & eſt C E, ita ut demùm diſtantia maxima ſit æqualis ipſi C B; quæ iterum decreſcit, donec funis congruat lateri B G. Potentiæ autem à centro diſtantia eadem ſemper manet A C, ideòque momentorum potentiæ ad momenta ponderis Ratio ſubinde mutatur. Quòd ſi non quadra-

tus ſit Axis, ſed plurium angulorum, ita ut latera breviſſima ſint, ſicuti vix diſtat à rotunditate cylindri, ita vix momentorum diſparitatem infert.

Illud quidem animadverſione dignum eſt, quòd non temerè ſtatuenda ſit Axi craſſitudo, ſed adeò validus eſſe debet ac firmus, ut ponderis gravitati obſiſtere poſſit, quin flectatur, aut diſſiliat; ſi enim incurveſceret, augeretur movendi difficultas, quia nimirum in converſione majorem ambitum deſcriberet, quàm pro ejus ſoliditate. Sed neque idcircò præter modum craſſus Axis eligi debet, quia quò major ille eſt atque craſſior, eò major etiam eſt potentiæ moventis labor, niſi pariter majus illi addatur Peritrochium. Hinc fit contingere poſſe, ut in attollendo pondere augeatur labor potentiæ circa finem motûs; quia videlicet, ſi ductarij funis ſpiræ jam univerſam cylindri faciem circumplectantur, & ſequentes ſpiræ non cylindro cohæreant, ſed ſubjecto funi, jam intelligitur ſemidiameter axis aucta craſſitudine funis ſubjecti, ac proinde ſecundus hic ſpirarum ordo majorem funis longitudinem exigit, adeóque etiam infert majorem ponderis motum, quo tempore potentia motum non majorem perficit: quare diminutâ Ratione motûs potentiæ ad motum ponderis, minora fiunt illius momenta ad attollendum pondus.

Porrò non eſt omnino neceſſe, ut ad pondus attollendum Axis ſtatuatur in ſuperiore loco, ſed fieri poteſt, ut longè altiùs elevetur pondus ſupra locum Axis; ſi nimirum funis ductarius tranſeat per orbiculum ſuperiùs firmatum: Verùm ita firmiter ſtabilienda eſt machina, ut hæc à nimiâ ponderis gravitate non rapiatur ſurſum. Cæterùm cùm funis immediatè nectitur ponderi inferiùs poſito, ipſa ponderis gravitas ſtabilit machinam ſuis fulcris inſiſtentem ſolo. Hactenus quidem Axem rectum, prout magis communiter uſurpatur, ſtatuimus; pro opportunitate tamen adhiberi etiam poteſt curvatus. Quemadmodum ſi ex profluente aquam ſurſum antliâ propellere velimus, rotæ B C congruis pinnis inſtructæ, in quas aqua incurrens vim ſuam exerceat, additur craſſior ferreus ſtylus centro A infixus, curvatúſque A D E F G H I K (ſi I K ſit alter polus, cui machina incumbit,

bit, nam si fulcrum sit propè A inter A & D, sufficit si in H terminetur) ita ut ipsi D E æqualis sit particula H I, utriusque autem dupla F G, atque inter E F & G H annulo inseritur hasta adnexa embolo, ita ut dum alter embolus attollitur, alter deprimatur. Hic attendenda est Ratio semidiametri rotæ, seu distantiæ potentiæ à centro, ad D E, quæ est semidiameter cylindri, qui ex ejus convolutione gignitur; perinde atque si esset cylindrus, cujus tota diameter esset F G: atque ideo non ex ipsius ferrei styli crassitudine, sed ex flexu æstimanda est Axis semidiameter; eatenus quippe crassior, aut exilis ferreus stylus eligitur, quatenus majore aut minore vi opus est in attollendo atque deprimendo embolo.



CAPUT II.

Succulæ & Ergatæ usus consideratur.

PEritrochij usus quidem frequens est, sed & sæpiùs sine rotâ idem præstatur, vel addito Axi manubrio, vel Radiis Axi infixis; & machina Latinis *Succula* dicitur; parvulus autem paxillus, cui funis ductarij caput adnectitur, *Porculus* nominatur: Si tamen paxilli loco annulum cylindro adnectas, cui funis caput insertum firmetur, perinde est. Hujusmodi est cylindrus A B suis polis insistens congruo pegmati, infixosque habens Radios C D, E F; quibus manu arreptis cylindrus volvitur, & funis adnexus paxillo I circumducitur cylindro, atque connexum in H onus attollitur. Dupliciter autem



succulâ

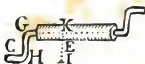
ſucculâ uti licet, aut Radiis perpetuò infixis, aut qui cylindri foraminibus dum verſatur, ſubinde inſerantur: Si perpetuò infixi maneant, unus poteſt Axem convertere alio poſt alium Radio arrepto: at verò ſi idem Radius in aliud atque aliud foramen immittendus ſit, duo ſint, oportet, qui alternâ operâ ſuum Radium deprimentes Axem convolvant; alioquin, niſi artificio aliquo retineatur, dum ex uno foramine extrahitur Radius, ut in aliud immittatur, pondus ſuâ gravitate deorſum relaberetur. Licet tamen hanc duplicis potentiæ neceſſitatem utilitate aliâ compenſare; ubi enim duo ſint, quorum viciſſitudine circumagatur Axis immiſſitio hujuſmodi Radio, hic poteſt eſſe multo longior, quàm ſi eidem Axi infixus maneret; oporteret ſiquidem plures Radios perpetuò manentes infigere; id quod, ſi longiores eſſent, non careret incommodo. Quo autem longior Radius fuerit, eò pariter faciliùs potentia movebit, quippe quæ motum multò velociorem motu ponderis habebit, pro Ratione longitudinis Radij plus ſemidiametro cylindri, ad eandem cylindri ſemidiametrum.

Ad hoc fortaſſe genus revocari poſſunt Scytalæ oneribus promovendis ſubjectæ, de quibus dictum eſt lib. 1. cap.9; cùm harum capitibus aptè perforatis immittuntur ferrei aut lignei vectes, quorum ope ſcytalæ ipſæ convertuntur, atque incumbens onus dum ad aliam atque aliam orbitæ partem accommodatur, promovetur. Quo enim longioribus vectibus utimur, potentia circa cylindri centrum multò velociùs movetur quàm impoſitum ſaxum, cujus motus æqualis eſt converſioni peripheriæ. Nam quod motus abſolutè ſumptus ſit aliquantulo major, quia centrum ipſum promovetur, nihil refert, quia motus hic & cylindro ſubjecto, & oneri, & Potentiæ communis eſt.

Præter Succulam Radiis infixis inſtructam, cujuſmodi ea eſt, quæ ad hauriendas è puteis aquas vulgò uſurpatur (quamquam ob radiorum brevitatem & ipſius Axis craſſitudinem non admodum potentiæ momenta augeantur) forma alia cæmentariis maximè familiaris eſt ad attollenda ſaxa, lateres, & calcem, duplici manubrio in oppoſitas partes diſpoſito, ut quædam conatuum conſtans ſimilitudo ſervetur, dum altero ſuum manubrium deprimente, ſuum alter elevat: cùm enim vi brachio-

rum

decorſum connitentium facilior contingat depreſſio, quàm elevatio, ſi manubriorum inflexio ad eandem partem collocaretur, uterque ſimul deprimendo faciliùs axem converteret, at uterque ſimul elevans aliquid amplius laboris ſubiret; alternis autem elevationibus atque depreſſionibus labor temperatur. Cæterum quod ad potentiæ momenta attinet, parum intereſt, quam poſitionem manubria habeant viciſſim comparata; ſpectatur videlicet ſingulorum longitudo & cujuſmodi motum potentia manubrio applicata deſcribat: Sic manubrij longitudo G H, hoc eſt potentiæ apprehendentis H O diſtantia perpendicularis ab axe cylindri, qui convolvitur, attendenda eſt, & cùm ipſius cylindri, ſemidiametro comparanda, ut Ratio motûs Potentiæ ad ponderis motum innoteſcat, ac proinde Potentiæ momentum definiatur.



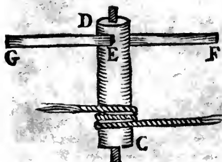
Hinc apparet pro ipſius G H longitudine ad cylindri axem productum perpendiculari augeri momenta potentiæ; perinde namque ſe habet, ac ſi infixus eſſet cylindro Radius K I ipſi G H æqualis; quia ut K I ad K E ſemidiametrum, ita G H ad K E, & ambitus à potentia in H deſcriptus ad ejuſdem cylindri ambitum. Quare non leviter allucinantur, qui manubrij longitudinem G H non rectam, ſed in hemicyclum curvatam volunt quaſi hinc plus aliquid momenti potentiæ conferretur; quamvis enim circuli ſemiperipheria ſit ſaltē diametri ſeſquialtera, potentiæ applicatæ motui non ſemiperipheria, ſed diameter legem ſtatuit: alioquin ſi ex ipſa manubrij inflexione momenta augerentur, ſatius eſſet non tantùm ſemiperipheriæ, ſed majori circuli ſegmento ſimile eſſe manubriū; id quod ſi experiri voluerint, tantum abeſt, ut movendi facilitatem acquirant, ut potiùs momenta minui ſentiant; nam in circulo maximam lineā eſſe diametrum, & quò majorū ſegmentorū arcus majores fiunt, minui ſubtenſas chordas, ex 15. lib. 3. nôrunt ipſi Elementarij.

Hac igitur manubrij longitudine perpenſâ, non ſolùm non eſt eorum æqualitas religiosè ſervanda, verùm author eſſem cæmentariis, ut manubriorum alterum paulò longius conſtituerent; cùm enim ut plurimum inæquales ſint operarum vi-

vires, si æqualia sint manubria, qui infirmior est, plus subit laboris, quàm ferre possit: at si alterum paulo longius sit, debiliorem illi applicari oportebit, ut minore incommodo præscriptum opus perficiat. Quòd si contingat ab unico homine convertendam esse suc,culam, non erit contemnendum laboris compendium, si possit longiore manubrio uti.

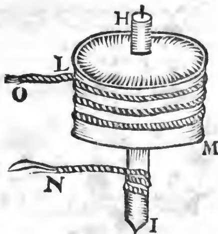
Quamvis autem nullus statuatur finis conversioni, quia funis ductarius sucuculam non circumplectatur, eadem manet Ratio. Si enim axi polygono insistens catena singulis palmaribus, aut majoribus intervallis adnexos globulos aut discos habeat tubo, per quem transeunt, congruentes, qui intra tubum aquam intercipiẽtes dum ex succulæ conversione attolluntur, aquam pariter elevant, secúmque rapiunt, perpetua fieri potest conversio; pondus autem, quod movetur, est aqua tubum implens. Ubi aliquorum imperitiam castigare oporteret, qui manubrij longitudinem (quæ ipse non sine inscitiæ admiratione vidi, narro) minorem semidiametro axis, cui catena insistit, constituunt, & operarum laborem frustra augent, dum minor est potentiæ motus, quàm ponderis. Quid enim paulo majorem longitudinem manubrio non tribuunt? minùs scilicet laborantes operæ concitatiùs axem volverent, & globuli celeriùs elevati minus aquæ elabi sinerent.

Jam verò ad Ergatam, quæ modicum à succulâ differt, transeamus, cujus usus potissimùm est in trahendis oneribus, quanquam illâ etiam, adhibitâ videlicet trochleâ, ad onera attollenda uti possimus, & frequenter utamur. Quemadmodum autem in succulæ positione est cylindrus ut plurimùm horizonti parallelus, ita in Ergatâ statuitur horizonti perpendicularis. Cylindro enim DC ita firmato, ut vel circa extremos polos, vel in loculamento congruo converti possit, additur vectis GEF (aut etiam plures vectes eidem cylindro insigantur) cui applicata Potentia dum cylindrum circa suum axem versat, funemque



nemque convolvit, adnexam ſarcinam adducit. Æſtimatur autem potentiæ momentum ex ejuſdem Potentiæ diſtantiâ ab axe cylindri, comparata cum ipſius cylindri ſemidiametro: quantus nimirum funis cylindrum circumplectitur, tantus eſt oneris adducti motus, qui ad potentiæ motum eam habet Rationem, quæ inter cylindri ambitum circularem, & peripheriam Radio EF, aut EG, deſcriptam intercedit. Cum verò hujuſmodi vecti EF tanta tribui poſſit longitudo, quantam ferre poſſit ſpatium; in quo Potentia movetur, patet longiore vecte momentum potentiæ pro arbitratu augeri poſſe. Verum quidem eſt plures potentias eidem vecti EE applicatas inæqualia habere momenta pro Ratione inæqualium diſtantiarum ab axe cylindri.

Sed illud maximè commodum accidit in Ergatâ, quod hîc jumentorum ope hominum laborem minuere licet, dum illa extremo vecti alligata, & in gyrum acta cylindrum convolvunt; à quibus tamen ſubſidium petere in ſucculæ convolutione non poſſumus; niſi fortè cylindrum horizontalem Verticali peritrochio inſeramus, & extremam craſſioris peritrochij orbitam funis circumplectatur; qui dum jumento trahente evolvitur, cogat cylindrum converti, funémque, cui ſarcina adnectitur, circa cylindri orbitam convolutum attollere pondus. Id quod etiam præſtare valemus, ſi trahendum ſit onnus, neque in locum inducere liceat jumentum: nam perpendiculari cylindro HI peritrochium, ſeu tympanum LM horizonti parallelum circumponitur, & pluribus ſpiris tympano circumducitur funis, quem in O jumentum trahens quamvis procul poſitum explicat, atque cylindrum convertit, ac propterea onus in N adnexum adducit.



Porrò in funis ductarij circumvolutione circa ſucculæ aut Ergatæ cylindrum obſervandum eſt, non eſſe neceſſe totum funem circumvolvi, illique adnecti; nimis enim multus aliquando eſſet, & non leve afferret incommodum; ut ſatis conſtat, cùm ſolvendæ ſunt anchoræ, ſi craſſum illum rudentem totum cylindro circumduci opus eſſet, ut anchora è maris fundo extrahatur. Satis igitur eſt, ſi funis duplici aut triplici ſpirâ cylindrum circumplectatur, quando ingentia pondera movenda ſunt; hæc ſiquidem valdè reſiſtunt, & ita funis circa ipſum cylindrum conſtringitur, ut illum validè premat, nec facilè poſſit excurrere, maximè ſi cylindrus non fuerit exquiſitè tornatus; nimius ſcilicet partium ſe ſe mutuo contingentium affrictus, qui cum cylindri ſuperficie fieri deberet, perinde reſiſtit, atque ſi funis paxillo aut annulo eſſet idem cylindro adnexus. Quare ſatis fuerit, ſi puer funem in converſione explicatum colligat.

Ex dictis tùm hoc, tùm ſuperiori capite, ſatis conſtat, quænam longitudo ſtatuenda ſit Radio, cui potentia data applicanda eſt, ſi pariter cylindri ſemidiameter, & oneris gravitas detur. Nam ſi fiat ut data Potentia ad datam ponderis gravitatem, ita data cylindri ſemidiameter ad quæſitam Radij longitudinem, habetur longitudo ſufficiens ad ſuſtinendum pondus in aëre ſuſpenſum. Quare pro arbitratu augeatur longitudo Radij, &; cùm facta jam ſit major Ratio motus potentiæ ad motum ponderis, quàm ſit Ratio gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ ſuſtinentis, illa poterit propoſitum pondus movere. Sic quoniam in navibus ad proram jacet horizonti parallelus verſatilis cylindrus (aut potiùs hexagonum ſeu octogonum priſma) cujus extremitas decreſcentibus crenis denticulata incumbentem ligneam regulam ſingulis ſubinde crenis excipit, ne ponderis vi in contrariam partem retroagi valeat, & cylindro circumducitur rudens (*Piſma* ab aliquibus dicitur) ex quo anchora pendet; nec habere poteſt plures Radios perpetuò adnexos, quos videlicet ſpatij anguſtiæ ferre non poſſent, ideò foramina quædam habet, quibus, ubi opus fuerit, inſeruntur vectes. Ut vectium longitudo ſtatuatur, anchoræ gravitas cum adjecto ligneo tranſverſario conſideranda eſt, quæ eſt ferè ſub trecentupla gravitatis navis vacuæ, ut conſtat ex iis, quæ lib. 4. cap. 17. innuimus.

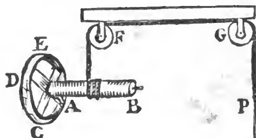
innuimus. Navis autem capacitas (hoc est pondus, quod navis gestare valet, & æquale est gravitati navis in aëre) vel per dolia, seu amphoras aquæ, quam sine incommodo ferre potest, numeratur, ut solent Galli & Angli singulis doliis navalibus libras bis mille tribuentes, vel per pondera, quæ Hollandis atque Germanis *Last* dicuntur, singula librarum saltem quatuor millibus definita (nam *Last* Hamburgi continet libras 4554, Amstelodami, si sit triticum habet lib. 4800, sin autem siligo lib. 4200, Stevinus verò lib. 3. staticæ pop. 10. singulos modios definit lib. 360) & singulis libris unciæ sexdecim, seu *Lotones* 32, hoc est semunciæ tribuendæ sunt. Quare data navis capacitas ex. gr. doliorum 400, multiplicetur per lib. 2000; & sunt lib. 800000, quarum pars trecentesima lib. 2666 est ferè pondus anchoræ cum ligneo transversario. Possunt autem non plures applicari vectes quàm quatuor, ideóque singuli quartam ponderis partem elevare debent, hoc est lib. 666. Si fuerit igitur cylindri semidiameter $\frac{3}{4}$ pedis, & vis potentiæ (quia ipsa corporis gravitas vectem premit) sit elevandi lib. 100, fiat ut 100 ad 666, ita $\frac{3}{4}$ pedis ad pedes ferè quinque; & hæc erit quæsita longitudo Radij, cui potentia applicanda est.

CAPUT III.

Tympani à calcante circumacti vires expenduntur.

TYmpana, quæ Græcis *γέρανοι*, Latinis retentâ vocabuli interpretatione *Grues* dicuntur, hoc differunt à Succulâ, quòd ab hominibus non brachiorum contentione, sed corporis calcantis gravitate moventur. Horum autem frequentissimus est usus tum in Hollandiâ tùm in Germaniâ juxta fluvios navigabiles, ut ingentia pondera è navibus extrahant, & in ripâ deponant: quamquam & ad alios usus fa-

cilè traduci possint, si apto loco collocentur. Cylindro AB versatili, & horizonti parallelo; ac ritè firmato, ampliorem rotæ peripheriam CDE circumponimus ex latioribus asseribus compactam, ut unus saltem homo ingredi valeat; qui dum ex C in D



ascendere conatur, sua gravitate deprimens tympanum, cylindrum pariter convertit, ductariúmque funem convolvit, qui per orbiculos F & G superiori trabi exporrectæ connexos transiens, cum onere in P connectitur, atque adeò ex Cylindri conversione attollitur pondus, etiamsi à machinâ ipsa absit, quantum trabs exporrigitur. Si placuerit eidem cylindro duplex tympanum, aut unicum valdè amplum apponere, licebit, ut plurium hominum operâ in elevando onere uti possimus.

Machinæ hujus vires eò majores esse, quò major est semidiametri rotæ ad cylindri semidiametrum Ratio, satis manifestum est ex iis, quæ sæpissimè dicta sunt; major est enim potentiæ motus, quò amplior est rota. Cavendum tamen ne, quemadmodum in sucçulâ atque Ergatâ, ita etiam hìc omnino ex ipsa semidiametrorum rotæ & Cylindri Ratione definiantur potentiæ momenta: hìc scilicet potentia tympanum movens est insita homini gravitas deorsum connitens; in sucçulâ autem atque in Ergatâ potentia movens est impulsus ab animali facultate impressus, ac in gyrum directis. Quapropter in sucçulâ, atque in Ergatâ cùm eadem sit potentiæ directio similiter applicatæ in quocumque situ, eadem manent in conversione potentiæ momenta: at hominis tympanum calcantis non eædem semper sunt vires, sed quo magis ascendit versùs D, augentur ejus momenta; quia videlicet perinde est, atque si à centro ad punctum orbitæ, in quo est gravitas calcans, ducta esset linea; ibi enim momentum descendendi est ut Sinus declinationis à perpendiculo, juxta dicta lib. 1. cap. 15.

Sit

Sit enim rotæ CHG ſemidiameter EB, cylindri verò ſemidiameter EO. Si homo tympanum ingreſſus conſiſtat in infimo loco H, in quem ſcilicet cadit perpendiculum EH, utique machinam non movet, à qua ipſe ſuſtinetur: Similiter ſi funis OC per ſuperioris trabis orbiculos tranſiens fuerit intentus, etiamſi ex H aſcendat in D, in quod punctum cadit recta CO cylindrum tangens, non movetur pondus, quod ex hypotheſi excedit gravitatem hominis tympanum calcantis: quia nimirum in D homo ratione poſitionis non habet deſcendendi momenta majora, quàm ſit ſemidiameter OE, quæ pariter ſunt momenta oneris funi OC adnexi: Cùm autem ratione poſitionis momenta ponderis atque potentiæ æqualia ſint, ſed ratione gravitatis potentia infirmior ſit ex hypotheſi quàm pondus, illa utique elevare pondus non valebit. Procedet igitur aſcendendo ex. gr. uſque ad I, ubi obtinebit momenta ut VE (hoc eſt IK ſinus anguli declinationis IEH) ad momenta oneris ut OE, adeò ut quæ Ratio eſt VE ad OE, eadem ſit Ratio gravitatis oneris ad gravitatem hominis; ac proinde aſcendentis ex I in G momenta augebuntur, & in G erunt ut SE. Cùm ergo SE ad OE Ratio major ſit quàm VE ad OE, hoc eſt gravitatis oneris ad gravitatem hominis, jam prævalet potentia, & tympanum convertitur, deſcenditque illius punctum G in locum, ubi erat punctum I, in quo fit conſiſtentia & quoddam æquilibrium ſuſtentando pondus, quod ut porrò moveatur, pergendum eſt in percurrendâ tympani orbitâ. Numquam igitur ratione poſitionis potentiæ momentum eſt ut ſemidiameter rotæ, niſi homo ita aſcenderet, ut ejus centrum gravitatis reſponderet puncto B; ex momento enim, quod potentia obtineret in B, demendum eſt, quantum ab ipſo centro retrahitur: in G autem

autem retrahitur juxta mensuram BS, & in I juxta mensuram BV, ac propterea ibi momentum remanet ut SE, hìc ut VE. Perinde autem se habere momentum in G ad pondus, atque si esset libra curva GEF, & ab alterâ extremitate F diametri cylindri, duceretur recta FG secans in R perpendicularem EH, manifestum est, quia ex 2. lib. 6. ut SE ad EF, hoc est OE, ita GR ad RF. Quòd si tympani orbitam limbus hinc & hinc ambiat, cui teretes paxilli inserti veluti gradus scalas constituant, quibus homo non solùm insistat pedibus, sed quos etiam manibus apprehendat; observare oportet, pedibusne tantum premat subjectum tympanum, an ex manibus quasi suspensus pendeat. Nam si in eodem perpendiculo non sint paxillus, cui insistit, & is ex quo dependet, valde disparia sunt momenta. Si verò non planè rectum sit corpus, sed quasi procumbens inclinetur, tunc potentiæ locus definitur à perpendiculo transeunte per centrum gravitatis ipsius hominis. Id quod dicendum pariter, quando tympano includitur canis (nam & à cane ingens tympanum versari vidi, quo in Solarium attollebatur non mediocris cista linteis recens ablutis plena) cujus gravitatis centrum spectandum est, ejúsque distantia à perpendiculo transeunte per tympani centrum.

Hinc si ex navi aliæ atque aliæ sarcinæ hac machinâ extrahantur, is qui tympanum versat, etiamsi omnino non videat onus extra machinæ domunculam positum, facilè pronuntiabit majorne? an minor sit secundæ sarcinæ gravitas comparata cum priore: quò enim magis ascendere cogitur in tympano, eò major est oneris gravitas; quærenda nimirum sunt momenta majora ex positione, ut majore intervallo absit à perpendiculo EH transeunte per E centrum. Simili ratione, si inter duos homines quæstio oriatur uter illorum gravior sit, facilè litem dirimes, si alter post alterum ingrediatur tympanum, ut idem onus attollat; qui enim magis ascendere cogitur, minus habet gravitatis, ideóque majora momenta quærit ex positione. Quanta autem sit oneris gravitas, dignoscetur ex artificio statim indicando. Unum hìc quasi per anticipationem addendum, quod ad funem ductarium spectat; præstat scilicet ejus extremitatem unco extremæ trabi infixo adnecti, & per orbiculum cum onere conjunctum transire, atque hinc per orbiculos G & F ad cylindrum deduci: hac

enim

enim ratione attollendi facilitas geminatur, ut clariùs patebit ex iis, quæ sequenti libro de Trochleâ dicentur.

Ut igitur innotescat, quanta sit proximè oneris gravitas observandus est in tympano locus, ubi homo illud calcans facit cum pondere æquilibrium: quando scilicet eò venerit, ut paulo altiùs ascendens incipiat attollere pondus. Quoniam verò hujusmodi pondera ea sunt, ut in iis exiguæ differentiæ contemnantur, exquisita quædam accuratio omnino supervacanea esset, si singulas, aut pauculas libras ad calculos revocandas esse censeremus, cum sæpè non nisi per centenas libras eorum gravitas definiatur. Primùm ex centro E in ipsâ limbi crassitudine describatur circuli peripheria B C H: id quod facilè fiet funiculo extento, & axem F R O complectente; quo funiculo circumducto stylus in extremitate colligatus describet peripheriā.

Deinde si nota non sit accurata semidiametri mensura, quæ peripheriæ sextantem accipiat, punctum unum, quod placuerit, statue, ex quo peripheriam in partes aliquotas (quascumque tandem opportunitas dederit) dividere incipias: nam per numerum partium divisis gradibus 360, statim patebit, quot gradus singulæ partes contineant, quas aliquotas assumpsisti. Partem igitur unam in gradus sibi congruentes tribue; eorum enim mensura in consequentem arcum translata, quoties oportuerit, demùm integrum Quadrantem in gradus 90 divisum dabit. Ponamus commodam accidisse divisionem peripheriæ in partes 15: divisis gr. 360 per 15, quotiens 24 indicat numerum graduum parti decimæ quintæ tribuendorum. Quare partem unam bifariam divide, & intervallum gr. 12 inter punctum divisionis & assumptum punctum, ex quo divisio incipit, iterum divide bifariam, ut parti uni cedant gradus 6: his iterum bifariam divisis, habetur partis aliquotæ primò assumptæ pars octava gr. 3. hanc in tres æquales partes distribue, & singulorum graduum mensura manifesta est. Acceptis itaque tribus partibus decimis quintis addantur gradus 18, & habebitur integer peripheriæ Quadrans in gradus 90 distributus, qui adeò notabiles erunt, ut etiam gradûs partes, cujusmodi est semissis, triens, & quadrans satis clarè dignosci queant.

Tertiò. Quia non arcus H G, sed semidiametri pars E S consideratur, ut dictum est, concipe semidiametrum E B in partes

aliquotas distributam, primùm in duas, deinde in tres, in quatuor, & deinceps, prout opportunum accidet, ita tamen, ut non venias ad partem aliquotam minorem semidiametro Axis: Id quod deprehendes, si assumptam chordam subtensam gradibus 60, in illud genus partium aliquotarum, de quo dubitas, diviseris, & in semidiametro B E incipiendo ab extremitate B illas acceperis; si enim postrema pars aliquota residua major sit semidiametro Axis, aut illi æqualis, non est justo minor. Igitur ex Canone Sinuum exquire arcum singulis partibus, incipiendo à centro tympani, congruentem, & in peripheriâ descriptâ atque in gradus distributa arcum inventum ex Canone designa notâ partis aliquotæ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. ut statim appareat, quo loco intelligatur posita potentia sive in semisse, sive in triente, sive in quadrante semidiametri, sive in ejusdem besse aut dodrante &c. Factâ siquidem comparatione inter distantiam potentiæ à centro, & Axis semidiametrum, innotescet Ratio ponderis ad potentiam in tympano calcantem. Ponamus itaque tympani semidiametrum distinctam in partes 10, ita ut Axis semidiameter E O ad E B sit ut 1 ad 10: possunt commodè omnes partes intra decimas reperiri, pro ut in adjectâ tabellâ oculis subjicio, in qua licèt minuta secunda exprimantur, ut innotescat etiam alios in usus, quibus Sinubus quinam arcus respondeant: in præsenti

	Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.
$\frac{1}{2}$	50000	30. 0. 0	$\frac{1}{7}$	14285	8.12.46	$\frac{2}{9}$	22222	12.50.22
$\frac{1}{3}$	33333	19.28.16	$\frac{2}{7}$	28571	16.36. 6	$\frac{4}{9}$	44444	26.23.15
$\frac{2}{3}$	66666	41.48.36	$\frac{3}{7}$	42857	25.22.40	$\frac{5}{9}$	55555	33.44.55
$\frac{1}{4}$	25000	14.28.40	$\frac{4}{7}$	57143	34.51. 0	$\frac{7}{9}$	77777	51. 3.26
$\frac{3}{4}$	75000	48.35.26	$\frac{5}{7}$	71428	45.35. 0	$\frac{8}{9}$	88888	62.44. 0
$\frac{1}{5}$	20000	11.32.14	$\frac{6}{7}$	85714	58.59.50	$\frac{1}{10}$	10000	5.44.22
$\frac{2}{5}$	40000	23.34.40	$\frac{1}{8}$	12500	7.10.50	$\frac{3}{10}$	30000	17.27.28
$\frac{3}{5}$	60000	36.52.10	$\frac{3}{8}$	37500	22. 1.30	$\frac{7}{10}$	70000	44.25.40
$\frac{4}{5}$	80000	53. 7.50	$\frac{5}{8}$	62500	38.41. 0	$\frac{9}{10}$	90000	64. 9.30
$\frac{1}{6}$	16666	9.35.38	$\frac{7}{8}$	87500	61. 2.40	1	100000	90. 0. 0
$\frac{5}{6}$	83330	56.26.20	$\frac{1}{9}$	11111	6.22.46			

tamen

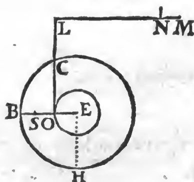
tamen opere prorsus inutilis accideret tam exquisita accuratio: satis quippe est circiter illum gradum ejúsque minuta prima rotam appingere, indicem partis, vel partium semidiametri tympani.

Quartò. Funiculum Axi insistentem, & facilè excurrentem ita dispone, ut plumbeus globus in ejus extremitate pendulus intendat funiculum ipsum, qui in tympani limbo designet punctum, per quod transit linea perpendicularis ab Axis centro in horizontem descendens. Tum ab hoc puncto usque ad punctum, ubi fit æquilibrium, sumatur intervallum, atque transferatur in Quadrantem gradibus distinctum: Nam punctum, in quod ab initio Quadrantis cadit altera observati intervalli extremitas, indicabit notâ in limbo prænotatâ, quotâ semidiametri parte distet à tympani centro gravitas calcans ipsum tympanum, ex. gr. $\frac{3}{5}$ aut $\frac{4}{7}$. Cum igitur jam innotuerit Ratio semidiametri Axis ad semidiametrum tympani, scilicet ex hypothesi $\frac{1}{10}$, fiat ut fractio index Rationis semidiametrorum, ad fractionem in limbo notatam, ita gravitas calcantis tympanum ad gravitatem ponderis, cum quo facit æquilibrium, videlicet ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{3}{5}$, ita gravitas hominis, puta lib. 250, ad gravitatem oneris lib. 1500. Hinc patet in puncto D, per quod transit linea OD tangens Axem & parallela perpendiculari EH ex centro demissæ, æquilibrium esse inter gravitates omnino æquales, ac proinde minimum pondus esse æquale gravitati hominis calcantis: Nam si inter H & D fieret æquilibrium, pondus levius esset quàm homo, & communi staterâ facilè potes assequi illius gravitatem. Maximum autem pondus est illud, quod indicat semidiameter tympani ad semidiametrum Axis, homine nimirum suæ gravitatis vires exercente in B, ac propterea gravitas ponderis ad gravitatem hominis in B esset ex. gr. in Ratione decuplâ.

Illud tamen hìc perpende, quòd, si homo calcans in B, aut indè pendens, non volvit Axem, atque adeò non attollit pondus adnexum, non constat, an sit æquilibrium, idem enim accideret etiam, si pondus esset multò majus; ac proinde neque constat de ejusdem ponderis gravitate nisi hoc, quod sit ut minimum decupla gravitatis hominis; quia nimirum nunquam il-

lud movebit; nam aſcendens homo ex B versùs C minora ſemper obtinet momenta, quàm in B. Hoc autem ubi contigerit, & velis exploratam habere oneris gravitatem, aſſume pondus aliquod notæ gravitatis, quod adnectere valeas oræ tympani aut in B, aut eo loco, ut deinde homo calcans infra B, attollat pondus: ubi enim demum fiat æquilibrium, duplex inſtitue ratiocinium, alterum quidem ratione hominis, alterum verò ratione gravitatis additæ: inventi ſiquidem termini ſimul additi indicabunt quæſitam oneris gravitatem. Sic ſi aſſumptum pondus ſit lib. 36, & homo calcans ſit lib. 250, fiat autem æquilibrium homine exiſtente in X, pondere verò in G; ſumptis intervallis X H & G H, atque tranſlatis in Quadrantem inveniatur pro homine $\frac{9}{10}$, & pro pondere $\frac{4}{5}$. Fiat primò ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{9}{10}$, ita lib. 250 ad lib. 2250: deinde ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, ita lib. 36 ad lib. 288: igitur ſumma lib. 2538 indicat ponderis gravitatem. Quòd ſi funis ductarij extremitas ſit adnexa extremæ trabi, ut indicatum eſt, atque tranſeat per orbiculum ponderi conjunctum, inventus numerus lib. 2538 duplicandus eſt & ſunt lib. 5076.

Ex his fortaſſe alicui placeat ſtateræ L M vires augere addito tympano hujuſmodi E B ut ſupra prænotato. Nam firmatâ in ſuperiore loco ſtaterâ L M, cujus anſa ſit in N, primùm obſervetur, quantum ponderis requiratur in M, ut fiat æquilibrium cum ſolo brachio N L; hæc enim gravitas ſemper addenda erit gravitati, quæ invenietur ex ratiocinatione, qua componuntur Rationes ſtateræ & tympani. Deinde in tympani limbo notetur punctum C,



cui congruit funis O L, quando ſtatera eſt horizonti parallela; ut hinc dignoſcatur, quo in loco tympani, dum convertitur, contingat æquilibrium. Denum cùm nota ſit Ratio M N ad N L, componatur cum Ratione ſemidiametri Axis ad partem ſemidia

semidiametri tympani, ex. gr. E O ad E S; & habetur Ratio gravitatis hominis tympanum calcantis ad gravitatem oneris, quod in M expenditur. Sit E O ad E S ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, & M N ad N L ut 2 ad 25; Ratio composita est ut $\frac{1}{5}$ ad 20, hoc est ut 1 ad 100. Igitur pondus in M expensum est, ut minimum, centuplum gravitatis hominis; nam addenda præterea est gravitas respondens gravitati brachij L N longioris ipsius stateræ.

Si verò neque tympano, quod ab homine intùs calcante premitur, neque adeò incerto sacomate, cujusmodi est varia hominum gravitas, uti volueris, aut potius non ingentes sarcinas, sed onera mediocria expendere placuerit, paretur C B H discus ligneus parvulum axem habens ad centrum E, & in eo descripta sit peripheria circuli C B H, atque adnotatum punctum C, per quod funiculus O L transit, quando stateræ jugum L M est horizonti parallelum. Tum converso disco ita, ut L O transeat per C, dimisso perpendiculo insistente Axi, notetur in peripheria punctum H, per quod transit perpendicularis à centro E. Deinde ex H versùs B ascendendo accipiantur gradus juxta superiorem tabellam, affixis notis indicibus partium, similiter ac de tympano dictum est. Demum sacoma certæ gravitatis, puta unius aut alterius libræ, ita disponatur, ut per disci ambitum ex H versùs B excurrere possit, & cochleâ firmari, ubi æquilibrium contigerit: Aut potiùs singulis Quadrantis gradibus, aut saltem punctis partium notatis, claviculos infige, qui inseri possint annulo sacomatis. Nota enim Ratio semidiametri axis E O ad disci semidiametrum E B indicabit, quid faciendum sit juxta dicta, ut gravitas ponderis in M suspensi innotescat. At si volueris Quadrantem H B in suos 90 gradus distribuere, & uti Canone Sinuum, priùs innotescat Ratio semidiametri axis ad Radium in partibus Radij: deinde fiat ut partes Radij axi congruentes, ad Sinum Rectum graduum, ubi fit æquilibrium, ita Sacoma appensum ad gravitatem ponderis, quod expenditur.

CAPUT IV.

An Axis in Peritrochio inveniatur etiam ſine tractione.

HActenus ductarij funis converſionem circa Axem convolutum conſideravimus, ex quo oritur ponderis fune connexi tractio: ſed numquid non etiam ad hoc genus machinæ aliquæ revocari poſſunt, quibus non quidem trahitur pondus, ſed aliqua reſiſtentia ſuperatur?

Occurrit autem primo loco antiquus ſervorum metus Piſtrinum, in quod detruſi frumentum tundere cogebantur molâ verſatili, ſive in noſtrarum Moletrinarum ſpeciem ac ſimilitudinem metam congruo Catillo impoſitam manu truderent, ac circumagerent, ſive ingentem lapideum diſcum perpendiculari cylindro coagmentatum verſarent aſellorum vicarij laborioſo muneri ſuccedentes, cum Vectis cylindro ad angulos rectos infixi extremitatem aut traherent, aut propellerent: Cujuſmodi machinæ genere nos quoque utimur in frendendis leguminibus, & in contundendis ſeminibus, ex quibus demùm oleum prælo exprimitur. Et hìc quidem non ipſius molaris lapidis gravitatem movendam attendimus, quippe qui ipſius machinæ pars eſt; ſed potiſſimum corporis à molâ compreſſi reſiſtentia conſideranda eſt, quæ nimirum vincenda proponitur. Oritur autem hæc reſiſtentia ex corporis obterendi aut contundendi duritiæ, in quod incurrit ſcabra molæ circumactæ ſuperficies; cum verò illud incumbenti lapidi ſe ſubducere non poſſit, à lapidis gravitate & potentiæ impetu cogitur diſſilire in partes. Quia igitur potentiæ cum machina connexæ motum impedit illa granorum aut nucleorum frangendorum durities, comparanda eſt diſtantia potentiæ moventis à centro motûs, cum diſtantiâ corporis comminuendi; & quò major eſt hujuſmodi intervallorum Ratio, majora pariter ſunt potentiæ momenta.

Hinc vides, cur in truſatili mola (quam mediocrem eſſe oportet,

oportet, ne nimio labore frangatur molitor in immani ſaxo verſando, catillus quidem planus eſt, meta verò, quâ catillum reſpicit, non omnino ſubjecto plano congruit, ſed cavam obtuſiſſimi coni ſuperficiem æmulatur: ut ſcilicet integra grana per medium foramen immiſſa inter utrumque lapidem intercipiantur non procul à centro, à quo potentia abeſt, comminuta autem peripheriam versùs accedant ad anguſtiora ſpatia, quò magis obterantur: cùm enim integra grana magis fractioni obſiſtant, quàm comminuta, integris frangendis majora debentur potentiæ momenta, comminutis in minuſculas particulas redigendis minores vires ſufficiunt. In molâ autem Aſinariâ ubi lapideus diſcus in plano Verticali conſtitutus ſubjectum catillum modicè excavatum vix extremo ambitu contingit, eadem ferè eſt ſemper diſtantia à centro motûs, niſi quatenus ipſius molæ craſſitudo partem aliam centro motûs propiorem, aliam remotiorem habet: porrò grana illa, quæ lapidum contactui, vel quaſi contactui, propiora ſunt, validiùs teruntur, quàm quæ magis ab eodem contactu recedunt: ſed hoc nihil ad præſentem diſputationem attinet, niſi quatenus lapidis partes remotiores ſubjecta grana agitantes, atque tundentes craſſiùs, majorem Rationem ad potentiæ motum habent in ſuâ convolutione, quàm partes ejuſdem minùs à centro remotæ.

Haud diſſimili ratione, ſi ex chalybe ellipticum ſphæroides obliquis ſtriis modicè aſperum, quaſi in limæ ſpeciem, congruo loculamento interiùs pariter aſperato includatur, ita tamen, ut ſpatium, quo ſphæroides à loculamento diſtat, paulatim à latitudine in anguſtias ſe ſe contrahat; axi verò ſphæroidis ſuperiùs producto addatur manubrium, quo arrepto converti poſſit in gyrum; grana piperis, aut ſimilia ſuperiùs immiſſa leviſſimo negotio comminuentur: quorum ſcilicet durities ſi cum potentiæ viribus conferatur, reſiſtentiam habet maximam pro Ratione ſemidiametri tranſverſæ Ellipſis ad manubrij longitudinem: initio autem, quia grana minùs ab axe diſtant, minùs reſiſtunt, ſi cætera fuerint paria, hoc eſt, ſi modicè comminutorum durities, integrorum duritiei omnino reſpondeat; nam minor diſtantia à centro motûs minorem habet Rationem, quàm diſtantia major ad eandem manubrij longitudinem.

Par

Par erit philoſophandi ratio, ſi tympanis non idem centrum habentibus incluſa aqua ex interioris tympani converſione ad anguſtias redigatur, atque compreſſa exprimatur ex tubo; cujuſmodi fortaſſe fuit veterum Hydracontiſterium; de cujus formâ non eſt hìc diſputandi locus; nam manubrij à potentiâ commoti longitudo comparanda eſt cum diſtantiâ peripheriæ tympani aquam comprimentis à centro, circa quod perficitur motus, ut momentorum Ratio perſpecta ſit; aqua ſcilicet dum impellitur, atque exprimitur, reſiſtit.

Ad hæc porrò inverſus quidam Axis in peritrochio uſus conſiderandus eſt, quando videlicet potentia non peritrochio, ſed ipſi Axi, applicatur; id quod tunc potiſſimum contingit, cùm potentia viribus abundat, motui autem, qui efficiendus eſt, non admodum reſiſtit corpus, quod vel modicè impellendum eſt, vel in orbem circumducendum. Certum quippe eſt potentiam Axi applicatam tardiùs multò moveri, quàm peritrochij peripheriam, pro Ratione ſemidiametrorum Axis & Peritrochij, ac proinde licèt impetus amplioris peripheriæ partibus impreſſus imbecillior quodammodo ſit, ut pote diſtractus, ſatis tamen eſſe ad vincendam levem reſiſtentiam. Hinc quoniam ferrum cotis tritu extenuatur, eóque faciliùs, quò celeriùs cos movetur, qui reſtituunt obtuſas cultorum aut novacularum acies, lapidem ex cotariâ eductum in diſcum rotundant, ut circa axem centro infixum verſatilis circumagi poſſit. Quamvis autem non raró eidem axi cohæreat manubrium, quo circumducto rotatur lapis, ut tamen minori labore adhuc etiam velociùs rotetur, ſapienter inſtituerunt amplioris rotæ abſidi excavatæ funem inſiſtere, qui rotulam eumdem cum lapide axem habentem circumplectatur, ut minor hæc rotula amplioris rotæ ductum ſequens ſecum pariter rapiat cotem; cujus peripheria, cùm adnexam rotulam valdè excedat, velociùs quoquè movetur. Quantùm verò motus hic, celeritate ſuâ, potentiæ motum ſuperet, facilè conſtabit, ſi motuum ſingulis membris convenientium ratio ineatur. Sit ex. gr. manubrij longitudo ad amplioris rotæ ſemidiametrum ſubquadrupla, hæc autem ſemidiameter ad rotulæ ſemidiametrum ſit octupla: demum rotulæ eundem cum cote axem habentis ſemidiameter ſit ſubtripla ſemidiametri ipſius cotis. Igitur puncti in cotis peripheriâ notati

notati motus triplo velocior eſt motu ſimilis puncti in rotulæ peripheriâ: rotulæ motum definit funis, qui in convolutione explicatur, hic enim pariter majoris rotæ motum metitur: octies ergo rotula, & cum eâ lapis rotatur, dum amplior rota ſemel in gyrum agitur. Quoniam verò rotæ ſemidiameter eſt ad cotis ſemidiametrum ut 8 ad 3 ex hypotheſi, dum punctum in rotæ peripheriâ notatum movetur velocitate ut 8, ſimile punctum cotis movetur velocitate ut 24. Atqui motus rotæ cum motu potentiæ manubrio applicatæ comparatus eſt ut 4 ad 1, ex hypotheſi; igitur ſi duæ Rationes 1 ad 4, & 8 ad 24 componantur, erit Ratio motus potentiæ ad motum cotis ut 1 ad 12. Sunt hìc itaque duo Axes in Peritrochiis ſuis compoſiti, & Potentia Axibus applicata intelligitur; cùm enim in Verticali plano lapis ipſe verſetur ſuper polos læves atque politos, non admodum repugnat motui; impreſſus autem impetus aliquandiu manens potentiam ipſam juvat.

Simile quiddam obſervandum occurrit in horologiorũ motu, quæ in turribus ſtatuuntur: nam cylindrum horizonti parallelum circumplicat funis, quo vi ponderis deſcendentis explicato, circumagitur rota eidem axi infixa: ex hac in conſequentes rotas derivatur motus ſemper velocior, qui demum temperatur ex quadam motûs retardati & breviſſimæ morulæ viciſſitudine, cum poſtremæ rotæ dentes in ſerræ modum conformati fuſum, cui Tempus adnectitur alternis motibus agunt. Primùm enim dens rotæ ſuperior in pinnulam A incurrens eam impellit, axémque H L convertit unà cum tranſverſario C D & adjunctis globulis plumbeis E & F, qui ſimilem arcum deſcribunt, ac pinnula A, ſed longè majorem; propterea pro ratione gravitatis globulorum, eorúmque diſtantiæ ab axe, H L, etiam major vis requiritur, adeóque impeditur, ac retardatur motus rotæ dentatæ, & cum eâ reliquarum rotarum, atque ipſius pon-

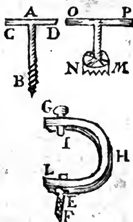
deris, à quo totius machinæ motus initium ſumit: qui ſi fuerit juſto velocior, globuli E & F removentur ab L, ſin autem juſto tardior, admoventur, ut modò major, modò minor ſit reſiſtentia. Deinde quia globuli E & F ex impulſu pinnulæ A impetum conceperunt ad certam plagam directum, pergerent illorſum moveri, quamdiu impreſſus impetus perſeveraret, niſi in eâ converſione inferior pinnula B occurreret inferiori denti rotæ ſerratæ: hinc fit vi hujus impetûs breviſſimam morulam inferri converſioni rotæ, quæ eandem pinnulam urgens ipſos quoquè globulos in contrariam plagam reflectit. Poſſe autem adeò exilibus viribus morulam inferri tanto ponderi deſcendenti, paulò inferiùs manifeſtum fiet, ubi de Rotis dentatis in unam machinam compactis diſſeretur; illud ſaltem palam eſt, ſi morulam nullam admittas, reſiſtentiam eſſe non ſolùm pro gravitate globulorum, corúmque diſtantiâ, verùm etiam pro ratione impetûs impreſſi in antecedenti impulſione. Quare globuli iidem quando moventur impulsâ pinnulâ, rationem habent ponderis peritrochio adnexi, & potentia impellens pinnulæ, hoc eſt axi, applicatur: Contrà verò ad retardandum, aut tantiſper coërcendum motum ponderis, quod pinnulæ applicatum intelligitur, iidem globuli vi impetûs ſibi impreſſi rationem habent potentiæ peritrochio applicatæ.

Quoniam verò hìc horologiorum mentio incidit, cur in illis, quæ ſecum quiſque ad perpetuum uſum ferre poteſt, catenula ſeu nervus cono, non cylindro, circumducatur, manifeſtum eſt: quia ſcilicet chalybea lamella, à qua motûs origo eſt, initio in ſpiſſiorem ſpiram contracta ſuam vim elaſticam exerens validiùs conatur ſe reſtituere, trahénſque catenulam, ſeu nervum F E, totum conum D E C eíque connexam rotulam dentatam A B in gyrum agit; cum verò illa fuerit in paulò laxiores ſpiras explicata, languidiùs conatur, atque catenulam, ſeu nervum, trahens jam non propè verticem coni, ſed magis ad baſim, eandem rotam A B circumagit. Cùm igitur motus potentiæ propè verticem coni, ad motum rotæ A B minorem habeat Rationem, quàm ad eundem rotæ motum motus potentiæ in latiore coni parte (ibi enim breviorem, hìc majorem



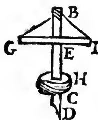
jorem gyrum perficit) ut quædam motûs æquabilitas in horologio servetur, opportunum fuit potentiæ validiùs conanti majorem opponi resistentiam, minorem verò languidiùs conanti: nam si catenula non conum, sed cylindrum circumplecteretur, eadem semper esset motuum mensura atque Ratio, sed inæquales vires elasticæ motum inæqualiter velocem efficerent.

Huc pariter revocandas esse Terebrarum vires vix cuiquam dubium esse potest, quarum quò ampliora sunt manubria, majores pariter esse vires constat; quandoquidem potentia ampliorem circulum describit, dum terebræ acies minimo motu ligni aut metalli particulas, in quas incurrit, abscindit. Quæcumque demum sit terebræ forma, sive ejus apex in cochleam striatam exacutam desinat, ut A B manubrium habens C D rectum, sive in aciem obliquam aut planam, aut modicè excavatam exeat ut E F, manubrium autem L H I inflexum habeat circa G I versatile (quam Zerebram Gallicam aliqui Itali appellant) sive ferrea lamina in orbem convoluta, & inferiùs denticulata, ut M N, manubrio transverso O P coaptetur: Similiter semper est momentorum Ratio desumenda aut ex transversarij C D longitudine ad crassitiem cochleæ striatæ B, aut ex distantiâ puncti H à lineâ transeunte per G I E F ad integram seu dimidiatam aciei F latitudinem (prout extremum punctum F in mediâ aut in extremâ latitudine positionem habet) aut ex manubrij O P longitudine ad diametrum circularis serræ N M: partes autem subjecti corporis abscindendæ, ut illud perforetur, habent rationem ponderis movendi eò difficiliùs, quò validiore nexu illæ invicem conjunguntur.



Eadem erit philosophandi methodus in eo terebræ genere, cui nos Itali proximè ad Græcum vocabulum τρύπανον accedentes nomen fecimus. Teretis baculi B C extremitati C

additur chalybea cuſpis C D ita in punctum deſinens, ut ad aliquam latitudinem obliquè aſcendat pro ratione ſemidiametri foraminis, quod maximum artificis animus deſtinavit. Inferior baculi pars infigitur ſphæroidi H, & tranſverſarium G I in medio E ita perforatum eſt, ut facillimè per inſertum baculum excurrens ſurſum deorſum agitari poſſit: cum enim extremitates G & I adnexum funiculum habeant pertingentem uſque in B, hoc circa baculum contorto tranſverſarium non procul abeſt à B, quod ſi deprimatur, explicatur funiculus, & baculus in gyrum agitur pariter cum infixa cuſpide; qua ſenſim ac leniter minimas ſubjectæ laminæ metallicæ particulas abradente, demùm ſæpiùs repetitâ tranſverſarij ſurſum deorſum agitatione, atque adeò celeri terebellæ converſione, foramen patet. Quamvis autem artificis manus applicetur medio tranſverſario in E, quod deprimit; potentia tamen intelligitur applicata ſuperficiei baculi medio funiculo illum circumplexo, perinde atque ſi inter utramque palmam alternis motibus adductam atque reductam idem baculus convolveretur: tantóque major eſt potentiæ ſic applicatæ motus, quanto exceſſu baculi ambitus ſuperat terebellæ ſubjectam laminam abradentis gyrum. Quoniam verò potentia, hoc eſt manus, movetur deſcendendo, ejus motus comparandus eſt cum multiplici convolutione baculi, quæ fit, dum explicatur funis.



Sed & alia potentia hîc conſideranda occurrit: adjunctum enim ſphæroides H, quod mediocriter grave ſtatuitur, non ſolùm ſuo pondere juvat, ut cuſpis paulò preſſiùs adhæreat ſubjectæ laminæ, verùm etiam concepto in convolutione impetu dum explicatur funis, pergit ad eaſdem partes moveri, explicatúmque funem iterum circa baculum contorquens cogit tranſverſarium G I aſcendere versùs B, quo viciſſim ab artificis manu depreſſo in contrarias partes volvitur. Impetus igitur ſphæroidi H impreſſus, dum illud movet, rationem habet potentiæ cuſpidem in gyrum contorquentis, cujus momenta ex diſtantiâ ab axe, circa quem efficitur motus, definienda ſunt.

CAPUT

CAPUT V.

Axium in suis peritrochiis compositione vires augentur.

Contingere potest, & quidem non rarò, ad servandam peritrochij & axis cum pondere & potentiâ analogiam, tam ingens tympanum aut manubrium Axi coaptandum esse, ut aut loci angustiæ commodè illud non patiantur, aut non nisi majore dispendio, quàm sit operæ pretium, tam ampla machina parari, aut congruè disponi queat. Quid enim, si spectatâ potentiæ validioris virtute centuplum onus sustollendum proponatur? an crassiori Axi, qui satis firmus sit, rotam aut tympanum cujus diameter centupla sit diametri Axis, adjungemus? quanto id incommodo futurum esset, quantáque subsidia comparare oporteret, ut tam immanis machina citrà luxationem subsisteret, & congruo pegmati inniteretur, nemo non videt. Satius itaque fuerit, insistendo iis, quæ lib.2 cap.7. dicta sunt, machinam, quam ad centuplam altitudinem augere incommodum accideret, componere, pluribus Axibus cum suis peritrochiis invicem ritè coaptatis.

Statuendus primùm est Axis, cujus soliditas oneris gravitati sustinendæ respondeat, longitudo circumflexas ductarij funis spiras commodè capiat. Deinde tympanum eligatur, cujus diameter ad constituti cylindri diametrum eam habeat, quæ placuerit, Rationem, modò illa sit majoris inæqualitatis, ut manifestum est: sit ex. gr. quintupla, & cylindri crassities palmaris ponatur. Sed quoniam proposito ponderi attollendo impar est potentia applicata machinæ resistentiam gravitatis in Ratione solùm quintuplâ extenuanti, alium adhibe Axem suo Peritrochio infixum (vel quem fors tulerit antè in alios usus paratum, vel secundùm destinatam Rationem elaboratum) cujus ductarius funis ipsi quidem Axi congruo loco conjungatur, sed tympanum prioris Axis circumplectatur, ut in convolutio-

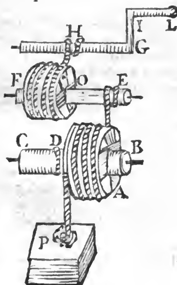
ne ſecundi Axis evolutus tympano illi motum conciliet, adeòque etiam ponderi. Duas igitur Rationes, quas ſingula Peritrochia ad ſuos Axes habent, compone, ut potentiæ ſecundo Peritrochio applicatæ momenta innoteſcant. Sit Ratio hæc poſterior ex. gr. quadrupla; & Ratio, quæ ex quadruplâ & quintuplâ componitur, eſt vigecupla, quæ adhuc minor eſt, quàm oporteat. Quare, cùm ex Ratione centuplâ Ratio vigecupla ſubducta relinquat Rationem quintuplam, tertium Axem cum manubrio quintuplæ longitudinis ad ejuſdem Axis ſemidiametrum ſimiliter appone, & erit ex his tribus Rationibus compoſita Ratio centupla quæſita. Quia enim potentia manubrio huic applicata movetur quintuplo velociùs, quàm punctum, cui illa in ſecundi Axis tympano applicaretur, hoc verò quadruplo velociùs, quàm ſimile punctum in tympano prioris Axis, potentia movetur vigecuplo velociùs, quàm ſi applicaretur tympano prioris Axis: huic autem tympano applicata moveretur quintuplo velociùs quàm pondus: igitur manubrium illud verſans potentia movetur centuplo velociùs quàm pondus: id quod fieri oportebat, ut propoſita gravitas in altum attolleretur.

Placeat jam triplicem hunc Axem cum unico illo comparare, qui ſolus adhiberetur, ſi machina ſimplex eſſet, & non compoſita: ille ſiquidem ſi palmaris diametri eſſet, adjunctum tympanum haberet altitudinis palmorum centum; in quo conſtruendo quàm multâ materiâ opus eſſet, quantoque artificio compingenda, ne ſuâ mole labefactata diſſolveretur? Triplex autem hic Axis cum ſuis duobus tympanis, & manubrio (præterquam quod multipliciter diſponi poteſt pro loci opportunitate, & potentiæ moventis commodo) non ſolùm ad altitudinem palmorũ viginti nõ aſſurgeret, ſed longè infra illã ſubſiſteret, à quocũque artifice nullo negotio conſtrueretur, ab alio in aliũ locũ facillimè trãſferretur, levíque diſpẽdio pararetur, ut cuique cõſiderãti obviũ eſt.

Hoc autem, quod in tribus Axibus explicatum eſt, de pluribus etiam dictũ intelligatur: nam ſi Rationes ſingulæ peritrochij ad ſuum axem conſiderentur, & ſimul componantur multiplicando invicem omnes Rationum terminos Antecedentes, item omnes Conſequentes, ut habeatur novus Antecedens & novus Conſequens, apparebit Ratio motûs potentiæ ad motũ ponderis, adeóque gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ. Ex quo patet quoſ-
cumque

cumque Axes oblatos utiles esse posse, modò Peritrochiorum ad suos Axes Ratio innotescat, sive similes sint, sive dissimiles Rationes, sive multiplices, sive superparticulares, sive superpartientes: demum enim, si quid desit ad quæsitam Rationem, addi potest certus Axis cum manubrio ita, ut Ratio quæsita expleatur. Sint quinque Axes in suis Peritrochiis omnino similes, & singuli contineant Rationē decuplā: quinque Rationes 10 ad 1 invicem ducantur, & erit motus Potētiæ ad motū ponderis, ut 100000 ad 1; ac propterea quo conatu Potentia solitaria moveret talentum, ac machinâ compositâ movebit centum millia talentorum. Sint item quinque Rationes, 10 ad 1, 20 ad 7, 8 ad 3, 9 ad 2, 4 ad 1 (quocumque ordine inter se disponantur) omnes Antecedentes invicem ducti faciunt novum Antecedentem 57600, omnes autem Consequentes invicem ducti dant novum Consequentē 42; quare Ratio Composita est 57600 ad 42, hoc est 9600 ad 7: & potentia valens attollere libras 7, hac machiná composita attollet libras 9600. Quod si oporteret moveri libras decies mille ab hac eadē Potentia, auferatur Ratio 9600 ad 7 ex Ratione 10000 ad 7, & relinquitur Ratio 700 ad 672, hoc est 25 ad 24: quare addendus esset sextus Axis cum manubrio, cujus longitudo ad Axis semidiametrum esset ut 25 ad 24, & potentia eadem hujusmodi manubrio applicata attollere posset libras 10000.

Illud habere videtur incommodi hæc Axium compositio, quod magnam vim funium tympana circumplectentium exigit, qui scilicet singulorum tympanorum motui respondeant. Cum enim tympani A diameter sit quintupla Axis B C ex hypothesi, ejus motus est quintuplo major motu ponderis P, ac proinde funis, qui tympani limbum complectitur, quintuplo longior esse debet fune P D, hoc est motu ponderis; cujus funis tympano A circumducti caput cum Axe E F connectitur, circa



quem in motu convolvitur. Quoniam verò tympanum O ex hypothesi diametrum habet quadruplam diametri sui Axis E F ejusque motus est ad motum sui Axis quadruplus, funis circumplicatus tympano O quadruplus est funis, qui circa Axem E F convolvitur, ac propterea etiam vigecuplus funis D P; adeo ut, ubi totus funis evolutus fuerit, atque circa axem H G convolutus, pondus sublatum usque in D intelligatur. Ex quo fit potentiam manubrio I L applicatam, quia I G longitudo est quintupla semidiametri Axis G H, adhuc quintuplo velociùs moveri quàm tympanum O, cujus motum metitur evolutio funis illud circumplectentis; atque idcirco Potentia in I movetur centuplo velociùs quàm pondus P. Quare si adhuc quartum Axem addere oporteret, & loco manubrij G I tympanum suo fune instructum apponeretur, funis ille esset ipsius P D centuplus; atque ita deinceps pro tympanorum & Axium multiplicatione juxta singulorum Rationem augeretur funium longitudo.

Verùm pro tantâ funium longitudine non est tympanorum limbo enormis amplitudo tribuenda, ut eos capiat; quia scilicet quò longiores exiguntur hujusmodi funes, eò etiam tenuiores atque exiliores esse possunt: Si enim funis D P oneri attollendo par constat funiculis contortis invicem ex. gr. centum, funis qui tympanum A complectitur, non nisi quintam ponderis partem resistentem habet, hoc est ipsum pondus P subquintuplo minore resistentiâ repugnans potentiæ per tympanum A retinenti: ac proinde si funium firmitatem funiculorum numerus metitur, satis validus erit funis constans ex funiculis viginti. Similiter funis complectens tympanum O, quia pondus resistentiam subvigecuplo minorem habet, satis firmus censebitur, si ex quinque funiculis invicem contortis conficietur. Quod si justo tenuiores timeas hujusmodi funes, licebit adhuc paulò crassiores adhibere. Illud certè manifestum est multo minores sufficere, quàm sit funis D P.

Ne autem tympanis limbi amplitudinem funis circumducti capacem temerè constituas, singulorum funium crassitudo considerandа est, ut eorum diameter innotescat, & longitudinis ratione habitâ spirarum numerus inveniatur, per quem ducta funis diameter dabit necessariam limbi amplitudinem; quæ si justo minor esset primum spirarum ordinem secundus ordo cir-

cumplectere

cumplecteretur: & quamvis initio hinc major aliqua movendi facilitas oriretur (auctâ scilicet peritrochij diametro) tamen evoluto secundo hoc spirarum ordine diameter peritrochij diminuta majorem crearet movendi difficultatem; maxime si circa Axem convolutus funis spirarum ordinem pariter geminaret, atque adeò Axis diametrum augeret. Funes itaque quasi cylindri considerandi sunt, quorum crassitudinis diametri sunt in subduplicatâ basium Ratione; ac propterea inter ipsas crassitudines numeris definitas inveniendus est numerus medio loco proportionalis, & hic indicabit tenuioris funis diametrum, quemadmodum primus numerus major ponitur pro diametro crassioris funis. Sic quoniam funis D P est ex hypothesi ut 100, & funis circa tympanum A subquintuplæ crassitudinis est ut 20, inveniatur inter 100 & 20 medius $44 \frac{72}{100}$ proximè, & diametri funium erunt proximè in Ratione 100 ad 45. Quare quam amplitudinem requirunt 45 spiræ maximi funis D P, eandem exigunt 100 spiræ minoris funis attributi tympano A, si uterque funis circa eumdem cylindrum convolvatur. Sed quia perimeter tympani A quinquies continet perimetrum Axis B C, unica tympani spira quinque Axis spiris æquatur secundùm longitudinem, & centum spiræ tympani quingentis Axis spiris respondent, si lineæ longitudo spectetur: satis autem est, si longitudinem spirarum 225 circa Axem, ille funis tympani obtineat, quia longitudo illa est ad funis D P longitudinem 45 quintupla. Propterea tympani limbus minorem exigit amplitudinem, quàm sit spatium, quod in Axe B C occupatur à convoluto fune D P: nimirum à limbo contineri oportet sui funis circumplicati spiras 45; satis igitur fuerit dimidiata amplitudo.

Simili methodo tympano O limbi amplitudinem definies: quoniam enim funis crassitudo ad crassitudinem funis D P est subvigecupla, inter 100 & 5 medio loco proportionalis $22 \frac{36}{100}$ proximè inveniatur; & est diameter funis tympani O ad diametrum funis D P ut $22 \frac{36}{100}$ ad 100. Quare si circa eundem cylindrum uterque funis convolveretur, quod spatium spiras funis D P 45 contineret, tenuioris hujus funis spiras saltem 201 comprehenderet. Ponamus tympani O perimetrum esse ad pe-

rimetrum Axis BC ut 4 ad 1: igitur limbus tympani O si eandem habeat amplitudinem, quam funis DP occupat in suo Axe BC, capiet sui funis spiras 201, quæ in unam longitudinem extensæ constituunt longitudinem, quæ ad longitudinem spirarum 45 funis DP est ut 804 ad 45. Sed quia longitudo illius funis est vigecupla longitudinis funis DP, debet esse ut 900 ad 45; ideò adhuc majorem exigit amplitudinem, ut adhuc spiras 24 aut 25 supra ducentas obtineat. Quod si Axis EF subtilior sit quàm Axis BC, & tympani O diameter ad sui axis EF diametrum quadrupla sit, jam tympani perimeter ad perimetrum Axis BC habebit minorem Rationem quàm 4 ad 1, ac proinde ejus limbum adhuc ampliorem constitui necesse est.

Quare si Axis BC diameter sit palmaris, spiræ 45 funis DP convoluti elevabunt pondus P ad altitudinem palmorum circiter 141, quanta nimirum esset ipsius funis convoluti longitudo: funis circa tympanum A longitudo esset palmorum saltem 705, & funis circa tympanum O longitudo palmorum 2820. Hinc quamvis præter primum Axem BC oneri sustinendo parem, reliqui consequentes Axes EF, & GH, & si qui alij adhuc sint, possint in minorem soliditatem extenuari; si ponderis resistentia attendatur, quia tamen, quò subtiliores sunt, frequentioribus etiam spiris circumplicantur, ex quo fit ut plures spirarum ordines fiant, adeoque Axis diameter aucta minuat momentorum Rationem; præstat exiles Axes non studiosè quærere, nisi fortè necessitas aliqua iis uti suadeat. Quamquam & huic incommodo occurri potest, si, quemadmodum in Ergatæ usu funem paucis aliquot spiris circumductum, dum in conversione evolvitur, puer agglomerat, ita etiam hìc funem tympanorum A & O quatuor aut quinque spiris circa Axes E & H convolutum puer colligeret: hoc enim pacto non contingeret, ut primum spirarum ordinem alter spirarum ordo superinductus circumplecteretur.

Porrò ne tantam funium vim comparare cogamur, & ampliore limbo tympana circumscribere, haud sanè ineptum censerem, si pro eorum more, qui novaculas obtusas acuunt, ut aliàs innui, funis in sese rediens unâ aut altera (aut etiam triplici, si opus fuerit) spirâ tùm Axem, tum subjectum tympanum arctè complecteretur: sic enim fieret, ut Axe convoluto etiam subjectum

jectum tympanum volveretur; idémque funis perpetuo ordine à tympano in proximum Axem & ab Axe in tympanum succedens quantolibet motui perficiendo sufficeret. Et ut omne periculum submoveatur, ne funis excurrat, satius est tùm Axis, tùm tympani ambitum non in cylindricam superficiem expolire, sed angulis asperum esse. Quod si aliquando languidior funis non adeò pressè complecteretur Axem & tympanum, spongiam aquâ imbutam ipsi funi admove, & intentus fiet.

Demùm in hujusmodi Axium compositione non sine animadversione prætereundæ videntur mutua Axium positio, atque distantia, qua secundus Axis à primo tympano abest. Sit Axis A in Peritrochio C D E, atque ex fune perpendiculari B G dependeat onus, & G B Tangens cum Radio A B constituat angulum rectum A B G. Producatur recta A B usque ad tympani peripheriam in C, & sit ad angulum rectum Tangens C H, cui adnexa intelligatur potentia per axem S trahens, atque tympanum C D E convertens; ex cujus conversione convolvitur Axis A B versùs I, & pondus ascendit. Verùm secundus Axis S cum primo tympano comparatus non hanc solùm positionem obtinere potest, ut superior sit, sed etiam constitui potest ad latus ita, ut funis ductarius cadens in horizontem ad perpendiculum sit K L, Tangens verò H C sit horizonti parallela; aut ita disponi possunt, ut Axis A superiore loco, Axis S inferiore loco statuatur, & funis pondus retinens sit M N, cui parallelus sit funis C H. Quamcumque ex his tribus positionem habeat Axis secundus S, sivè superior, sivè ad latus, sive inferior sit (modò linea C H vel parallela sit lineis ductarij funis B G aut M N, vel parallela lineæ A K jungenti centrum Axis cum puncto contactûs perpendiculi K L)

eadem habere videtur momenta; quia punctum C, cui applicata intelligitur potentia, juxta potentiæ directionem simili Ratione accedit versùs potentiam comparatè ad ascensum puncti Axis, cui applicatur pondus, ac est Ratio semidiametri tympani ad semidiametrum Axis. Concipiamus enim in convolutione punctum C venire in F, punctum verò B in I: punctum igitur C sequens potentiæ directionem accedit versùs potentiam juxta mensuram Sinûs arcûs CF, hoc est OF, quemadmodum punctum B contrà directionem gravitatis ponderis ascendit juxta mensuram Sinûs arcûs BI: sunt autem hi sinus arcuum similium similiter positorum in Ratione Radiorum AC ad AB. Atqui sive in K, sive in M intelligatur pondus, ascensus illius est æqualis ascensui BI; ergo ad illos, ut pote huic æquales, accessus puncti C ad potentiam, qui est OF, eandem habet Rationem, quæ est Radij AC ad Radium AB.

At verò si Axis secundus sit T, potentia non intelligitur applicata tympano in C, sed in F, ubi circulum tangit recta TF; nec ejus directio FT est parallela directioni ponderis BG, sed obliqua, adeò ut quamvis F veniat in Q per arcum æqualem arcui CF, quia tamen non est similiter positus, punctum F sequens directionem potentiæ accedit versùs potentiam accessu, quem metitur RP; est autem RP minor quàm AR, hoc est OF, ut ex doctrinâ Sinuum constat; igitur accessus RP ad ascensum BI habet minorem Rationem, quàm accessus OF ad eundem ascensum BI. Potentia igitur volvens Axem T in lineâ TF obliquâ minora habet momenta, quàm in parallelâ HC. Similiter si Axis fuerit V propior quàm Axis T; linea VD tangit circulum in D puncto remotiore quàm F, à puncto C; ac propterea datâ arcûs æqualitate adhuc minor est accessus in D quàm in F, multóque minor quàm in C, & idcircò minorem habet trahendi facilitatem. Quare quò propior est Axis secundus, si tractio sit obliqua, ut TF & VD, plus laboris requiritur in movendo.

Neque hoc mihi inconsiderantiæ tribuas, quod assumpserim arcus CF & BI perinde atque si idem esset motus, ac quando funis HC esset firmiter alligatus in C, & ejus caput veniret ex C in F; cum tamen alia semper atque alia pars funis aliis subinde peripheriæ tympani partibus respondeat, in quibus fit ad angulum

angulum rectum cum diametro contactus, dum ille evolvitur. Eatenus enim notabilem arcum assumpsi, quatenus ob oculos ponenda erat momentorum Ratio: Cæterùm satis scio non adeò notabiles arcus, ut CF & BI, considerandos esse, sed eorum particulam minimam, sive centesimam dicas, sive millesimam aut decies millesimam: eadem scilicet erit Ratio Sinuum, qui respondent minimis arcubus similibus ac similiter positis, qui nimirum incipiunt à C & B, atque Sinuum respondentium majoribus arcubus similibus ab iisdem punctis C & B incipientibus. Id quod pariter de punctis F & D comparatis cum puncto B, aut K, aut M dicendum: Nam quæ inito semel motu intercedit momentorum Ratio inter potentiam & pondus ratione positionis, eadem in toto motu perseverat. At si funis non evolveretur, sed puncto C esset firmiter colligatus, in tractione ex C in F subinde mutarentur Potentiæ momenta, fieréntque semper minora, adeò ut demum perirent, & nulla essent, ubi in rectam lineam coalescerent Radius A C & funis H C.

Hæc quæ de secundo Axe funem primo tympano circumductum evolvente dicta sunt, facilè traduci possunt etiam ad funem in se se redeuntem, cujusmodi esset funis F T E F, aut D V X D: nisi enim funis contingat tympanum in puncto semidiametri transeuntis per contactum Axis & funis ductarij (hoc est in C extremitate semidiametri A C transeuntis per B, aut M) ita ut sit funi ductario parallelus, aut in puncto semidiametri parallelæ funi ductario K L, consultius erit, cæteris paribus, axem secundum esse remotum ut T, quàm proximum ut V: in proximo enim lineæ D V & X V productæ coirent in angulum majorem, quàm lineæ F T & E T, ac propterea comprehensus arcus D X minor est arcu F E. Cæteris, inquam, paribus; si videlicet in eadem rectâ lineâ intelligantur trium Axium centra A, V, T; nam si in lineâ eadem jungente centra A T non esset V, sed recederet ita, ut funis tympanum contingens minùs obliquus esset, sed magis accederet ad parallelismum cum lineâ B G, aut cum Radio Axis A K, quamvis Axis V propior esset, quàm Axis T, plus tamen haberet momenti ratione directionis potentiæ minùs obliquè trahentis.

Cave autem, ne hîc in latentem quendam æquivocationis ſcopulum incurras, ſi fortè permixtim accipias ponderis elevationem atque ejuſdem ſuſpenſi retentionem, ne recidat; hæc enim duo oppoſito modo contingunt, & quæ minor funis obliquitas cauſa eſt facilioris elevationis, eadem difficiliorem efficit retentionem: nam pondus B retinetur à potentiâ C, abſque eo quod potentia ullo conatu urgeat polos, quibus axis & peritrochium incumbit, ideò pondus totas ſuas vires exerit adversùs potentiam ſurſum directè trahentem: at verò in F aut in D potentia ſurſum obliquè trahens tympanum verſus centrum quodammodo urget, & quidem eò magis, quò magis obliqua eſt tractio; ac proinde pondus non ſolùm vincere debet potentiæ vires, ſed etiam reſiſtentiam ex illâ preſſione ortam; quæ quò major eſt pro majore declinatione à parallelismo cum lineâ BG, aut Radio AK, majorem quoque potentiæ tribuit retinendi facilitatem. Hinc quando ſecundus Axis eſt in inferiore loco, & potentiæ trahentis directio deorſum tendit, magis premuntur poli, quia & à potentia deorſum conante, & à ponderis gravitate urgentur, & quidem eò magis, quò magis potentiæ deorſum trahentis directio accedit ad lineam directioni ponderis MN parallelam, aut ultra illam excurrit ſe quodammodo invicem decuſſando. An non exeſa publicorum puteorum marmorea labra aliquando obſervaſti, quæ diuturno atque frequentiſſimo uſu à funibus, quibus aqua hauritur, detrita ſunt? Utique aquam in ſitulâ ſurſum trahentis labor minor eſſet, cæteris paribus, ſi ſolùm ſitulæ & aquæ gravitatem vincere oporteret, quàm ſi præter hanc etiam ſuperanda ſit reſiſtentia, quæ ex funis conflictu cum marmore oritur. Sed quia deinde hoc eodem conflictu efficitur, ut quando tractio alternis morulis interciditur, retentio minorem potentiæ conatum exigat; propterea etiam trahentes facilè patiuntur reſiſtentiam augeri, ut aliquantulo laboris compendio gaudeant, quoties placuerit quietem aliquam captare.

Quamquam non negaverim rudes fœminas atque pueros hoc in opere, naturâ duce, quærere etiam in trahendâ ſurſum ſitulâ non leve laboris compendium: ſi enim rectâ, intacto putei labro, funis ſurſum trahendus eſſet, id utique ſolâ brachiorum

rum

rum contentione perfici posset; sed ubi funis labro innititur, non solùm contentis brachiorum musculis trahunt, sed etiam inclinato retrorsum corpore hoc efficiunt, ut ipsa corporis gravitas nonnihil conferat, quo potentiæ animalis viribus fiat additamentum. Ex quo manifestum est resistentiam illam ex pressione ortam & difficiliorem efficere tractionem, & faciliorem retentionem: ac proinde lapsum putarem, qui trahentis potentiæ momenta æstimaret ex majore retinendi facultate.

In his, quæ in posteriore hujus capitis parte disputata sunt de hac inæqualitate momentorum pro diversa positione axis secundi, mihi videor satis probabiliter philosophatus: verùm si ad Rationes Vectis (ut pluribus placet) revocanda esset vis Axis in Peritrochio, quamvis aliqua satis commodè explicari possent, ubi Vectis est rectus, non omnia tamen, ubi Vectis curvus intelligendus est, congruam patiuntur explicationem, ut cuilibet rem attentè consideranti manifestum fiet; mihi enim hìc non videtur operæ pretium in re parùm utili tempus conterere; placuit tamen id obiter innuere, ut ipse tibi persuadeas inanem esse laborem, quo quis singularum Facultatum vires ad Vectem revocare conatur.

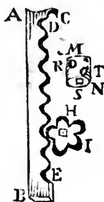
CAPUT VI.

Tympanorum dentatorum usus & vires exponuntur.

QUæ hactenus tympana consideravimus, fune circumducto atque evoluto versantur; nunc genus aliud, cujus amplissimus usus est, contemplari oportet, tympana videlicet dentata, seu Rotas dentatas, in quibus sivè fuerint simplices, sivè compositæ, aut nullo prorsus fune indigemus aut illo tantummodo, quo pondus proximè trahitur, aut attollitur: dentes enim majoris atque minoris tympani, ubi plura componuntur, se mutuâ collabellatione mordentes se vicissim urgent,

pro

pro ut hoc aut illud tympanum habet originem motûs. Sit chalybea lamina A B ſatis ſolida, in alterâ extremitate, quæ pondus reſpicit, modicè ſinuata, ut in A, & in validum uncum recurva, ut in C; latus autem D E quaſi ſerræ in morem ſit dentibus aſperum. Tum rotula I paris ſaltem cum laminâ craſſitudinis paretur dentes habens ita in orbem diſpoſitos, ut hi in rotulæ circa ſuum centrum converſione dentibus laminæ ſubinde congruant: collocatis enim in apto loculamento rotulâ, atque laminâ (cujus tamen pars D C extet) adeò, ut hæc ex illius converſione liberè promoveri, illa circa ſuum axem, cui firmiter infixa ſit, facilè verſari valeat, circumducto axis manubrio ad latus extra loculamentum extante, urgeri poterit pondus, aut trahi: Nimirum ſi rotulæ converſio fiat ex H in I, propellitur extra loculamentum lamina, ejúſque extremitas A recedens à rotulâ urget pondus obvium: contrà verò ſi rotula convertatur ex I in H, laminam ad ſe intra loculamentum retrahit, & pondus unco C connexum ad ſe rapit. Hinc clariùs vides, quàm ut monendus ſis, oportere in attollendo, aut propellendo pondere loculamentum aut ponderi ſuppoſitum firmo ſolo inſiſtere, aut ponderi objectum ſolido repagulo inniti; in trahendo autem pondere, quod uncus C apprehendit, oppoſitam loculamenti extremitatem valido fune retineri.



Illud potiùs attentè perpendendum, quod in ſtatuendis tùm laminæ, tùm rotulæ dentibus plurimum refert, utrùm rari, an ſpiſſiores ſint laminæ dentes, ac proinde utrùm pauci, an plures inſint ipſi rotulæ, cujus peripheria in converſione aptatur laminæ; hæc enim juxta numerum dentium rotulæ, quibus ſubinde coaptatur, promovetur, & cum ipſâ pondus pari velocitate aut tarditate movetur. Præſtare autem pondus tardè, potentiam velociter moveri, quid opus eſt iterùm inculcare? Igitur quò minor erit rotula & paucioribus dentibus inſtructa, eodem manente manubrio, faciliùs movebitur pondus; quia ut ſemidiameter rotulæ ad manubrij longitudinem, ita motus ponderis,

ad

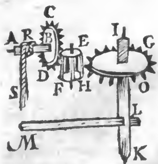
ad motum potentiæ, & reciprocè ita potentiæ vis movendi, ad pondus. Quare ulteriùs manifestum est, si majore potentiæ virtute opus fuerit, spectatâ ponderis movendi difficultate, posse augeri manubrium, ut majora sint potentiæ momenta. Quoniam verò non semper in promptu est opportunum manubrium, suaderem extremum axis caput, quod manubrio inseritur, quadratum fieri, & longiusculum esse: loco autem vulgaris manubrij habeatur crassioris cylindri frustulum MN, in cujus imâ basi circa centrum excavatum sit quadratum foramen S ad excipiendum caput axis, & ipsius cylindri scapum penetrent foramina rotunda R, T, quibus pro opportunitate inseri possint baculi sive longiores, sive breviores. Porrò cylindri crassitiem nihil obesse apertè constat, si quidem sola rotulæ semidiameter attenditur ad definiendum ponderis motum comparata cum baculi longitudine, quatenus potentia ab axe rotulæ distat.

Quod si uno eodémque tempore duo pondera in oppositas partes dispellere, aut sibi invicem propiora fieri oporteat, similem alteram laminam priori parallelam in eodem plano sed contrario modo positam (ut scilicet extremitas similis ipsi ACD respiciat prioris laminæ extremitatem B) in oppositâ rotulæ parte colloca ad I, ut pariter laminæ dentes rotulæ dentibus implicentur: Quia enim circuli circa suum centrum circumacti partes adversæ oppositis motibus cientur, etiam laminarum extremitates, quæ pondus propellunt aut trahunt, in contrarias partes à rotulâ circumactâ moventur, ita ut vel à se invicem recedant, vel ad se mutuò accedant.

Hoc idem quod laminæ rectæ dentatæ tympano similiter dentato implicitæ contingit, accideret pariter, si illius in circulum inflexæ extremam oram dentes ambirent: quemadmodum enim recta lamina AB, tympani HI conversi ductum sequitur, ita illa in circulum conformata circa suum centrum moveretur à tympani dentibus impulsa; eâ tamen ratione, ut duarum hujusmodi rotarum se invicem mordentium conversiones in oppositas plagas tenderent; si enim prioris rotæ pars superior Occasum versùs converteretur, posterioris rotæ pars item superior Ortum versùs convolveretur; & si adhuc tertia rota dentata adderetur, hæc iterum proximæ adversata ad occasum pergeret; atque ita deinceps alternis conversionibus sibi vicissim respondentibus.

Observandum est autem hujusmodi tympanorum, quæ dentata vocamus, multiplicem esse posse formam, eámque eligendam, quæ præstituto motui magis congruere videbitur: non solùm enim pro majoribus tympanis assumi potest discus extremum limbum habens serræ in morem denticulatim incisum, verùm etiam in orbem infigi possunt paxilli dentium loco prominentes, sive peripheriam ipsam quasi radij exeuntes ambiant, sive suprà disci planum erigantur ad perpendiculum certis intervallis distributi. Hoc autem dentium insitorum genus non parum habet utilitatis præ dentibus illis quasi connatis: nam si longo usu dens aliquis atteratur, aut excutiatur, facilè restitui potest novo paxillo in prioris locum immisso; at non ita facilè reparatur pars illa limbi denticulata, quæ facta est inutilis. Similiter pro minoribus tympanis non solùm dentatas rotulas adhibere possumus suis axibus infixas, sed etiam uti licet aut paulò crassioribus axibus striatis, quorum excavatæ striæ majoris tympani dentibus congruunt, aut vertebris pariter striatis subtiliori axi infixis. Quando verò majus tympanum paxillos habet pro dentibus, tympanum minus illi respondens est Curriculus (quẽ alij ex Italico idiomate *Rocchetum* dicunt) aliquot virgulis, ut plurimum ferreis ad firmitatem, capita duobus parallelis planis infixa habentibus constans, ita ut in majoris tympani conversione singulos paxillos excipiant singula virgularum intervalla, quibus propulsis curriculus convolvitur, & cum eo aut pondus ipsum, aut aliud tympanum movetur.

Sic contingere potest ut Axe A B attollendum sit pondus, & expediat uti jumento, quod tamen non nisi in plano horizontali moveri potest; tympanum autem C D, in quo est Axis A B horizontalis, est in plano Verticali. Ad tympani C D planam faciem aversam perpendiculares paxillos in ambitu statue, & Curriculum E F circa suum axem superiùs atque inferiùs firmatum versatilem adjice, cujus virgulæ congruis intervallis distinctæ tympani dentibus respondeant. Aliud item tympanum H G horizonti paralle



parallelum dentes habens ex peripheriâ extantes, & Curriculi E F virgulis aptè congruentes, infigatur axi perpendiculari I K, cui opportuno loco addatur vectis L M, ita ut in M commodè jungi possit jumentum: hoc enim progrediente, & tympanum ex G versùs O convolvente, dens H incurrens in virgulam curriculi E F illum convertit versùs tympanum C D, cujus pariter denti occurrens alia virgula, atque impellens cogit infimam tympani partem D ascendere, simúlque Axem A B converti, & convoluto fune ductario R S attolli pondus.

Hæc tympanorum duorum & curriculi intermedij complexio si attentè perpendatur, non auget potentiæ momenta præter ea, quæ obtineret proximè applicata tympano C D ad convolvendum Axem A B: Nam si ponatur vectis L M non longior semidiametro tympani dentati H G, perinde est, ac si potentia in M posita existeret in G, æquali scilicet motu cum tympani H G peripheriâ movetur. Curriculi autem E F motus æquè velox est atque motus tympani H G; licèt enim hoc sit majus, ille minor, tamen dum illud semel, hic sæpiùs convolvitur pro ratione diametrorum; adeò ut si tympanum H G habeat dentes viginti, curriculus strias quinque, hic quater volvatur ex unicâ tympani conversione: quapropter quatuor curriculi subquadrupli convolutiones uni conversioni tympani H G æquantur. Similiter & de tympano C D dicendum, cujus tantummodo dentes quinque respondentes quinque striis aut virgulis curriculi E F urgentur unicâ conversione curriculi ejusdem, & idcircò æqualis est utriusque motus, ac proinde etiam duo tympana C D & H G æqualiter moventur, & potentiæ in M applicatæ momenta eadem sunt, quæ forent, si tympano C D proximè applicaretur. Quamobrem, ut aliqua fiat momentorum accessio in potentiâ, oportet vectem L M statuere longiorem semidiametro tympani H G: tunc enim ex Ratione longitudinis L M ad semidiametrum tympani, & Ratione diametri tympani C D ad diametrum Axis A B, componitur Ratio, quæ definit momenta potentiæ; est scilicet Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.

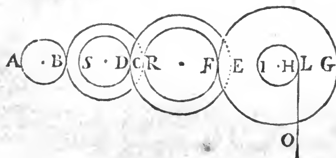
Ex quo satis vides eatenus addi tympanum H G, quatenus quærendus est jumento locus, ut in gyrum circumagi valeat: cæterum si tympanum C D cum suo Axe A B ita in superiore aut inferiore loco collocari atque firmari possit, ut nulli impedi-

mento sit jumento in inferiore aut superiore plano existenti & circumacto, satius est labori & sumptibus parcere omisso tympano H G, & circa crassiorem axem construere curriculum E F, cui axi opportunè adjungatur vectis L M, ut potentia ipsum curriculum immediatè convertat; erit siquidem major Ratio ipsius vectis L M ad curriculi semidiametrum, quàm ad semidiametrum tympani H G; ac proinde minore conatu indigebit potentia, ut Curriculum cum adjacente tympano C D convertat.

Non alio quàm hujusmodi artificio videtur usus Anonymus, qui de Rebus Bellicis scripsit ad Theodosium Augustum ejúsque filios Honorium, & Arcadium Cæsares, ubi liburnam proponit *navalibus idoneam bellis, quam pro magnitudine sui virorum exerceri manibus quodammodo imbecillitas humana prohibeat, & quocumque utilitas vocet, ad facilitatem cursûs ingenij ope subnixa animalium virtus impellit. In cujus alveo, vel capacitate bini boves machinis adjuncti, adhærentes rotas navis lateribus volvunt; quarum supra ambitum vel rotunditatem extantes radij currentibus hisdem rotis in modum remorum aquam conatibus elidentes miro quodam artis effectu operantur, impetu parturiente discursum. Hæc eadem tamen liburna pro mole sui, próque machinis in semet operantibus tanto virium fremitu pugnam capessit, ut omnes adversarias liburnas comminùs venientes facili attritu comminuat.* Quamvis, quæ demum machinæ essent, quibus boves adjungebantur, Author non exponat, facile tamen est opinari boves in superiore tabulato circumacto versâsse axem carinæ perpendiculariter insistentem, cui infra tabulatum rota dentata horizonti parallela infixa esset dentes habens in alterutra tympani facie, quibus subinde apprehenderet virgulas curriculi in plano Verticali convoluti, & infixi axi horizontali, qui utrumque navis latus permearet, & in extantibus extremitatibus rotas haberet cum palmulis prominentibus, quæ aquam in conversione verberarent. Potuerunt autem hujusmodi machinæ juxta liburnæ longitudinem multiplicari, prout ipsum schema ab Authore propositum exhibet. An verò hujus liburnæ, quam in Præfatione dicit *velocissimum liburnæ genus, decem navibus ingenij magisterio prævalere*, tantus impetus, tantáque velocitas esset, ut adversariæ liburnæ venientes facilè comminuerentur, dispiciat lector, cui

cui otium fuerit, quemadmodum an noſtris uſibus navalibus artificium hoc aliquid utilitatis afferre poſſit.

Hinc manifeſta fit illarum machinarum vis, quæ Pancratia Gloſſocoma, Chariſtia, & ſiquod eſt aliud vocabuli genus, dicuntur, ex plurium tympanorum complexione minorum & majorum, ita ut à minore tympano, cui manubrium additur, incipiat motus, & deinceps minora majoribus conſequentibus motum communicent. Quandoquidem rotula minor dentata ſi comparetur cum rotâ majore, cum qua communem habet axem, utique tardius movetur, quàm peripheria rotæ majoris, cum qua connectitur: At verò ſi cum rotâ majore conſequente comparetur, cujus dentes apprehendit, utique æqualis eſt ipſarum motûs velocitas, nam plures minoris converſiones æquales ſunt uni converſioni majoris, quam efficiunt. Sit rota dentata



A B, cujus axi firmiter infixo additum ſit manubrium ejuſdem rotæ ſemidiametri ex. gr. quintuplum, ac propterea potentia manubrio applicata quintuplo velociùs movetur, quàm punctum in rotæ A B peripheriâ notatum. Addatur rota major B C, cujus dentes implicentur dentibus rotulæ B A: ex hujus converſione illa pariter convolvitur; ſed ſi diameter B A ſit diametri B C ſubtripla, ter rotula B A volvitur, ut rota B C compleat integram converſionem, ac proinde potentia quintuplo velociùs movetur, quàm rota B C. Rota hæc major ſibi connexam habeat in eodem axe minorem S D, quæ apprehendat dentes ſecundæ majoris rotæ D E; quæ ſimiliter in eodem axe conjunctam habeat minorem F R: hujus dentes mor-

deant peripheriam tertiæ majoris rotæ F G, in qua eſt Axis I H, ex cujus convolutione ductarius funis L O trahit pondus.

Ut potentiæ momenta habeantur, ejus motum cum ponderis motu collatum ad calculos revoca componendo Rationes, quas ſingulæ majores rotæ ad ſuas minores habent quo ad diametrum. Quare ſi manubrium ad ſemidiametrum rotulæ A B habeat Rationem quintuplam, diameter B C ad diametrum S D triplam, D E ad R F item triplam, & F G ad I H ſimiliter triplam, compoſitis tribus Rationibus triplis cum Ratione quintuplâ, oritur Ratio 135 ad 1: atque adeò ut poſtrema rota F G & cum eâ Axis I H ſemel volvatur, prima rotula A B facit 27 converſiones; potentia autem manubrio applicata movetur quintuplo velociùs quàm ſuæ rotæ A B peripheria; igitur ponderis motus ad motum potentiæ eſt ut 1 ad 135. Porrò fieri 27 converſiones manubrij apertè conſtat, quia hoc ter volvi ponitur, ut rota B C, atque adeò etiam S D illi connexa, ſemel convolvatur: & quia ex hypotheſi rotula S D tres converſiones habet, ut toti peripheriæ rotæ D E congruat, manubrium novies in gyrum agitur, ut rota major D E & minor R F ſemel convertatur: demum quia pariter ex hypotheſi rota minor R F triplici convolutione indiget, ut toti peripheriæ rotæ majoris F G reſpondeat, ut hæc unicam circuitionem perficiat, viginti ſeptem manubrij converſionibus opus eſt. Quare momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum rotulâ A B eſt ut 5, cum ſequenti rotulâ S D ut 15, cum rotulâ R F ut 45, cum Axe I H ut 135.

Ne verò artifex hujuſmodi rotas dentatas majores atque minores parare juſſus inutili demùm labore ſe torqueat, monendus eſt, ut animum diligenter advertat, utrùm omnes majores rotas, item omnes minores, inter ſe æquales ſtatuere velit, an inæquales; ex hoc enim ipſarum rotarum collocationem definiet, ne ſibi viciſſim impedimento ſint. Finge enim rotulas D S & F R æquales eſſe, item majores B C & D E, atque alterno ordine poſitas, ita ut ſi rotula D S fuerit in parte anteriore ſuæ rotæ B C, viciſſim rotula F R ſit in parte averſâ rotæ D E: quemadmodum dentes minoris D S implicantur dentibus majoris D E, ita pariter dentes majoris B C implicantur dentibus

dentibus minores F R : igitur unica conversio majoris rotæ B C ter convolveret minorem rotam F R : atqui cum minore rotâ F R simul converteretur major D E in eodem axe ; igitur dum semel converteretur major rota B C , ter convolveretur rota major D E : hoc autem omnino fieri nequit, quia unica rotæ B C conversio est etiam unica conversio rotulæ minoris D S, hujus autem unica conversio respondet solùm tertiæ parti conversionis majoris rotæ D E : plurimum igitur abest à trinâ conversione. Quare si hujusmodi æqualitas intercederet tùm inter majores, tùm inter minores rotas dentatas, oporteret minores rotas ad eandem partem respicere, ne rota major consequenti minori rotæ motum ullum communicare possit. Verùm hoc fortasse alicui videatur incommodum, quod non ita aptè in suo loculamento hujusmodi rotæ collocari valeant, si rotarum majorum consequentium plana superimponantur planis antecedentium ; id quod exigit ipsa minorum rotularum positio, si omnes partem eandem respiciant. Propterea inæquales fiant rotæ ita, ut alternatim positæ minores rotulæ occurrant quidem singulæ peripheriæ consequentis majoris, non attingantur autem à dentibus majoris rotæ antecedentis : hoc enim pacto in suo loculamento pressiùs firmantur, & sunt quasi duo plana parallela, in quibus hinc rota minor inter duas majores, hinc verò rota major inter duas minores conspicitur.

Porrò minores rotæ in eodem axe cum majoribus dupliciter disponi possunt : primùm ut major rota minori proxima sit, & earum plana se contingant; deinde ut aliquo inter se absint intervallo. Si minor majori cohæreat, suaderem minores rotas ex lamina paulò crassiore fieri quàm majores ; sic enim in loculamento ita disponuntur, ut plana majorum se omninò non contingant, ac proinde nullus sit partium se vicissim terentium conflictus, qui moram inferat motui. Sin autem quæ in eodem axe sunt rotæ, major & minor invicem distent, nullum quidem subest periculum ex mutuo affrictu majorum, verùm cavendum est, ne axis longior, quàm par fuerit, etiam sit infirmior; si nimirum axis longioris extremitates loculamento infixæ volvantur. Propterea aliter etiam disponi possunt, ita ut loculamentum validissimum sit, nec fractioni obnoxium, & facilè ex alio in alium locum transferri valeat. Parentur axes rotundi, sed utraque

que extremitas quadrata sit, ut inseratur quadrato foramini, quod rotarum centro inest: tum tigni pars accipiatur crassitudinis tantæ, ut congruis foraminibus rotundis excipiat axium rotunditatem, extantibus hinc atque hinc extremitatibus quadratis. Deinde quadratas axis extremitates excipiant rotæ dentatæ alterno ordine, ut qua parte prior axis habet rotam majorem, secundus axis habet rotam minorem, & vicissim ille in oppasitâ tigni parte habeat rotam minorem, hic majorem; illud semper præcavendo, ne rota minor secundi axis contingat peripheriam rotæ majoris primi axis; id quod fiet, si posteriores rotæ majores etiam paulò majorem semidiametrum habeant. Relinquitur autem artificis industriæ ita foraminum extremitates munire, ut nec axes ultrò citròque commeare valeant, rotis ipsis illos coërcentibus, nec nimio affrictu tigni faciem rotæ circumactæ terant, interjecto inter tignum & rotam exiguo circulo, cum quo tritus omnis atque conflictus exerceatur.

Quamvis autem tria tantummodo tympana dentata præter primam rotulam manubrio affixam, brevitatis gratiâ, examinanda proposuerim, plura, & plura similia addi posse est manifestum, adeò ut omni arrogantiæ notâ vacent magnificæ illæ Mechanicorum propositiones, quibus se quodcumque etiam immane pondus moturos spondent, immò tellurem ipsam, si locus daretur statuendæ machinæ idoneus. Illud tamen incommodum vitari nullatenus potest, quod ex ponderis tarditate oritur: quî enim fieri possit, ut gravitatis resistentia ex motûs tarditate minuatur, quin multo tempore opus sit ad pondus movendum? Idcirco unâ eadémque operâ, qua potentiæ momenta inquiris componendo Rationes, quas majora tympana habent ad minora sibi adjuncta, etiam motûs tarditatem notam facis; ac proinde constituto intra certam temporis mensuram potentiæ motu, innotescit ponderis motus, quem eodem tempore perficit: Fac esse decem Rationes quintuplas, quæ componendæ sunt, si manubrium ad suæ rotulæ semidiametrum habeat Rationem quintuplam, & similis sit Ratio majorum ad sua minora tympana. Motus potentiæ manubrio applicatæ est ad motum ponderis ut 9.765625 ad 1: tot igitur spatij pedes iteratis revolutionibus confici à potentiâ necesse est, ut pondus pedem unum percurrat. Quod si potentiam tantâ velocitate moveri

veri ponamus, ut horis singulis pedum quindecim millia percurrat, indigebit horis $651\frac{1}{24}$, hoc est diebus 27, horis 3. min. $2\frac{1}{2}$, ut pondus à loco in locum pedis unius intervallo distantem transferat: atque ideò quis tantâ oculorum acie polleat, ut ponderis motum dignoscat, nisi post aliquot horas? quandoquidem unius horæ spatio vix unius unciæ partem quinquagesimam quartam perficit, scilicet $\frac{1}{651}$ pedis. Verùm tam immane pondus, quod ad gravitatem respondentem potentiæ machinâ destitutæ sit ut 9. 765625 ad 1, movere, licet tardissimè, satius est, quàm nullo pacto movere.

Ex his liquet, quid contingat, si potentiæ & ponderis loca ita commutentur, ut potentia extremo tympano applicetur, pondus verò movendum primæ rotulæ axi aut manubrio respondeat; exiguus enim validioris potentiæ motus velocissimè movet pondus, motúmque diu continuat; ut palam est in automatis horas indicantibus, sive potentia movens sit vis elastica laminæ chalybeæ inflexæ, sivè gravitas ponderis axem maximæ rotæ volvens; nisi enim Tempus alternis motibus objiceret rotæ serratæ dentibus sui fusi pinnulas, quæ moram inferrent, rota ipsa serrata velocissimè volveretur. Sed quoniam rarò contingit validissimam potentiam adhibere, ut leve pondus moveatur, propterea non est frequens hujusmodi locorum commutatio inter pondus & potentiam: usum tamen aliquando habere posset in rebus scenicis, maximè si æquabilis esse debeat motus; gravitas enim, quæ per unius aut alterius palmi spatium descendat, non acquirit in motu notabile aliquod velocitatis incrementum, atque idcirco æquabilis apparet motus tam ipsius gravitatis descendentis, quàm ponderis illius virtute ascendentis: hoc si non rectâ sursum trahatur, sed circumagatur, fortasse impressus impetus velociorem circumvolutionem efficere possit.

Quod demùm ad ipsos rotarum dentes attinet, singulæ quidem rotæ à suis dentibus in partes æquales tribuuntur; sed hallucinati videntur non pauci frustra requirentes in omnibus rotis invicem comparatis dentium æqualitatem, & ex dentium numero potentiæ momenta metientes; quasi servari nequiret eadem momentorum Ratio, etiamsi minoris tympani dentes

non omninò similes essent, aut ut veriùs loquar, singuli non essent æquales singulis dentibus majoris tympani in eodem axe existentis. Dentium æqualitas in iis tantummodo rotis requiritur, quæ sibi mutuâ collabellatione cohærentes in convolutione dentem dentibus implicant; nisi enim ab unius rotæ dentium intervallis alterius dentes subinde reciperentur, fieri non posset utriusque rotæ conversio. Cæterùm nil prohibet, quominùs in plurium majorum tympanorum complexione alia rariores, alia spissiores dentes habeant, dummodo singulis majoribus singula minora, à quibus illa motum recipiunt, respondeant similibus dentibus instructa, etiamsi hi dissimiles sint dentibus tympani in eodem axe connexi. Si enim prioris majoris tympani peripheria sit in dentes 24 distributa, minoris autem tympani eidem axi infixi peripheria sex dentes habeat, sed eorum diametri sint ut 3 ad 2, utique eorum motus non aliam habent Rationem quàm sesquialteram, licèt dentium numeri sint in Ratione quadruplâ. Idem planè dicendum de secundo tympano majore, quod ad prioris motum convolvitur; hujus enim motus pariter comparandus est cum motu tympani minoris sibi conjuncti spectatâ diametrorum Ratione, non dentium multitudine, ut momenta innotescant. Quare illæ dentium multitudines invicem comparatæ satis quidem faciunt quærenti, quoties potentia manubrium circumagat, ut semel convertatur Axis, quem ductarius funis complectitur; sed quibus momentis id perficiat ipsa potentia, sola diametrorum Ratio spectata indicabit.

Sed hìc ubi diametrorum incidit mentio (quamquam res Mechanicæ in praxim deductæ tantâ subtilitate non indigeant) non est dissimulandum aliquam necessariò intercedere momentorum inæqualitatem in ipso motu, quando tympanorum ambitus est dentium incisuris asperatus: cum enim extremi dentium apices à centro magis absint, quàm anguli, in quibus sibi dentes occurrunt, non est utrobique eadem movendi facultas, quippe quæ in majore à centro distantiâ validior est, cæteris paribus. Eatenus scilicet rota rotam urget, quatenus rota movens sui dentis apice contingit faciem dentis rotæ, quæ movetur: hic autem contactus primùm fit propè angulum, hoc est minùs procul à centro, & sensim

ſim dens rotæ moventis ſuo apice excurrens versùs extremitatem dentis rotæ, quæ movetur, magis recedit à centro. Cum igitur rota movens ſuam vim exerceat apice dentis, integra ſemper illius diameter aut ſemidiameter conſideranda eſt; at rota, quæ urgetur, cum non in eodem puncto recipiat moventis impulſionem, non eſt abſolutè attendenda integra illius diameter aut ſemidiameter, ſed potiùs mediocris quædam inter maximam & minimam à centro diſtantiam eligenda eſt, ut alter Rationis terminus habeatur. Ex quo vides (ſi res ſubtiliter elimetur) non parum intereſſe, utrùm minor rota majorem urgeat, an è contrario major minorem propellat. Concipe enim majoris rotæ integram ſemidiametrum eſſe particularum 100, & talem eſſe dentium inciſuram, ut angulus, in quo ipſi dentes coëunt, diſtet à centro particulis 94: rotæ autem minoris, quæ ſuos dentes illius dentibus implicat, ſemidiameter integra ſit ſimilium particularum 20, & angulus concursûs dentium diſtet à centro particulis 14. Utique ſi minor majorem urgeat illius Radius eſt ut 20, hujus verò eſt ut 97: contra autem ſi major pellat minorem illius Radius eſt ut 100, hujus ut 17. Quare ſingulæ comparatæ cum iis, quæ ſecum communem habent axem, diverſam conſtituunt Rationem: ſi enim major rota urgeatur à minore ſibi proximâ, adeò ut ſecunda minor moveatur ad motum majoris in eodem axe, & Ratio ſit ut 20 ad 97, ſi majore proximâ urgente minorem moveretur major ad motum minoris in eodem axe, hujus minoris motus ad motum ſuæ majoris non eſſet pariter ut 20 ad 97, ſed ut 17 ad 100, quæ eſt minor Ratio.

CAPUT VII.

Moleſtrinarum artificium ex Axe in Peritrochio pendet.

ARtificia omnia, quæ ex Axe in Peritrochio pendent, recenſere res eſſet non quidem injucunda, ſed penè infiniti laboris, hiſtoriam potiùs redolens, quam theoriam, cui potiſſimùm inſervio Machinarum fontes indicans, ex quibus ingenioſus quiſque Machinas ſuo inſtituto opportunas moliri queat. Placuit tamen in Molendinorum artificio pauliſper immorari, ut quam uberem ab Axe in Peritrochio utilitatem ad vitæ commoda percipiamus, innoteſcat. Quamvis autem potiſſimùm inſtituta ſint molendina ad comminuendum triticum & alia ſemina, ut ex farinâ panis conficiatur, ad alios tamen uſus pars eorum aliqua deſtinatur: omnibus quippe communis eſt rota exterior, quam aqua incurrens verſat, & Axis, qui convolvitur. Si enim tundenda ſit lana, aut Cannabis; ſi in pollinem redigenda elementa pulveris pyrij carbo, ſulphur, nitrum; ſi antiqua linteorum reſegmina conterenda, & in minimas particulas diſſipanda ad conficiendam chartam, Axi infixæ ſunt pinnulæ, quæ in converſione occurrentes alis piſtillorum illos elevant, atque dimittunt, & eorum gravitate recidente ſubjecta materia aut contunditur, aut conteritur.

Nec diſſimili methodo diſponi poſſent piſtilli ſuis embolis congruentes, qui à pinnulis Axis elevati aquam in embolum attraherent, aut ſponte irruentem admitterent per aſſarium, tùm dimiſſi vi ſuæ gravitatis aquam exprimerent per tubum, & in altiorem locum aſcendere cogerent. Vel ſi non adeò graves piſtillos parare placuerit, veliſque certiùs aquam in altiorem locum pellere, diſpone binos piſtillos fune, aut catenâ, per excavatum rotæ ſuperiùs poſitæ ambitum tranſeunte connexos, aut potiùs tranſverſario, quaſi libræ jugo conjunctos, ita ut altero depreſſo alter elevetur, pinnula autem Axis deprimat

primat piſtillum, vi cujus aqua in tubum aſcendentem exprimatur, & alter piſtillus attollatur aquam inferiùs poſitam attrahens, qui pariter ab Axis pinnulâ ejus alæ reſpondente ſubinde deprimatur. Hinc fit poſſe longiorem Axem addi rotæ, & plura hujuſmodi piſtillorum paria diſponi pinnulis in ambitu Axis ita diſtributis, ut non plures ſimul piſtillos, ſed ſingulos unum poſt alium premant, ſi non adeò valida fuerit potentia rotam verſans; Sin autem validior illa fuerit, plures ſimul deprimant, iiſque conjugatos attollant. Niſi fortè magis arriſerit duobus tantummodo piſtillis conjugatis uti, tot pinnulis in Axe diſpoſitis, ut in unâ ejuſdem Axis converſione bis aut ter piſtillus idem deprimatur.

Huc pariter ſpectant, quæ paſſim videre eſt in officinis malleatorum cupri aut ferri, ubi & rota exterior vi aquæ labentis circumacta interiùs in conclavi quaſi manubrium convolvit, quod ſuperiori Axi horizonti parallelo infixum Radium, ſibíque regulâ in juncturis plicatili connexum, dum attollit, atque deprimit, in alterâ ejuſdem Axis extremitate tranſverſarium hinc pariter attollens atque hinc deprimens follibus alternum motum conciliat: Et rota alia validiorem aquæ decidentis impetum recipiens, ſuúmque Axem convolvens, pinnulis axi infixis extremitatem alteram deprimit tigilli, cujus oppoſitæ extremitati elevatæ cohæret ingens ferreus malleus, qui prælapsâ Axis pinnulâ ſponte recidens tundit ſubjectum cuprum aut ferrum ignitum.

In his omnibus rotæ quidem ſemidiameter attendenda eſt, in cujus extantes palmulas aqua incurrens vim potentiæ moventis obtinet; ſed Axis ſemidiameter non ſolitariè accipienda eſt, verùm & addenda prominentis pinnulæ longitudo, ita ut ex utrâque conficiatur unica ſemidiameter motûs, qui communicatur piſtillo, aut depreſſæ extremitati mallei. Depreſſæ, inquam, extremitati mallei, nam mallei elevatio aliquanto major eſt, quam illa depreſſio, ut validior ictus ſequatur; neque enim tigillus à ſuo axe, cui innititur, omnino æqualiter dividitur, ſed ab eo aliquantulo remotior eſt malleus, quàm oppoſita extremitas, quæ deprimitur: ac proinde vis illam deprimens major eſt, quàm ſi tigillus in partes æquales diſtingueretur. Similiter in follium motu primùm comparanda eſt rotæ ſemidiame-

ter cum adhærente manubrio, deinde Radius Axi superiori infixus comparandus est cum semisse transversarij, cui folles junguntur; & ex his duabus Rationibus componitur Ratio momentorum potentiæ ad momenta ponderis movendi.

At verò in molendinis, quibus mola frumentaria plano horizontali parallela circumagenda est, & quidem velociter, ut granum in farinam dissolvatur, non satis est exterior rota aquæ impetum recipiens & Axem sibi infixum volvens, sed etiam interior rota denticulata in eodem Axe requiritur; & ne Machinæ membra frustrà multiplicentur, ita molares lapides communiter disponuntur, ut ferreus axis metam sustinens, & curriculo instructus, inferiorem locum obtineat, ac proinde curriculus ipse proximè attingat superiorem partem interioris rotæ in suo plano denticulatæ eundem cum exteriore rotâ axem habentis. Quod si molares lapides collocari non possint in plano, infra vel supra quod volvatur rota interior denticulata, sed solùm paulò infra, aut supra axem ejusdem rotæ; quia Vertebra striata proximè molari lapidi cohærens, adeóque lapidem ipsum volvens, distat, à rotâ denticulatâ, hæc autem commodè non admittit tam longos dentes, qui ejusdem Vertebræ aut curriculi virgulis aptè commisceri valeant, propterea exigitur alius Axis horizonti perpendicularis curriculo & rotæ infixus, quem convertat rota interior curriculi hujus virgulas suis dentibus impellens; simul enim rota dentata horizonti parallela, eidem Axi perpendicularis infixa volvitur, & curriculum molæ conjunctum circumagit.

Hìc quoque plures Rationes componendæ sunt; prima est Ratio diametri rotæ exterioris ad diametrum rotæ interioris in eodem axe; deinde Ratio diametri curriculi molæ adhærentis ad ipsius molæ circumactæ diametrum (sive integra diameter accipienda sit, sive illa tantum pars, quæ est diameter circuli in rotatione molæ descripti à puncto inter centrum & peripheriam intermedio) & si, ut in secundo casu, interjectus fuerit Axis perpendicularis, prætereà in compositionem venit Ratio diametri curriculi ad diametrum rotæ denticulatæ in eodem Axe perpendiculari. Ex quibus apparet præstare rotæ interioris diametrum minorem esse diametro rotæ exterioris, ut aquæ hanc impellentis momenta validiora sint: sed & cavendum, ne illa

illa ita minor statuatur, ut ejus dentium numerus vix excedat numerum virgularum curriculi molæ adhærentis; hæc enim nimis tardè moveretur; & si intermedius fuerit Axis perpendicularis, positâ hac dentium æqualitate & virgularum curriculi, unica rotæ exterioris conversio semel tantùm convolveret rotam denticulatam horizonti parallelam, atque idcirco eodem tempore mola toties solùm converteretur, quoties numerus virgularum ejus curriculi contineretur in numero dentium rotæ denticulatæ infixæ Axi perpendiculari.

Ut autem convolutionem molæ numerum augeas, cave ne movendi difficultas pariter plus justo augeatur, si nimirum in axe perpendiculari diameter curriculi sit immodicè minor diametro rotæ denticulatæ in eodem axe: potentia si quidem curriculo applicata multo tardiùs moveretur, quàm pondus extremis rotæ dentibus applicatum, ac proinde movendi difficultas augeretur. Quare omnia prudenter administranda, ut neque potentiæ moventis vires frustra conterantur, neque mola tardiùs aut velociùs, quàm par sit, moveatur.

Quod si non placuerit, aut loci dispositio non tulerit, axem illum intermedium statui perpendicularem, sed horizonti parallelus commodior accidat, tunc rotæ interioris eundem cum exteriore rotâ axem habentis dentes non plano infixi, sed in extremo ambitu defixi requiruntur, ut superioris axis curriculum (sive majorem, sive minorem, prout opus fuerit) convertant, & cum eo rotam non in ambitu, sed in plano, denticulatam, à qua molæ curriculus convolvatur. Neque aliter, ac priùs, momentorum Ratio componitur, ex Rationibus videlicet tympanorum, quæ communem Axem habent, ut satis constat ex dictis.

Hinc quoniam potentia movens est aqua, observamus non omnino eandem esse formam rotæ aquam excipientis; quæ enim in profluente collocantur rotæ, nimis incommodæ essent, si valdè amplam diametrum haberent; aut modico aquæ labentis impetu pellerentur, si palmulis exiguis instruerentur: propterea rotæ hujusmodi mediocrem quidem habent diametrum,

trum, sed valdè notabilem axis partem occupant palmulis adeò juxtà axis longitudinem expansis, ut à multâ aquâ in illas incurrente validiore impulsu circumagantur. Sic in Pado communiter Rotæ hujus longitudo est cubitorum 10, diameter tota cubitorum 6; interior rota diametrum habet cubit. 5 $\frac{1}{2}$, dentes 108 plano infixos, & molæ curriculus in fusos 9 distinguitur; lapis autem molaris in crassitudine numerat uncias 6 aut 7, in diametro cubitos 2 $\frac{1}{2}$. Quia verò aquæ ex alto cadentis motus major est quàm profluentis, propterea rotarum diameter amplior statui potest, si opus fuerit, & palmularum latitudo valde mediocris sufficit, quippe inclusa canali, per quem aqua decidens labitur: modica scilicet aqua per planum magis elevatum prolapsa majora habet momenta, quàm per planum ferè horizontale: & præterea rota amplioris diametri faciliùs volvitur etiam à minore aquâ, nam ad interiorem rotam, cæteris paribus, habet majorem Rationem. Porrò palmulæ communiter quidem planæ sunt, aut non nisi modicè sinuatæ, ita ut aqua hinc atque hinc diffluat; aliquando tamen limbo ex utraque parte concluduntur, & quasi vascula aquam aliquandiu continent, ut ipsius aquæ inclusæ gravitas conversionem juvet deorsum urgendo. Adde in ipso canali inclinato majores esse vires aquæ in parte inferiore, quàm in superiore propè initium casûs; quia videlicet aqua naturaliter descendens motum habet acceleratum, & ex antecedente descensu acquisivit impetum.

Hactenus Molendina, quæ aquarum vi aguntur consideravimus, nihil addentes de iis, quæ ab hominibus, aut ab animalibus volvuntur, nihil enim hæc habent peculiare præterquàm quod axis primæ rotæ, quæ cæteris consequentibus membris motum conciliat, est horizonti perpendicularis, quia potentia faciliùs in plano horizontali movetur, quàm in tympano Verticali, quod calcaretur, & loco exterioris rotæ ab aquâ propulsæ vectis axi infigitur, quem aut jumenta trahunt, aut homines urgent.

Aliquid tamen innuendum de Molendinis, quæ vento aguntur, sive ad comminuendas fruges, sive etiam ad agitandas

tandas antlias, quibus aquæ depreſſioribus campis inſidentes exhauriuntur. Quod enim attinet ad interius artificium rotarum & curriculorum, ſimillimum eſt iis, quæ in noſtratibus molendinis aquâ urgente commotis reperiuntur, niſi quod in illis, ut pote à ſubjectâ planitie remotis (locus ſiquidem amplo ventilabro opportunus tribuendus eſt, & captandus ventus) per ſcalas aſcenditur, & in ſuperiorem locum comportandæ ſunt fruges, quas commolere oportet, atque farina inde transferenda: quo labore levari poteſt molitor, ſi operâ eâdem, qua ventus axem primarium cum rotis verſat, ſaccos tritico aut farinâ plenos attollat, aut deponat, fune ductario circa ipſum Axem convoluto, aut evoluto. Illud potiſſimum in hoc molendinorum genere attendendum eſt, quod ad ipſa flabella, quibus ventus excipitur, ſpectat; neque enim quemadmodum juxta aquæ curſum rotæ planum dirigitur, etiam ventilabrum flabella habet ita diſpoſita, ut venti ductum ſequantur: ſed ſuperior domunculæ pars, qua Axis cum rotâ denticulatâ continetur, uſque adeò convertitur, ut ventilabrum flanti vento adverſum ſtatuatur.

Sunt autem flabella quaſi quatuor ſcalæ in primarij Axis extremitate conjunctæ, quibus obducitur ſingulis linteum, ut vento reſiſtat; qui ſi juſto validior fuerit, lintei pars complicata aliquem vento exitum præbet. Non tamen flabella hæc ita ex æquo collocantur, ut in uno eodémque plano Verticali conſtituantur, ſed ſingulorum flabellorum planum modicè obliquum ſtatuitur latere altero ſe paulatim ſubducente à vento. Ex quo fit ventum inter quatuor flabellorum intervalla intercurrentem repellere in latus, & quaſi cubito percutere ipſa flabella, atque adeò Axem converti juxta flabellorum inclinationem. Nam ſi nulla eſſet flabellorum obliquitas, & omnia quaſi unicum planum efficerent, in quod Axis eſſet perpendicularis, incertum eſſet, quam in partem fieret converſio. Quod ad latitudinem aut longitudinem hujuſmodi flabellorum obliquè poſitorum attinet, non dubitatur, quin eorum latitudo maximè juvet motum; quia eâdem obliquitate poſitâ, major aëris pars incurrit in

amplius quàm in ſtrictius linteum; & in vehementiori vento, ne nimia ſit machinæ velocitas, experimur aliquando non niſi dimidium velum expandi. An verò fuerit operæ pretium horum longitudinem augere, incertum eſt: quamvis enim potentia magis à centro motûs diſtans plus habeat momenti, tamen quia longiorum flabellorum extremitates valde inter ſe diſtarent, ventus ampliora ſpatia nactus minus haberet virium; ſicut & aqua fluens, velociùs atque majore conatu per anguſtias, quàm per patentem alveum currit. Propterea in hujuſmodi flabellis non auderem omnino definire, quo loco potentiæ moventis vires ſtatuendæ ſint quaſi in centro virtutis; nam prope Axem, cui infixa ſunt, modica eſt diſtantia, & ventus quaſi eorum objectu compreſſus velociùs ſpirat, procul autem ab Axe in majore intervallo faciliùs elabens minùs incitat curſum. Cum verò non ſit temerè ſtatuendum venti compreſſionem omnino reſpondere mutuis flabellorum diſtantiis, quæ in eâdem Ratione ſunt ac diſtantiæ ab Axe; neque facilè aſſeri poteſt eâdem Ratione decreſcere vim venti ex compreſſione, qua ejuſdem momenta creſcunt ex diſtantiâ ab Axe: Ex quo fieret momenta compoſita ex diſtantia ab Axe, & ex vi compreſſionis, eſſe per totam flabelli longitudinem æqualiter diffuſa, ac proinde in mediâ longitudine eſſe Centrum virtutis moventis. Omnibus tamen ritè perpenſis, exiſtimarem centrum hoc virtutis, cui applicata potentia intelligitur, haud procul abeſſe à mediâ flbelli longitudine: Niſi fortè flabella ipſa talia eſſent, ut eorum latitudo ab Axe recedens augeretur; ſic enim diminutâ in extremitatibus flabellorum diſtantiâ, etiam venti compreſſio augeretur.

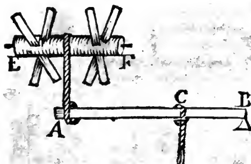
Quod ſi occurrendum putares incommodo, quod ſubire neceſſe eſt ædiculam polo innixam ita convertendo, ut flabella adverſum ventum excipiant, haud abs re eſſe ducerem, ſi quis in ſupremo domûs faſtigio, loco patente & ventis omnibus expoſito, craſſum ſatíſque validum axem horizonti perpendicularem ſtatueret, quem rota denticulata horizonti parallela complecteretur, ex cujus converſione demum

mum mola circumageretur. At flabellorum latitudo juxta Axis longitudinem in ejuſdem ſupremo capite extra tectum collocanda eſſet, ut incurrentis venti impulſum exciperent, perindè atque fluentis aquæ impetum recipiunt palmulæ rotarum. Sed quoniam plana flabella parùm apta videntur ad converſionem continuandam, quia, quæ ſunt à diametro oppoſita, demùm venti viribus exponerentur æqualiter, nec dexterum potiùs quàm ſiniſtrum impellendum eſſet, adeóque ceſſaret converſio; propterea flabella conſtruenda eſſent modicè incurva; hac enim ratione fieret, ut oppoſita inæqualiter urgerentur, & dextri quidem convexam, ſiniſtri verò cavam faciem ventus impeteret inæqualibus viribus, illud ſcilicet quaſi ſe ſubducit vento, nec admodum ejus impulſui opponitur extremitas juxtà venti directionem inflexa; hoc autem cavo ſinu ventum excipiens totum ejus impulſum recipit. Adde quod venti particula in duo proxima flabella incurrens à convexâ unius facie in cavam proximi faciem reflectitur, & auget impulſionem. Quod ſi placuerit non quatuor, ſed quinque flabella ſtatuere, ne unquam duo ex diametro opponantur, non abnuo. Illud certum eſt hujuſmodi flabellorum tùm longitudinem, tùm latitudinem plurimùm juvare, quo enim ampliora ſunt, plus venti excipiunt, & quò longiora, utpote à motûs centro magis ſejuncta, plus habent momenti. Quomodo autem ſiſtenda ſit machina, explicanda aut complicanda vela, ne præter molitoris voluntatem agitentur flabella, nil refert hìc pluribus diſputare, ubi tantummodo vis movendi conſideratur. Neque ſolùm hujus molendini uſus eſſet in comminuendis tritici aut leguminum granis, ſed etiam in attollendis atque alio derivandis aquis, ut palus exſiccetur, & cæteris hujuſmodi, quæ præſente ſemper corpore movendo, non certo tempori alligantur, quemadmodum, opus molendi, quod non perpetuò exercetur.

CAPUT VIII.

Axis cum Vecte compositus auget Potentiæ momenta.

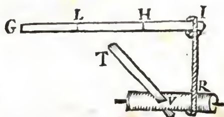
TAnta eſt aliquando ponderis gravitas, ut datæ potentiæ vires illi movendo impares ſint, aut de oblatæ machinæ ſoliditate ac firmitate dubitetur: propterea opportunum accidet Vectem cum Axe in Peritrochio componere.



Primùm dato Vecte A B ſecundi generis, cujus hypomochlium ſit B, & pondus conſtitutum in C, Potentia, quæ in extremitate A applicanda eſt, minor ſit, quàm pro gravitate ponderis, datâ vectis Ratione C B ad A B. Adhibeatur ſuccula E F opportunè collata, ut funis ductarius in A alligatus Vectem attollat: momenta enim potentiæ componuntur ex Rationibus radiorum ſucculæ ad ſemidiametrum Axis, & diſtantiæ A B ad diſtantiam C B in vecte. Hinc ſi Ratio A B ad C B ſit ut 3 ad 1, Ratio autem radiorum ad Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1, unicus homo Succulam vertens momentum habet æquale momentis quatuor hominum in A vecti applicatorum, quorum ſinguli æquiparantur tribus, qui pondus idem ſinè vecte attollere conarentur: atque adeò unicus homo ſucculam convertens æquat vires duodecim hominum ponderi ipſi proximè applicatorum citra quodlibet machinæ ſubſidium.

Deinde

Deinde in vecte primi generis, quando movendo ponderi velocitas aliqua concilianda est, validiore potentiâ opus est, & tamen adjecto Axe infirmæ potentiæ adjumentum comparare in promptu est. Sit enim vectis I G, & hypomochlium in H. Utique potentia in I tanto major requiritur, quanto major esse debet ponderis motus supra motum potentiæ, hoc est in Ratione H G ad H I. Statuatur Axis R S, & funis ductarius Vectem



apprehendat in I. Tum axi infigatur Radius V T; nam pro Ratione longitudinis V T ad Axis semidiametrum ita augeri possunt potentiæ momenta, ut non solùm ponderis gravitati paria sint, sed & illam excedant. Fac enim I H ad H G esse ut 1 ad 4, pondus verò in G esse lib. 200, certè requireretur in I potentia major libris 800, ut suâ virtute gravitati ponderis præstaret: At si Radius V T ad Axis R S semidiametrum sit ut 10 ad 1, jam potentia in T motum habet ad motum ponderis in G ut 10 ad 4: igitur reciprocè potentia in T ad pondus in G esset ut 4 ad 10, ac proinde potentia habens vires attollendi absque machinâ libras 80, applicata in T attollet libras 200. Hæc quæ de attollendo pondere dicta sunt, intellige pariter si in plano horizontali aut inclinato movendum esset; collocato scilicet Axe non parallelo horizonti, sed vel perpendiculari, vel inclinato, pro ut loci opportunitas feret: hìc siquidem sola momentorum incrementa considerantur ex harum duarum Facultatum compositione.

Quid autem opus est monere idem virium compendium haberi posse in Vecte pariter primi generis, quando pondus tardè movendum est? res enim per se clara est, hypomochlio scilicet magis ad extremitatem G accedente, quàm ad extremitatem I, quæ potentiæ locus est, ut si esset in L:

id quod tunc potissimùm usurpari potest, cùm elevatio ponderis ad aliquam non minimam altitudinem requiritur; oportet enim hypomochlium à pondere intervallo notabili abesse, unde & major movendi difficultas oritur, atque idcircò additâ sucϲulâ potentiam juvari necesse est. Succulam verò potiùs adhibendam proponere censui, quippe quæ & parabilior est, & commodior, nec multis impensis construitur: Cæterum nec Ergatam, nec tympana seu Grûes, nec rotas dentatas, si placuerint, excludo.

Ex his satis liquet, quid de Vecte tertij generis dicendum sit, in quo Potentia media inter pondus & hypomochlium collocatur: Succula scilicet in superiore loco statuenda est, ita ut funis ductarius vectem apprehendat, ubi potentiæ locus assignatur: sed quoniam minor est potentiæ, quàm ponderis motus, & augenda sunt potentiæ momenta, ut ponderis gravitati elevandæ par sit, Axi addendus est Radius tantæ longitudinis, ut potentia non jam Vecti, sed Radio applicata velociùs moveatur, quàm pondus.

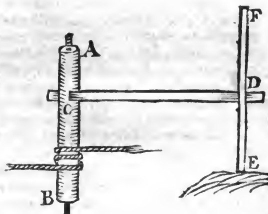
Hactenus Axem in Peritrochio additum Vecti consideravimus, quatenus Vectem solitarium infirmior potentia movere nequit: Nunc Vectem addere opportet Axi in Peritrochio, ut hujus usus illo addito facilior accidat. Machinulam secum deferunt communiter aurigæ in Germania, qua rotam currûs, si fortè limo profundiùs infixa inhæserit, sublevant, ac proinde rectè *Pancratium aurigarum* dici potest. Lamina est chalybea denticulata, cui rotula pariter dentata congruit, cujusmodi initio capitis 6. descripsimus: parvula tamen est rotula illa, sed centrum habens commune cum rotâ majore similiter dentatâ, ex cujus conversione minor convolvitur, & laminam sursum propellit. Majoris rotæ dentes apprehendit Axis striatus, cujus motûs principium ducitur à manubrio extra loculamentum ad latus extante. Quare duplex est Ratio, videlicet manubrij ad semidiametrum axis striati, atque diametri rotæ majoris ad diametrum rotulæ minoris concentricæ; ex quibus componitur Ratio motûs Potentiæ manubrium versantis, ad motum ponderis sublevati. Quia autem fieri potest, ut aut de lami-

næ

næ ſoliditate dubitetur, aut ſubjectum rotæ ſolum non admittat congruam machinulæ poſitionem; tunc rotæ elevandæ capiti ſubjiciatur validus fuſtis alterâ extremitate incumbens telluri, alterâ innixus dentatæ laminæ; quæ eò minùs à plauſtri onere gravabitur, quò major erit Ratio totius longitudinis fuſtis ad ejus partem inter rotæ caput, & ſolum, cui innititur, interjectam.

Hinc ſi Ratio vectis ſit ut 2 ad 1, machinæ lamina non niſi à ponderis ſemiſſe gravatur; & Potentiæ manubrio Pancratij applicatæ momenta geminantur. Nam ſi manubrij longitudo ad Axis ſtriati ſemidiametrum ſit ut 8 ad 1, rotæ autem majoris diameter ad rotulæ concentricæ diametrum ſit ut 4 ad 1, potentiæ motus ad motum laminæ dentatæ eſt ut 32 ad 1: ſed appoſito vecte, cujus Ratio datur ut 2 ad 1, jam motus potentiæ ad motum ponderis elevati eſt ut 64 ad 1, & potentiæ conatus, qui ſatis eſſet ad attollendas ſine machinâ libras 20, hoc Pancratio unâ cum Vecte attolleret libras 1280.

Similiter ſi Ergatâ A B raptandum eſſet onus, & potentia infirmior eſſet, quam ut in extremitate Radij C D valeret ſuperare oneris reſiſtentiam, adhibe Vectem E F, & extremitate E innitente ſubjecto ſolo, potentia applicetur extremitati F; nam ejus momenta componūtur ex Rationibus C D Radij ad ſemidiametrum Axis A B, & vectis F E ad D E. Poteſt autem poſt aliquantulum motum ſubinde promoveri



extremitas

extremitas E vectis, ut manifestum est. Quod si Ergatâ ipsâ uteremur ad sensim demittendum in plano inclinato onus quoddam ingens, & timeretur, ne vis gravitatis vinceret conatum hominum in D reluctantium, ne præceps delabatur onus; adhibeatur vectis E F, quo sensim dimisso certiùs retinetur onus, & lentiùs descendit.

CAPUT IX.

Multiplex rotarum dentatarum usus innuitur.

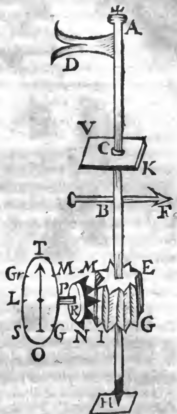
QUanquam ea, quæ ad Mechanicam scientiam spectant circa tympana dentata, satis in superioribus explicata sint, quatenus ex iis subsidium petitur ad virium supplementum, & fontes indicati sint, ex quibus unusquisque variam hujusmodi tympanorum complexionem pro opportunitate excogitare possit; placuit tamen auctarium adjicere multiplicis usûs, etiam aliquando citra momentorum potentiæ moventis incrementum. Illud autem generatim observandum est, ne pluribus membris distinguatur machina, si pauciora sufficiant: fieri siquidem non potest, quin motui mora aliqua inferatur, ubi plurium membrorum multiplex conflictus atque tritus contingit, etiamsi omnia ritè disponantur, & sibi invicem proportione respondeant.

PROPOSITIO I.

Anemoscopium, Ventorum flantium indicem describere.

SI quis in conclavi manens cognoscere cupiat, quo vento impellatur aër externus, & Anemoscopium construendum curet, si hoc quidem in fornice, aut in laqueari describendum sit, nullo opus est artificio; sed satis est intra laminæ V K foramen erecto axi perpendiculari A B, qui nodo

nodo C laminæ insistat facilè versatilis, adjicere flabellum A D supra tecti fastigium loco apto ita eminens, ut directè, citra reflexionum suspicionem, cujuslibet auræ flantis impulsum excipiens, & venti ductum sequens convertatur, atque ejus extremitas D cœli plagam vento oppositam respiciat. In alterâ verò axis extremitate B infra laquearis aut fornicis faciem, in qua ritè juxta horizontis positionem descripti sint ventorum cardines, adnectatur index B F, ea lege, ut ex diametro contrariam flabello A D positionem B F obtineat: hinc enim fiet, ut quoniam ventus ex A in D directus spirat, index F eam horizontis partem, unde flat, respiciat.



Sin autem in plano Verticali (aut etiam inclinato) describendum sit Anemoscopium, sit axis A H cum flabello A D transiens per C foramen, & acutâ cuspide insistens plano H, ut facillimè converti queat, vertebram striatam E G habens in octo æquales strias distinctam, quibus subinde exactè congruere possint rotæ M N dentes octo, in quos ferrea lamina distributa est æqualiter, antequàm in circulum inflecteretur. Ex hujus rotæ centro infixus exeat axis R parietem pervadens, & in extremitate adnexum indicẽ convolvens ad indicandos ventos in interiori, aut exteriori parietis facie descriptos.

Verùm in ventorum descriptione cavendum, ne, quemadmodum in Mappis Geographicis supremus locus Septentrioni, infimus Austro, dexter (qui scilicet est ad dexteram aspicientis) Subsolano, sinister Favonio tribuitur, ita hìc ordinem eundem serves: quia enim vento flabellum impellente si vertebra

ſtriata convertatur ex G in I, rota dentata aſcendit ex N in M, & ſimiliter index convolvitur ex T in L; propterea ſi ventus ab Arcto ſpirans in ſupremâ parte deſcriptus ſit in T, & in infimâ qui à meridie in O, is, qui ab ortu flat, deſcribendus eſt ad ſiniſtram in L, & qui ab Occaſu, ad dexteram in P. Quare manifeſtum eſt, quo ordine reliquos intermedios deſcribere oporteat.

PROPOSITIO II.

Currûs motum metiri.

QUæ Vitruvius lib. 10. cap. 14. ſcripſit methodum innuens, qua Veteres navi aut rhedâ vecti peractum iter dimetiebantur, plurium ingenia excitarunt (quandoquidem non paucis Vitruvij verba obſcuritate admodum laborare videbantur, quam tamen notam illi inurere nō auſim) ad varias rationes excogitandas, quibus hoc idem aſſequi ſe poſſe confidant. Maneat ſua cuique Machinatori laus; neminis inventa improbo, aut aſpernor: Mihi planiſſimá inire viam ſemper placuit, qua putaverim ad id, quod volumus, perveniri poſſe: quapropter nec certam rhedæ formam, nec verſatilem cum affixis rotis axem præſcribo, ſed aliquid vulgaribus rhedis aut curribus commune comminiſci placuit, modò liceat alterius poſteriorum rotarum (quippe anterioribus altiores ſunt) modiolo ad partem interiorem infigere breviorem paxillum, quo rota ipſa, dum convertitur, motum machinulæ currui alligatæ conciliet.

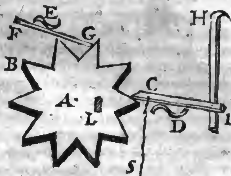
Unum moneo, quod ad Vitruvium ſpectat (in quo nullam reperio obſcuritatem) non arguendum eſſe oſcitantiæ, quòd rotæ diametrum ſtatuerit pedum quaternum & ſextantis, deinde verò totam rotæ verſationem definiat pedibus duodecim; cùm tamen ex Rationibus Cyclicis ſint ut minimum tredecim; atque adeò quadringentæ verſationes perficiant pedes 5200, hoc eſt paſſus geometricos 40 ſupra milliare; ex quo integrâ die, qua milliaria 30 computarentur, error eſſet paſſum 1200, qui milliaribus 30 addendi eſſent. Contra verò ſi rotæ ambitus ſolùm peragat pedes 12; quadringentæ verſationes dant pedes 4800, & pedes 200 deſunt ad milliaris complementum: quare & hìc in milliarium 30 computatione deeſſent paſſus 1200, qui milliaribus 30 demendi eſſent. Ipſe tamen Vitruvius quadringentis verſationibus tribuit ſpatia pedum 5000, hoc eſt integri milliaris.

Non

Non est, inquam, oscitantiæ arguendus Vitruvius, quem ista latere non potuerunt, cùm sint admodum obvia cuique vel leviter Geometricis asperso; sed eo consilio rotæ diametrum supra quatuor pedes sextante auxit, ut quod deteritur ex aliquâ rotæ depressiore in solo, cui impressa vestigia relinquit, hoc augmento aliquâ ex parte restituatur, adeóque tota versatio consistat intra pedes 12 & 13; addere autem certam fractiunculam pedibus 12, temerarium fuisset, illa quippe valdè inconstans & incerta est: satis fuit demum in summâ 400 versationum medium eligere inter 5200, & 4800: neque enim error, qui notabilis esset, obrepere poterat.

Non tamen placet Vitruvianum tympanum, cujus orbita in quadringentos æquales denticulos esset distributa, nimia quippe & incommoda mihi videtur hujusmodi tympani magnitudo: si enim ligneum fuerit tympanum, singulorum dẽtium pedem, quo orbitæ cohærent, vix puto minorem esse posse latitudine digitali, hoc est quatuor granorum hordei, si quidẽ satis validi, & ad perennitatem constructi intelligantur: sin autem ferreum fuerit tympanum, latitudo singulorum saltem æquabit duo grana hordei. Quare orbita tympani in 400 hujusmodi dentes distributa, erit digitorum 400, aut 200, hoc est, palmorum 100, aut 50; ac proinde diameter erit palmorum ferè 32, aut 16. Commodius igitur acciderit minora tympana componere, quàm adeò ingens tympanum construere in tot dentes divisum.

Sit itaque primùm rota denticulata A, cujus denti insistens hastula C I axiculo in I jungatur laminæ H I ita fixæ in H, ut elateris, non tamen admodùm validi, vice fungatur. Tum hastulæ C I subjiciatur elasma D aliquanto validius, quantum satis fuerit ad efficiendum motum, quem statim indicabo. Alia pariter hastula F G cum suo elasmate E ita disponatur, ut denti G occurrens non permittat rotam retroagi ex G versùs B, sed solùm converti posse ex G in C, atque à sin-



gulis dentibus elevata statim vi elasinatis E recidat, seque illis objiciat, ne retrocedant. Additus igitur funiculus C S si trahatur, dentem rotæ convertit hastula C I impellens subjectum elasma D, eademque operâ dens unus transgreditur hastulam F G, quæ vi elasmatis E recidens prohibet, ne in contrarium fieri possit rotæ conversio. Quia verò hastula C I dum trahitur, dentem quoquè secum rapit, & ab eo inclinato demum liberatur, dimisso funiculo, vi elasmatis D sursum validè propellitur, & per obliquum dentis latus excurrens extremitas C, obliquè pariter desinens, repellit in I elaterem H I, donec hastula ipsa dentis apicem transgressa ab elatere H I sese restituente coaptetur lateri superiori dentis. Quo pacto singuli rotæ dentes subinde convertuntur; atquè tandiu hujusmodi convolutio perseverat, quandiu trahitur, & dimittitur funiculus.

Deinde rota altera pariter denticulata paretur, suóque axi infixa ita disponatur priori rotæ parallela (sed citra planorum contactum) ut in ejus dentes incurrat paxillus L in rotæ A plano ad perpendiculum erectus, quo post integram prioris rotæ conversionem dens unus secundæ rotæ promoveatur. Ex quo fiet tot prioris rotæ conversiones requiri ad posteriorem semel convolvendam, quot in posteriore rotâ dentes numerantur. Simili ratione tertia, aut etiam, si opus fuerit, quarta rota denticulata paretur, & ita pariter parallelæ disponantur, ut paxillus secundæ rotæ tertiam, & tertiæ quartam convertat, paxillo videlicet dentium intervalla subeunte post integram suæ rotæ conversionem.

Hinc ut innotescat, quoties trahendus, atque dimittendus sit funiculus, ut rotæ convertantur, attendendus est in singulis rotis dentium numerus: tùm numerus primæ per numerum secundæ ducendus; & qui producitur indicans numerum tractionum funiculi, ut secunda rota semel convertatur, per numerum dentium tertiæ rotæ est multiplicandus, ut sciamus, quot funiculi tractionibus tertia rota gyrum integrum perficiat. Quòd si hæc postrema non fuerit, sed & quarta rota adjiciatur, productus ex secundâ illâ multiplicatione numerus per numerum dentium quartæ hujus rotæ multiplicabitur: ac demum innotescet, quoties funiculum trahere oporteat, ut quarta hæc rota totam circuli peripheriam percurrat.

Quod si paxillis, de quibus dictum est, uti non placuerit, sed potiùs

tiùs libeat ſingulis rotis craſſiuſculos axes inſerere,ex quibus dẽs unus promineat,qui poſt integram ſuæ rotæ converſionem dentibus ſequentis rotæ implicetur ; omnino licebit,& fortaſſe ſuo commodo non carebit. Illud in rotarum collocatione intra ſuum loculamentũ eſt diligenter animadvertendum, quod prioris rotæ paxillus (aut axis dens) non niſi poſt integram ſuæ rotæ converſionem incurrat in dentes poſterioris ; alioquin in errorem non ſanè levem inducere nos poſſet index, qui extremitati axis adnexus in exteriore loculamenti facie indicat ſingularum rotarum convolutiones.

Affigatur itaque poſteriori rhedæ parti opportuno loco regula circa axem verſatilis, cujus ſuperior extremitas conjunctum habeat funiculi C S trahendi caput S, inferior autẽ extremitas occurrat paxillo,quem ab initio rotæ modiolo ad partem interiorẽ infixiſti : ſic enim fiet, ut paxillo regulam impellente funiculus trahatur,atque ad ſingulas rotæ currûs converſiones,ſinguli dentes rotulæ A funiculum trahentem ſequantur : ac propterea in loculamẽti facie index cum axe A convolutus indicabit,quoties rota currûs cõverſa fuerit;& abſolutâ integrâ rotæ A converſione index ſequentis ſecundæ rotulæ oſtendet integras convolutiones primæ; atque ita deinceps index tertiæ numerabit convolutiones ſecundæ,& index quartæ convolutiones tertiæ. Hinc ſi rotulæ ſingulæ ſint in dentes decẽ diſtributæ, numero, quem indicat ſecunda rotula,adde unicam cyphram 0, numero tertiæ rotulæ adde duas cyphras 00 , & numero à quarta rotula indicato adde tres cyphras 000 ; ſtatímque manifeſtus fiet numerus converſionum rotæ currûs. Quare ſi poſteriores currûs rotæ habeãt diametrum quinque pedum,rotæ ambitus eſt trium paſſuũ Geometricorum (quod eſt ſuper,negligitur,nam ſæpè rota ſolũ molliuſculum penetrans extenuat diametrum) atque adeò,ut ſemel prima rotula cõvertatur,currûs rota decies cõverſa percurrit ſpatium paſſuum 30 ; ut ſecunda unicam converſionẽ perficiat,rota currûs centies volvitur,& conficit paſſus 300;ut tertia gyrum abſolvat,rota currûs millies vertitur,& tria Italica milliaria percurrit. Ideò numerus ab indice quartæ rotulæ ſignificatus,indicans tertiæ rotulæ integras convolutiones, triplicandus eſt, ut peracti itineris menſura Italicis milliaribus definiatur. Ex quo fit quartam rotulam in dentes decem diſtributam ſufficere ad numeran-

da milliaria Italica 30 : quod si plura velis numerare unicâ hujus rotæ conversione, in plures dentes, quàm decem, quartam rotulam distingue : sed non est opus, quia unâ convolutione absolutâ, milliaribus indicatis addi possunt milliaria 30.

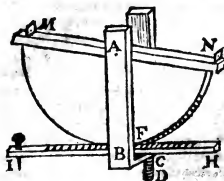
Si ad navis cursum dimetiendum machinulam hanc eandem traducere placeat, adjiciẽda est ad navis latus rota, ex cujus conversione integrâ observatum fuerit, quãtùm navis promoveatur: nam similiter impellendo regulam, qua funiculus trahitur, rotæ conversionũ numerus innotescet, atque adeò etiã itineris spatiũ. Cave tamen, ne in errorẽ incidas, qui facilè obrepere posset; cum enim navis non semper æquè mergatur in aquâ (seu quia illa non est semper æquè onusta, seu quia hæc nõ est semper æquè crassa, aut tenuis) etiam rota inæqualiter mergitur, ac proinde una rotæ hujus conversio non semper æquali itineris spatio respondet.

Nec dissimili ratione pedestria itinera metiri licebit, si parvulam hujusmodi machinulam ita corpori alligaveris, ut funiculi extremitas sub poplite adnectatur: nam ad singulos passus denticulus unus convertetur, & demum passuum numerus innotescet.

PROPOSITIO III.

Objecti procul visi pseudographam speciem deformare.

Contingit aliquando minùs attentos recti specie decipi: propterea hac propositione non inutile fuerit abusum quendã rotæ dentatæ, quæ facilè fucum faciat imperitis, indicare : ne fortè sibi quasi de præclaro invento inaniter gratulentur. Quadrilaterum Prisma A B eligatur, cujus extremitas in tenuiorem cylindrum C D desinat inserendum foramini subjecti plani crassioris, ita ut plano ad perpendiculum insistat prisma, & servatâ positione perpendiculari, facilè converti possit in dexteram, & in sinistram. Tum rotæ dentatæ semissis M F N prismati secundùm



longitudem excavato inseratur, atque circa axem A ductum per prisma

prisma & rotæ dentatæ centrum circumagi possit. In eandem autem prismatis fissuram infra rotæ dentatæ segmentum immittatur regula H I superiùs exasperata in crenas dentibus rotæ tangentis congruentes, adeò ut ex rotæ conversione regula H I adducatur, & reducatur: quæ in I calamum scriptorium, aut lapidem plumbarium habens (aut saltem acutum stylum, quo certa puncta lineis deinde jungenda notari valeant) in subjectâ chartâ lineas describit sequens ductum radij optici per dioptram M N excepti. Quare quot lineas in objecto procul viso percurrit radius opticus, totidem lineæ à stylo I describuntur in chartâ.

Quando igitur magis altum, aut longiùs positum objecti punctum per dioptram aspicitur, dioptræ extremitas oculo proxima deprimitur, atque adeò rotæ dentatæ portio ita convertitur, ut versùs objectum promoveat regulam: contrà verò depressius, aut propius objecti punctum aspiciens, proximam oculo extremitatem dioptræ elevat, & regulam ab objecto removet; cuicumque tandem extremitati M, aut N oculum admoveas: Si enim ex M aspicias, deprimendo M propellis stylum I versùs prisma, hoc est versùs objectum; atque similiter ex N aspiciēs, deprimendo N removes stylum I à prismate, & versùs objectum impellis. At verò ubi transversum objecti latus aspiciendum est, factâ circa cylindrulum C D conversione, plurimum interest, utrùm ex M, an ex N aspicias: Nam si oculus sit in N, & radio optico percurrat objecti latus à sinistrâ in dexteram, etiā stylus I à sinistrâ in dextram movetur unâ cum extremitate M objectum respiciente. Sin autem oculus sit in M, atque stylus I inter oculū & prisma, aut oculus inter stylum & prisma interjectus sit, contrariam positionem habent puncta à stylo descripta, & sinistra migrant in dexteram, atque dextera in sinistram; stylus quippe oculum sequitur, qui motum habet oppositum motui alterius extremitatis N objectum respicientis. Quamobrem expedit oculum dioptræ in N admovere, & in objectū stylū I obvertere, ut dextra dextris, & sinistra sinistris respondeāt, prout sub aspectū cadunt.

Verùm, licèt objecti visi speciem aliquam hoc artificio adumbrare liceat, cavendū tamen, ne ipsi nobis assentātes quasi exactā Ichnographiam, & subtilem, servatis corporis partiū Rationibus, descriptionem nos comparasse existimemus: cuique scilicet rem accuratè perpendenti manifestum est, quandiu semicirculus in

eodem

eodem plano Verticali cõſiſtit,& dioptra elevatur,ſive deprimitur,lineam objecti,quam radius opticus percurrit in plano horizontali,reſpondere differentiæ Tangentium angulorum,quos cũ perpendiculo A B conſtituit radius opticus: At linea, quam ſtylus I deſcribit, reſpondet quidem (ſaltem proximè, & quatenus ſenſu in tantâ parvitate percipi poteſt) differentiæ Tangentium angulorum æquè differentium, quos cum perpendiculo eodem A B conſtituere intelligitur linea à centro A ad ſtylum I ducta. Non tamen fieri poteſt,ut deinde in omnibus poſitionibus mutato Verticali eadem Ratio ſervetur; quia linea à centro A ad ſtylum I ducta, non eſt parallela radio optico, ſed angulum multo minorem conſtituit cum perpendiculo; ac proinde angulorum minorum differentia,etiamſi æqualis differentiæ angulorum majorum, non infert proportionalem differentiã Tangentium. Statuatur ex.gr.differentia angulorum duobus gradibus definita,& in uno Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.88.& 86,minores autem gr.58.& 56:in altero Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.73. & 71, minores verò gr.43, & 41. Quia idem eſt Radius A B, quarum partium 1000 eſt Radius, in primo Verticali differentia majorum Tangentium eſt 14336, & differentia Tangentium minorum eſt 118: in ſecundo Verticali differentiæ Tangentium ſunt 367 majorum, & 63 minorum angulorum: inter hos autem terminos non intercedere proportionem manifeſtum eſt.

Quando verò,factâ circa cylindrum C D converſione,fit tranſitus ab uno plano Verticali ad aliud planum Verticale, linea, quam radius opticus percurrit, & linea, quam ſtylus I deſcribit, ſubtendunt quidem ſimiles arcus, opponuntur enim eidem angulo Verticalium, ſed ſunt in Ratione diſtantiarum objecti viſi, atque ſtyli à cylindrulo tanquam centro motûs. Porrò haſce lineas differentiis illis Tangentium non eſſe analogas perſpicuum eſt. Quapropter deſcriptum ſchema non ſervans objecti Rationes, cenſendum eſt pſeudographum.

Oporteret plano immobili,cui infigitur priſma,adnectere congruis cardinibus aut fibulis,tabellam,quæ ſemper parallela dioptræ cum hac pariter elevaretur & deprimeretur (non tamen cum eâ convolveretur) ut in chartâ tabellæ affixâ ſpecies magis cum objecto conveniens deſcriberetur: Qua autem methodo? ingenioſus lector diſpiciat.

MECHA

MECHANICORUM LIBER SEXTUS.

De Trochlea.



ON ſemper commodum accidit Ergatâ, aut ſucculâ, aut Tympano uti ad pondus aliquod movendum: ut enim ex iis, quæ ſuperiore libro diſputata ſunt, manifeſtum eſt, ſi in altiorem locum evehendum ſit pondus, ibi conſtruere oporteret pegma, cui machina inſiſteret: ſæpè autem id fieri non poſſet ſine magna impenſa, aut citrà incommodum ſive propter loci anguſtias, ſive propter temporis brevitatem pegmati conſtruendo imparem. Hinc alia Facultas excogitata eſt, cui *Throchlea* nomen inditum eſt; quippè quæ communiter ex rotulis circà axem in ſuo loculamento verſatilibus coagmentatur, iiſque circumducitur funis ductarius, quo trahitur pondus trochleæ adnexum. Trochleam autem, ut Vitruvius lib. 10 cap. 2. teſtatur nonnulli *Rechamum* dicunt.

Ex orbiculorum numero nomen ducit machina; nam ſi unicus ſit orbiculus, Trochlea ſimplex, aut Monoſpatos vocatur; ſi duo fuerint orbiculi, Diſpaſtos; ſi tres Triſpaſtos; atque ita deinceps. In hac tamen nomenclaturâ obſervandum eſt, non eodem omnes vocabulo uti: aliqui enim cunctos orbiculos utriuſque loculamenti in unam ſummam referunt, & ex eorum numero vocabulum ſtatuunt; ut ſi alterius loculamenti duo ſint orbiculi, alterius verò unicus, Triſpaſton appellant: Alij tamen nomen indunt ex orbiculis ſingulorum loculamentorum; nam ſi binos orbiculos ſingula contineant, non Tetraſpaſton, ſed Diſpaſton vocant, quia communiter ambo loculamenta æquali orbiculorum numero inſtruuntur, & ex alterius numero reliqui, pariter numerus innoteſcit. Neque omnino abs re alte-

rius tantummodo loculamenti orbiculos numerant, quia hujus facultatis vires potissimùm habentur ex solis orbiculis loculamenti, cui pondus trahendum adnectitur; reliquum scilicet loculamentum cum suis rotulis propterea adjicitur, ut funis ductarius singulos illius orbiculos complecti possit. Ex quo fit, posito inæquali orbiculorum numero, modò Monospaston, modò Dispaston dici, prout pondus adnectitur loculamento unum, aut duos orbiculos habenti. Cæterùm in vocabulis non est hærendum: Ego Trochleam voco loculamentum unum cum suis orbiculis; & quando opus est duplici loculamento uti, duplicem Throchleam dico, atque orbiculos numero, ne ullus subesse possit æquivocationi locus.

Quantum autem Facultas hæc sit Axe, aut Vecte utilior, hinc saltem constat, quod etiamsi plures potentiæ diversis funis ductarij partibus applicentur, æqualia tamen obtinent momenta; id quod non contingit pluribus eundem Succulæ Radium, aut eumdem Vectem urgentibus; neque enim æqualibus à motûs centro intervallis absunt.

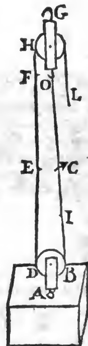
CAPUT I.

Trochlearum forma, & vires exponuntur.

ALiquando simplicem orbiculum, cujus excavatæ orbitæ funis ductarius insistit, adhibemus, ut onera sursum attollamus: & quidem communiter in superiore loco firmatur loculamentum cum orbiculo versatili, & alteram funis extremitatem apprehendit Potentia, alteri adnectitur pondus sublevandum, quod ascendendo spatium percurrit æquale spatio, per quod Potentia descendendo movetur. Id quod eatenus excogitatum est, quatenus brachia deprimentibus in ponderis elevatione insita brachiorum gravitas vires addit, & minore lacertorum contentione opus est, quàm si pondus ipsum sursum traheremus brachia elevantes. Factus est autem orbiculus circa suum axem versatilis, ut vitetur difficultas, quæ cæteroqui consequeretur mutuum tritum funis cum subjecto corpore, cui insisteret, si illud non versaretur. Quantus enim sit hujusmodi funis cum subjecto corpore (si illud non convolvatur) conflictus, manifestũ est

est in puteis, quibus ad hauriendam aquam non est girgillus, hoc est, orbiculus versatilis, adjectus, sed funis transverso fusti cylindrico, verùm immobili, insistit; excavatur siquidem cylinder ille diuturno, & frequenti tritu funium. Cæterum si non ad perpendiculum attollendum sit pondus, sed in plano horizontali, aut inclinato (non tamen lubrico) raptandum, vix, aut ne vix quidem, ullum compendium consequeris, si funem per orbiculum transeuntem trahas in plagam oppositam plagæ, versùs quam pondus dirigitur, ac si pondus idem arrepto fune ad te directè rapias: eadem quippe est brachiorum contentio, quorum insita gravitas non juvat potentiam, nisi quando hæc deorsum tendit. Adhiberi tamen hujusmodi orbiculus in planitie poterit, si commodiùs Potentia consistat in loco, ubi jacet pondus, quàm ibi, quò illud adducendum est.

Quamquam verò orbiculus stabili loculamento infixus non sit aptus ad augendas Potentiæ vires, prout ad Machinæ rationem pertinet; si tamen loculamentum ipsum adnectatur ponderi, quod cum illo moveatur, geminantur Potentiæ momenta, non enim æqualis est Potentiæ & Ponderis motus, sed illa duplo velociùs movetur. Sit pondus attollendum sivè raptandum A, cui adnectatur loculamentum orbiculi B; funis autem ductarius firmetur in C, & funis extremitatem reliquam apprehendat Potentia in D: utique Potentia ut adducat orbiculum usque in C, tantumdem progredi debet ultra C, quantum orbiculus B distat à puncto C; oportet siquidem totum funem DBC explicari. Igitur potentia ex D venit primùm in E, deinde in F: est autem distantia DE æqualis intervallo BC; sed tunc, cùm illa est in E, orbiculus solùm est in I, & demum hic est in C, quando potentia est in F. Motus itaque potentiæ DF est duplus motus orbiculi BC. Porrò cum orbiculo pariter trahitur pondus A adnexum; igitur



duplo velocior eſt potentiæ motus præ motu ponderis. Quare potentia valens trahere motu ſibi æquali pondus aliquod ſine orbiculo, hoc addito valebit trahere pondus duplo majore gravitate præditum.

Ex quibus manifeſtum eſt, quantum interſit, utrùm extremitati funis adnectatur pondus, & orbiculi loculamentum ſtabile ſit, an verò, funis extremitate manente atque immotâ, ponderi adnectatur loculamentum, quod cum ipſo pondere moveatur, immò veriùs, cujus motum conſequatur motus ponderis: nam in ſecundo hoc caſu potentiæ motus duplus eſt ad motum ponderis; in primâ autem poſitione motus utriuſque ſunt planè æquales.

Hinc ulteriùs conſtat, quando duæ Trochleæ ſimplici orbiculo inſtructæ adhibentur, ita ut altera fixa maneat, altera cum pondere moveatur, nihil addi momenti Potentiæ ſi funis extremitas alligetur trochleæ ſtabili, aut loco alicui extra trochleas. Nam ſi in G poſita ſit Trochlea manens immota H, & altera funis extremitas illi jungatur in O, ſeu extra illam clavo, aut paxillo in C, Potentia in L applicata æqualiter movetur cum puncto D: at punctum D movetur duplo velocius, quàm Trochlea B; igitur Potentia L movetur ſolum duplo velociùs quàm pondus, perinde atque ſi non fuiſſet addita trochlea H. Eatenus igitur additur Trochlea H, quatenus Potentiam & Pondus in oppoſitas plagas moveri oportet, aut potentia deorſum conari debet, ut pondus aſcendat.

Sin autem extremitas funis alligetur Trochleæ mobili, cui pariter adnectitur pondus, & primùm funis ab unco trochleæ mobilis deducatur ad orbiculum trochleæ immotæ, deinde ad orbiculum ejuſdem Trochleæ mobilis, jam Potentia triplo velociùs movetur quàm Pondus; quia videlicet etiam ipſa funis extremitas movetur trahentem ſequens unâ cum pondere. Concipe enim pondus A ſejunctum à Trochleâ B, quæ ita firmetur, ut immota maneat, pondus verò intelligatur tranſlatum in G, atque Trochlea H jam ſit mobilis: utique Potentia funem in L arreptum trahens in motu progreditur ultra B, quanta eſt longitudo funis explicati O B D H, quæ longitudo dupla eſt intervalli O B:
igitur

igitur potentia L accedens ad B semel percurrit intervallum O B, & prætereà adhuc duplum spatium ultrà B, dum punctum O venit ad B simul cum pondere adnexo in G: triplo igitur velociùs movetur Potentia quàm Pondus.

Simili omnino ratione ac de Trochleis simplicibus philosophamur, etiam ratiocinari oportet in Trochleis plures orbiculos habentibus; si enim singulæ duos habeant orbiculos, attendendum est, an funis extremitas adnectatur Trochleæ immotæ, an verò mobili: si immotæ, potentia movetur quadruplo velociùs quàm pondus; sin autem mobili, movetur quintuplo velociùs. Generatim igitur numera orbiculos trochleæ mobilis, cui scilicet jungitur pondus, & pro singulis orbiculis duplica potentiæ momenta. Hinc si tres fuerint orbiculi, momentum Potentiæ est sextuplum; si quatuor, octuplum; & sic deinceps. At si eidem Trochleæ mobili adnectatur extremitas funis, adhuc adde unitatem, & momentum erit septuplum, aut noncuplum. Funis siquidem uni trochleæ alligatus primùm insistit orbiculo primo reliquæ trochleæ; inde flectitur ad orbiculum primum trochleæ, cui adnectitur: postmodum ad secundum orbiculum alterius trochleæ transit, & rediens ad priorem trochleam insistit orbiculo ejus secundo; atque ita deinceps, alterno ex trochleâ in trochleam excursu, donec orbiculis omnibus insistat. Quod si duabus Trochleis non insit æqualis orbiculorum numerus, sed altera alteram unitate superet, necesse est funem alligari trochleæ pauciorum orbiculorum. Quare attendendus pariter est numerus orbiculorum trochleæ mobilis, quæ si pauciores habeat orbiculos, utique illi adnectitur extremitas funis; atque adeò duplicato ejus orbiculorum numero addenda est unitas: ut, si duos habeat orbiculos, motus Potentiæ est quintuplus motus Ponderis. At si trochlea mobilis plures habeat orbiculos quàm trochlea immota, duplicandus solùm est illorum numerus, ut habeatur denominatio momenti; ut, si tres fuerint orbiculi, motus potentiæ ad ponderis motum est sextuplus.

In hujusmodi Trochleis plures rotulas habentibus observandum est interiores rotulas minores statui, exteriores verò

DDdd 3

majores : nam A & C minores sunt, B & D majores, ne funium ductus se invicem intercipiant, ac motum mutuo tritu retardent, nisi etiam sese vicissim atterentes funes disrumpantur. Quare probare non possum Trochleas, quæ plures orbiculos parallelos uni & eidem axi infixos intra congruum loculamentum habent; quamvis enim Trochleis hujusmodi valde inter se distantibus non adeò appareat incommodum funium sese perfricantium, ubi tamen illæ propiores factæ fuerint, hoc manifestò apparet: præterquam quod funis obliquè insistens extremæ ipsarum rotularum orbitæ, quam contingit, non adeò facilè movetur, ac si illis exactè congrueret, ut fit, quando singulæ rotulæ suos habent axes.



Et quidem quod ad axes rotularum spectat, quamvis nec admodum longi sint, & rotula suo loculamento proximè adhæreat, atque adeò non sint facilè obnoxij fractionis periculo, cavendum tamen est, ne nimis exiles sint, aut ex materia non satis solidâ; ne fortè ponderis attollendi gravitas illos labefactet. Verum quidem est non esse necesse singulos axes statuere sustinendo oneri pares; cum enim plures sint, adversus singulos minor conatus ponderis exercetur. Si verò illi exquisitè læves atque politi fuerint, faciliorem fore rotularum iis infixarum revolutionem apertiùs constat, quàm ut moneri artificem oporteat.

Præctereà rotularum facies optimè lævigatas velim, & loculamentum ipsum non placet ita amplum, ut maximam rotularum partem includat: satis est, si ità firmum ac solidum sit, ut axes contineat, & in extremitatibus validos uncos habeat, quibus & funis, & onus alligari queant: Quò scilicet minorem rotularum partem tangit, minus cum illis confligit, adeóque facilior est motus: neque enim leviora hæc compendia omninò contemnenda sunt.

Demum funis ductarij crassitudo statuenda est, quæ retinendo

nendo ponderi respondeat: sed quia plures sunt funis à trochleâ in trochleam ductus, ideò quasi plures funes reputantur, inter quos quodammodo distribuitur sustentatio ponderis, perinde ferè, atque si ex pluribus illis ductibus funis unicus componeretur. Hinc si pondus fuerit adnexum trochleæ I, sustinetur à quatuor funibus; sin autem trochlea I in superiore loco firmata fuerit, & pondus trochleæ H alligatum dependeat, sustinetur à quinque funibus, nam etiam Potentia in O sustinet fune R O. Ex funis autem crassitudine definitur rotularum altitudo, ut nimirum orbitæ excavatæ insistere possit funis, quin interiorem loculamenti faciem contingat, ne perpetuo affrictu atteratur cum disruptionis periculo, & non levi celeritatis detrimento, auctâ trahendi difficultate. Porrò cùm excavatam dico rotularum orbitam, nolim intelligas quasi crenam perimetro profundiùs incisam; sed satius fuerit orbitam ipsam esse modicè sinuatam; hoc enim pacto facilius excurrit funis, etiamsi paulò crassior aliquando adhibendus sit, qui cæteroqui inter crenæ incisæ labra depressus non sine labore ex illis angustiis eximeretur in rotulæ conversione.

Cum itaque ea sit Trochlearum dispositio, ut pondus tardiùs moveatur, potentia velocius (si videlicet alteri Trochlearum non Potentia, sed Pondus adnectatur, alioquin si loca permutarent, res contrario prorsùs modo se haberet) manifestum est resistentiam ponderis minui ex tarditate; poterit igitur augeri ex gravitate: sæpiùs quippe dictum est adæquatum resistentiæ momentum componi ex insita gravitate, & ex dispositione ad motûs velocitatem, aut tarditatem. Potentia igitur valens superare resistentiam ponderis alicujus certæ gravitatis, si cum illa æqualiter movendum sit, poterit eodem impetu, atque conatu superare resistentiam majoris ponderis, si ex collocatione, quatenus cum Potentiâ connectitur, ita minus velociter moveatur, ut quæ Ratio est æqualis illius velocitatis ad minorem velocitatem, eadem sit Ratio majoris ponderis ad pondus illud æquè velox cum potentiâ; est enim omnino par resistentia; quia quantum addit major velocitas minori ponderi, tantumdem addit majus pondus minori velocitati.

Quamvis autem ponderis motus non sit æquè velox ac motus potentiæ, tamen ponderis motus entitativè acceptus æqualis est motui

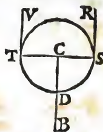
motui potentiæ, ac proindè mirum non eſt, ſi potentia eadem impetu eodem æqualem motum producat, atque efficiat. Pone enim in O gravitatem paulò majorem libris 100; utique ſi in S ſtatuerentur libræ 100 gravitas O prævaleret, & gravitatem S elevaret: igitur illa eadem gravitas O elevabit libras 400 in I adnexas Trochleæ, nam I movetur quadruplo tardiùs quam O, ex dictis, S autem movetur æqualiter ac O; ergo ratione motûs tardioris quadruplo minùs reſiſtit pondus lib. 400 in I, licet ratione gravitatis quadruplo magis reſiſtat. Si itaque libræ 100 in S intra certum tempus percurrant unà cum Potentia O ſpatij pedes 40, eodem tempore ſingulæ libræ 100 gravitatis in I adnexæ percurrunt pedes 10: at ſunt libræ 400; igitur ſunt quatuor motus pedum 10, & illarum omnium motus eſt pedum 40. Quare potentia O idem planè efficit, ac ſi moveret in S libras 100: id quod præſtare poteſt abſque ulla machina. Et quidem ſi res attentè perpendatur, nec vulgaribus vocabulis notionem minus propriam ſubjiciamus, non eſt dicendum manente eodem conatu, & eadem velocitate Potentiæ augeri per Machinam potentiæ momenta, aut vires, ſemper enim Potentia vincit æqualem reſiſtentiam ſive adhibitâ machinâ, ſive abſque illâ, quamvis non ſemper vincat eandem gravitatem. Quemadmodum in libra nil refert, utrum corpus expendendum habeat majorem gravitatem ſecundum ſpeciem, ſed molem minorem, an verò minorem gravitatem ſpecificam ſub mole majori, modò reciprocè ſit ut gravitas ſpecifica ad ſpecificam gravitatem, ita moles ad molem; eſt ſiquidem par gravitas abſoluta, quæ componitur ex gravitate ſpecificâ & mole. Ita pariter æqualis eſt abſoluta ponderis reſiſtentia, quæ ex gravitate, & velocitate componitur, ſi fuerit inter eas reciproca Ratio.

CAPUT

CAPUT II.

An Trochlea ad Vectem revocanda sit.

UT Machinalis motûs causa meliùs innotescat, neque opus esse Facultates omnes ad Vectem revocare, ut non pauci hactenus conati sunt, & adhuc conantur, hìc potissimùm quæstionem hujusmodi examinare placuit in Trochleâ. Aiunt siquidem in simplici orbiculo, quando ejus centrum immotum manet, & alteram funis extremitatem potentia apprehendit, ex alterâ dependet pondus, Vectem esse primi generis, cujus hypomochlium est in centro orbiculi, potentia & pondus in extremitatibus diametri; quæ cùm à centro æqualibus intervallis absint, vectis ille nil juvat potentiam. Quando verò ponderi adnectitur theca, cui orbiculus includitur, adeóque ejus centrum unà cum pondere movetur, jam pondus respondet orbiculi centro, & extremitatem alteram diametri obtinet potentia trahens funem; quapropter hypomochlium censendum est in opposita diametri extremitate. Quapropter cùm pondus sit inter potentiam, & hypomochlium, vectis est secundi generis: & quia pondus est in vectis medio, potentiæ momentum duplum est momenti ponderis, si positio ipsa spectetur. Sit orbiculus, cujus centrum C, ejusque loculamento adnexum pondus respondeat lineæ CB: funis R S D, T V sit alligatus in R, & Potentia sit in V, quæ funem trahens intelligitur constituta in T, & oppositum diametri punctum S censetur hypomochlium; atque adeò momentum Potentiæ ad momentum Ponderis est ut T S ad C S. Ex quo fit, si reciprocè vis potentiæ ad gravitatem ponderis sit ut C S ad T S, ab hujusmodi potentiâ sustineri pondus, & potentia si augeatur, etiam moveri, orbiculo circà suum centrum revoluto, & versus poten-



tiam attracto. In conversione autem orbiculi, prout aliæ atque aliæ sunt diametri, quas contingunt funis ductus R S, & V T, alios subinde, atque alios vectes esse comminiscuntur.

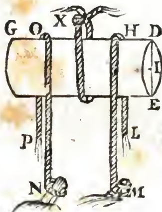
Verùm hujusmodi ratiocinationi nunquam aquiescere potui; mihi enim perspectum est, si orbiculus non fuerit versatilis, sed omnino fixus in suo loculamento, adhuc potentiam V faciliùs attollere pondus, quod in B intelligitur suspensum, quàm illud directè, & immediatè attolleret; & tamen diameter eadem T S semper maneret horizonti parallela (nam C B semper est in perpendiculo) nullumque haberet motum conversionis circà punctum, quod vocant, hypomochlij S, quo referret motum Vectis proprium. Adde orbiculum in suo loculamento fixum perinde esse, atque si annulus ponderi adnectatur, & funis alligatus in R inseratur annulo, atque potentia in V funem trahat; potentia enim duplo velociùs movetur, quàm annulus & pondus: hìc autem in annulo, quem nullatenus convolvi certum est, quomodo Vectis vestigium deprehendes? Illud quidem incommodi in annulo, & in orbiculo non versatili, accideret, quod funis ob suam asperitatem cum orbiculi orbitâ, & cum annulo confligeret; ex quo tritu non levis movendi difficultas oriretur: propterea, ad vitandum hujusmodi incommodum adhibentur orbiculi circa suum axem versatiles; axis enim politus, aut etiam addito unguine lubricus, ferè nullam creat orbiculi rotationi difficultatem, funis verò non atterit ejusdem orbiculi orbitam, quâ revolutâ ille explicatur. Cæterum quod ad Rationem motuum potentiæ & ponderis spectat, eadem est Ratio dupla, sive orbiculus versatilis sit, sive fixus, sive annulus ponderi adnectatur, sive etiam ponderi inseratur funis, ità ut pondus ipsum excurrere queat. Hoc scilicet unicè pendet ex



ipsâ funis inflexione: nam si funis A B ita flectatur, ut ad extremitatem extremitas accedat, & B veniat in C propè A; utique non nisi media pars B E movetur; adeò ut, si annulus inseratur funi in B, & per longitudinem funis, qui complicatur, excurrat, veniat ex B in E interea, dum extremitas B, & potentiam illam adducens, venit in C: quo in motu singulæ funis particulæ inter B & E percurrunt spatium duplum distantiæ singularum à medio, antequam

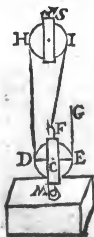
quam complicarentur : & si potentia ex C ulteriùs progrediatur, singulæ funis particulæ inter medium & caput A interceptæ perficiunt spatium duplum distantiæ singularum à capite A, ubi funis religatur.

Jam verò statue ampliorem aliquem, & satis gravem cylindrum D E F G, qui rotatu promovendus sit, aut in plano horizontali, aut in superiorem plani inclinati locum : applicentur autem homines in D & G, & quotquot necessarij fuerint juxta cylindri longitudinem, qui illum impellant. Quæro, an ibi ulla Vectis ratio intercedat, ita ut sit quasi vectis D E, hypomochlium in E, & pondus in puncto I, quod respondet centro gravitatis, atquè adeò in cylindri conversione subinde mutetur vectis, & locus tùm potentiæ, tùm hypomochlij, prout aliis atque aliis perimetri punctis applicatur potentia impellens, quibus ex diametro opponuntur alia atque alia puncta, in quibus à subjecto plano cylinder tangitur. Vix, puto, audebis Vectem ibi agnoscere, ubi demum Potentiam impellentem, & Pondus, quod in centro gravitatis, scilicet in Axe cylindri, constitutum intelligitur, æqualem motus lineam percurrisse deprehenderis, ut manifestum est in hujusmodi rotundorum corporum revolutione, in qua æqualem lineam percurrunt centrum, & punctum in peripheriâ notatum. Igitur duorum funium capita firmiter alliga in M & H; ipsósque funes cylindro subjice, & in superiorem partem reductos ita dispone, ut cylindrum complectantur, atque à duabus potentiis, quæ priùs in D & G impellebant, trahantur capita L & P. Certissimo constat experimento longè faciliùs cylindrum hujusmodi funibus convolvi, quàm impulsione potentiarum illi proximè applicitarum. Si nulla Vectis Ratio agnoscenda est in diametro D E, utique facilitas illa movendi non habetur à vecte, qui nullus est : Sin autem Vectem ibi esse constanter affirmes, igi-



tur perindè eſt ſi Potentia proximè, & immediatè applicetur puncto D, aut H, ad impellendum, atque ſi medio fune M H L applicetur puncto H trahens funis caput L: atqui longè majora momenta habet funem L H trahens, quàm impellens in H; cum igitur utrobique idem Vectis; eadem ſcilicet cylindri diameter, habeatur, ſed non idem momentum, non ex rationibus Vectis, ſed aliundè petenda eſt hæc momenti acceſſio: Quia videlicet fune ſic diſpoſito, potentia duplo velociùs movetur quàm pondus, nullâ habitâ vectis ratione. Finge jam funem laxiorem circumplecti cylindrum, & in nodum colligi in X; utique ſi in X adderetur pondus aliquod raptandum unà cum cylindro promoto; facilius raptaretur cylindro hujuſmodi funibus revoluto, quàm ſi cylindrus impulſione potentiæ proximè applicatæ promoveretur; & tamen major hæc facilitas ex nullo vecte addito oriretur. An non ergo cylindrus trochleæ orbiculum refert, & funis X orbiculi loculamentum, cui pondus adnectitur? manifeſto igitur experimento habetur non ex Vectis rationibus ducendam eſſe majorem movendi facilitatem, quæ ex ſimplici trochleâ habetur, quando illi adnectitur pondus.

Sed præſtat examinare, quæ prætereà dicuntur, quando eidem ſimplici Trochleæ, cui pondus M adnectitur, etiam funis caput alligatur; tunc enim potentiæ momentum triplex eſt, adeò ut ad attollendum pondus M ſufficiat potentia ſubtripla illius potentiæ, quæ abſque machinâ attolleret idem pondus. Sic igitur ratiocinantur apud P. Schott in Magia mechanica Syntagm. 4. cap. 2. prop. 5. Si fuerit Vectis D E, in cujus medio C ſit pondus, fuerit autem quædam potentia in C ſuſtinens, & alia potentia illi æqualis ſuſtinens in E, hypomochlium verò in D, unaquæque potentia eſt ſubtripla ponderis ſuſtentati. Quia enim potentia C diſtat ab hypomochlio D æqualiter ac pondus in C conſtitutum, ſuſtinet pondus æquale ſuis viribus; potentia autem E, quia eſt in duplo majore diſtantiâ quàm Pondus C, ſuſtinet pondus duplum ſuarum virium.



virium. Quoniam ergo Potentiæ ex hypothesi sunt æquales, & totius ponderis duæ partes sustinentur à Potentia E, & una à Potentia C, illa autem est subdupla ponderis à se sustentati, unaquæque est ejusdem totius ponderis subtripla quo ad vires sustentandi. Cum igitur in propositis Trochleis sit potentia F sustinens in medio, & potentia G in alterâ extremitate sustinens, unaquæque est subtripla ponderis M sustinendi, ac propterea Potentia G si sit paulo major quàm subtripla, erit etiam apta ad movendum pondus.

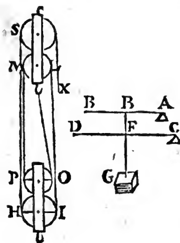
His pariter assentiri nequeo, quæ de ponderis sustentatione dicuntur; nec satis video, an Vecti secundi generis congruant; neque enim solùm Potentiæ in medio atque in altera extremitate applicatæ, verùm etiam hypomochlium ipsum exercet vim sustinendi: ex hoc siquidem quod addatur potentia in medio, ubi est pondus, non tollitur omnino pressio, quâ hypomochlium à pondere urgetur. Quare non tota vis sustentandi dividenda est inter duas illas potentias, sed etiam admittendum est hypomochlij consortium.

Dic autem, quænam est potentia in F retinens pondus? nonne statim ac potentia in G remissiorem conatum adhibet, etiam F cum pondere descendit? ipsa quippe Potentia G dum intentum funem F I retinet, sustinet etiam pondus; atque adeò non duæ sunt potentiæ sustinentes, sed unica. Et quidem, si res sincerè exponatur, pondus sustinetur & à potentiâ G sursum conante, & à clavo S, cui superior trochlea adnectitur, mediis funibus H D, I F retinente, ità ut centrum gravitatis ponderis sit in lineâ Directionis transeunte per ipsum clavum S, si funis G E sit ad perpendiculum, nec in latus retrahat trochleam C: eo autem ipso, quòd Potentia G suo conatu prohibet, ne funis excurrat, retinet pondus ex eodem clavo S suspensum. Quapropter ejusdem potentiæ G est vis illa, quæ & in F, hoc est in C & in E retinet. Quandò verò sursum attollitur pondus, eadem est potentia G, quæ sursum trahit F, cui non minùs applicatur medio fune I F, quàm applicetur ipsi E medio fune G E; neque enim in F est alia potentia sponte sursum ascendens, & secum rapiens pondus.

Sed quid frustrà confugiamus ad vim sustentandi pondus ex trochleis dependens? si pondus fuerit in plano horizontali tra-

hendum, nihil in trochleis reperitur, à quo ſuſtineatur pondus omnino incumbens ſubjecto plano, & tamen potentia G eſt ſubtripla potentiæ, quæ ſine machinâ in eodem plano traheret idem pondus: ratione vectis E D ſolùm eſſe poteſt ſubdupla; in F nulla eſt potentia trahens; unde ergo ratione vectis potentia ad trahendum pondus habet momenti incrementum? Quod ſi dixeris eandem potentiam, quæ in G trahit, etiam trahere in F; igitur conatum non adhibet ſubtriplum, ſed ſubſeſquialterum; nam conatur & in extremitate E, & in vectis medio C, ut tu quidem ais, ita ut utrobique ſit ſubtripla vis movendi: fatendum eſt ergo potentiam trahentem conari ut $\frac{2}{3}$, cum tamen reipſa adhibeat ſolum conatum ut $\frac{1}{3}$.

Conſideremus demum Trochleas pluribus inſtructas orbiculis, & videamus, quid ex Vecte ſperari poſſit. Statuunt Authores cum eodem P. Schott ibid. prop. 7. ſi fuerint duo vectes B A, & D C, ex quorum medio E & F dependeat pondus G, duas potentias æquales in B & D conſtitutas, ſimúlque æqualiter in ſuſtinendo pondere laborantes, ſingulas eſſe ſubquadruplas ponderis. Nam ſi ſola potentia D ſuſtineret, eſſet ponderis ſubdupla, ſcilicet ut F C ad D C; & ſi ſola potentia B ſuſtineret, eſſet ipſa pariter ſubdupla, nimirum ut E A ad B A. Cum igitur ambæ æquales ſint, & æqualiter conentur, unicuique reſpondebit ſubduplum ſubdupli, hoc eſt quarta pars ponderis. Atqui in Trochleis



binos orbiculos habentibus ſunt duo vectes H I, & P O in medio ſuſtinentes pondus, hypomochlia in I & O, atque Potentiæ in H & P. Igitur potentia ſuſtinens eſt ponderis ſubquadrupla, & movens paulò major ſubquadruplâ.

Quæ de duobus Vectibus D C & B A dicuntur, illa quidem

catenus

eatenus admitto, quatenus singulas potentias D & B sustinentes subquadruplas esse ponderis definiunt; nam perinde se habent, atque si utraque potentia in unius, ejusdémque vectis extremitate simul sustinerent, unicámque potentiam, constituerent, quæ subdupla est ponderis: & quia singulæ potentiæ sunt ad totam & integram potentiam subduplæ, singulæ sunt ponderis subquadruplæ. Cæterum ex hoc quod ambæ potentiæ æquales sint, & singulæ solitariæ essent subduplæ arguere, quod unicuique respondeat subduplum subdupli, materialiter quidem verum est, non autem formaliter ex modo argumentandi; alioquin si addatur tertius vectis, servatâ eadem argumentandi formâ, tres essent potentiæ, & unicuique respondebit subduplum subdupli, hoc est octava pars ponderis; id quod est falsum. Neque enim ex hoc quod potentia D sustineat pondus in F, facit illud esse minùs grave, quasi transferatur in E factum gravitatis subduplæ, & potentia B subduplam gravitatem ponderis sustineret subduplo conatu, hoc est subquadruplo ejus, qui requiritur ad sustinendum totum pondus; alioquin addito tertio vecte in illius medium transferretur gravitas subquadrupla ponderis, quæ sustineretur à potentiâ illius subduplâ, ac proinde suboctuplâ totius ponderis; cum tamen in tribus vectibus sic dispositis tres potentiæ sustinentes singulæ sint solum subsextuplæ. Quod si pondus alligetur medio primi vectis in F, tum extremitas D alligetur medio secundi vectis in E, & deinceps extremitas B alligetur medio tertij vectis, optimè concluditur potentiam in F sustinere subduplum subdupli, & potentiam applicatam tertio vecti sustinere subduplum subdupli subdupli, ac proinde illam esse subquadruplam, hanc verò suboctuplam. Sed hæc dispositio nil juvaret ad explicandum Trochlearum momentum.

Verùm in Trochleâ duas illas potentias in H & P non video; nam unica potentia in X medio fune X S H applicatur quidem puncto H, suóque conatu prohibet ne pondus suâ gravitate deorsum trahat ipsam Trochleam: at in P quænam alia Potentia hoc idem efficit? An non eadem Potentia X medio fune X S H I L M P applicatur vecti P O in P? igitur eadem potentia exhibet conatum duarum potentiarum subquadruplarum: igitur Potentia non est subquadrupla, sed solum subdupla;

pla ; quemadmodum si duos simul vectes in D & B idem sustineret, utique tantumdem virium impenderet in utroque simul sustinendo, quantum si unicus esset vectis.

Neque dixeris sustineri pondus à funibus inferiores orbiculos complectentibus : Hoc enim ad propositam quæstionem nihil est, tum quia nulla est sustentatio, si pondus raptandum sit in plano horizontali, & tamen vis Trochleæ exercetur in motu ; tum quia ad pondus retinendum funes vim eandem exercerent, si tam ampla esset unius orbiculi orbita, ut funem utrumque caperet, vel unicus esset funis tam validus, ut utrique illi funi, quibus duo inferiores orbiculi insistunt, æquivaleret; tum quia vero propius est dicere, pondus sustineri à clavo, ex quo superior trochlea pendet, quàm à funibus, quemadmodum ipsa potentia sustinet; non autem vis sustinendi tribuitur funi illi, quem potentia arripit, & quo medio sustinet: Clavus autem in hujusmodi trochleis, quando potentia trahens proximè applicatur trochleæ clavo adnexæ, perinde sustinet totam atque integram ponderis gravitatem, si plures fuerint orbiculi, ac si unicus esset orbiculus; quamquam potentia minùs reluctans in pluribus orbiculis, minore impetu conetur adversùs pondus, ac proinde illa clavum minùs premat : quando verò potentia proximè applicatur trochleæ inferiori, atque sursum trahit, clavus nec urgetur ab impetu potentiæ, quem nullum recipit, nec ipse sustinet totum pondus. Quod si pondus trahatur in plano horizontali, sola potentia est, quæ adversùs clavum suam vim exercet superando resistentiam ponderis, quod nihil agit adversùs clavum, sed suâ gravitate urget subjectum planum.

Ut autem manifestè deprehendas nihil esse Trochleis cum Vecte commercij, duo ligna accipe, cujuscumque tandem figuræ : singulis tria insint foramina, quoad ejus fieri poterit, exquisitè polita, ut minore conflictu funis excurrere possit : deinde funis alterno ab uno in alterum lignum ductu per foramina trajiciatur : Nam si alterum lignorum hujusmodi certo in loco firmetur, alteri adnectatur pondus, tum funis extremitatem arripiens trahas, idem planè præstabis, quod adhibitis orbiculis in communibus Trochleis : & tamen nullum hîc vectis vestigium apparet. Certè in majoribus navigiis malus hinc & hinc

navis

navis lateribus alligatur, ut rectam poſitionem ſervet: quia autem rudentes aliquando remittuntur, ut in majore æſtu, illóſque intendi oportet, propterea duo hujuſmodi ligna in Ellipſim ferè deformata (vel potiùs in ſphæroides Hyperbolium factâ converſione non circa Axem, ſed circa ordinatim Applicatam) alterum navis lateri, alterum rudenti adnectunt nautæ, & funem non adeò craſſum per foramina alterno ductu trajiciunt, quem etiam axungiâ, aut aliâ pinguedine inficiunt, ut faciliùs excurrat. Cum autem remiſſior factus fuerit rudens, funis illius caput ſolvunt, & trahentes cogunt ligna illa fieri propiora, ex quo rudens intenditur exiguo trahentis conatu, ſi animadvertas quàm operoſum & incommodum eſſet alio artificio rudentem remiſſum intendere. Argumentum hoc, quod olim ante annos vigintiquinque in Collegio Romano meis Auditoribus inſinuavi, conatus eſt P. Schott ubi ſupra cap. 3. eludere dicens *ligna illa nullo modo habere rationem trochlearum, quia malus, qui eſt reſiſtitivum, & debet trahi versùs latera navis, eſt appenſus uni extremo illorum mediante fune, & potentia trahens eſt applicata alteri extremo eorumdem, & nihil dependet intermedium. Mirum ergo non eſt, ſi non habeat Vectis rationem.* Verùm, tanti viri pace dixerim, ligna illa ita habent rationem Trochlearum, ut ſi illorum loco communes Trochleas ſubſtituas, idem planè & eodem modo efficias, trochleâ alterâ adnexa navis alteri, alterâ rudenti intendendo: Neque enim malus eſt reſiſtitivum, quod ponderis loco ſuccedit, neque ille ad navis latus trahendus eſt, aut inclinandus, ſed rudentis caput trahendum eſt, ut malo immoto ad navim accedat, adeóque intendatur: Quare rudens ipſe intendendus vicem ſubit ponderis, quatenus intentioni repugnat, & potentia eſt applicata funi per lignorum foramina trajecto, ſicut applicaretur funi ductario trochlearum orbiculos complexo. Quod ſi ligna illa non habent rationem Trochlearum, & tamen trahendi facilitatem præſtant, ad quam Facultatem Mechanicam ſpectant? Non ad Vectem, ut ille quoquè admittit; non ad Axem, neque ad Cuneum, neque ad Cochleam, ut manifeſtum eſt, pertinent: igitur vel novam Facultatem conſtituunt, vel omnino Trochleæ ſunt.

CAPUT III.

An orbiculi magnitudo quicquam conferat.

QUamquam Trochleæ Vires haberi etiam sinè orbiculis superiùs dictum sit, communiter tamen rotulas suis thecis inclusas, & versatiles adhibemus. Quæritur autem, an rotularum hujusmodi magnitudo quicquam conferat ad faciliorem motum: an verò indiscriminatim rotulis sive majoribus, sive minoribus uti possimus, citra virium notabile dispendium. Quæstioni huic locum fecit Aristoteles Mechan. quæst. 9. ubi inquirit, *Cur ea, quæ per majores circulos tolluntur, & trahuntur, faciliùs & citiùs moveri contingit, veluti majoribus trochleis, quam minoribus?* & respondet, *An quoniam quanto major fuerit illa, quæ à centro est, in æquali tempore majus movetur spatium? Quamobrem æquali inexistente onere idem faciet, quemadmodum diximus, & majores libras minoribus exactiores esse; spartum enim in illis centrum est.*

Non desunt, qui negent faciliùs attolli pondus, ex. gr. situlam aquâ plenam è puteo, si funis insistat orbiculo majori, quàm si minorem complectatur, ac propetereà ab Aristotele frustrà quæri causam facilitatis, quæ nulla sit. Si enim diameter orbiculi sumatur ut Vectis primi generis hypomochlium habens in centro, potentia & pondus in diametri extremitatibus æqualiter distant ab hypomochlio, ac proinde sive major sit, sive minor diameter, eadem semper manet Ratio æqualitatis momentorum, quatenus ex positione pendent; adeóque nullum est facilitatis in movendo discrimen. Sin autem nullus agnoscatur Vectis, sed potentiæ motus cum motu ponderis comparetur, hos semper æquales esse manifestum est, sive major, sive minor rotula adhibeatur: atque hinc nullum infert momentorum discrimen magnitudo, aut parvitas rotulæ.

Ego tamen, Aristotelem omnino temerè majorem hanc movendi facilitatem per majores orbiculos assumpsisse, affirmare

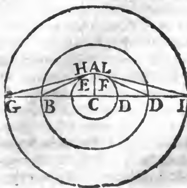
non

non ausim; neque enim carere potuit experimento aliquo, quo id suaderetur. Difficultas potiùs suboriri potest, an veram ille afferat causam majoris hujusce facilitatis: Nam quod innuit de libris majoribus, quæ exquisitiores sunt minoribus, quo pacto intelligendum sit, dictum est lib. 3. cap. 6: illud autem hìc locum non habere manifestum est. Nemo negat in majoribus circulis, quorum major est Radius, ab extremitate Radij majorem arcum describi, quàm à Radio minore, si tempore eodem similem arcum describant; sunt scilicet arcus similes in Ratione Radiorum; sed quando rotulæ inæquales commune centrum non habent, neque Radij omnino simul moventur, quasi minor sit pars majoris, quid prohibet eodem tempore arcus quidem æquales, sed dissimiles, describi? Nam si potentia trahens descendat per spatium palmare, sive rotula major sit, sive minor, pondus ascendit per palmum, & punctum in orbitâ rotulæ tam majoris quàm minoris notatum describit arcum palmarem: hoc autem tantummodo differunt, quod in universo ponderis elevati motu rotula minor sæpiùs convertitur quàm major, & conversionum numeri sunt reciprocè in Ratione Radiorum: sic si Radius minor ad majorem sit ut 4 ad 9, novem conversiones minoris eodem tempore fiunt, ac quatuor conversiones majoris rotulæ, si à Potentiâ æqualiter moveantur. Quare æquali tempore major Radius non movetur per majus spatium; movetur siquidem æqualiter cum potentiâ trahente & pondere ascendente, quemadmodum & minor Radius.

Ut igitur Aristotelis dicto veritatem aliquam conciliemus, quæ tamen experimentis respondeat, illud observandum ëst, quod supetiùs innui, videlicet eo consilio excogitatos esse orbiculos, ut impedimentum ex funis attritu submoveatur, qui sanè tantus esset cum corpore, cui funis insistit, quanta est funis longitudo æqualis motui ponderis, quod trahitur. At in orbiculo versatili solus axis teritur à cavâ foraminis superficie axis superficiei congruente, quæ eò minor est, quò minor est axis diameter diametro ipsius orbiculi: perimetri enim sunt in Ratione diametrorum. Quare si Axis diameter ad orbiculi diametrum sit ex. gr. subquadrupla, conflictus axis cum orbiculo est subquadruplus ejus, qui esset orbitæ orbiculi stabilis cum fune mobili; immò adhuc minor est quàm subquadruplus, funis enim multò

asperior est quàm superficies axis & foraminis sibi congruentes. Quoniam verò axis soliditas definitur ex pondere, quod ab eo sustinendum est, idem esse potest axis cum majore, & cum minore orbiculo. Si ergo eidem axi major orbiculus inseratur, manifestum est minorem fieri attritionem datâ motûs æqualitate. Nam orbiculorum orbitæ ex hypothesi sint in Ratione duplâ, minoris autem orbiculi peripheria ad axis ambitum sit in Ratione quadrupla, jam orbita majoris orbiculi ad ambitum axis est in Ratione octupla: ponamus ambitum axis esse digitorum 4, orbita minor est digitorum 16, orbita major digit. 32: igitur si adhibeatur minor orbiculus, dum potentia & pondus pariter moventur per digitos 16, tritus cum axe est per digitos 4 (pono scilicet axem & foramen se invicem terere in puncto, in quo exercetur sustentatio) adhibito autem majore orbiculo, dum potentia & pondus per digitos 16 moventur, tritus cum axe est solum per digitos 2, semissem ambitûs foraminis. Ubi autem est minus movendi impedimentum, facilior est motus; igitur majore orbiculo faciliùs movetur pondus.

Sed ut rem ipsam penitiùs introspiciamus, animadvertendum est conflictum orbiculi cum Axe non fieri in centro motûs, quod idem est cum centro Axis, sed in ipsius axis superficie: quapropter hinc pondus repugnans, hinc potentia contranitens suas exercent vires in axem non per lineam ad ejus centrum ductam, sed per lineam à punctis potentiæ & ponderis contingentem ejusdem axis superficiem. Sic posito Axe, cujus centrum C, semidiameter ad perpendiculum C A, si in extremitatibus diametri orbiculi D B sit in B potentia, in D pondus, illa suas vires in Axem exercet per lineam contingentem B E, hoc verò per lineam D F. Similiter si potentia sit in G, & pondus in I extremitatibus diametri orbiculi majoris circa eundem Axem, illa vires exercet per contingentem



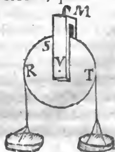
tem G H, hoc per I L. Potentia igitur B trahens, punctum F orbiculi minoris cogit ascendere in A, & potentia G cogit punctum L orbiculi majoris ascendere pariter in A. Porrò punctum L propius esse puncto A, quàm punctum F, est manifestum, quia minor Secans C D & minor Tangens D F comprehendunt arcum S F minorem, quàm sit arcus S L comprehensus à majore Secante C I & majore Tangente I L. Hinc ex Doctrinâ Sinuum constat in Radio C A minorem particulam respondere arcui L A, quàm sit particula respondens æquali arcui incipienti ab F versùs A. Igitur datâ motûs æqualitate, potentiæ scilicet trahentis tantum funem, quantus est arcus L A, minùs resistit ascensui punctum L, quàm punctum F, & citiùs L venit in A per breviorem arcum L A, quàm veniat F per longiorem arcum F A. Potentia itaque in G faciliùs, hoc est minore labore, cæteris paribus movebit pondus in I positum, quàm potentia eadem minori orbiculo in B applicata moveat idem pondus in D.

Neque dixeris ex æquali funis tractione pondus in suâ perpendiculari lineâ Directionis æqualiter ascendere, sive fuerit in D, sive in I, ac propterea nullum inveniri facilitatis discrimen in illo attollendo. Quia adhuc considerandum est pondus, quatenus est applicatū Axi medio orbiculo, in quo axe dum ascendit, ascendit pariter in suâ perpēdiculari lineâ Directionis; & quamvis in hac æqualiter se habeat, non tamen est æqualiter applicatū axi: lineæ autem G H, I L productæ concurrerent in angulum magis obtusum, quàm lineæ B E, D F; quapropter sibi invicem minùs adversantur, quò propiùs accedunt ad rectitudinem.

Verùm facilitas ista non est cum additamento momenti, quod à machinâ efficitur; Machina enim tribuens movendi facilitatem est pariter causa tarditatis motûs; at hìc *faciliùs & citiùs* per majores circulos moveri pondus docet Aristoteles; quatenus videlicet sublatâ impedimenti particulâ, quæ ex tritu oriretur, potentia faciliùs & citiùs movetur, cum qua pariter æquali planè motu etiam pondus movetur, quod tamen per machinam tardiùs moveretur, quàm potentia.

Quod si cylindricam axis superficiem non admittas omninò congruere cavæ superficiei foraminis, jam contactus Axis est solùm ad punctum A utriusque orbiculi tam majoris, quàm mino-

ris,& tunc refert quandam libræ similitudinem, cujus jugum sit aut G I, aut B D, & spartum in loco superiore A. Sed non eadem hìc militat ratio, quæ in libra: nam in brevioribus libræ brachiis, quando pondera sunt inæqualis gravitatis, extremitas brachij descendentis in suo motu deflectens à lineâ rectâ, etiam deflectit à perpendiculo eò magis, quò minor est semidiameter circuli, cujus arcum describit; at in longioribus brachiis majorem arcum describentibus similem minori, minùs deflectit à perpendiculo; ac proinde in descensu pauciora deteruntur gravitatis momenta, cum magis obsecundet naturali gravitatis propensioni, quæ nititur ad perpendiculum. At hìc in orbiculis, si Potentia movens sit gravitas aliqua major pondere attollendo, non cogitur deflectere à perpendiculo, sive major, sive minor fuerit orbiculus. Quapropter non ex Rationibus libræ philosophandum est, sed consideranda est pressio superanda, quæ fit in A, tùm pondere, tùm potentiâ deorsum, ex hypothesi, conantibus; vel si pondus in plano, cui insistit, raptandum sit, pressio fit vi potentiæ trahentis pondus resistens. Avellenda est igitur ab Axe pars orbiculi illum tangens in A: sed posito æquali motu potentiæ tùm in B, tùm in G, minor motus & tardior particulæ A efficitur, si potentia moveat in G, quàm si moveat in B: facilius igitur illa movet præ istâ. Minorem autem & tardiorem esse motum in A, ubi vincenda est vis pressionis, cõstat, quia, ut semel foramen orbiculi minoris percurrat axem in A, totus ille convertendus est; at orbiculi majoris punctum in orbitâ designatum si moveatur æquali motu ac punctum minoris orbitæ, non absolvit integram revolutionem; atque adeò orbiculus major æquale habens foramen cum orbiculo minore, sed multo majorem orbitam, motu æquali non percurrit Axem in A, nisi juxta partem, quæ respondeat revolutioni orbitæ, quam constat non esse integram.



Hinc conjicere licet posse orbiculo construi satis exactam libram. Fiat ex ligno aut ex materiâ metallicâ discus R S T, cujus centrum V, ejusque orbita ad tornum modicè excavetur, ut illi insistere possint funiculi lancium. Tum in V centro fiat foramen exquisitè rotundum atque politum, cui indatur Axis pariter politus & lævis: axis

axis autẽ extremitatibus hinc atque hinc eminentibus alligentur fila, inter quæ interceptus discus possit suspendi. Si gravitas fuerit per universam laminam æquabiliter diffusa, cõsistet discus in quacumque positione; sin autem partes fuerint secundùm gravitatem inæquales, ita sponte convertetur discus, ut pars gravior inferiorem occupatura locum usque eò descendat, dum centrum gravitatis sit in lineâ directionis perpendiculari transeunte per punctum suspensionis, & punctum contactus orbiculi cum axe. Hanc perpendicularem lineam refert, atque designat filum, ex quo suspenditur. Notato igitur diligentissimè puncto S, in quo fila suspendentia tangunt extremam orbitam, ibi est locus apponendæ lingulæ, atque ibi firmandus est uterque funiculus S R & S T. Amotis igitur funiculis, seu filis, ex quibus prius suspendebatur orbiculus, atque adjectâ opportunâ lingulâ, apponatur ansa V M, quæ includet lingulam, si hæc fuerit ritè collocata. Demum pendentibus funiculis adnectantur lances ita, ut æquilibrium constituant, quod à lingula indicabitur. Sic parata erit, ut opinor, exactissima libra, de qua dubitari non possit, an centrum motûs verè respondeat lineæ, in qua est centrum gravitatis: æqualitas brachiorum V R, V T est manifesta propter faciliorem circuli constructionem, quàm brachiorum rectorum æqualitatem æquabili & æquali gravitate præditam: pondera autem si inæqualia lancibus imponantur, semper in eodem perpendiculo consistunt, sive descendant, sive ascendant: lingula verò quia satis longa est, quippe quæ incipit ab V, quamvis additamentum factum sit in S, vel modicissimam inclinationem in alterutram partem indicabit.

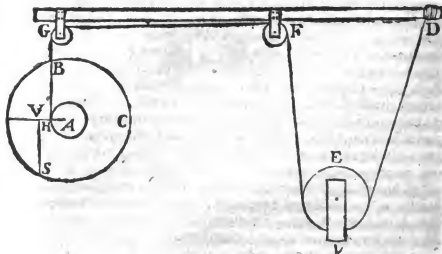
Cum itaque negari non possit in simplici orbiculo aliquam demum movendi facilitatem aquiri, si ille major fuerit, quàm si minor, hoc pariter in Trochleis contingere posse non negarem adhibitis majoribus orbiculis potiùs quàm minoribus. Verùm attendendum est, an sit operæ pretium tam ingentes trochleas movendis ponderibus adhibere; illa enim & majore dispendio construerentur, & essent valde graves, & ægrè transferri possent, si notabili aliquâ magnitudine præditæ essent. Quare nemini author essem, ut rejectis minoribus orbiculis majores quæreret; communiter enim valde mediocribus trochleis utuntur artifices, & satis commodè perficitur motus, si orbiculi

li facilè convolvantur : commodum verò, quod accederet ex aliquatenus diminuto orbiculorum cum suis axibus conflictu, non tantum est, ut majore incommodo parandum sit.

CAPUT IV.

Qua Ratione Trochlearum vires augeantur.

Ex dictis cap. 1. satis notum est Trochlearum vires augeri pro multitudine orbiculorum : sed quoniam non præstat ingentes Trochleas construere, propterea satius est Trochleas cum aliâ quapiam Facultate componere, & potissimum cum Axe in Peritrochio, sive Sucula sit, sive Ergata, sive Tympanum, quorum Axi dum in conversione circumducitur funis ductarius, Trochleæ evadunt propiores, & adducitur pondus.



Ejus rei meminit Lucret. lib. 4 : Multaque per Trochleas & Tympana pondere magno commovet, atque levi sustollit machina nisu. Et quidem superiore loco, uti de Tympano agebatur, indicata est methodus geminandi vires Tympani A B C S,

si

si nimirum trabis exporrectæ extremitati D alligetur funis ductarius, qui primùm transeat per orbiculum E ponderi attollendo adnexum; deinde per orbiculos F & G trabi adhærentes, per quos demum venit ad Axem H, cui circumducendus est. Quia enim potentia in F duplo velociùs movetur quàm E, & Potentia in S premens Tympanum movetur velociùs quam F, in Ratione partis semidiametri tympani ad semidiametrum Axis, hoc est in Ratione A V ad A H, manifestum est geminari momenta tympani solitariè accepti. Quod si tam extremitati D, quàm Ponderi adnecterentur Trochleæ, adhuc major esset vis Tympani aucta per Trochleas, & vicissim major Trochlearum vis aucta per Tympanum. Hinc si essent duæ trochleæ binis orbiculis instructæ, & funis caput inferiori trochleæ adjungeretur, quintuplex fieret tympani momentum, & vicissim trochlearum momentum acciperet incrementum in ratione A H ad A V.

Distinguenda sunt autem onera, quorum alia sunt mediocria (nam minora facilè solis trochleis attolluntur, arreptâ ab hominibus funis ductarij extremitate) alia majora, & ingentia, quæ à Vitruvio, ut aliàs innui, Colossicotera dicuntur. Pro mediocribus ponderibus ad operarum numerum minuendum Trochleis adjungi potest Sucula, cui circumducatur funis ductarius: compositis enim Rationibus Suculæ & Trochlearum, habetur Ratio momenti potentiæ ad Pondus. Si non ad multam altitudinem attollendum sit Pondus, neque proximo parieti trabem infigi expediat, cui Trochlea adjungatur, & ex qua onus dependeat, ex Vetruvij præscripto lib. 10. cap. 2. tigna tria parantur longitudine & soliditate respondentia oneris magnitudini & gravitati; hæc à capite fibulâ aut funibus conjuncta, in imo divaricata eriguntur, quasi in pyramidis triangularis speciem. Quod si timeatur, ne in hanc aut illam partem machina inclinetur, funibus in capitibus collocatis, & circa dispositis in adversas plagas, atque firmatis, erecta retinetur. In summo, ubi tigna coëunt, alligatur Trochlea; & inferiùs, ubi commodè applicari possit Potentia, exteriori duorum tignorum divaricatorum faciei firmiter affiguntur Chelonia, hoc est fulcra quædam rotundum foramen habentia, in quæ conjiciuntur Suculæ capita; ut Axis facilè versetur. Sucu-

la autem proximè capita aut habet infixos Radios, aut saltem bina foramina ita temperata & disposita, ut vectes in ea immitti possint variæ longitudinis pro opportunitate atque necessitate, habitâ ratione loci & ponderis. Altera Trochlea adnectitur ponderi, prout commodius acciderit, & funis ductarij extremitas superiori trochleæ adnectitur, ejusque per Trochlearum orbiculos trajecti caput ad Suculam religatur, cujus conversione attollitur pondus. Machinam hanc aliqui artifices *Capram* vocant.

Ex his, si data fuerit ponderis gravitas, & nota Potentiæ virtus, definies trochlearum orbiculos, aut saltem vectium longitudinem, qui faciliùs parari possunt, & commutari pro re natâ, quàm aliæ trochleæ inveniri. Sint itaque trochleæ binis orbiculis instructæ; harum forma & positio non nisi quadruplum potentiæ motum determinat, si cum motu ponderis comparetur. At potentia universa sint duo homines, singuli valentes attollere libras 25; atque adeò potentia est lib. 50; quæ si proximè applicetur funi ductario trochlearum, poterit solùm attollere gravitatem quadruplam, hoc est lib. 200. Quoniam verò oblatum pondus est ex hypothesi lib. 1000, hoc est quintuplum librarum 200, addenda est trochleis Ratio quintupla Succulæ, cujus Radij aut Vectes sint quintupli semidiametri Axis ejusdem Suculæ. Nam Potentia Vectibus aut Radiis applicata quintuplo velociùs movetur, quàm extremitas funis ductarij Axem complexi; hæc autem quadruplo velociùs quàm pondus; atque idcircò potentia vigecuplo velociùs movetur quàm pondus, poteritque movere pondus vigecuplum librarum 50, hoc est lib. 1000.

Quod si ad insignem aliquam altitudinem evehendum sit pondus, non est opus tria hujusmodi tigna compingere, sed ut sumptibus & labori parcatur, satis est non procul à pondere longiorem trabem, etiam ex pluribus aptè & firmiter conjunctis compositam, erigere, atque funibus in oppositas ventorum plagas dispositis ita ejusdem caput firmare, ut nullam in partem vi suspensi ponderis inclinetur. Verùm quidem est trabem hujusmodi (Antennam aliqui dicunt) non omnino ad perpendiculum erigi, sed modicè inclinatam statui, ut à summo vertice pendens ad perpendiculum sarcina, quæ attollitur,

non incurrat in trabem. Modicè, inquam, inclinata statuitur trabs ista (nisi fortè illa altiùs defodiatur, & circùm fistucatione solidetur, tunc enim poterit magis inclinata statui) quia propter notabilem longitudinem ita potest inclinari, ut linea directionis ab illius centro gravitatis ducta cadat intrà (vel certè non admodum ultrà) basim sustentationis, atque perpendiculum à summo vertice descendens & illi lineæ parallelum tanto absit intervallo, quod satis sit ad elevandum pondus citra periculum collisionis cum trabe: cui periculo occurri non potest in tigno breviore, quo valde inclinato ad vitandum hujusmodi periculum collisionis, linea directionis ab ejus centro gravitatis cadens multo notabiliùs recederet à basi sustentationis: propterea ubi brevioribus trabibus fuerit utendum, tres modo superiùs dicto compinguntur, ut se invicem fulcientes sponte consistant, & pondus non contingant. Capiti igitur erectæ trabis longioris altera trochlea alligatur, altera oneri; sed ad trabis pedem orbiculus unus firmiter adnectitur, per quem funis ductarius juxta trabis longitudinem descendens trajicitur, & ad Ergatæ axem adducitur, ut ex ejus revolutione funis trahatur: orbiculum hunc Græci ἐπαγόντα Latini Artemonem vocant, ex Vitruvio lib. 10 cap. 5. Hic tamen infimus orbiculus cum nihil immutet aut potentiæ velocitatem, aut ponderis tarditatem, nihil addit momenti ipsi potentiæ ad onus attollendum, sed ideò potissimùm adhibetur, ut funis commodiùs Ergatæ circumducatur.

Quare Potentiæ momenta componuntur ex momentis Trochlearum & Ergatæ; quæ si innotescant, & data sit potentiæ virtus movendi, manifestum erit pondus, quod illa Ergatæ applicata movere poterit. Sic si Trochleæ binos habeant orbiculos, qui dant Rationem quadruplum, Vectis autem Ergatæ sit ad ejusdem Axis semidiametrum ut 20 ad 1, Ratio, quæ ex quadruplâ, & vigecuplâ componitur, est octuagecupla; ac proindè potentia extremo Vecti applicata poterit movere pondus octuagecuplum ejus, quod sinè machinâ movere potest.

Hinc si potentia movere valeat libras 50, huic machinæ applicata movebit pondus lib. 4000. Illud autem commodi habet Ergata, quod in illâ convolvendâ uti possumus jumentis extremo vecti applicatis: & experimento didicimus trochleis

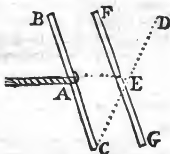
binorum orbiculorum, & Ergatâ attolli à duobus equis pondus librarum non minùs quàm triginta millium. Cum enim sint duo equi, unusquisque movet libras 15000; sed quia Trochleæ dant Rationem quadruplam, accipe librarum 15000 quadrantem 3750, & ope trochearum, si solæ essent & ab Ergatâ sejunctæ, unicuique equo adhibendus esset nisus subquadruplus, videlicet conatus sufficiens ad movēdas absque trochleis libras 3750: quoniam demum Ergatæ Vectis ad semidiametrum axis est ex. gr. decuplus, singuli equi adhibent conatum adhuc subdecuplum, quo scilicet moverent libras 375: est nimirum, ex hypothesi harum trochlearum, & hujus Ergatæ, motus potentiæ ad motum ponderis quadragecuplus; ac proindè potentia adhibet conatum, quo moveret absque machina gravitatem dati ponderis subquadragecuplam.

At verò si pondera attollenda sint omnino ingentia & colossicotera, non satis fuerit trabem erigere, sed ex pluribus trabibus invicem compactis sive funibus, sive ferreis retinaculis, & clavis quasi crassiores columnas erigere, easque transversis aliis trabibus inter se colligare, aut etiam obliquis fulcire oportet, & circa pondus componere validissimum castellum, quod nullam in partem inclinari queat: ut deinde pluribus Trochlearum paribus cum suis Ergatis ritè collocatis machinator tutò aggredi possit opus. Hìc autem multo commodius accidit plures communes Trochleas & Ergatas adhibere, quàm pauciores trochleas plurimorum orbiculorum construere, quæ longissimum funem ductarium exigerent, aut ingentes Ergatas statuere, quarum vectis valde longus non nisi in amplo spatio circumagi posset. Illud Machinatoris solertiæ relinquitur, quod Ergatas singulas atque Trochleas tam aptè disponat, ut sibi invicem impedimento non sint. Quod si, dum moles ipsa elevatur, fulcra subinde opportuno loco subjicias, quibus illa innitatur, multo certiùs, nec sine laboris compendio, rem totam perficies.

Quod demum ad funes attinet, in ponderum ingentium elevatione duplex periculum præcavendum est; alterum, quod plures Trochleæ diversis ponderis partibus applicantur, ne scilicet funes aliquarum Trochlearum vi ponderis plus justo distendantur, & longiores fiant, quàm par sit, ut pondus usque in

in destinatum evehatur locum, & aptè collocetur; una enim parte jam ferè suum in locum deductâ, reliqua pars adhuc distaret, nec potentia trochleis illis applicata sola ad perficiendum motum sufficeret. Alterum est, ne ex motu, & vehementi funium cum orbiculis, aut orbiculorum cum axibus tritu, nimis incalescant, atque ignem concipiant. Sed utrique periculo occurritur, si aquam in promptu habeas, qua funes aut trochleæ madefiant; illa enim non solum incensionis periculum submovet, verùm etiam funes contrahit.

In plano autem horizontali aut inclinato longè facilior est motus, potentia quippe caret labore retinendi onus, quod innititur plano; & quamvis hoc sit inclinatum (non tamen lubricum, neque pondus incumbat scytalis, seu cylindris) ita pondus suâ gravitate premit subjectum planum, ut etiam dimissum non facilè prolabatur: ut tamen in hujusmodi planis faciliùs trahatur, expedit cylindros supponere, aut rotas addere, aut illud trahæ imponere. Hìc pariter ad trahendum juvari potest potentia, si funis ductarij per Trochleas trajecti caput ad Axem Ergatæ, aut Suculæ, aut Tympani referatur; prout majora aut mediocria fuerint pondera. In minoribus autem ponderibus raptandis, etiam simplici Vecte, & quidem expeditissimè, augeri possunt momenta Trochlearum; si nimirum vecti circa medium alligetur caput funis ductarij, & inclinati vectis caput subinde transferatur. Sit enim ductarij funis extremitas A; hæc in A religetur vecti B C, qui terram premat in C, quod est hypomochlium, & potentia movens sit in B; quæ, manente extremitate C, dum promovetur in D, funis caput venit ex A in E: tunc iterum inclinetur vectis C D, ut habeat positionem F G, & potentia similiter circa punctum G manens moveatur ex F versùs D, atque ulteriùs adducatur funis caput E, & sic deinceps. Quod si



progredi nolueris, sed eodem in loco consistere, ubi vectis positionem C D nactus fuerit, & A venerit in E, retrahe D ite-

rum in B, atque particulam funis A E ita vecti convolve, ut excurrere nequeat; nam iterato vectis motu trahetur funis, & cum trochleâ pondus; motúque hujusmodi continuato destinatum in locum adducetur pondus. Quantum verò sit hoc compendium, illicò innotescet, si observaveris ut minimum geminari momenta potentiæ, si videlicet punctum A præcisè medium fuerit æqualiter ab extremitatibus B & C distans: quod si A C sit triens totius B C, momentum potentiæ triplicatur, & est Ratio composita ex Ratione Trochlearum, & Ratione Vectis.

Ut autem manifesto experimento deprehendas, quàm tenuis Potentia Trochleis cum Axe in Peritrochio compositis non leve pondus trahat, in extremitate tabulæ non ruditer dolatæ duos perpendiculares tigillulos erige intervallo digitorum quatuor, illósque junge transversario similis crassitiei, non tamen à plano absit nisi quatuor digitos: Deinde supra transversarium intervallo saltem digitorum octo statue axem in tigillis facillimè versatilem, cujus diameter vix digitalis sit: alteri autem hujus axis capiti rotam circumpone, cujus diametrum digiti duodecim metiatur: quæ rota ut levis sit, bino radiorum ordine constet aptè colligatorum, & circa perimetrum emineant palmulæ, ut in molendinorum aquaticorum rotis, ex levi materiâ, cujusmodi esset crassior charta, aut membrana, aut quid simile valens flatum excipere. Tum parvulæ trochleæ duæ binis orbiculis instructæ firmentur, altera quidem in transversario tigillorum, altera in extremitate asserculi, cui onus aliquod est imponendum, eique aut rotæ, aut cylindruli subjiciantur, ut facilè mobilis sit; & trochleæ mobili adnectatur extremitas funiculi serici, qui per orbiculos trochlearum trajectus demum ad Axem referatur. Nam si in rotæ palmulas vehementiùs insuffles, rota convolvetur, & cum illâ Axis, atque adeò funiculum involutum sequeretur trochlea cum pondere ferè sexagecuplo ejus, quod flatu eodem exsufflare posses. Aut potius Æolipilam aptè colloca, ut flatus ex illâ exiens in palmulas incurrat, & ex ponderis, quod asserculo impositum movetur, gravitate cognosces impetum, quo flatus ex Æolipilâ erumpit, si Ratio Trochlearum, quæ est quintupla, componatur cum Ratione diametri rotæ ad diametrum axis, quæ, ex constructione, est duodecupla: cum enim sit Ratio, sexagecupla, fiat ut 60 ad 1, ita gravitas

ponderis,

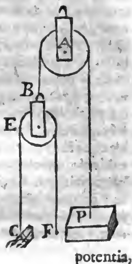
ponderis, quod per hujusmodi machinulam trahitur, ad pondus, quod flatu illo impelli posset sine machinâ.

CAPUT V.

Trochleæ Trochleis additæ plurimùm augent momenta Potentiæ.

QUodlibet oblatum pondus datâ Potentiæ virtute movere adhibitis Trochleis omnes norunt, si binas trochleas tot instruant orbiculis, quot exigit Ratio ponderis ad potentiam, aut plura communium trochlearum paria cum pluribus Ergatis adhibeant: quo in opere quàm immanes trochleas esse oporteret, si centenos aliquot, aut millenos orbiculos singulæ continerent, aut quot Ergatæ, quantóque dispendio statuendæ essent, ex methodo superiori capite traditâ, nemo non videt. Hìc ergo solis Trochleis rem facillimè perfici posse me demonstraturum confido, pröut in *Terrâ machinis motâ* differt. 1. indicavi.

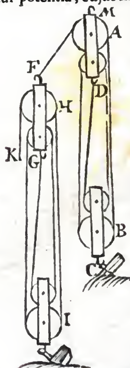
Et primò quidem simplici orbiculo stabili elevari potest pondus cum incremento momentorum Potentiæ deorsum trahentis (id quod multo facilius accidit, quàm sursum trahere) si extremitati funis loco Potentiæ adnectatur alius orbiculus, cujus funis in loco inferiore alligatus fuerit. Sit Pondus P, orbiculo stabili A elevandum: utique Potentia funi ductario in B applicata non attollet pondus, nisi ejus gravitas, aut virtus movendi major fuerit gravitate ponderis P. Adnectatur in B orbiculus versatilis E: & paxillo in C firmato alligetur caput funis per orbiculum E transeuntis: Nam potentia in F funem trahens duplo velociùs movetur quàm orbiculus E, hoc est B extremitas funis ductarij, quæ cum pondere P æqualiter movetur: ac proinde



potentia,

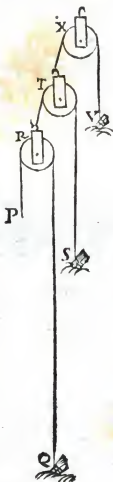
potentia, quæ duplo velociùs movetur quàm pondus, fatis eſt ſi fuerit paulo major, quàm ſubdupla ponderis.

Ex hoc quaſi rudimento continuò ſe ſe offert methodus componendi trochleas conjugatas; ſi nimirum duabus trochleis aptè diſpoſitis ad trahendum pondus, funis ductarij extremitati non applicetur potentia, ſed alia trochlea adnectatur, quaſi ibi eſſet pondus, & harum trochlearum ſecundò poſitarum funi applicetur potentia, cujus momenta ex Trochlearum rationibus componuntur. Sint duæ Trochleæ A & B binis orbiculis inſtructæ; pondus in M adnexum ſit trochleæ A; & trochlea B firmetur in C: funis autem ductarius in D alligetur trochleæ A mobili: utique Potentia in F habet momentum quintuplum, quia quintuplo velociùs movetur, quàm pondus in M adnexum. Sed iterum duæ aliæ Trochleæ H & I binos orbiculos habentes parentur, & trochlea H mobilis jungatur extremitati funis F, trochlea verò I ſtabilis ſit. Trochlearum H, I funis ductarius alligetur in G trochleæ mobili; & potentia in K applicata quinquies velociùs movetur quàm F; ergo & vigeſies quinquies velociùs quàm pondus adnexum in M. Illud igitur pondus, quod quinque homines applicati in F traherent, ab unico homine in K applicato atque trahente adducitur, qui unicus æquivalet vigintiquinque hominibus pondus abſque trochleis trahere conantibus.



Cum itaque communes Trochleæ in promptu ſint, manifeſtum eſt, quàm facilè multiplicari valeant momenta potentiæ quæ cæteroqui in exemplo propoſito duas trochleas ſingulas duodenûm orbiculorum exigeret, ut unus homo præſtaret idem, quod viginti quinque Quod ſi adhuc duas ſimiles trochleas adhiberes, & alteram ſimiliter in K adnecteres, unicus homo æquivaleret hominibus 125 trahentibus: hinc ſi unicus ille homo tanto conatu trahat, quanto traheret libras 50, omninò ſolus tribus his trochlearum paribus movebit pondus librarum 6250. Sed

Sed si quem admiratio capiat duodecim orbiculis in sex trochleas distributis tantum pondus moveri, admiretur adhuc ampliùs iisdẽ duodecim orbiculis in duodecim simplices trochleas distinctis, quæ binæ & binæ conjungentur, longè majus pondus posse trahi. Nam si trochleæ mobili, cui alligatur pondus, etiam funis extremitas adnectatur, jam singulæ Trochlearum conjugationes dant rationem triplam; sunt igitur sex Rationes triplæ compositæ; ac propterea prima conjugatio dat Rationem 3 ad 1; secunda 9 ad 1; tertia 27 ad 1; quarta 81 ad 1; quinta 243 ad 1; sexta 729 ad 1: & hæc est Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Quare si potentia conetur ut 50, ducatur 729 per 50, & potentia trahere valebit pondus librarum 36450. At verò si duodecim illæ simplices trochleæ nõ fuerint conjugatæ, sed singulæ seorsim suos habeant funes, ita ut primæ adnectatur põdus, & secundæ jungatur extremitas funis ductarij primæ, atque ita deinceps, jam multo majus erit momentum potentiæ; erunt scilicet duodecim Rationes duplæ cõpositæ. Sit enim trochleæ X adnexum pondus, funis illius alligatus in V, & ejusdem capiti adnexa sit secunda Trochlea T; cujus pariter funis alligatus in S reliquâ extremitate conjungatur cum tertia Trochleâ R, ejusque funis similiter firmatus in Q veniat ad P, cui deinceps quarta trochlea adjungatur, & sic de cæteris consequentibus. Certum est T moveri duplo velociùs quàm X, & R duplo velociùs quàm T, & P duplo velociùs quàm R; ac proinde P moveri octuplo velociùs quàm pondus in X. Si igitur duodecim rationes duplæ componantur, erit demum Ratio 4096 ad 1. Quapropter potentia in extremitate funis trochleæ duodecimæ similiter conata ut 50, movebit pondus librarum 204800.



Ex his vides posterioribus trochleis minùs repugnare pondus quàm prioribus, atque propterea funes ductarios posteriorum trochlearum posse exiliores esse, quamvis longiores; eóque deveniri posse, ut potentia subtilissimo funiculo applicetur, & securè trahat valde magnum pondus. Semper autem tractionis mentionem feci, non elevationis, quia in illa faciliùs quàm in hac uti possumus hujusmodi trochlearum complexione: quamquam etiam in elevatione ad mediocrem altitudinem, dispositis duabus trochleis, quasi illas tantum adhibere oporteret, possumus extremitati funis ductarij adjicere trochleam, cujus comparem paxillo in terram firmiter depacto alligemus; aut etiam, si altitudo suppetat longè major ea, ad quam attollendum est pondus, in supremo loco statuere possumus trochleam stabilem secundæ conjugationis, & mobili trochleæ adnectere extremitatem funis ductarij priorum trochlearum, in quibus propterea caput funis adnectendum est trochleæ mobili, cui adhæret pondus evehendum.

Non est autem dissimulandum incommodum, quod ex hac trochlearum dispositione atque complexione oritur, scilicet magnam funium longitudinem requiri, nec non ingens spatium, in quo disponantur duo illa Trochlearum paria, quibus vigequintupla fiunt Potentiæ momenta. Quia enim in Trochleis adnexam sarcinam adducentibus sunt quatuor funis ductus æquales trochlearum intervallo, utique, si eidem trochleæ pondus ac funis alligatur, totus explicatur ultra terminum, cui trochlea stabilis adnectitur: quare trochleam mobilem secundæ conjugationis adnexam extremitati funis priorum trochlearum constituere oportet distantem à suâ trochleâ stabili non minùs quàm intervallo quintuplo distantiæ priorum: ac propterea harum posteriorum funis explicatus excurrit ultra terminum, cui affigitur compar trochlea stabilis spatio illius quintupli intervalli quadruplo, hoc est vigecuplo intervalli priorum trochlearum; cui si addatur distantia posteriorum quintupla distantiæ priorum, Potentia trochleæ secundæ mobili applicata funem trahens movetur vigequintuplo velociùs quàm pondus, & exigit spatium vigequintuplum distantiæ priorum trochlearum, si illa velit progredi, quantum fert longitudo funis explicati; id quod necesse est, si funis à jumentis trahatur,

nec

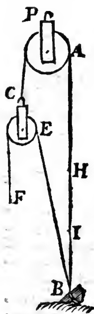
nec circumducatur Ergatæ; tunc enim non tantum spatij requiritur, & momentum Ratione Ergatæ augetur. At si Potentia trahens sint homines, satis est si propè secundam trochleam stabilem consistant. Quare si quis voluerit hujusmodi quatuor trochlearum complexione uti, ut potentia obtineat momentum vigequintuplum, requiritur spatij longitudo quintupla spatij, per quod deducendum est pondus. Quod igitur ad funium longitudinem spectat, longitudo funis priorum trochlearum est quadrupla spatij percurrendi à pondere, & longitudo funis posteriorum est ejusdem spatij vigecupla; hic tamen posterior funis potest esse priore tenuior atque exilior, ut dictum est.

Dixerit fortasse aliquis, rem minùs attentè considerans, posse posteriores trochleas habere funem non longiorem fune priorum; sed quia, ubi ille totus explicatus fuerit, pondus non est adductum nisi ad quintam partem spatij, posse trochleas illas posteriores ita invicem disjungi, ut ea, quæ est mobilis, adjungatur funi ductario propè trochleam priorem mobilem; nam potentia iterum trahens adducet pondus: id quod sæpius iterari potest.

Verùm hoc fieri omnino non posse deprehendes, si observaveris, nunquam hoc pacto adduci pondus nisi per quintam partem reliqui spatij; quare aliquid semper relinquitur, quin ad destinatum locum pondus perveniat. Si placuerit tamen hunc laborem assumere in disjungendis posterioribus trochleis, priores trochleas ita invicem disjunctas initio colloca, ut earum intervallum sit saltem sesquialterum spatij, per quod pondus moveri oportet; sic enim repetito quinquies trahendi labore obtinebis propositum motum: primâ videlicet tractione deducitur pondus per totius intervalli $\frac{1}{5}$; in secunda per ejusdem intervalli $\frac{4}{25}$; in tertiâ per $\frac{16}{125}$; in quartâ per $\frac{64}{625}$; in quintâ per $\frac{256}{3125}$; quæ partes si in summam redigantur, dant $\frac{2101}{3125}$, hoc est paulo amplius quàm $\frac{2}{3}$ propositi intervalli, quantum satis est ad perficiendum destinatum spatium. Ubi vides; si intervallum assumptum fuisset paulo majus quàm duplum destinati spatij, tertiâ tractione absolvi propositum motum; nam $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{16}{125}$ si colligantur in summam, dant $\frac{61}{125}$, hoc est ferè $\frac{1}{2}$. At si duobus simplicibus orbiculis utaris, quibus compositis potentia habet mo-

mentum quadruplum, etiamsi secundi orbiculi funem statuas æqualem funi prioris orbiculi, cui adnectitur pondus, facillimum est orbiculum secundum retrahere ad orbiculum primum, postquam hic primâ tractione absolvit semissem spatij inter pondus & paxillum, cui alligatur funis; & secundâ tractione absolvit quadrantem totius intervalli initio constituti: Quare satis fuerit funem prioris orbiculi æquari intervallo sesquitertio longitudinis spatij, per quod deducendum est pondus.

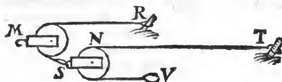
Et quoniam hìc mentio incidit orbiculorum simplicium, observa, quanto faciliùs duobus orbiculis perficiamus id, quod duabus trochleis binos orbiculos habentibus præstaremus in trahendo pondere, quando funis ductarius est alligatus trochleæ stabili; tunc enim potentia solùm habet momentum quadruplum, quod pariter obtinet duobus orbiculis. Sit enim



A B distantia sesquitertia spatij A I, per quod trahendum est pondus in P adnexum orbiculo A: funis in B alligetur, & ejus caput C connectatur cum orbiculo E, cujus pariter funis in B alligetur, atque illius extremitas à Potentiâ F trahatur. Quando potentia F adduxerit orbiculum E propè B, erit orbiculus A in H: retrahatur orbiculus E ex B, & propè H adnectatur funi orbiculi A; factâ enim secundâ tractione, quando orbiculus E fuerit iterum prope B, orbiculus A erit in I; est autem ex hypothesi distantia A I æqualis spatio, per quod trahendum erat pondus, subsesquitertio intervalli A B. Ecce igitur Potentia habet momentum quadruplum, & duorum funium longitudines simul sumptæ non dant longitudinem triplam spatij, per quod deducendum est pondus. At si essent duæ Trochleæ cum binis orbiculis, exigerent unicum funem quadruplum longitudinis spatij, per quod instituendus est motus.

Sed & illud addendum videtur, quod duobus simplicibus orbiculis etiam ad longiora spatia adduci potest pondus, ita ut quilibet trahentium habeat momentum quadruplum. Expedit

dit autem trahentium numerum geminari, ut alternâ quiete faciliùs & citiùs onus trahant. Sit orbiculus M adnectendus ponderi, & sit datus funis ductarius S R, cujus extremitatibus R & S replicatis quasi in laqueum, seu



ansam facillimè immitti possint & paxillus R, & alterius trochleæ uncus S. Funis alius paretur N T prioris duplus extremitates similiter replicatas habens, ut in V immitti possit trahentis manus, & in T paxillus. Quare tantumdem paxillus R distat à Trochleâ M, quantum à paxillo T, & hic tantumdem à paxillo X. Cum igitur toto fune V N T explicato orbiculus N fuerit in T, orbiculus M erit in R, & funis extremitas S erit in T. Itaque ex paxillo T auferatur funis explicatus, & ejus loco injiciatur extremitas S. Eximatur tunc ex paxillo R extremitas funis, & adnectatur alteri Trochleæ funem habenti æqualem funi V N T, cujus extremitas alligata fuerit paxillo X, & ad T adducetur trochlea M unà cum pondere. Atque ita alternâ operâ adducetur pondus ad quancumque distantiam; interea enim, dum orbiculus M ex R trahitur ad T, is qui traxerat funem V, alligat illum paxillo, ad quem progrediendo pervenitur, & extremitatem T exemptam è paxillo trahet, ubi trochleam N eò jam deductam iterum junxerit extremitati S in T existenti. Sunt itaque pangendi in terram paxilli æqualibus intervallis.

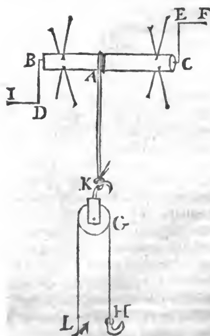
Monendus est autem Lector ad hoc caput non pertinere illam Trochlearum additionem, quæ non facit rationum Compositionem; quando scilicet plures trochleæ uno loculamento ita includuntur, ut singulæ trochleæ tam superior, quam inferior plures habeant orbiculorum ordines in latitudinem collocatos, atque adeo tot funes ductarios, quot sunt ordines illi orbiculorum, exigunt; perinde enim est atque si duæ aut tres trochleæ diversis loculamentis distinctæ adhiberentur. Cum autem plures sint funes ductarij, qui uno eodémque tempore adducendi sunt, diligenter animum advertere oportet, ut operæ omnes æqualiter trahant.

CAPUT VI.

Trochlearum ope moveri potest pondus velociter.

HActenus Trochlearum in facilè movendis oneribus vires expendimus, ubi quò majora momenta ope hujus Facultatis adduntur Potentiæ, eò etiam tardior est motus ponderis, potentiæ autem velocior: quod si velociter movendum sit pondus, necessariò augeri debet potentia. Verùm quia non raro contingere potest, ut potentia quidem ipsa per se viribus abundet, illam tamen tardè moveri oporteat, aut contra in trahendo onere festinato sit opus, propterea hìc indicandum est, qua methodo uti possimus, ut hinc plenior hujus Facultatis notitia habeatur.

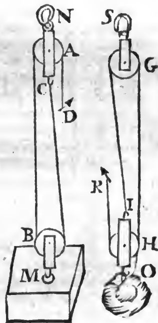
Opus sit in turrim, vel in urbis mœnia commeatum transferre velociter: operarum suppetat satis, at non item temporis.



Statuatur in summa turri, aut certè in loco opportuno, Sucula B C cum manubriis C E F, & B D I, quibus plures operæ applicari possint pro gravitate oneris attollendi; immò etiam habeat infixos radios, ut adhuc plures recipiat, qui illam versare possint. Circà Axem involutus sit funis paulo longior semisse altitudinis, & extremitati sit adnexus girgillus G, cui insertus sit funis ductarius H G L æqualis altitudini, ad quam evehendum est onus; alteri hujus funis extremitati cohæreat in H validus uncus, quo onus suspendatur; alteram verò extremitatē L firme

firmet clavus, aut quid simile ad pedem turris. Nam si convertatur Sucula, devenient pariter in A tum girgillus G, tum onus unco H suspensum; quod sanè duplo velociùs movetur, quàm si adnexum funi ductario A K traheretur sursum ope simplicis suculæ. Quare momenta suculæ non nisi dimidiata computanda sunt, adeò ut si duo homines suculam B C circumagentes valerent attollere libras 400, eodem conatu, & labore possint solum libras 200 attollere: at quia facilè multiplicari possunt homines suculam versantes, geminetur eorum numerus, & attollent libras 400, sed breviori tempore. In contrarium autem revoluta sucula demittet girgillum G, & suo pondere duplo velociùs descendet uncus H. Ex quo habetur quæsitum temporis compendium.

At si duabus trochleis simplicibus singulos orbiculos habentibus res perficienda esset, ita ut uni trochleæ adnecteretur Potentia, alteri Pondus, funis autem extremitas alicubi clavo religata esset, attentè dispiciendum est, utri trochleæ adnectatur reliqua funis trochleas jungentis extremitas. Nam si trochleæ A, quam trahit potentia N, adnectatur in C funis per orbiculos trajectus, trochleæ verò B pondus M, & funis religatus fuerit in D, intelligitur motus incipere, quando trochleæ adhuc invicem absunt, ità ut in motu trochlea ponderis ad trochleam potentiæ accedat, cessare autem, cùm illæ proximæ factæ fuerint in maximâ distantiâ à clavo D, ubi funis extremitas alligatur. Contrà verò accidit trochleis G & H, si trochleæ H adnectatur pondus B, atque in I funis ductarij caput: nam trahente potentia S, quæ initio propiores erant trochleæ, à se invicem recedunt, trochleâ potentiæ secedente à trochleâ ponderis; & demum absolvitur motus,

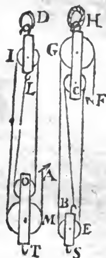


tus, cùm trochlea H ponderis accesserit ad R extremitatem funis religati. Cum itaque in utroque casu & potentia, & pondus versùs eandem partem moveantur, in primo tamen pondus, quod à potentiâ distabat, ad illam accedat, & in secundo potentia vicina ponderi ab illo recedat, manifesto indicio est in primo casu pondus, in secundo potentiam velociùs moveri: quare ibi potentia augenda est, ut valeat movere pondus, hìc fieri potest additamentum ponderi, ut potentiæ virtuti respondeat. Est autem motuum Ratio sesquialtera, ut palàm faciunt funium ductus, corúmque explicatio: Nam in primo casu maxima trochlearum distantia est, quando trochlea A est clavo D proxima; igitur potentia movetur per spatium, cujus longitudinem metitur funis explicatus, qui est duplus distantiæ trochlearum, & pondus accedens ad potentiam insuper percurrit spatium, quo trochleæ distabant; igitur motus ponderis est ut 3, & potentia ut 2. In secundo verò casu, Trochleæ G & H cùm proximæ sunt, distant à clavo R juxta longitudinem funis explicati, cùm autem maximè invicem absunt, & potentia transgressa est clavum R, totus funis distributus est in duos ductus, & trochlearum intervallum est medietas longitudinis funis; quare ponderis motus est ut 1, & motus potentiæ ut $1\frac{1}{2}$.

Simili ratione philosophandum erit, si trochleæ inæquales proponantur, ut si altera sit duorum orbiculorum, altera unius orbiculi: Utique funis per orbiculos trajectus adnectendus est simplici trochleæ, ejúsque altera extremitas alicubi firmanda. Non igitur indiscriminatim sivè huic, sivè illi trochleæ adjungenda est potentia, sed priùs statuendum tibi est, utrùm velis pondus movere facilè, an velociter; si facilè, tardior sit ponderis motus, quàm potentiæ; si velociter, tardior sit potentia. Facilè movebis pondus, si potentia trahat simplicem orbiculum, & pondus cohæreat trochleæ duorum orbiculorum: Velociter autem movebitur pondus, si illud adnectatur simplici orbiculo, potentia verò trahat trochleam duorum orbiculorum. Nam in primo casu funis explicatus replicatur, & potentia recedit à pondere; in secundo funis replicatus explicatur, & pondus accedit ad potentiam.

Sit

Sit Trochlea M O, & orbiculus I; huic in L adnectitur funis, cujus altera extremitas religatur in A, quò demum devenire potest trochlea M O cum pondere T adjecto. Vice versâ Trochleæ G C adhibeatur potentia, & pondus S adjiciatur orbiculo E: huic in B adnectitur funis, qui per orbiculos trajectus desinit in F, ubi ille religatur, & trochlea G O maximè distat ab orbiculo E. Instituto motu, Potentia D semper magis recedit à pondere T; at pondus S semper magis accedit ad Potentiam H: ibi ergo potentia celerior est pondere, hìc pondus velocius est Potentiâ; motuum autem Ratio est sesquitertia: Nam explicato fune toto, qui religatur in A, potentia proxima est ponderi, & distant ab A pro funis longitudine; potentiâ trahente accedunt ad A, sed potentia ulteriùs progreditur, atque absoluto motu replicatus est funis in tres ductus, & Potentia distat à pondere tertiâ parte ipsius funis, ita ut pondus quidem sit clavo A proximum, potentia verò transgressa sit clavum A intervallo O L: igitur motus ponderis, quem longitudo funis metitur, est ut 1, potentiæ ut 1 $\frac{1}{3}$. Ex adverso Potentia applicata trochleæ G C proxima est clavo F, cum ab illâ pondus maximè abest intervallo tertiæ partis ipsius funis in tres ductus replicati: inito motu pondus accedit ad Potentiam, cui demum proximum est, quando jam totus funis est explicatus; igitur motum potentiæ metitur funis explicatus, motum autem ponderis adhuc tertia pars, scilicet intervallum B C: adeóque ponderis motus ad motum potentiæ est ut 1 $\frac{1}{3}$ ad 1.



Quæ autem de his trochleis dicta sunt, si attentè considerentur, etiam cæteris trochleis conjugatis, sed dispari orbiculorum numero instructis, conveniunt. Non posse verò orbiculorum numeros differre nisi unitate, satis manifestum est: nam si differrent binario aut ternario, eorum aliquis aut plures planè otiosi essent, quippe qui recipere nequirent funem ducta-

rium jam per reliquos orbiculos trajectum. Quare si altera trochlea minor duos habeat orbiculos, altera major non nisi tres habere potest, aut si minor tres habeat, major non nisi quatuor habere poterit. Attendendum est igitur, utri trochlearum trochlearum potentia applicetur; si enim illa trahendam arripiat trochleam plures habentem orbiculos, tardiùs movetur, quàm pondus in Ratione subsuperparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorũ:ut si potentia trochleæ trium,pondus verò trochleæ duorum orbiculorum applicetur, motus potentiæ est ad motum ponderis in Ratione subsesquiquintâ,quia illa movetur ut 5,pondus ut 6: & si potentia trochleæ quatuor orbiculorum applicetur, pondus autem trochleæ trium, Ratio est subsesquiseptima, quia illa movetur ut 7, hoc ut 8. Quare augetur motus ponderis, & in eâdem Ratione difficultas potentiæ. Contrà autem si pondus alligetur majori trochleæ, etiam potentiæ motus major, est motu ponderis in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorum: sic erit Ratio sesquiquinta, si potentia duobus, pondus tribus orbiculis alligetur; nam motus potentiæ est ut 6, & motus ponderis ut 5: similiter erit Ratio sesquiseptima, quando pondus alligatum trochleæ quatuor orbiculorum movetur ut 7, dum potentia applicata trochleæ trium orbiculorum movetur ut 8.

Quod si pari orbiculorum numero constet utraque trochlea, & utraque moveatur, similiter motus erunt in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium orbiculorum simul: hoc tamen erit discrimen, quod illud tardius movebitur, quod applicabitur trochleæ, cui extremitas funis per orbiculos trajecti adnectitur. Sic si trochleæ ambæ binos habeant orbiculos, Ratio est sesquiquarta, si ternos sesquisexta: si trochleam, cui funis ductarij extremitas adnectitur, potentia trahat, illa movetur ut 4, aut ut 6, pondus verò movetur ut 5, aut ut 7: sed si trochleæ, cui funis adnectitur, alligetur pondus, potentia movetur ut 5, aut ut 7, pondus autem ipsum ut 4, aut ut 6.

Ex his itaque duplex trochlearum usus innotescit, alter communis quo potentia applicatur extremitati funis ductarij (alterâ trochlearum manente stabili) quem trahens attrahit pariter pondus, & motus potentiæ est in Ratione aliqua multiplici ad motum ponderis. Alter verò est, quando extremitas funis ductarij

ductarij non trahitur, sed alicubi firmatur, potentia autem trahit alteram trochleam, ad cujus motum etiam reliqua trochlea cum pondere illorsum movetur, quorsum potentia tendit: si in hoc motu trochleæ disjunguntur, & potentia recedit à Pondere, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est superparticularis, & potentia consequitur aliquam movendi facilitatem: sin autem pondus ad potentiam accedit, & trochleæ, quæ disjunctæ erat, fiunt proximæ, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est subsuperparticularis, & potentiam plus adhibere conatûs oportet, quàm si illud absque trochleis traheret; quia pondus velociùs movetur quàm potentia.

CAPUT VII.

Quàm validum esse oporteat trochlearum retinaculum.

IN Trochlearum usu communi alteram stabilem esse ac firmam, alteram mobilem (si enim plures essent omnino stabiles, quantumvis multæ, non augerent motum potentiæ) illam autem ab aliquo corpore, cui alligata est, retineri, satis per se patet; propterea corpus hoc adeò validum esse oportet, ut neque gravitati ponderis, neque conatui potentiæ cedat, sed ita immotum persistat, ut universus potentiæ impetus ad vincendam ponderis resistentiam referatur. Hinc à veritate non admodum recessisse videntur, qui in Mechanicis motionibus quasi duplex munus distinguunt, alterum, quo pondus retinetur, ne vi suæ gravitatis labatur, alterum, quo gravitas ipsa superatur, & cogitur inire motum suæ propensioni adversantem: posterius hoc soli potentiæ tribuendum, prius illud non uni potentiæ, sed etiam corpori, cui machina innititur, adscribendum censent, & in illud maximam oneris partem rejici asserunt. Et sanè quid prodesset trochleam superiorem aut fune, qui laxari nequiret, aut ferreo unco, quem revellere nulla gravitas posset, connecti cum tigno parieti infixo, si timendum esset, ne

tignum ipſum imbecillum, vímque gravitatis ſuſpenſæ ferre non valens, frangeretur? Quare ne magnum in diſcrimen res adducatur, & ad periculum omne ſubmovendum, ne inſtitutus motus repentina retinaculi abruptione intercidatur, atque ut certiùs eligi poſſit, cuinam potiſſimùm corpori (tigno ne parieti infixo? an antennæ erectæ?) concredenda ſit oneris ſuſtentatio, machinatori attentè diſpiciendum eſt, quantam vim tùm oneris gravitas, tùm potentiæ conatus exerceat adversùs hujuſmodi retinaculum. Propterea vim iſtam placuit hoc capite examinare, ut cætera ſecurè definiri valeant. Ut verò brevitati & perſpicuitati conſulatur, retinaculum hoc ponamus eſſe clavum, ex quo trochleæ cum onere ſuſpenſo dependeant; quæ enim de hujuſmodi clavo dicentur, facilè ad cætera traduci poterunt.

Et primò ſi trochlearum funis per orbiculos ritè trajectus demum ſuâ extremitate in nodum colligatur, ne excurrere valeat, totam atque integram oneris gravitatem (trochleas & funem à ſuâ inſitâ gravitate nunc quidem mente ſecernamus) à clavo, ex quo trochleæ ſuſpenduntur, retineri dubium eſſe non poteſt; nihil aliud quippe adeſt, adversùs quod ponderis gravitas deorſum ſe ipſa urgens connitatur. Deinde ſi funis ductarij caput, quod potentia trahere ſolita eſt, alligetur ſolo, aut ingenti ſaxo longiſſimè graviori, quàm pondus ſuſpenſum, utique neque ſaxum illud ſubjectæ telluri incumbens, neque tellus ipſa, quippiam virium exercent adversùs pondus, cui ſolùm ſuâ longè majori gravitate reſiſtunt Formaliter, non verò Activè; quia nimirum nullum efficiunt impetum, quo deſcenſum moliantur; ac proinde à clavo ſolo pondus trochleis adnexum ſuſtinetur, & ſolum pondus clavum deorſum trahere conatur.

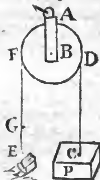
At verò ſi funis ductarij extremitati adnectatur alia gravitas pro trochlearum Ratione reſpondens ponderis gravitati, ita ut æqualibus momentis certantes ambæ ſuſpenſæ conſiſtant, utraque gravitas collatis viribus clavum trahere conatur, utraque enim deorſum connititur: & ideò tam validum ſtatui clavum oportet, ut utriuſque gravitatis conatum ferre valeat. Id quod multo magis obſervandum eſt, quando gravitas adnexa præponderans vim infert oneri, illúdque ſurſum trahit; ipſa ſcilicet gravitas plus conatur in motu, quàm in æquilibrio; ac propterea &

potentiæ

potentiæ deorsum connitentis in motu impetum, & oneris motui sursum repugnantis gravitatem fert clavus utrique resistens suâ soliditate. Sicut igitur gravitas inanimata ex trochlearum fune pendens suspendit pondus, aut attollit; ita potentia vivens funem retinendo suo impetu virtutem ejusdem gravitatis æquat, ac similem vim exercet in clavum; funem verò trahendo virtutem illam gravitatis superat, atque impresso impetu quodammodo attenuat, ita tamen, ut quod videtur gravitati demptum, intelligatur additum conatui potentiæ prævalentis.

Mihi autem (quid frustra dissimulem?) non levis injicitur scrupulus & dubitatio, an vis illata clavo, ex quo trochleæ cum onere dependent, mensuram præcisè recipiat ex absolutâ gravitate oneris, quando abest conatus potentiæ illud attollentis aut suspendentis. Dubitandi ansam offert quædam munerum commutatio inter Potentiam, Pondus, & Clavum, si ad effectiones diversas referantur. Si enim oneris suspensio aut elevatio vi potentiæ ex adverso nitentis consideretur, Clavus exercet munus Retinaculi: at si vim clavo illatam, ejúsque inflexionem, aut revulsionem intueamur, efficientia vim hujusmodi inferens tribuenda est aut gravitati oneris, aut impetui potentiæ trahentis: quapropter soliditas clavi inflexionem respuentis, aut ejus firma cohæsio cum pariete aut ligno, cui infixus est, vicem subit Ponderis ope trochlearum movendi cum alterâ trochleâ connexi; Sarcina autem ex reliquâ trochleâ dependens aut retinaculi munus obtinet, si attollatur, aut Potentiæ vices subit, si deorsum moveatur.

Sit clavo A adnexa simplex Trochlea B, ejúsque funis ductarius C D E: adnectatur in C saxum P, & à Potentia G elevatum suspendatur religato funis capite in E. Si saxum P accipiatur, quatenus elevatur, ipsum est Pondus, Clavus A est Retinaculum, & Potentia est G, sive illa sit inanima sua majore gravitate contranitens, sive sit vivens suo impetu sursum trahens, & postmodum remissiore impetu, & nervorum contentione impediens, ne saxum elevatum relabatur. At si ipsius

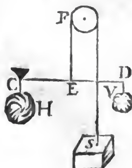


clavi A pressio, sive inflexio consideretur, jam vis efficiendi pressionem hanc, seu inflexionem, tota tribuenda est saxo P, quod propterea inducit rationem Potentiæ, & retinaculum est paxillus E in terram firmiter depactus, qui nihil agit, sed funem duntaxat retinet. Verùm in hac positione momentum saxi adversùs clavum non est simplicis gravitatis absolutè acceptæ, perinde atque si funis F G infra orbiculum reflexus colligeretur in nodum cum fune D C: tunc enim, collecto in nodum fune, orbiculus esset planè otiosus, & nihil conferret ad momentorum varietatem, sed idem accideret, ac si funis simplex proximè & immediatè clavo adnecteretur sepositâ quacumque trochleâ. Sed fune in E religato (quasi duplex pondus ex simplici fune penderet) geminatur saxi P momentum adversùs clavum, qui nequit vel minimum flecti, quin duplo motu saxum ipsum moveatur: neque enim, quod ad geminandum momentum spectat, differt saxum à potentiâ vivente, quæ utique in C applicata funi, & trochleam trahens, adversùs pondus trochleæ adnexum habet momentum duplum ejus, quod obtineret, si funem simplicem traheret: est autem trochleæ adnexus clavus.

Quod si in G contra saxum P aut gravitas inanimata, aut potentia vivens nitatur, si quidem æqualibus conatibus hinc & hinc certetur, atque suspensum consistat saxum, aut clavus similiter premitur atque libræ agina, cùm jugum à duobus æqualibus ponderibus in æquilibrio retinetur, aut alterutri munus Potentiæ, & alteri Retinaculi adscribendum est, & Potentia similiter geminato momento clavum trahit deorsum. Sin autem aut saxum P, aut virtus movendi in G, superat, huic Potentiæ ratio tribuatur, opposito munus retinaculi; sed Potentiæ absolutè acceptæ momenta non geminantur, quia retinaculum stabile non est, sed cedit; adeóque impetus à Potentia productus duos motus efficit, alterum trahendo retinaculum, alterum inflectendo clavum, qui propterea minùs flectitur, quò magis oppositum retinaculum movetur.

Neque hæc quicquam habent admirationis: Nam si Vectis sit C D, habens in C hypomochlium; in medio autem puncto

puncto E adnexus sit funiculus, qui incumbens orbiculo F versatili adnexum habeat pondus S innixum plano subjecto; utique in extremitate D pondus V paulo majus quàm subduplum ponderis S illud elevabit, atque præcisè subduplum non elevabit quidem illud, sed adversùs orbiculum F conatur momento duplo ejus, quod obtineret, si ex E penderet ipsum pondus V, cui reluctaretur pondus S gravius innixum plano. Verùm ad vectem retinendum in positione horizontali C D nihil interest, utrùm in C aliquid superius sit prohibens, ne illa extremitas vi ponderis V attollatur, an verò inferiùs funiculo connectatur cum tellure, aut ex C pendeat onus H (sed plano subjecto innixum) vel æquale ipsi V, vel eo majus; semper enim pondus V eadem obtinet momenta. Quare si, amoto orbiculo F & pondere S, manu retineas funiculum I E, percipies ad servandum vectem horizontalem, quantâ virium accessione tibi opus sit, supra quàm exigeret simplex gravitas ponderis V, si ex E penderet, ubi nulla Vectis ratio intercederet.



Cum itaque hæc in Vecte pariter ratione positionis ponderis contingant, quæ trochleæ accidere diximus ratione connexionis ponderis vel cum trochleâ, vel cum paxillo telluri infixo, nil mirum si alia atque alia sint ejusdem ponderis momenta adversùs clavum. Sicut autem quando tam ab hypomochlio quàm à potentiâ sustinetur onus in medio vecte suspensum, hypomochlium à pondere non premitur nisi juxta semissem gravitatis ponderis; ita quoque cum funis ductarius alterâ extremitate adnexus est clavo, alterâ retinetur à potentia, pondus ex trochleâ simplici pendens partim à Potentiâ, partim à clavo sustinetur, adversùs quem minus virium exercet ejus gravitas, ut constabit, si clavo orbiculum versatilem infigas, & funiculo per orbiculi orbitam excavatam transeunti aliud pondus adnectas, quod satis erit, si fuerit subduplum ponderis ex trochleâ pendentis; hoc enim sustinebitur à duplici virtute subduplâ gravitatis illius. Non igitur plus

resistentiæ

resistentiæ requiritur in clavo, quàm in pondere illo subduplo.

His ita in unicâ simplici trochleâ constitutis, examinandæ sunt trochleæ conjugatæ; nec difficile erit ex dictis superiore capite investigare momenta ponderis adversùs clavum, cui altera trochlea adnectitur. Ibi enim alteri trochleæ potentiam sursum trahentem, alteri pondus dependens adnecti posuimus, funis verò extremitatem clavo alligari: Hìc loco clavi illius retinentis extremitatem funis intelligendum est retinaculum, quodcumque tandem illud sit, sive manus hominis, sive etiam alius clavus: sed loco Potentiæ superiorem trochleam sursum trahentis sit clavus, ex quo trochleæ fune ductario connexæ unà cum pondere dependent; gravitas autem illa suspensa ex inferiore trochleâ exercet munus potentiæ adversùs clavum, qui subit vicem ponderis movendi, quatenus aliquantulum flectitur, aut inflexioni repugnat. Sicut ergo ibi ostensum est in duabus simplicibus trochleis singulos orbiculos habentibus, si funis ductarij caput alligatum sit superiori trochleæ, motum trochleæ superioris ad motum inferioris esse ut 2 ad 3; si verò funis caput alligatum fuerit inferiori trochleæ, motum superioris ad motum inferioris esse ut 3 ad 2: Ita hìc dicendum est (ponamus clavum flecti aliquantulum) in primo casu motum flexionis clavi ad motum descensûs ponderis esse ut 2 ad 3, in secundo autem casu ut 3 ad 2. Ex quo fit in primo casu pondus habere adversùs clavum majus momentum quàm in secundo casu; & in primo casu validiùs deorsum trahere, quàm si simplici funiculo dependeret, & motus essent æquales; major siquidem est Ratio 3 ad 2, quàm 2 ad 2; in secundo verò casu debiliùs deorsum trahere, quàm si nullæ essent trochleæ, adeóque motus æquales essent; minor quippe est Ratio 2 ad 3, quam 1 ad 1, aut 3 ad 3.

Simili planè methodo philosophandum est in reliquis trochleis conjugatis: si enim duabus trochleis dispar insit orbiculorum numerus, ut altera major sit, altera minor, observandum est, an major trochlea alligetur clavo, an verò minor: Si trochlea plures habens orbiculos clavo adnectatur, motus flexionis clavi minor est motu descensûs ponderis in Ratione subsuperparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorum; ac

ac proinde pondus habet momentum majus, quàm si nullæ intercederent trochleæ: contra verò si clavo adnectatur trochlea minor, motus flexionis clavi major est motu descensûs ponderis in Ratione superparticulari denominatâ à numero omnium simul orbiculorum; atque ideo pondus adversùs clavum minus habet momenti, quàm si ex illo simplici fune penderet. At si utriusque trochleæ par sit orbiculorum numerus, & pariter ratio superparticularis, aut subsuperparticularis denominata à numero omnium simul orbiculorum; & si quidem trochleæ superiori adnectatur funis caput, pondus adversùs clavum habet momentum majus, quàm si amotis trochleis ex simplici fune penderet; sin autem inferiori trochleæ alligetur extremitas funis ductarij, ponderis momentum adversùs clavum minùs est, quàm si idem pondus ex eodem clavo simplici fune suspenderetur.

Ex his satis apparet clavo eandem vim inferri, si pondus dependens ex trochleis suspensum maneat, sive quia funis extremitas religetur paxillo, sive quia ex eâdem funis extremitate dependeat onus submultiplex ponderis ex inferiore trochleâ pendentis, secundùm Rationem, quam inferunt ipsi orbiculi. Sic ex trochleis binos orbiculos habentibus dependeat pondus, & funis extremitas religetur paxillo: ex dictis, superioris trochleæ clavo adnexæ, & funis ductarij caput habentis, motus, ad motum inferioris trochleæ & ponderis est subsesquiquartus; ac proinde pondus trochleis connexum cum clavo ad vim illi inferendam perinde se habet, atque si ex eodem clavo absque trochleis simplici fune appenderetur pondus aliud dati ponderis Sesquiquartum. At si extremitati funis adderetur pondus valens suspendere onus adnexum trochleæ inferiori, esset ex dictis cap. 1. dati oneris subquadruplum. Igitur duorum horum ponderum summa ad datum pondus esset ut 5 ad 4, cujusmodi erat Ratio motuum, ex quibus momentum desumitur. An non si onus in plano horizontali raptandum simplici trochleæ adnexum proponatur, & duo homines pariter utramque funis extremitatem arripiant, atque trahant, singuli medietatem necessarij conatûs adhibent? si verò alter trahentium deficiat, & illa funis extremitas alligetur paxillo, nonne qui reliquus est eodem conatu trahens solus adducet idem pondus? non nisi

quia, cùm ambo trahebant, pondus & potentia æqualiter movebantur; cùm alter tantùm trahit, ille movetur duplo velocius, quàm pondus, quod ad subduplam velocitatem satis habet impetum subduplum impetûs necessarij ad velocitatem æqualem. Eadem igitur militat ratio in clavo, cui vis infertur à duobus ponderibus suspensis ex trochleis in æquilibrio, quæ simul deorsum trahentia motum habent æqualem cum motu clavi, qui flectitur, aut revellitur; sed funis capite religato firmitèr ad paxillum, pondus inferiori trochleæ adnexum motum habet velociorem comparatum cum ejusdem clavi motu, ac propterea majus momentum habet.

Hinc præterea inferendum est non satis utiliter eos operari, qui pondus ex superiore loco fune suspensum, sive orbiculus intercedat, sive non, putant firmius sustineri, si funis caput in inferiore loco religetur: si enim funis excurrere nequeat, inferiùs hoc retinaculum prorsus inutile accidit, sin autem excurrere valeat, superius illud retinaculum geminatam vim suscipit, quasi duplex pondus ab illo sustineretur.

CAPUT VIII.

Aliqui Trochlearum usus indicantur.

PRo more in superioribus libris servato, hìc pariter indicandi sunt aliqui Trochlearum usus, qui facilè ad similia traduci poterunt, spectato motu, qui exhibendus proponitur, ut ei trochleæ respondeant, & aptè collocentur, neque pluribus, quàm opus sit, orbiculis instruantur; ne dum potentiæ facilitatem consectaris, nimis tardè moveas pondus, aut ex adverso, dum ponderi velocitatem concilias, nimio labore potentiam opprimas.

PROPOSI

PROPOSITIO I.

Auram in Conclavi excitare.

QUæritur sæpè æstivo tempore aliquod ex aëris motu refrigerium; sed manuali flabello auram excitare aliquando incommodum est, si aliud agendo distinearis: propterea ventilabrum in conclavis angulo statuere possumus, quod aliquandiu moveatur, aërémque agitet: ideóque illud ad angulum statuendum proposui, ut commotus aër in proximos hinc atque hinc parietes impactus reflectatur, & faciliùs reliquum conclavis aërem exagitet.

Excitetur angulo congruens turricula haud absimilis iis, quibus horologia reconduntur; in supremâ turriculæ parte ab angulo ad oppositum ex diametro angulum Axis horizonti parallelus statuatur facilè versatilis, cujus tamen pars extra turriculam promineat tantæ longitudinis, quanta flabellis latitudo destinatur. Pars tamen hæc Axis extima nullam exigit certam figuram, nihilque refert sive cylindrica sit, sive quadrata, sive quæcumque alia; modò ea sit, ut illi facilè flabella firmiter infigi, atque eximi pro opportunitate possint, iisque exemptis aptari valeat manubrium, quo faciliùs & citiùs ab homine convolvatur Axis.

Parentur duæ trochleæ ternis orbiculis instructæ, altera in superiore turriculæ loco firmetur, altera ad turriculæ pedem constituatur adnexam habens plumbeam massam motui perficiendo congruentem: huic eidem trochleæ adnectatur extremitas funis ductarij, qui per omnes trochlearum orbiculos trajectus demum ad Axem referatur, ibíque alligetur. Tum apposito manubrio convolutum Axem circumplectetur funis ductarius, & plumbea massa in supremam turriculæ partem Axi proximam deducetur. Infigantur Axi ventilabra, & amoto manubrio plumbea massa sibi relicta lentissimo motu descendet, convolvénsque axem cum flabellis tandiu aërem commovebit, quandiu illa descendet.

Hìc commutatas vices inter potentiam & pondus observare quilibet potest; potentia siquidem movens est plumbea mas-

ſa, quæ ſeptuplo tardiùs movetur quàm extremitas funis ductarij, quem aliàs trahere ſolita eſt potentia. Loco autem ponderis eſt aër, qui à flabellis impellitur; ac proinde quò ampliora ſunt flabella, eò major eſt reſiſtentia aëris commoti, ratione cujus etiam retardatur motus potentiæ. Ubi quoquè attendenda eſt Ratio longitudinis flabellorum ad ſemidiametrum axis convoluti: nam ſi hæc Ratio componatur cum Ratione ſeptuplâ, quam Trochleæ inferunt, habebitur Ratio motûs extremi flabelli ad motum maſſæ plumbeæ: quamquam non ita computanda eſt aëris reſiſtentia, quaſi tota in flabelli extremitate exerceretur; hæc ſcilicet per univerſam flabelli longitudinem diffunditur inæqualiter diſtributa pro Ratione diſtantiæ à centro motûs, aër quippe pro diverſâ impellentis velocitate inæqualiter reſiſtit.

Quod ſi magis arrideret non continua convolutione flabella circumagi, ſed alternâ quadam modò in dextram, modò in ſiniſtram inflexione agitari; Axi, quem funis ductarius complectitur, infige rotam dentatam, cujus dentes incurrant in pinnulas fuſi perpendicularis flabella ſuſtinentes, quemadmodum in Tempore horologij: ſimili enim ratione, ac Tempus, ultrò citróque remeabunt flabella, & aërem in oppoſitas partes commovebunt. Cùm verò antè motum appoſito manubrio convolvendus erit Axis, ut funem ductarium recipiat, atque trochlea inferior cum pondere attollatur, ita fuſum paulìſper elevare oportebit, ut ejus pinnulæ non occurrant dentibus rotæ, niſi cùm iterum fuſus ſuum in locum reſtituetur. Hac alternatione diuturnior erit motus.

PROPOSITIO II.

Corpus aliquod in gyrum celeriter volvere.

IN rebus ſcenicis locum habere non infrequentem poteſt hæc propoſitio: aliquando ſcilicet ſolis diſcum in ſcenam producimus, quem licet auro obductum, ac multis facibus illuſtratum, quas ſpectatorum oculis ex arte ſubducimus, non tamen radios ejaculantem mentimur, niſi ille circa ſuum

suum centrum velociter circumagatur. Id quod variâ quidem methodo præstari potest infixum disci centro cylindrum convolvendo, sive ope rotæ dentatæ Vertebram striatam cylindro circumpositam moventis; sive fune cylindrum bis aut ter arctè complexo, & in sese redeunte, ubi majoris alicujus tympani orbitam pariter complexus fuerit; sive pondere funem cylindro involutum explicante: sed postremus hic modus non nisi breve temporis spatium exigit; duo priores, si paulo longior futurus sit motus, non nisi à potentiâ vivente commodè exhiberi possunt. Quare satius fuerit trochleas, ut in superiore propositione, dispositas adhibere, atque loco flabellorum solis discum Axi adnectere; sic enim fiet, ut & celeriter in gyrum agatur, & diu perseveret motus.

Similiter ad fingendum mare, & undarum motum vehementiorem, statuuntur horizonti & invicem paralleli aliquot axes, quos ambiunt spiræ profundiùs excavatæ colore marinam undam imitantes: dum enim hujusmodi axes convolvuntur, marini æstûs cursum spectatoribus repræsentant. Ut autem axes illi citra cujusquam laborem volvantur trochleas duas binis, aut ternis orbiculis instructas (prout diuturnior motus requiritur) compone, & proximas statue, alteram firmans in superiore loco: Tum funis ductarius per omnes Trochlearum orbiculos trajectus singulorum axium capita ex ordine ambiat unâ saltem aut alterâ spirâ, & demum ad peculiarem alium axem deveniat, quem totus plures in spiras complicatus circumplectatur, ita tamen, ut facilè evolvi queat. Ubi igitur tempus advenerit, inferiori trochleæ congruum pondus adnecte; hoc enim licèt lentè descendat, velociter tamen axes convolvit funem evolvens. Procellam verò mitescere aut exasperari mentieris, factâ ponderis aliquâ detractione aut accessione, id quod difficile non fuerit.

Propositio III.

Se ipsum ope trochlearum in altum evehere, aut promovere.

SElla paretur hinc & hinc habens fulcra, quibus brachia innituntur, & in hujusmodi fulcrorum extremitate anteriore aptetur Sucula manubriata, quam sedens commodè versare valeat: sella autem quatuor funibus in nodum cum annulo coëuntibus suspendatur ita, ut inferioris trochleæ uncus annulo indatur, & funis ductarius per cunctos trochlearum orbiculos trajectus demum suculæ alligetur. Nam in sellâ sedens, & suculæ manubria convertens, funem ductarium trahit, atque ipse se in altum evehit eâ facilitate, quam infert Ratio composita ex Rationibus trochlearum, & Suculæ: est siquidem Potentia ipsa virtus animalis musculorum contentione versans manubria; pondus autem est insita corpori gravitas, quæ eò minor apparet, quo majores sunt, hoc est pluribus instructæ orbiculis, trochleæ, & major est Ratio manubriorum ad semidiametrum Axis, qui fune obvolvitur. Sit enim ex. gr. inferior trochlea, cui pondus movendum adnectitur, & funis ductarij extremitas alligatur, orbiculorum duorum; superior autem trochlea, quæ stabilis manet, tres habeat orbiculos: utique Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est quintupla: manubria autem Suculæ sint quadrupla semidiametri Axis: Ratio composita ex quadruplâ & quintuplâ est vigecuplâ; igitur conatus Potentiæ manubria versantis satis est, si respondeat vigesimæ parti ponderis.

Similiter si cymba adverso flumine non procul à ripâ deducenda sit, & qui in eâ sunt nautæ, ita pauci sint, ut non valeant eam adversùs vim profluentis remo agere, aut è ripâ fune nautico trahere; subsidium ex trochleis petere poterunt; exscensu scilicet in terram facto, atque defixo in ripâ paxillo alligatur trochlea una, altera adnectitur proræ cymbæ, in qua nautæ duo funem ductarium trahentes illam adverso flumine promovent perinde, atque si essent octo aut duodecim homines, si trochleæ binos aut ternos habuerint orbiculos.

los. Quod si trochleis illi careant, utantur artificio sequentis propositionis, unà cum iis, quæ cap. 5. dicta sunt.

PROPOSITIO IV.

Trochlearum defectum supplere.

EX his, quæ cap. 2. hujus libri indicata sunt, satis constat etiam sinè orbiculis haberi posse momentum Trochlearum: quare his deficientibus annulos sufficere facile erit.

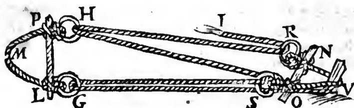


Et primo quidem singulis annulis uti possumus: nam cùm cymba communiter adnexum proræ annulum habeat, ut medio fune, aut catenâ ad ripam religetùr, funis ductarius unus A B adnectatur paxillo A in ripâ defixo, & per cymbæ annulum B trajiciatur; illius alteri extremitati C annulus alius adnectatur, per quem alter ductarius funis D E F trajectus & paxillo D alligatus si à Potentiâ in F constitutâ trahatur, illa habebit momentum quadruplum, perinde atque de orbiculis superiùs dictum est cap. 5. At si consistentes in cymbâ trahere illam velint nautæ, adjiciatur paxillo D annulus G stabilis, per quem productus funis E F transeat, & veniat in H ad nautarum manus in cymbâ; nam illum trahendo cymbæ prora ex B accedet ad A.

Porrò annuli nomine notatum volo quicquid ejusmodi est, ut funis per illud trajici possit, & liberè excurrere, sive sit ligni frustum foramen habens politum & satis amplum, ut per illud funis facilè moveri valeat, sive etiam sit flexilis

bacilli

bacilli particula in arcum vel modicè finuata; modò illa non sit fractioni obnoxia. Illud autem in annullis observandum est, quod faciliùs excurrit funis, si illi crassiores fuerint & politi, quàm si exiles & asperi.



Quod si annulis Trochleas propiùs æmulari placuerit, duos annulos R & S alliga paxillo V, duósque alios H & G adnecte in M ponderi trahendo: Tum funem ductarium eidem paxillo V alligatum trajice primùm per annulum G, deinde per annulum S, hinc per annulum H, demum per annulum R. Nam si extremitati I potentia trahens applicetur, movebitur quadruplo velociùs, quàm pondus in M, adeóque etiam habebit momentum quadruplum. Ne autem funes ob nimiam propinquitatem sibi invicem impedimento sint se mutuo conflictu atterentes, annulos transversis bacillis O N, & L P disjunge.

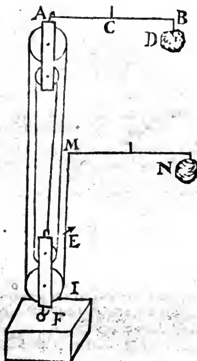
PROPOSITIO V.

Resistentiam ex axium cum orbiculis conflictu in Trochleis examinare.

QUoniam variarum Trochlearum usum indicavimus, modò trochleâ alterâ manente atque stabili, modò utraque commotâ, placet hìc examinare propositas duas trochleas, an aliquid impedimenti afferant ex conflictu axium cum orbiculis, aut etiam trochleas comparare cum annulis earum

earum loco adhibitis, quantum videlicet præ trochleis afferat impedimenti conflictus funis ductarij cum annulis.

Sit libræ jugum A B æqualium brachiorum aginam cum examine habens in C; adnectatur in A trochlea superior, ex qua cum inferiore trochleâ pendeat saxum F notæ gravitatis, & funis ductarij extremitas religetur clavo in E. Innotescat autem tùm trochlearum singularum, tùm funis ductarij gravitas, ut congruum pondus parari possit in B appendendum. Clavus igitur E sustinet inferioris trochleæ & adnexi saxi gravitatis partem quintam, reliquas quatuor quintàs partes, & prætereà trochleæ superioris, atque quatuor ductuum funis gravitatem sustinet brachium libræ in A. Quare in B tantum ponderis apponendum est, quantum sufficiat ad æquilibrium; proinde sensim augendum est pondus in D, donec examen in C æqualitatem momentorum indicet. Hoc peracto adde adhuc ponderi D aliam atque aliam gravitatem, usque dum brachium B deorsum inclinetur: hujusmodi enim additamentum indicabit resistentiam ortam ex conflictu axium cum orbiculis.



Jam si trochlearum loco annulos substituas, eadémque methodo invento primùm æquilibrio, deinde factâ in D ponderis accessione præponderantiam quæras, deprehendes, quanto major resistentia ex funis ductarij cum annulis affrictu oriatur, quàm ex axium cum suis orbiculis conflictu in trochleis.

Simili ratione si in A sit clavus, cui superior trochlea stabilis permanens affigatur; extremitas verò funis ductarij M adnectatur brachio libræ ad æquilibrium constituendum sufficit in N quinta pars gravitatis trochleæ inferioris unà cum saxo F, & ductu funis M I. Facto igitur in H additamento gravitatis, ut tollatur æquilibrium, indicabitur quanta resistentiæ accessio fiat ponderi F ex axium cum orbiculis conflictu: atque similiter repositis loco trochlearum annulis, post æquilibrium aucto pondere N donec deprimatur, innotescet resistentia orta ex funis cum annulis affrictu.

Hinc apparet primò satius esse hoc posteriore modo operari, quia longè minus pondus requiritur in N, quàm in D. Secundò ad tollendum pondus F cum trochleâ inferiore, si superior fixa maneat, tantam vim in potentiâ requiri, quantâ opus esset ad attollendum absque ullâ machinâ pondus N præponderans; ad attollendum verò idem saxum F cum utrâque trochleâ, trahendo scilicet sursum trochleam A, tantam vim exigi in potentia, quanta requiritur ad attollendum pondus D præponderans. Tertiò, retentis iisdem trochleis, sed mutato pondere F, examinari posse, an, & quanto major resistentia oriatur ex majore pressione axium, quando pondus est maius. Quartò. mutatis trochleis, & pondere eodem retento, disparitatem aliquam inveniri, quia non omnium trochlearum axes sunt æquè teretes, ac politi, & suorum orbiculorum foramini congruentes. Quod si, examine hujusmodi semel instituto, orbiculos manu paulisper convertas, & iterum idem examen instituas, neque æqualis inveniatur resistentia, indicium erit foramen orbiculi, aut fortasse etiam axem, non esse, exquisitè rotundum. Quintò. simili examine in annulis inito deprehendi posse, an faciliùs succedat tractio fune crassiore, an verò tenuiore.

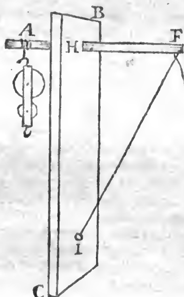
Non ita tamen necesse est indicatâ methodo uti, ut, si non placeat jugum libræ æqualium brachiorum adhibere, nequeas loco libræ stateram applicare ut trochleæ A, aut funis extremitati M: primùm enim indicabitur æquilibrium: deinde longiùs reducto sacomate, usque dum apparere incipiat præponderatio, innotescet quantitas impedimenti,

ti, quin opus sit gravitatem aliam atque aliam addere, ut in librâ.

PROPOSITIO VI.

Vim Retinaculi Trochlearum augere.

SÆpè contingit infixo parieti tigillo alligari superiorem trochleam; & nisi paries valdè firmus ac solidus fuerit, cujusmodi sunt antiqui parietes, non leve periculum imminet, ne ponderis vi labefactetur ipse paries, maximè si recens fuerit, & tigillus non admodum procul à summitate infigatur; ut si recentis parietis B C foramini immittatur tigillus brevior A H, ex quo in A dependet trochlea, & ex illâ pondus cum reliquâ trochleâ: fieri enim potest, ut tigillus ipse quasi Vectis à pondere adnexo depressus attollat lateres impositos, & superioris parietis compagem dissolvat. Foramen igitur ita fiat, ut paries pervius sit, illúmque pervadat longior tigillus A F, cujus caput F fune F I connectatur cum annulo in I parieti infixo: sic enim ponderis gravitas nullam inferre poterit parieti labem quamvis recenti; & quò longior fuerit tigilli pars H F supra partem H A, eò validius retinebitur trochlea in A, tigillo rationem Vectis habente.



PROPOSITIO VII.

Trochleis vim Vectis augere.

QUamvis ex dictis obvium sit Trochleas cum aliis Facultatibus componere, placet tamen hic eas cum Vecte componendas indicare. Sit prælum in torculari, sed fortè dissipata fuerit Cochlea, qua illud deorsum trahebatur, aut certè ad subitum usum properato prælo utendum sit: trabem statue transversam, quæ altero capite retineatur objecto repagulo, ne sursum attollatur. Vectis est secundi generis in medio habens pondus premendum. Alteri trabis extremitati adnectatur trochlea, ejúsque compar in inferiore loco firmetur: nam funem ductarium trahentes momentum habebunt, quod ex Ratione Vectis, & ex Ratione Trochlearum componitur.

Simili methodo utendum est, si Vecte secundi generis attollendum sit pondus: loco enim potentiæ destinato, hoc est Vectis extremitati attollendæ, adnectatur Trochlea, ejúsque compar in superiore loco firmetur: hic enim pariter Vectis atque Trochlearum Rationes componuntur. Quòd si funem Suculâ traxeris, aut Ergatâ, tres erunt Rationes compositæ; duabus quippe illis addenda est Ratio Suculæ aut Ergatæ.



MECHA

MECHANICORUM
LIBER SEPTIMUS.

De Cuneo & Percussionibus.

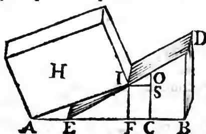
MECHANICARUM Facultatum Quarta species, Cuneus, præsentem disputationem exigit: neque enim solam corporum gravitatem, ob id ipsum quia gravitas est, vincere oportet, ac loco dimovere, quemadmodum Vecte, Axe, & Trochleis, sed etiam sæpè conjunctas corporum partes, aut cohærentia proximè corpora sejungere atque divellere: id quod Cuneo potissimùm perficimus, & iis, quæ ad Cunei rationem spectare videntur. Quoniam verò in iis, in quibus præcipuè Cunei vis elucet, percussione utimur, quæ sanè in paulò longiorem sermonem nos vocat, non erit abs re aliquanto latiùs Percussionis naturam explicare, ut potentiæ Cuneo applicatæ virtus manifesta fiat. Quamquam non semper percussione indigeat Cuneus, sed non rarò impulsione contentus sit, neque semper ad divellenda ea, quæ conjuncta sunt, illo utamur, sed aliquando etiam ad deprimendum, aut attollendum corpus aliquod, ut ex sequentibus patebit. Ea verò, quæ Cunei figuram imitantur, quia in apicem desinunt, ut triangula, ideóque Cunei nomine sunt indicata sæpiùs à Vitruvio in Architecturæ libris, ad præsentem disputationem non attinent; quemadmodum neque subscudes, seu securiclæ, quibus arctè duæ tabulæ compinguntur; licèt enim cunei formam imitentur, non tamen similem, sed cuneo oppositam effectionem habent, & inter retinacula connumerandæ sunt.

CAPUT I.

Cunei forma, & vires explicantur.

CUneus, quo ad ligna findenda communiter utimur, ſatis notum eſt inſtrumentum, quod ex ampliori baſe faſtigiatur in acumen deſinens; duas ſcilicet facies quadrangulas in lineam coëuntes, & duobus triangulis hinc atque hinc connexas ſuper quadrilateram baſim erigit, adeò ut ſcindendo corpori acies ipſa applicetur, percuſſionem excipiat baſis. Nihil tamen prohibet aliam cuneo figuram tribui: nam cum aliquando complanandus eſſet colliculus, cujus creta arenæ permixta in lapideam quandam materiem concreverat, & ita obduruerat, ut ligonibus ægerrimè cederet, parari juſſi longiuſculos ferreos cylindrulos digitorum duûm craſſitudine extremitate alterâ capitatos ad excipiendum mallei ictum, altera in planas duas ſuperficies compreſſos atque exacutos, qui juxta lapidis intervenia applicati, ac tudite adacti lapidem penetrabant; qui demum rimas agens diſſiliebat in fruſta ſatis conſpicua non pœnitendo labore. Sed quæcumque demum figura cuneo ſtatuatur, illud omnibus commune eſt, quod ex minori latitudine in majorem procedant, ut quibus corporibus Cuneus inſeritur, magis atque magis alterum ab altero ſecedat, dum ille penitiùs adigitur.

Nunc verò ſciſſionem tantiſper ſeponamus, & ſolum motum corporis gravis ex cunei impulſione conſideremus, ſicuti ſi duro plano incumbentem marmoreum cubum, cui vectis ſubjici nequiret, ut attolleretur, addacto cuneo disjungeremus à ſubjecto plano: id quod faciliùs acutiore cuneo præſtatur, ut omnes nôrunt, quàm ſi ille in minus acutum angulum deſineret. Sit enim cubus H marmoreus plano A B incumbens; & applicatus cuneus D E, atque tudite in D validè percuſſus ita cubo ſubjiciatur, ut hic elevetur



elevetur ad altitudinem F I. Cùm itaque citrà omnem dubitationem is, qui tuditem movet, eóque cuneum percutit, illo eodem conatu nequeat cubum attollere sinè cuneo, quæritur, unde vis tanta illi accedat, spectatâ præcisè cunei figurâ, nihil interim ad percussionem respiciendo.

Qui Aristoteli Mechan. quæst. 17. in lateribus cunei ligno scindendo interjecti duplicem Vectem agnoscenti adhærent, illicò ad Vectis Rationes confugient, quas in latere D E recognoscere conabuntur. Verùm quærenti, primi-ne? an secundi generis Vectis sit D E? vix suppetet, quid respondeant. Si primi generis, ut voluisse videtur Aristoteles; cum tria sint puncta D, & I, & E, atque primum D procul dubio potentiæ ascribatur; reliquum est medium punctum I esse hypomochlij, extremum E ponderis. Atqui nihil prorsus apparet, quod cubum H applicet puncto E, à quo neque sustinetur, neque tangitur: igitur vectis non est primi generis. Quod si in E pondus esse ultrò concesserim, illud certè ex hoc efficitur, atque consequens est, quod cuneo novâ percussione ulteriùs adacto, & Potentia ad hypomochlium, scilicet D ad I, accedat, & pondus ab hypomochlio, scilicet E ab I, remotius fiat; igitur & potentiæ momenta decrescerent, & ponderis momenta augerentur; ac proinde hanc momentorum decessionem, & accessionem, major movendi difficultas, & quidem notabilis atque conspicua, consequeretur; quæ tamen cum experimentis non consentit. Adde in Vecte primi generis potentiam & pondus oppositis motibus circa hypomochlium, quasi circà centrum, circulariter moveri; at hìc neque ullus intercedit circa punctum I motus circularis, neque potentia descendit pondere ascendente.

At fortasse, quod aliis magis placet, vectem ais esse secundi generis; pondus quippe in I sustinetur, & est potentiæ in D existenti proximum; quare hypomochlio relinquitur extremum punctum E. Id quidem aliquantò magis appositè dictum videretur, si, quæ vectis Rationibus conveniunt, hìc quoquè in Cuneo locum habere possent; Vectis siquidem quò longior est, & potentia magis abest ab hypomochlio, cæteris paribus, plùs momenti tribuit potentiæ: at Cunei D E longitudo si augeatur, manente eodem angulo I E F, eádemque distantiâ I E, nullam

nullam facit momentorum acceſſionem : nulla igitur ibi Vectis Ratio intercedit. Contrà verò manente eadem cunei D E longitudine, eademque diſtantiâ I E, diminuto autem, ſive aucto angulo ad E eædem perſeverarent vectis Rationes; ergo & eadem momenta movendi : id tamen longiſſimè à vero abeſſe manifeſtis docemur experimentis, nam major angulus ad E movendi difficultatem auget, minor minuit. Cùm verò Cuneus, ex hypotheſi, ſemper ſubjecto plano incumbat, utique potentia in D ab eo ſemper æqualiter diſtat, & nunquam altiùs aſſurgit, pondere tamen altiùs ſublato, quo magis illi cuneus ſubjicitur: in Vecte autem ſecundi generis potentia aſcendit, ſi pondus attollitur. Non igitur cuneus habet rationem vectis ſecundi generis ; ſi maximè nullum hìc haberi circa hypomochlium, tanquam circa centrum, motum circularem potentiæ animadvertas.

Cùm itaque à Cuneo abſint Rationes Vectis, illius vires petendæ ſunt ex eo, quod olim conſtitutum eſt, Facultatibus omnibus Mechanicis communi principio: videlicet, quia Cunei forma ea eſt, ut majore motu moveatur Potentia Cuneum impellens, quàm pondus à Cuneo repulſum ad latus ; hoc minùs reſiſtit, quàm ſi æquali motu cum potentiâ moveretur; atque àdeò impetus motum in potentiâ efficiens tantæ velocitatis, & valens pari velocitate movere certum pondus, cui ineſſet æquè intenſus ac in potentiâ, poterit in majori pondere entitativè æqualis, ſed minùs intenſus efficere motum tardiorem pro Ratione minoris intenſionis, ita tamen, ut, quæ Ratio eſſet intenſionis majoris in minori pondere, ad intenſionem minorem in majori pondere, ea pariter ſit Ratio majoris gravitatis ad minorem gravitatem ; ſic enim contingit æqualem eſſe entitativè motum tardiorem majoris ponderis, atque motum velociorem minoris ponderis; quemadmodum aliàs in Vecte & in Trochleâ explicatum eſt. Quoniam igitur cuneus, vi impetûs impreſſi à potentia, dum promovetur ſub pondus juxta lineam E F, repellit pondus juxta lineam F I, linea E F motum potentiæ metitur, linea autem F I motum ponderis. Atqui Cunei conformatio hoc habet, ut in triangulo E F I minimus angulus ſit ad apicem E ; igitur per 19. lib. 1 minimum latus eſt F I, atque proinde minùs movetur pondus per F I, quàm potentia per E F.

Quanto

Quanto igitur major eſt EF quàm FI, tanto majus eſſe poteſt gravitatis momentum in I vincendum, quàm eſſet momentum gravitatis propellendæ in E juxta directionem FE motûs potentiæ.

Hinc planiſſimè conſtat, cur acutiores cunei majora habeant movendi momenta, cæteris paribus. Fac enim angulum E eſſe adhuc minorem, utique oppoſitum latus minus erit quàm FI; eadem igitur linea EF ad lineam breviorem, quàm FI, habet majorem Rationem, quàm ad eandem lineam FI; ac propterea pondus adhuc multo tardiùs movetur quàm potentia, & poterit eſſe majus; vel, ſi majus non fuerit, potentia indigebit minore conatu, & faciliùs movebit.

Obſerva autem (quantum quidem ex Cunei Ratione eſt) ut ſe initium dederit, eandem ſemper eſſe facilitatem in proceſſu motûs, quia eadem permanet Ratio motuum potentiæ cuneo applicatæ, & ponderis: nam ex 4. lib. 6. ut EF ad FI, ita EC ad CO, & IS, hoc eſt FC, ad SO, propter triangulorum ſimilitudinem, cùm ſit IS parallela ipſi EC. Quantum, inquam, eſt ex Cunei Ratione; quandoquidem cubi H, dum manente extremitate A elevatur ex I, momenta ſubinde variari, ſuo loco, ſuperiùs indicatum eſt. In ſcindendis autem corporibus, prout variè contingit ſciſſio, aliquando peculiaris intercedere poteſt cauſa faciliorem vel difficiliorem in proceſſu ſciſſionem reddens.

Et quidem in ſciſſione corporum vi cunei faciendâ non eſt ita proclivè Geometricas leges perſequi, ad explicandam eorum reſiſtentiam: neque enim ſicut gravitas loco dimovenda facilè innoteſcit, certámque ſub menſuram cadit, ita corporum reſiſtentia, ne findantur, fieri poteſt manifeſta: Eſt ſiquidem ſciſſio partium conjunctarum ſeparatio; earum autem conjunctionem adeò variam eſſe contingit, ut certam legem ſubire nequeat. Nam quemadmodum inter lapides, ut monet Vitruvius lib. 2. cap. 7. alij ita molles ſunt, ut etiam ſerrâ dentatâ, quaſi ligna, ſecentur, immò ſecundùm oras maritimas ab ſalſugine exeſa diffluant, & in locis patentibus atque apertis, pruinâ & gelu frientur, ac diſſolvantur; alij duriores, ſed qui interveniorum vacuitates habeant, quapropter ab igne tuti non ſint, quin rareſcente aëre vacuitatibus illis interjecto diſſiliant & diſ-

MMmm

ſipentur; alii ita ſpiſſis compactionibus ſolidati, ut neque ab tempeſtatibus, neque ab ignis vehementiâ timeant: Ita pariter inter ligna alia aliis ſolidiora ſunt, & unum præ alio faciliùs eſt fiſſile, prout particulæ componentes craſſiores, aut tenuiores, ſunt magis aut minus exquiſitè permiſtæ, atque nimio, ſive modico, ſive temperato humore concretæ, & prout juxta ſtaminum ductum, aut illa obliquè ſecando, inſtituitur ſciſſio. Sunt autem corpora illa (quantum quidem ad præſentem tractationem ſpectat) partium ſeparationi difficiliùs obnoxia, quorum materia ita probè ſubacta eſt, ut eorum elementa in minutiſſimas particulas conciſa, & quaſi individua corpuſcula in unam naturam inobſervabili permiſtione temperata coaluerint eâ tantùm humoris copiâ, quæ ſatis fuerit ad illa firmiter agglutinanda. Ex quo fit, ut hujuſmodi corpora ſolidiora ſint, minúſque conſpicuas inanitates admittant, atque proinde, ſi expoliantur, ſuperficiem induant lævem & undique æquabilem: id quod cæteris non accidit, quorum particulæ frequentibus hiatibus interciſæ, cùm aliæ emineant, aliæ ſuperentur, ſemper aliquid habeant aſperitatis; quemadmodum animadvertere poterit, quiſquis lapides cum marmoribus comparaverit.

Si igitur ex ſolido corpore avellenda eſt particula aliqua, hæc iſtáque disjungenda eſt à circumſtantibus particulis, quibus conjungitur, neque fieri poteſt, ut illa moveatur, quin proximarum particularum aliæ motui oppoſitæ impellantur, aliæ diſtrahantur; omnes autem ægrè à ſtatu ſibi ſecundùm naturam debito recedentes repugnant: quò verò plures particulæ vim ſubire coguntur, eò major eſt reſiſtentia plurium quaſi collatis viribus ſimul repugnantium. Hinc ſi duriora ligna ſecanda offerantur, potior eſt uſus ſubtilioris ſerræ minutos denticulos habentis; quia videlicet, quò exilior atque ſubtilior eſt denticulus, minorem particulam obviam habet, quam impellat, & pauciores particulæ, à quibus ſeparetur, illam circunſtant; idcóque ab iis faciliùs avellitur, quàm particula major, quæ à pluribus disjungenda eſſet. Contra verò quorum particulæ levi impulſu divelluntur, quia non adeò dura ſunt, craſſiore ſerrâ facilè ſecantur, quæ in durioribus majorem reſiſtentiam inveniens parùm utilis accideret. Hæc autem in limâ pariter obſervari poſſunt; quàm enim diſſipari aſperitate opus eſt in limâ,

qua

qua chalybs, aut qua lignum terendo expolitur? Sed & in marmorum sectione mirantur aliqui serras adhiberi nullis dentibus, saltem conspicuis, asperas, non satis animum advertentes ad arenas aquâ aspersas, quæ hujusmodi in opere interveniunt; ut enim loquitur Plinius lib. 36. cap. 6. *arenâ hoc fit, & ferro videtur fieri, serrâ in prætenui lineâ premente arenas, versandòque tractu ipso secante.* Expedit autem subtiliore arenâ uti, *crassior enim arena laxioribus segmentis terit, & plus erodit marmoris, majúsque opus scabritiâ polituræ relinquit:* Sunt scilicet arenæ granula tam quæ premuntur, quàm quæ serræ adhærent, quasi denticuli mobiles mordacis limæ eodem ductu tùm crustarum faciem leviter expolientis, tùm subjectum marmor secantis.

Est autem manifestum non eâdem vi, qua super lignum serram adducentes & reducentes scissionem inchoamus, idem pariter obtineri, si cuneo lignum premamus citrà percussionem: quia nimirum cuneo prementes urgemus in directum subjectas ligni partes, quæ conjunctim resistunt, ne comprimantur, atque à lateribus cohærentes particulæ repugnant, ne distrahantur: serram verò ducentes obliquè urgemus ligni particulas dentibus respondentes, ac proinde paucula illæ tantùm, quæ urgentur, resistunt compressioni, & illis attiguæ distractioni. Hinc fit cultro faciliùs aliquid scindi, si illius aciem quamvis hebetem & obtusam adversùs corpus scissile urgeas simul, atque transversam agas; quia particulæ à cultro pressæ minorem inveniunt resistentiam in transverso motu, ubi anteriores eâdem cum posterioribus directione moventur, nec sibi adversantur, quàm si solo pressu extimæ urgerent interiores, quæ comprimi renuunt. Huc pariter referenda est causa, cur adeò valida contingat scissio, si Harpe ictus infligatur: sic hujusmodi genere ensis in summitate falcati, & in exteriore latere exacuti usum Perseum in amputando Medusæ capite, & Mercurium in occidendo Argo centoculo refert Ovidius lib. 5. Metam. *Vertit in hunc Harpem madefactam cæde Medusæ:* id enim non ex solâ Harpes gravitate, sed ex ipso potissimùm flexu oritur, qui efficit, ut dum vi impetùs descendit, acies etiam transverso motu ducatur supra partes corporis scissilis; ex quo & facilior scissio. Sic quidam vulgari ense, quo equitantes viatores non in speciem, sed ad usum, præcingi solent, vituli caput uno ictu

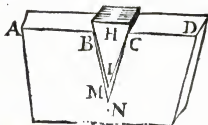
amputabat ; averso scilicet ictu percutiens gladius circulum describebat, adeóque non solùm premendo secabat, verùm etiam motu transverso : quo in negotio dexteritate potiùs, quàm viribus opus est. Quòd autem alij resimum Harpes latus in canaliculum excavant, eíque aliquid argenti vivi indunt, quod à capulo ad cuspidem excurrat, id faciunt ad percussionem augendam, quia translata ad cuspidem gravitate Mercurij, etiam percussionis centrum transfertur longiùs à capulo, ideóque ictus fit validior, accedente præsertim impetu, quem Mercurius descendens concipit.

Non est itaque comparandus gladius motu transverso scindens cum serrâ secante ; hæc enim obvias particulas in scobem abeuntes sensim à ligno divellens illud demum sublatis omnibus intermediis particulis bifariam divisum relinquit : ille verò suâ acie premens atque penetrans, sed nihil abradens, interponitur partibus, quæ invicem separantur. Motus serræ motui particularum abscissarum planè æqualis est ; dens quippe particulam, in quam incurrit, tangens impellit, suóque impulsu vincens nexum, quo particula sibi cohærentibus jungebatur, illam avellit. Transversus verò gladij motus si comparetur cum motu particularum compressarum, atque invicem divulsarum, multò major est illo ; nam culter manûs moventis motui obsecundat ; & particulæ compressæ in latus recedunt ; ac proinde multo velociùs movetur potentia gladium adducens aut reducens, quàm id, cui hoc motu vis infertur : atque idcircò gladij vis scindendi hoc motu refertur ad cuneum. Quòd si gladius non motu transverso ducatur super id, quod scinditur, sed omnino motu recto pressionis, sit autem ferri crassities sensim extenuata in aciem, quemadmodum cuneis omnibus commune est, idem planè dicendum erit, quod de vulgari cuneo, cui nomen hoc præcipuè inditum est.

Quare Cuneus in corpus scindendum adactus considerandus est ratione habitâ ipsius corporis, quod tenerum ac molle esse potest, atque ita flexibile, ut sequatur quocunque torqueas, aut etiam durum, & minimè tractabile. Si molle illud sit, immissum cuneum recipit, séque illi accommodat, & comprimuntur tùm subjectæ particulæ cunei aciem tangentes, tùm quæ à lateribus cunei faciei congruunt : illæ omnino æqualiter promoventur,

moventur, ac adigitur cuneus, neque motus earum à cuneo pendet, quâ cuneus eſt, ſed quâ corpus eſt ſuâ mole objectam molem trudens: hæ verò ad latus ſecedentes magis & magis, prout cunei craſſitudo excreſcit, minori motu moventur, quàm promoveatur immiſſus Cuneus; quandoquidem major eſt cunei longitudo ejuſdem motum metiens, quàm craſſities dextras atque ſiniſtras partes impellens. Sin autem durum ſit corpus, cui cuneus inſeritur, illud quidem vix excogitari poteſt ex adeò conſtipatis partibus inter ſe quàm aptiſſimè cohærentibus conſtare, ut nullius prorſus compreſſionis ſit capax, neque vel tenuiſſimum cunei apicem admittat. Comprimuntur igitur initio partes proximè cuneo ſubjectæ multò magis, quàm quæ lateri adjacent; ſed propter duritiem certum compreſſionis modum natura finivit, extra quem ſubjectas partes diffindi potiùs patiatur, atque à ſe mutuò divelli. Qua in fiſſione ipſæ etiam ſuperiores partes majori compreſſioni ſemper validiùs repugnantes, quò penitiùs adigitur cuneus, plurimum habent momenti, ut cunei vis, quâ cuneus eſt, exerceatur: Quia videlicet ſuperiores partes cum inferioribus connexæ, neque flexibiles, dum ad latera cuneo urgente ſecedunt, cogunt pariter inferiores ad dexteram & ad ſiniſtram recedere; atque propterea quæ adhuc connexæ erant, diſtrahuntur ita, ut demum divellantur.

Sit cuneus H I in ſubjectum lignum immiſſus inter B & C; dum percuſſione urgetur introrſum, partes B versùs A, & partes C verſus D recedunt, & cum illis pariter inferiores B M, atque C M: ex quo fit partes in M connexas diſtrahi atque invicem divelli, & ſciſſionem longiùs promoveri. Cum



igitur hoc ſit propoſitum cuneo ſcindere ſubjectum corpus, non attendendus eſt ſimpliciter motus in B & C, ſed etiam qui in M efficitur, ibi quippe ſciſſio contingit, ſemperque longiùs diſtat à punctis B, & C, locus ſciſſionis, quò magis introrſum urgetur cuneus. Ex quo fit attentè diſtinguendam eſſe facilitatem

adigendi cunei, à facilitate ſcindendi: quandiu enim partes faciem cunei tangentes non admodum repugnant compreſſioni, facilè cedunt adacto cuneo; ubi verò ulteriùs comprimi renuunt, tota vis exercenda eſt in diſtractione partium ſejungendarum; quam diſtractionem quò majorem eſſe contingit, augetur ſanè & cunei adigendi, & ſcindendi difficultas. Hæc tamen alio ex capite minuitur, quia, quò magis punctum M, in quo diſtrahendæ ſunt partes conjunctæ, abeſt à punctis B & C, faciliùs conſequitur ſciſſio, nam, cæteris paribus, motus particularum, quæ ſejunguntur, minorem habet Rationem ad motum punctorum B & C. Sic fuſtem craſſiorem ab alterâ extremitate fiſſum juxta notabilem longitudinem ulteriùs findimus etiam ſolis manibus eò faciliùs, quò longior fuerit prior ſciſſio: plurimum ſiquidem intereſt in lignis, quorum textura certum quendam & rectum ſtaminum ordinem habet, utrùm juxta eorumdem ſtaminum ductum inſtituatur ſciſſio, an hæc obliquè ſecentur; quemadmodum & in lapidibus præſtat cuneum interveniis applicare, ut faciliùs ſcindantur: propterea nodoſis arborum partibus applicatus Cuneus ægrè illas findit, quia nodorum ſtamina non recto tramite, ſed per anfractus & tortuosè procedunt. In hac autem ligni ſciſſione ſi placeat tum particulas, quæ in M diſtrahuntur, tum illis ſubjectas atque adhuc immotas, puta in N conſiderare, atque veſtigium aliquod duplicis Vectis ſecundi generis recognoſcere, itaut commune hypomochlium ſit in N, longitudines vectium B N, & C N, potentia medio cuneo applicata in B & C, atque reſiſtentia vincenda in M; non me difficilem præbebo: ſed & illud ſtatim addam, non eſſe hunc duplicem illum Vectem, quem alij in Cuneo quærunt; cum potiùs ſint duo vectes in diverſa impulſi ab interjecto cuneo.

Quapropter ex his, quæ latiùs explicare placuit, illud conficitur, quod Cuneo aliquando reſiſtit gravitas, ut cùm ille corpori gravi elevando ſupponitur, aut cùm disjunctorum quidem corporum gravium, ſed proximorum, ſaltem alterum removetur; aliquando reſiſtit partium nexus in M, qui niſi ſolvatur, propelli nequeunt partes B & C cunei faciem tangentes: vis ſiquidem cunei proximè exercetur adversùs B & C, & propter partium connexionem etiam adversùs M, quamvis hoc poſtremum

mum

mum ſit ſcopus ſcindentis : quò autem validiùs partes in M conjunguntur, etiam difficiliùs urgentur partes B & C : ligna verò adhuc viridia, & lento humore plena, quia particulæ majorem diſtractionem ferunt, nec facilè diſſiliunt, difficiliùs ſcinduntur, quàm ligna arida.

Quæ itaque de Cuneo vulgari dicta ſunt, facilè innoteſcit ea pariter convenire forficibus, cultris enſibus, novaculis, ſcalpris, dentibus hominis anterioribus, & ſimilibus, quibus ad ſcindendum utimur; ſunt enim cunei diverſimodè juxta varios uſus conformati; neque egent percuſſione, quia res ſcindendæ non admodum reſiſtunt, & ſolus impulſus ſæpè ſufficit. Forfices autem ſunt quidem cunei, ſed vectem conjunctum habentes, adeò ut potentia momenti augmentum acquirat ex Rationibus vectis juxta diſtantias tùm potentiæ, tùm corporis ſcindendi, à clavo, ubi decuſſantur. An verò etiam ſcalpra, quibus Marmorarij aſſulas ex operibus dejiciunt; Cuneorum rationem habeant, non admodum curo ; videntur ſiquidem non incidere marmor, ſed partes ſuperfluas decutere : quod ſi percuſſi ſcalpri mucro penetrat, & dividit marmor, cuneus perinde eſt atque ſcalpra, quibus lignum cælatur.

Similiter acus, ſubulæ, aculei, clavi ad cuneum referuntur : & quidem hujuſmodi corpora quò ſubtiliora ſunt, eò faciliùs penetrant, quia immiſſa, & juxta ſuam longitudinem progredientia valdè moventur interea, dum corporis perforandi particulæ diſtrahendæ atque comprimendæ exiguo motu in latera ſecedunt. Hinc conſtat, cur terebellâ paulo minore aperiendum ſit foramen, cui immittatur clavus craſſiuſculus, ſi præſertim lignum tenue ſit; ne videlicet immiſſo clavo tot partes adeò invicem comprimantur, ut ulteriorem compreſſionem recuſantes cogant alias diſtrahi, ac demum rimâ factâ lignum diſſiliat: ſublatis autem terebrâ particulis aliquot, reliquæ comprimendæ ut clavum arctè complectantur, cum pauciores ſint, faciliùs compreſſionem ferunt citrà periculum fractionis aut ſciſſionis ligni.

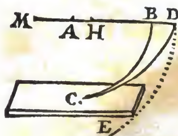
Demum ſecuris, & gladius cæſim feriens, cuneus eſt, cui quodammodo junctus eſt tudes;illo ſiquidem percutimus:quid enim intereſt, quod cuneum manentem tudite percutiamus, ſive cuneo velociter moto percutiatur corpus ſcindendum ?

CAPUT

CAPUT II.

Cunei inflexi usus ad movendum.

PRæter vulgarem Cunei formam, quæ planis extremitatibus circumscribitur, si non ad scindendum, sed ad movendum adhibeatur, utilis esse potest Cuneus inflexus, ita ut, qua saltem parte movendo corpori applicatur, faciem habeat non planam, sed inflexam, moveatur autem non circa ejusdem circularis curvitatis centrum. In crassiore tabulâ assumpto A puncto tanquam centro describatur placito intervallo A B pars arcûs circuli B C, sive Quadrans, sive Quadrante minor, sive major fuerit. Tum centro alio assumpto, & majore aliquo intervallo, alia circuli pars describatur D C occurrens priori arcui B C in puncto C, sive ibi se contingant, sive secent arcus, prout tibi commodius acciderit. Resecatis igitur supervacuis tabulæ partibus, & retentâ parte curvilineâ, habetur cuneus B C D inflexus, qui suam vim exerceat non motu recto, ut cæteri cunei, sed curvo: propterea illi ad firmitatem addantur transversaria ab extremitatibus cunei exeuntia, & in unum punctum coëuntia, circa quod, tanquam centrum, moveri possit cuneus. Ad firmitatem, inquam, quia, ad motum, satis esset crassiori extremitati B D addere appendicem B M, in qua assumi possit punctum, circa quod moveatur, quodcumque illud sit, modò non sit centrum arcûs D C, si arcus ille impellat corpus movendum, neque punctum D minùs distet ab hujusmodi centro motûs, quàm punctum aliud extremum C. Contra verò si cunei conatus exercendus sit trahendo, & corpori applicetur arcus B C, oportet centrum motûs minùs abesse ab extremitate B, quàm



quàm ab apice cunei C. Hùc ſcilicet ſpectare videntur ferrei uncini, quibus duo corpora fibulantur, aut refibulantur, ut cum armaria, feneſtræ, aut capſulæ clauduntur & recluduntur. Quare intellectâ rectâ D M tanquam parte diametri circuli, cujus arcus exerceat vim cunei, ſi hic ſit arcus D C, oportet ejus centrum inter extremitatem D, & punctum M centrum motûs, interjacere; ſin autem ſit arcus B C, inter A centrum circuli, & extremitatem B, oportet interjici centrum motûs H: ab illo quippe centro M in primo caſu removeri oportet corpus movendum, & ad hoc centrum H accedere oportet corpus trahendum. Quod ſi recta D M non fuerit pars diametri tranſeuntis per centra arcûs & motûs, ſaltem oportet illam hujuſmodi diametro propiorem eſſe, quàm ſit recta ex centro motûs ad C ducta; id quod ex 7. lib. 3. manifeſtum eſt.

Firmato itaque pro loci opportunitate centro motûs, & applicatum ad impellendum pondus cuneum B C D urgens potentia in D, deſcribit circa M centrum motûs arcum circularem D E, ſed pondus non propellitur niſi juxta differentiam linearum à punctis arcûs D C ad M centrum motûs ductarum. Ex quo fit movendi facilitatem ſubinde augeri, cæteris paribus. Hoc autem ut planiùs explicetur, ſit arcus L Q in quinque æquales partes diviſus, & ſingulæ ſint gr. 3. linea H L tranſeat per centrum I, & ex H ducantur rectæ H M, H N, H O &c; Certum eſt lineas haſce omnes ex Q ad L ſemper majores eſſe, & maximam eſſe H L ex 7. lib. 3. atque aſſumptâ H F æquali ipſi H Q, differentiam totam eſſe F L. Quare ſi L Q ſit latus cunei inflexi, potentia deſcribens arcum æqualem arcui L Q haberet motum, qui ad motum ponderis eſſet ut arcus L Q ad rectam F L, ſeu Q S. Sed quoniam centrum motûs eſt H, potentia circa illud deſcribit arcum L S, cujus quantitas innoteſcit, ſi dato I L, hoc eſt I Q, Radio, atque diſtantiâ I H,

cùm ex hypothesi notus sit angulus LIQ, investigetur angulus IHQ, quem metitur arcus LS; hujus autem quantitas prodit ex datis partibus Radij HL. Quare angulus LIQ sit gr. 15. IL partium 10000, IH partium 5000. Igitur in triangulo HIQ angulus IHQ est gr. 10. ć. 45″: atque si ex Cyclometricis ineatur Ratio mensuræ arcûs LS, invenietur in partibus Radij IL 10000 ferè par arcui LQ; hic est partium 2618, ille 2621. Quapropter in tam exiguâ circuli portione perinde est arcum LQ, atque arcum LS considerare. Singulæ itaque partes quintæ arcûs descripti sunt particularum 524.

Jam verò per Trigonometriam, ex datis lateribus HI 5000, & IM 10000, atque angulo comprehensô HIM, utpote supplemento ad duos rectos noti anguli LIM ex hypothesi gr. 3. (similiter in reliquis triangulis eadem sunt latera, & angulus comprehensus sensim per gr. 3. minuitur) inveniatur linearum longitudo; & est in iisdem Radij IL partibus 10000 linea HQ 14885, HP 14927, HO 14959, HN 14981, HM 14995, atque demum HL 15000. Sunt igitur linearum ex Q ad L incrementa inæqualia, videlicet 42, 32, 22, 14, 5, quibus respondet motus ponderis cuneo propulsi, qui semper decrescit, dum potentia motus æquales perficit. Ratio proinde motûs potentiæ ad motum ponderis initio, dum cunei pars QP subinde ponderi applicatur, atque Potentia venit ex L in M, est ut 524 ad 42, deinde in PO ut 524 ad 32, in ON ut 524 ad 22, in NM ut 524 ad 14, in ML ut 524 ad 5. Cum itaque semper major fiat Ratio motuum, augetur movendi facilitas; atque perinde fit, ac si acutior semper atque acutior cuneus adhiberetur.

Hìc tamen observandum est ita temperandum esse movendi facilitatem cum ipso ponderis motu, ut illam consectando hoc minùs moveri non contingat, quàm par fuerit: quò enim punctum, quod est centrum motûs, minùs abest ab I centro arcûs LQ, eò quidem faciliùs movetur pondus, quia ad hujus motum potentiæ motus majorem habet Rationem, sed à pondere minus spatium percurritur. Nam si centrum motûs sit G, & IG partium 2500, quarum IQ est 10000, linea GQ est 12432, GP 12456, GO 12475, GN 12489, GM 12497, GL 12500: atque adeò linearum incrementa sunt 24, 19, 14, 8, 3; cum tamen quinta pars arcûs intervallo GL descripti à poten-

tiâ

tiâ sit proximè 524; Major est autem Ratio 524 ad singula hæc linearum incrementa, quàm cum motûs centrum est H. Cum hac tamen movendi facilitate connectitur exiguus ponderis motus; nam inter 12432 & 12500, quæ sunt extremæ lineæ G Q & G L, differentia 68 minor est quàm differentia 115 inter H Q 14885 & H L 15000, quæ differentia inter extremas lineas metitur ponderis motum: est siquidem differentia inter aggregatum laterum & basim trianguli H I Q, aut G I Q, mensura, juxta quam pondus promovetur impulsu cunei. Cum verò I Q & I L, utpote semidiametri, æquales sint, basis autem H Q major sit basi G Q (nam in triangulo H G Q amblygonio basis H Q opponitur majori angulo) fieri non potest, ut eadem sit motûs ponderis mẽsura æqualis ipsis F L aut Q S, nisi ab assumpto motûs centro descriptus arcus (intervallo usque ad Q punctum illi centro proximum) transeat per extremitates easdem Q & F, per quas transiret arcus ex H intervallo H Q descriptus. Quare duo circuli se in duobus punctis secantes communem haberent rectam lineam Q F, ad quam bifariam sectam in V perpendicularis V H transiret per utriusque circuli centrum, ex 3. lib. 3. ac proinde, cum ex. 5. lib. 3. non habeant idem centrum H, alterius circuli centrum esset extra rectam H I, puta in T.

Utrùm autem dato eodem motûs centro, & datâ pari arcûs portione, præstet arcum esse majoris, an minoris, circuli partem, vix est dubitandi locus. Quando enim duo circuli idem planum in eodem puncto contingunt, peripheria majoris interjicitur inter planum datum & peripheriam minoris circuli; atque adeò ab eodem motûs centro lineæ ad illam majoris circuli peripheriam ductæ omnes secant peripheriam minoris, ac propterea, utpote longiores, majorem efficiunt pressionem, longiúsque propellunt corpus, quod impellitur. Hinc si viribus potentia abundet, & ad majus spatium protrudere oporteat pondus, adhibenda est peripheria majoris circuli; contra verò minore utendum est, si parum movendum sit, & potentia imbecillior.

Porrò hìc exerceri cunei vires, quis ambigat? neque enim admodum interest, plana-ne? an inflexa? sit ejus facies, modò ex ejus interjectu duo disjuncta corpora magis invicem removeantur, sive utrumque simul in diversas partes abeant, sive altero manente, alterum tantummodo moveatur. Hìc autem im-

NNnn 2

motum manet centrum, circa quod vertitur portio circuli excentrici, quæ sive simplici impulsione, sive etiam percussione, adacta urget corpus, quod contingit, neque aliter quàm si inter validum stipitem humi defixum, atque pondus interjiceretur vulgaris cuneus planus.

Verùm quamvis hactenus potentiam in ipsa cunei inflexi extremitate posuerimus ad explicandum ejus motum, nihil tamen refert: nam si etiam circa medium cuneum fuerit ansa, qua arreptâ ille valeat circumduci, perinde est; motus siquidem potentiæ ad ponderis motum eandem servat Rationem. Ex quo manifestò deprehenditur nullam esse in Cuneo Vectis umbram; in Vecte siquidem certus est potentiæ locus, quo mutato etiam momenta variantur: at in hujusmodi Cuneo non contingit momentorum mutatio, cujuscumque tandem cunei parti applicetur potentia, dummodo ea sit dispositio, ut vires suas æquè exercere valeat, sive in hac, sive in illâ arcûs extremitate, hoc est ad L aut Q, sive circa medium ad O, aut N, constituatur. Cave tamen putes æquè liberum esse in majore aut minore distantiâ à centro motûs H aut G potentiam collocare: id enim sanè perperam fieret; pro Ratione siquidem distantiæ à centro motûs majorem aut minorem arcum potentia suo motu describeret: esto nihil intersit, cuinam parti applicetur, servatâ eâdem à prædicto motûs centro distantiâ. Propterea si ad Q applicetur potentia cuneum trahens, ansa ejusmodi apponenda est sursum recurva, cui applicata potentia non minorem arcum describat, quàm si illa applicaretur puncto L impellens cuneum: non est scilicet par potentiæ motus, qui fit intervallo H Q, ac intervallo H L. Similiter autem Cuneo plano uti licebit, cujus latera si ferreo paxillo hinc atque hinc extante trajeceris, ut arreptis utrâque manu paxilli extremitatibus cuneum adducere valeas, aut impellere, duo corpora, quibus cuneus interjicitur, disjunges: immò si fissili ligno bicubitali juxta staminum ductum cuneum eumdem ita per vim immiseris, ut cuneum elevatum sequatur pariter & lignum, tùm ligni calce saxum percusseris, cuneus scissionem promovebit, quocumque tandem in loco sive juxta ipsius cunei apicem, sive juxta basim immissus fuerit paxillus ille, cui potentia applicatur.

CAPUT

CAPUT III.

Cuneus perpetuus circulo excentrico effingitur.

CUneum Perpetuum voco non eum, qui perpetuâ, hoc est majore semper atque majore impulsione corpus propellat longiùs atque longiùs; id enim, ut satis clarum est, infinitam exigeret cunei longitudinem: sed eatenus dico *Perpetuum*, quatenus potentia illi semel applicata institutum motum juxta eandem directionem perpetuare potest: id quod neutiquam contingit secundùm rectam lineam, quæ spatium requireret infinitum perpetuo illo motu percurrendum; sed potentia in orbem progrediens, & cuneum contorquens, motus alternos perficit.

Et primùm quidem id fieri potest circulo, cujus motûs centrum absit ab ejusdem circuli centro; vis enim cunei erit ad propellendum corpus intervallo duplo intervalli centrorum; momentum verò potentiæ desumetur ex semiperipheriâ circuli, cujus Radius æqualis sit dati circuli semidiametro auctæ centrorum illorum intervallo; si tamen extremitati à centro motûs maximè distanti ipsa potentia applicetur.

Sit datus circulus B E D, cujus centrum A: fiat motûs centrum C, circa quod in gyrum agatur constitutus circulus. In hoc motu duo circuli concentrici describuntur; alter quidem à puncto D, Radio C D, alter verò à puncto B, Radio C B. Quare dum potentia ex B per G venit in H, punctum D per K venit in L, & corpus, quod puncto D applicitum erat, à peripheriâ circuli B E D sensim propellitur, donec veniat ex D in H. Est autem D H æqualis ipsi B L, quia ex æqualibus C H & C B auferuntur æquales C D



& CL; inter diametros verò BD & LD differentia est BL: igitur quia diametrorum differentia dupla est differentiæ semidiametrorum, BL est dupla ipsius AC differentiæ semidiametrorum AD & CD. Quapropter etiam DH spatium, quod à pondere propulso percurritur, duplum est intervalli centrorum AC. Demùm potentia in B, ex hypothesi, applicata momentum habet juxta Rationem semiperipheriæ BGH ad spatium DH duplum intervalli centrorum AC: hæc siquidem est Ratio motuum potentiæ & ponderis. Hinc si ponatur dati circuli Radius AB 100, & centrorum distantia AC 13, erit DH 26: At semiperipheria BGH ad suum Radium BC est ut 355 ad 113; igitur BGH ad DH est ut 355 ad 26. Quare, cæteris paribus, quò majus est centrorum intervallum, eò majores requiruntur in potentiâ vires; quia hujus intervalli duplum est spatium, per quod impellitur pondus, manente eodem potentiæ motu.

Est autē attentè considerandū, utrùm præstet, cæteris paribus, majore circulo uti: Cæteris, inquam, paribus, ut scilicet idem sit centrorum intervallum, & eadem potentiæ à cētro motûs distantia. Et primò observandū est cuneum esse LBED, cujus vertex est angulus cōtingentiæ factus à peripheriâ dati circuli, & à peripheriâ circuli, quem circa centrum C in motu describit extremitas D. Deinde semiperipheria BGH à potentiâ descripta in motu (& est ex hypothesi partiū 355, quarū Radius CB est 113) dividatur in partes æquales duodecim, ita ut singulæ respondeant gradibus 15, & singulis competant partes $29\frac{1}{2}$. Similiter semiperipheria DOL in 12 æquales partes singulas gr. 15. dividatur: adeò ut cùm linea BD circa punctum C circumacta angulum gr. 15 descripserit, potentia sit progressa per partes $29\frac{1}{2}$. Examinandum est, quanto spatio interim propellatur pondus, quod erat in D, versùs H.

Sit angulus DCO, hoc est arcus DO, gr. 15: ducta intelligatur recta CO usque in N peripheriam dati circuli; est igitur ON motus ponderis ex D versus H. Quapropter investiganda est ipsius CN longitudo, ut appareat ejusdem excessus supra CD. Ducatur dati circuli Radius AN notus partium 100; datur item intervallum AC partium 13; notus est angulus ACN gr. 165: ergo per Trigonometriam innotescit primò angulus CNA gr. 1. 55′. 41″; atque ex eo reliquus angulus NAC

gr.

gr. 13. 4'. 19", hoc est arcus N D: deinde habetur longitudo C N partium $87\frac{18}{100}$, quarum C O, hoc est C D est 87: igitur O N est $\frac{18}{100}$. Quod si arcus D O ponatur gr. 30, in triangulo A C N dantur eadē latera A N 100, & A C 13, & angulus A C N gr. 150: igitur invenitur C N A gr. 3. 43'. 37"; atque angulus N A C, hoc est arcus N D gr. 26. 16'. 23", & linea C N partium $88\frac{51}{100}$: igitur O N est part. $1\frac{51}{100}$. At arcus D O sit gr. 45; est angulus A C N gr. 135: datis iisdem lateribus A N 100, & A C 13, invenitur angulus C N A gr. 5. 16'. 27", atque angulus N A C, hoc est arcus N D gr. 39. 43'. 33". & linea C N part. $90\frac{18}{100}$: igitur O N part. $3\frac{18}{100}$. Similiter si D O sit gr. 60: invenitur O N part. $5\frac{86}{100}$; si verò fuerit gr. 75, est O N $8\frac{84}{100}$: si gr. 90, est O N $12\frac{13}{100}$. Mutetur jam hypothesis, & circuli dati Radius sit duplex, scilicet A D, hoc est A N, partium 200, quarum A C est 13. Sit arcus D O gr. 15: invenitur angulus C N A gr. 0. 57'. 5": atque angulus N A C gr. 14. 2'. 9": ac proinde linea G N partium $187\frac{40}{100}$, quarum C D, hoc est C O, est 187; quare O N est $\frac{40}{100}$. Sit deinde arcus D O gr. 30: invenitur angulus C N A gr. 1. 51'. 45", & angulus N A C, hoc est arcus D N, gr. 28. 8'. 15", atque demum linea C N part. $188\frac{61}{100}$: igitur O N part. $1\frac{61}{100}$. Denique arcus D O sit gr. 45: deprehenditur angulus C N A gr. 2. 38'. 4". angulus N A C, hoc est arcus D N, gr. 42, 21'. 56"; & linea C N part. $190\frac{19}{100}$; atque adeò O N part. $3\frac{19}{100}$. Si D O sit gr. 60, O N est part. $6\frac{18}{100}$; si D O sit gr. 75, O N est $9\frac{15}{100}$. Si sit gr. 90, O N est $12\frac{17}{100}$.

Ex his manifestò constat initio motûs in primo quadrante à circulo majore paulò ampliùs propelli pondus ex D versùs H, quàm à circulo minore, datâ angulorum motûs ad centrum C paritate. Verùm in circulo majoris diametri non solùm pari graduum numero respondet longior arcus pro Ratione diametrorum, sed etiam, ut ex superioribus calculis constat, major circulus plures gradus ponderi coaptat, quàm minor. Sic in motu ad centrum C gr. 15, circulo minori, cujus Radius 100, competunt gr. 13. 4'. 19"; at circulo majori, cujus Radius 200, competunt gr. 14. 2'. 9". Quare præterquam quod duplex est longitudo

longitudo arcus majoris, quia duplex eſt Radius, adhuc ſupereſt longitudo gr. 0. 57′. 50″: cum tamen motus ponderis in minore ſit $\frac{38}{100}$, in majore $\frac{40}{100}$; quod diſcrimen $\frac{2}{100}$ longè minus eſt illo exceſſu arcûs.

Quapropter ſi Potentia peripheriæ dati circuli partibus ſubinde applicetur (ut ſi extarent ad orbitam paxilli perpendiculares) patet in majore circulo haberi majora momenta; multo magis, ſi applicetur juxta maximam à motûs centro diſtantiam; id quod fieri expedit, ſi nihil obſit: At ſi Potentia à centro motûs æquè abſit in majore atque in minore circulo, non habetur hoc momentorum compendium, quod ex diſtantia facilè obtineri poſſet.

Si itaque corpus ex D in H impulſum aut vi elaſticâ reſtituere ſe poſſit ex H in D, aut illud ſublevatum (ſi circulus fuerit in plano Verticali) ſuâ gravitate deſcendere valeat ex H in D, paulatim in priorem locum redibit, cum potentia tranſgreſſa punctum H per I ſe reſtituet in B: potentia igitur perpetuò in gyrum circumactâ, circulum ſimiliter verſando, corpus illud in motu reciprocando ſervabit conſtantiam. Quod ſi virtute elaſticâ præditum ſit corpus impulſum ex D in H, illa pariter, præter inſitam corpori gravitatem, movendi difficultatem augebit, quippe cui vis inferenda eſt, quam deinde excutere valeat. Quare ſatius fuerit omnem virtutem elaſticam amovere (ſi id quidem fieri poſſit) ut ſola gravitatis reſiſtentia ſuperanda ſit.

Ut autem corpus ultro citróque remeare poſſit ex D in H, & viciſſim ex H in D, regula ſtatuatur in Verticali plano erecta, ſed verſatilis circa axem, aut annulum alteri ejuſdem regulæ extremitati infixum, & reliqua regulæ extremitas mobilis occurrat circulo in B: Tum funiculo longitudine diametrum B D æquante connectatur regula cum pondere movendo; ſic enim fiet ut regulæ extremitas devenerit in L, quando pondus fuerit in H; atque propellendo regulam ex L in B, pondus ex H trahetur in D, & perpetua viciſſitudine tum regula, tùm pondus à circumacto cuneo impellentur: ſemper verò reſiſtentia orietur ex ponderis modò impulſi, modò attracti gravitate; regula ſiquidem per ſe nihil obſiſtit, ſed quatenus cum pondere trahendo conjungitur. Verùm qua poſitione collocandus ſit funiculus

niculus

niculus circuli diametro B D respondens, an supra, an infra circulum B E D, quid opus est explicare? satis enim cuique manifestum est attendendum esse, qua ratione ipsi circulo applicetur potentia movens; nam si illum Potentia agitet paxillo in superiori aut inferiori facie extremæ orbitæ infixo, patet funiculum adversæ faciei respondere, ne in illum paxillus incurrat. Sin autem potentia circulo non proximè adhæreat, nec illum tangat, quia ex centro C exeunti axi additum est manubrium circulo parallelum, aut Vectis, aut circulus alius eidem parallelus, liberum erit funiculum alterutri circuli faciei respondentem collocare, ex neutrâ scilicet parte impedimento esse potest potentiæ se in gyrum contorquenti.

Ne me verò carpendum puta, quòd integrum circulum F B E D proposuerim, cum satis esse posset segmentum paulo majus semicirculo B E D (ut scilicet sit locus axi infigendo in C motûs centro) cui tota vis impellendi sive pondus, sive regulam, tribuenda est. Eo consilio integrum circulum F B E D proposui, ut liberum potentiæ sit sive in dexteram, sive in sinistram motum instituere, atque promiscuè uti modò cuneo inflexo B E D, modò B F D, prout commodius acciderit. Deinde si semicirculo tantùm B E D utamur, & vis elastica interveniat, aut gravitas sublevata recidat, ubi potentia venerit in H, & semicirculi B E D sit facta positio H M L, fieri non potest, ut potentia versùs I procedat, quin illicò & quasi momento pondus redeat ad D; hujusmodi verò motus adeò velox vix contingere sæpiùs potest citra aliquod detrimentrum; cui periculo occurritur, si integer fuerit circulus F B E D, sensim enim fit regressus ex H in D.

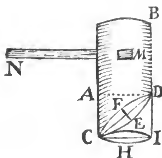
CAPUT IV.

Ex Cylindro construi potest Cuneus perpetuus.

ALtera species Cunei perpetui desumi poterit ex Cylindro Recto obliquè secto, erit siquidem sectio Ellipsis; & potis-

OOoo

ſimùm inſerviet ad deprimendum, ſi cylindrus fuerit horizonti perpendicularis, atque addito vecte circumagatur Ergatæ in morem: Sin autem cylindrus ſit horizonti parallelus, inſerviet ad propellendum pondus, & Radios admittet quemadmodum Sucula. Sit cylindrus B C Rectus, cujus ſcilicet Axis eſt ad baſim perpendicularis, & obliquè ſecetur plano per D C; ſit enim ſectio D E C F ellipſis. Quod ſi hujuſmodi Ellipſis planities officere poſſit motui, interiores partes aliquantulùm excavari oportebit, quandoquidem ſufficit limbus perimetri, modò ſit ſolidus, & ſatis validus; quem & ferreâ laminâ non ruditer politâ munire operæ pretium fuerit.



Ut autem hujuſmodi ſectionis obliquitas major aut minor opportunè fiat, ſtatuenda eſt primùm menſura depreſſionis aut impulſionis, qua movendum eſt pondus, & ſit ex. gr. C A, cui æqualis ſumatur I D: tùm ex D in C fiat ſectio, & erit conſtitutus cuneus A D F C, cujus latus unum eſt cylindri ſemiperipheria A D, aliud D F C ſemiperimeter Ellipſis, cujus partes ponderi in D conſtituto ſubinde applicantur ex convolutione cylindri, & quatenus ab A D recedunt, pondus deprimunt, aut impellunt, donec demum à puncto C attingatur pondus propulſum ex D in I.

Quoniam verò Ellipticum limbum ferreâ laminâ muniendum dixi, non omninò abs re fuerit indicare, qua methodo illius perimetrum indagare poſſimus, ut laminæ in ellipticam figuram inflectendæ longitudo innoteſcat. In circulo quidem nota eſt aliqua Ratio diametri ad peripheriam, ſive ut 7 ad 22, ſive ut 71 ad 223, ſive ut 113 ad 355, ſive quæcumque alia magis arrideat majoribus numeris explicata: at in Ellipſi nulla hujuſmodi Ratio perimetri ad alterutrum Axem (quod quidem ſciam) deprehenſa adhuc eſt: quapropter ad inveſtigandam ejus perimetrum ex datis Axibus variæ tentatæ ſunt viæ, quas inire nunc non eſt operæ pretium. Mihi hanc, utpote perbrevem, nec à veritatis formâ, quantum res Phyſica patitur, recedentem

cedentem ineundam suscepi. Illud verò tanquam certum & demonstratum pono, quod Ellipsis, quæ ex Coni sectione, ab ea quæ ex Cylindri sectione oritur, non differt, ut quidam minùs attenti perperam existimârunt; proinde quælibet oblata Ellipsis ad aliquem Cylindrum spectare potest. Ad quem autem cylindrum illa pertineat, facile est determinare ex ipsius Ellipsis Axe minori, qui est æqualis diametro Cylindri. Datis igitur, Axibus, Majore, & Minore, invenire oportet, quanta sit in hujusmodi Cylindro obliquitas sectionis Ellipsim constituens: id quod obtinetur, si ex quadrato Axis Majoris auferatur quadratum Axis Minoris; residui enim Radix quadrata dabit in Cylindri latere longitudinem, qua distant inter se duo plana basi parallela, inter quæ intercipitur sectio obliqua.

Sit data Ellipsis DECF, cujus major Axis DC 25, Minor FE 20. Axi FE æqualis est cylindri diameter CI. Igitur planum per axem cylindri ductum habet cum plano obliquè secante communem sectionem DC Axem Ellipsis, & cum cylindri base sectionem facit CI, atque in superficie dat latus DI. Quare est triangulum rectangulum CID, cujus datur hypothenusa DC 25, & basis CI 20: ex ipsius DC quadrato 625 ablatum quadratum ex CI 400, relinquit 225, quadratum perpendiculi DI, quod propterea est 15. Plana igitur CI, & AD parallela distant intervallo CI 15. Cum itaque ex basis diametro CI 20 innotescat ejusdem cylindricæ basis peripheria $62\frac{84}{100}$ proximè, superficies cylindrica ACID manifesta est $942\frac{60}{100}$, cujus semissem $471\frac{30}{100}$ dividit bifariam semiperimeter Ellipsis DEC. Est igitur triangulum rectangulum, cujus latera circa rectum sunt latus DI 15, & cylindricæ basis semiperipheria CHI $31\frac{42}{100}$: horum quadrata 225, & $987\frac{2164}{10000}$ in summam colligantur, & quadrati $1212\frac{2164}{10000}$ Radix $34\frac{82}{100}$ ferè, est Ellipsis semiperimeter DEC, integra verò DECF erit $69\frac{64}{100}$.

Quapropter cum plana per AD & CI ex hypothesi sint parallela, etiam DI, & AC æqualia sunt latera. Igitur cum cylindri dati nota sit diameter 20, atque adeò semiperipheria AD $31\frac{42}{100}$, sit data obliquitas, quam metitur AC 15, ex summâ quadratorum rectæ AC, & semiperipheriæ AD, eruatur

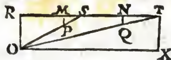
Radix quadrata, & dabit ſemiperimetrum Ellipſis D F C proximam veræ, quæ ex jam datis eſt illa eadem, quam paulo antè invenimus $34\frac{81}{100}$.

Hinc igitur innoteſcunt momenta hujuſmodi cunei, comparatis inter ſe lineis, quæ definiunt motum ponderis atque potentiæ; pondus enim movetur juxta lineam A C, potentia autem juxta ſemiperipheriam cylindri, quatenus videlicet præcisè atque ſimpliciter ratione ipſius cunei motus illi convenit. Verùm quia non facilè potentia applicatur proximè ſuperficiei cylindri,& ſæpius expedit potentiæ momenta augere; propterea Cylindro infigitur Vectis M N, cujus longitudo deſumitur à puncto, ubi ille concurrit cum Axe Cylindri, uſque ad extremitatem N, cui potentia applicatur. Hæc autem longitudo, manente eodem cuneo, varia omnino eſſe poteſt, atque adeò potentiæ momenta repræſentabit ſemiperipheria circuli ab extremitate N deſcripti, quæ comparanda erit cum motu ipſius ponderis ab obliquitate ſectionis definito, ut dictum eſt.

At ſubdubitare contingit, utrùm craſſiore, an graciliore cylindro uti expediat, manente eâdem obliquitatis menſurâ, atque eâdem vectis longitudine; manet ſiquidem eadem motuum Ratio; ſed augeri videtur corporum conflictus ex mutuo tritu, nam in craſſiore cylindro major eſt elliptica ſemiperimeter, quàm in tenuiore, ut manifeſtum eſt, ſi methodo paulò antè indicatâ res ad calculos revocetur: quamobrem ex majore hoc tritu augeri videtur difficultas movendi, cum maneat eadem corporis gravitas, eadem potentiæ virtus, eadem motuum Ratio. Longè tamen aliter ſe res habet; quandoquidem duorum corporum ſe ſe invicem in motu contingentium conflictus, qui ex ſuperficiei aſperitate oritur (hìc corporis unius conatum adversùs aliud vi ſuæ gravitatis mente ſecernimus à conatu, quo illud repellit præcisè vi ſuæ molis tanquam objectum impedimentum, etiamſi adversùs illud non gravitet) conſiderandus eſt, quatenus corpus impulſum adverſatur directioni motûs corporis impellentis. Hinc eſt minimum eſſe conflictum, ſi ambæ facies ſe in plano Verticali contingant, & alterutrum corpus in eodem plano Verticali moveatur; nam reliquum corpus non repellitur, quia in illud non incurrit linea directionis motûs alterius corporis, ſed ſolùm prominulæ utriuſque corporis

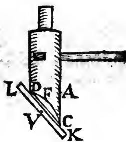
ris particulæ, quatenus aliæ in alias incurrunt, impediunt motum pro earum magnitudine & numero: quod impedimentum maximâ ex parte tollitur, si pingui aliquo humore delibutæ facies lubricæ fiant; replentur scilicet inanitates inter prominulas particulas interjectæ, quas intercapedines subire non tam facilè possunt corporis proximi particulæ. Sic si integer esset cylindrus, suâ basi aut limbo C H I contingens subjectum corpus, minimo tritu cum illo confligeret in motu circà suum Axem, quia hujusmodi motui non opponitur corpus illud in I positum. At verò major est conflictus, quando directioni motûs illud adversatur, ut cùm prope D esse intelligitur aliquâ sui parte subjectum cylindro, qui obliquè sectus circumagi non potest, quin urgeat illud ex D versùs I. Quò autem majore angulo planum Ellipticum C E D F inclinatur ad basis planum C H I, eò magis conversioni cylindri adversatur objectum corpus, adeóque major invenitur difficultas.

Cùm itaque in majore cylindro, datâ æquali obliquitatis mensurâ A C (æqualem obliquitatem non dico) planum obliquè secans minorem angulum cum plano basis cylindri constituat, magisque ad ipsam basim accedat, minus habet resistentiæ ab objecto corpore, si particulæ singulæ considerentur, quamvis cunctæ resistentiæ simul collectæ demùm in æqualem summam à mensura A C definitam coëant. Sit enim minoris cylindri semiperipheria R S, mensura obliquitatis R O, semiperimeter Ellipsis S O: Manente autem eâdem R O, sit majoris cylindri semiperipheria R T, & ellipsis semiperimeter T O; utique angulus R S O, utpote externus, major est interno opposito R T O; ac proinde alternus S O X major est alterno T O X, quibus angulis repræsentatur plani obliquè secantis inclinatio ad basim cylindri. Quamvis igitur ex cylindri convolutione semiperimeter Ellipsis S O impellat pondus juxta mensuram R O, & juxta eandem mensuram R O impellatur pondus à semiperimetro Ellipsis T O; item ab illius quadrante S P, atque hujus quadrante T Q, æqualiter impellatur juxta mensuram M P, & N Q, quæ æquales sunt (utraque



ſcilicet eſt quadrans ipſius R O, ſiquidem propter triangulorum ſimilitudinem, ut O S ad P S, ita R O ad M P, & ut O T ad Q T, ita R O ad N Q; ſed ex hypotheſi O S eſt quadrupla ipſius P S, ſicut O T eſt quadrupla ipſius Q T; igitur R O eſt quadrupla ipſius M P, & ipſius N Q, quæ propterea ſunt æquales) quia tamen Q T major eſt quàm P S, qua Ratione R T major eſt quàm R S, & O T major quàm O S; idcircò eadem reſiſtentia diſtributa per plures particulas longioris Q T, ſeu O T, minor eſt in ſingulis particulis, quàm cùm diſtribuitur per pauciores particulas brevioris P S, ſeu O S. Minùs igitur T O ſuis particulis ſubinde contingens corpus, quod impellit, cum eo confligit, quàm confligat S O pertinens ad minorem cylindrum.

Hujuſmodi Cuneum inflexum ex cylindro obliquè ſecto perpetuum eſſe in reciprocando motu, ſatis manifeſtum eſt, ſi poſtquam pondus ex D propulſum eſt in I, iterum redeat ad D; abſolutâ enim cylindri converſione iterum pondus ex D ad I propellitur. Id autem ut fiat, ſtatuatur jugum K L circa axem in V verſatile, ita tamen ut V reſpondeat axi cylindri: tùm in L adnectatur pondus, quod ex D impelletur in I, dum Cylindri dimidia revolutio ex D per F in C perficietur: quia autem in reliquâ dimidiâ cylindri revolutione jugi extremitas K jam repulſa ſurſum versùs A, impelletur iterum ad C, pondus reſtituetur ex I in D, atque ita deinceps reciprocando impulſionem tum ponderis adnexi in L, tùm extremitatis K. Hinc ſi ex laqueari pendeat ſtatua ventum referens, & in ſpeciem volantis ingentes alas expandens junctas jugo K L, atque in ſuperiore conclavi adſit qui cylindrum circumagat, alis reciprocantibus commovebitur aër, & aura excitabitur ad refrigerandum.



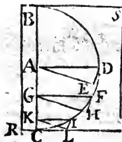
Pro variis demum uſibus ſtatuetur cylindrus modò horizonti, tanquam Ergata, perpendicularis, modò velut Sucula, parallelus: Eritque expeditiſſima ejus converſio, ſi centrum Ellipſis nulli polo innitatur, ſed cylindrus ipſe congruo loculamento ita inſeratur, ut in eo ſit verſatilis, &, quam primò dederis, poſitionem

ſitionem deinceps ſervet, ac neutram in partem nutet. Id quidem paulò longiorem cylindrum exigit; non tamen eſt neceſſe unius perpetuæ craſſitiei eſſe cylindrum; ſæpè enim nimis craſſum atque incommodum eſſe contingeret; ſed fruſto cylindrico craſſiori obliquè ſecto firmiter inſeri poterit gracilior cylindrus, ita ut axis axi conveniat, & rectam lineam conſtituant. atque hic in foramen immiſſus, in quo verſatilis eſt, dum contorquetur, craſſiorem cylindrum pariter convolvit.

CAPUT V.

Cuneum perpetuum Circulus inclinatus imitatur.

TErtiam hanc cunei perpetui ſpeciem duabus ſuperioribus adjicere non inutile fuerit, ut legenti hujus libri cap. ult. prop. 6. conſtabit, quanquam fortaſſis alicui à ſuperiore parùm diſtare videatur; ibi enim Ellipſim ex cylindri recti ſectione obliquâ, hìc circulum ſuo quidem centro inſiſtentem, ſed inclinatum proponimus. Ut autem res clariùs exponatur, concipiamus circulum à plano horizontali R S ſectum per centrum A, ita ut eorum communis ſectio ſit diameter B C, ſemicirculus autem ſuperior ad horizontem inclinatus ſit B D C; qui per A D biſariam ſecetur plano Verticali ad ſubjectum planum R S horizontale recto; ſitque horum planorum communis ſectio recta A E. Tum ex D Quadrantis extremitate demittatur per 11.lib.11. perpendicularis ad ſubjectum planum recta D E; quæ propterea ex defin.3. lib.11. facit cum rectâ A E angulum rectum. Accipiatur arcus D F, & per F in circuli plano ductâ F G parallelâ ipſi A D, per eam ductum intelligatur planum parallelum plano tranſeunti per A D. Igitur planum horizontale plana illa parallela ſecans, per 16. lib. 11. facit ſectiones A E & G H parallelas, ac proinde, cum duæ rectæ A D & A E duabus rectis G F & G H ſint parallelæ,



rallelæ, etiam per 10. lib. 11 anguli D A E, & F G H (cum illæ sint similiter positæ) sunt æquales. Jam ex F demittatur in subjectum planum perpendicularis F H, quæ cum rectâ G H constituit angulum rectum. Cum itaque duo triangula A E D & G H F rectangula habeant angulum D A E angulo F G H æqualem, & reliquus reliquo æqualis est, atque similia sunt triangula: Quapropter ut A D ad D E, ita G F ad F H, & permutando ut A D ad G F, ita D E ad F H. Eadem erit ratiocinatio in triangulo K L I similiter facto, quod erit reliquis simile, & ut A D ad K I, ita D E ad I L: atque ita deinceps de cæteris omnibus triangulis, quæ efformari possunt à lineis parallelis Radio A D, tanquam hypothenusis, & à perpendicularibus cadentibus in subjectum planum ex peripheriâ circuli inclinati, & à rectis, quæ jungunt punctum, in quod cadit perpendiculum, cum extremitate altera hypothenusæ. Quoniam verò omnes lineæ parallelæ Radio A D sunt Sinus arcuum à puncto C incipientium (sic I K est Sinus arcûs I C, F G est Sinus arcûs F C) omnium illarum Ratio manifesta est ex Canone Sinuum, si arcuum quantitas in gradibus data sit, vel nota; quare etiam nota est Ratio perpendiculorum D E, F H, I L. Hæc autem, quæ de Quadrante D A C dicta sunt, etiam de reliquo Quadrante D A B intelliguntur; & quæ de hoc superiore semicirculo demonstrata sunt, etiam de inferiore semicirculo vera sunt, quatenus ille ad hoc idem planum horizontale R S refertur, à quo circulus bifariam secatur.

Jam verò integer circulus cum alio plano horizontali non Secante, sed Tangente circulum inclinatum in puncto infimo, comparetur: sunt autem duo hæc plana horizontalia invicem parallela; & perpendiculum à puncto D cadens in planum horizontale Tangens, est duplum perpendiculi D E, quemadmodum totius circuli diameter est dupla Radij A D. Quapropter cum nota sit dati circuli diameter secundùm certam mensuram, & data sit circuli inclinatio, sive perpendiculi longitudo, qui est Sinus anguli inclinationis, facile est invenire singularum perpendicularium quantitatem. Nam si datur angulus inclinationis circuli ad planum Tangens (cùm hoc sit parallelum plano Secanti) angulus ille æqualis est angulo D A E: quare sicut in triangulo D A E rectangulo datur hypothenusa A D Radius circuli,

circuli, & angulus acutus adjacens D A E, ex quibus invenitur latus D E, ita manifestum fit perpendiculum à summo circuli inclinati puncto D in planum horizontale Tangens, quod est duplum lateris D E inventi.

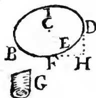
Sivè igitur detur puncti D à plano horizontali Tangente distantia, sivè inveniatur, distantia hæc bipartitò dividatur, ejúsque medietas tribuatur perpendiculari D E. Tum Quadrans D C in quotlibet partes æquales divisus intelligatur, puta in decem, & ex Canone accipiantur singulorum arcuum Sinus gr. 81. 72. 63. 54. 45. 36. 27. 18. 9: deinde fiat ut Radius ad singulos Sinus, ita notum perpendiculum D E ad aliud, & proveniet singulorum perpendiculorum in planum Secans cadentium mensura: quibus singillatim addenda est quantitas ipsius D E, hoc est dimidia altitudo summa, ut habeatur singulorum altitudo suprà planum horizontale Tangens. Ponatur summa circuli elevatio à positione horizontali, palmi unius: igitur D E est semipalmus, qui intelligatur distinctus in particulas 100.000, adeóque totus palmus in part. 200.000. Ideò in superiori Quadrante singulis perpendiculis addito semipalmo perpendiculorum altitudo ea est, quam adjecta tabella exhibet.

Perpendicula.			
Superioris Quadr. Gr.		Inferioris Quadr. Gr.	
90	200000	90	0
81	198769	81	1231
72	195106	72	4894
63	189101	63	10899
54	180902	54	19098
45	170711	45	29289
36	158778	36	41222
27	145399	27	54601
18	130902	18	69098
9	115643	9	84357
0	100000	0	100000

Pro inferiori autem Quadrante ponendo gr. 90. in puncto contactûs circuli cum plano Tangente, lineæ perpendiculares ad

planum Secans auferendæ sunt à semisse datæ elevationis, hoc est ex semipalmo part. 100000, & residuum est distantia perpendicularis à subjecto plano Tangente singulis partium punctis respondens; quemadmodum adjectæ tabellæ pars altera ostendit.

His fundamentis positis innititur species hæc cunei petita ex circulo inclinato, qui eandem servans inclinationem circa suum centrum convertitur. Sit enim circulus B F E D, cujus centrum C, ad horizontem, sive ad planum Verticale inclinatus, & sit in D pondus impellendum. Potentia in B existens, circulumque retinens in eâdem inclinatione, si illum circa suum centrum C circumagat, paulatim pondus impellit, prout illud tangitur modò à puncto E, modò à puncto F, donec demum à puncto B infimo ad extremum motûs terminum deducatur. Quare potentiæ motus definitur à semicirculi peripheriâ B F E D, motus verò ponderis à rectâ D H.



Ut autem circulus in conversione eandem semper inclinationem servet, frustum ligni G obliquè in parte superiori sectum, inferiùs affigatur circulo (aut contrà in parte inferiori sectum superiùs affigatur, prout commodius acciderit) atque in ligno foramen fiat respondens circuli centro C, per quod foramen transeat polus, cui centrum insistit. Cum enim foramen illud perpendiculare maneat ad horizontem, circulus eandem retinet in conversione inclinationem.

Verùm quia priùs statuendum est spatium D H, per quod ponderi commeandum est, quàm circuli amplitudo definiatur, non solùm ut Potentiæ motus ad ponderis motum Rationem habeat majorem pro circuli semiperipheriæ longitudine, sed etiam ut quàm minimum fieri possit, inclinatio ipsa recedat à parallelismo cum plano, ad quod inclinari dicitur, sive illud horizontale sit, sive Verticale, quò enim minùs directioni motûs potentiæ opponitur pondus, eò minùs resistit: Propterea data linea D H statuatur ut Sinus anguli inclinationis, & Radio respondebit diameter circuli opportuni. Sic si recta D H sit linea palmaris, & angulus inclinationis ponatur gr. 10: fiat ut gr.

gr.10 Sinus 17365 ad Radium 100000, ita 1 palmus ad palmos 5 $\frac{76}{100}$ ferè, quæ esset diameter circuli eam inclinationem habentis; atque adeò motus potentiæ cum circulo in gyrum actæ esset ad motum ponderis saltem noncuplus. Ex quibus satis apertum est ampliorem circulum præ minore utiliorem esse, cæteris paribus.

At circulum ipsum convolvere aut non placet, aut non licet, quia fortasse pondus illius peripheriæ adnexum est, atque idcircò non nisi in gyrum pariter cum circulo ageretur. Idem planè assequemur, si circulum horizonti, aut plano Verticali, constitutum parallelum potentia urgeat in B; tùm puncto D applicetur pondus; deinde potentia pergens in F & E percurrat circuli ambitum illum deprimendo & inclinando; quandoquidem utroque modo mutatur distantia ponderis ab infimo puncto circuli. Ponatur enim punctum F æquè distans à puncto B, atque punctum E distat à puncto D. Si potentia manens applicata eidem puncto B convertat circulum ita, ut ipsa potentia distet à pondere arcu BE, pondus non adnexum circulo impellitur pro Ratione, quam arcus ille exigit: at verò si manente pondere applicato ad punctum D, cui adnectitur, potentia pergat ex B in F, similiter distat à pondere arcu FD, qui est æqualis arcui BE; atque proinde æqualiter deprimitur, prout idem arcus exigit, juxta superius explicata, & in tabellâ exposita; atque ita deinceps, donec potentia veniat in D: singulas autem impulsiones metitur differentia perpendicularium.

Hìc igitur ubi pondus circulo adnexùm ponitur, manifesta est motûs reciprocatio: potentia siquidem ubi per F & E venerit in circuli punctum D, & impulerit pondus usque in H, percurrendo reliquum semicirculum DIB iterum retrahit pondus ex H in D. At quando pondus non connectitur cum circulo, & circulus ipse convertitur, tunc opus est aliquo artificio, ut pondus ex H remeet in D, quemadmodum indicatum est capite superiori.

Porrò circulus iste non convolutus, sed à potentiâ ejus ambitum percurrente secundùm alias atque alias partes inclinatus, non est à Ratione Cunei excludendus; quandoquidem parùm interest utrùm simili motu potentia atque organum moveantur, an verò dissimili motu. Quando potentia in eodem puncto B

ſemper applicata in gyrum pergit, ſimili motu cum circulo in gyrum acto movetur: quando verò potentia quidem circulariter movetur, ſed non ſecum rapit circulum, quem ſolummodò inclinat, eſt quidem diverſus potentiæ motus à motu organi, ſed ponderis motus idem planè efficitur in utroque caſu, & æqualis eſt potentiæ ipſius motus determinatus à Rationibus Cunei, quamvis hic non promoveatur, ſed ſolùm impellatur.

CAPUT VI.

Unde oriatur vis Percuſsionis.

CUnei vires, quatenus ex ejus formâ proveniunt, hactenus conſideravimus; nunc ad id, quod potiſſimum in hac tractatione videtur, tranſeundum eſt, videlicet ad percuſſionem, qua dum adigitur Cuneus, multo faciliùs conſequitur motus (ſive ſciſſio ſit, ſive ſimplex impulſio, citrà corporis diviſionem) quàm ſi onere impoſito prægravaretur, aut Vecte ſeu aliâ qualibet Facultate augerentur Potentiæ momenta. Certè Ariſtoteles Mechan. quæſt. 19. quærit, *Cur ſi quis ſuper lignum magnam imponat ſecurim, deſupérque illi magnum adjiciat pondus, ligni quippiam, quod curandum ſit, non dividit: Si verò ſecurim extollens percutiat, illud ſcindit; cum alioquin multo minus habeat ponderis id, quod percutit, quàm id quod ſuperjacet, & premit?* Id quod in cæteris quoquè percuſſionibus, ubi nulla intervenit Cunei Ratio, manifeſtum eſt; quemadmodum in ſimplici compreſſione, ut cùm lamella aurea in ſubtiliſſimam bracteolam diducitur repetitâ mallei percuſſione; quod enim, licèt immenſum, pondus vi ſuæ gravitatis tantumdem præſtare poſſet? Percuſſionis igitur natura inveſtiganda eſt, ut ejus vires in Cuneo innoteſcant.

Certum autem eſſe debet, & extra omnem controverſiam poſitum nihil eſſe in hac rerum univerſitate, quod vacet corpore, ſed corporibus omnem obſideri locum, nullúmque eſſe inane, in quod ſe recipere valeant, ac propterea corpora omnia

nia ita sibi vicissim suâ mole obsistere, ut nullum moveri valeat, quin alterius in locum succedat; quod proinde loco pelli necesse est, quantum satis fuerit, ut subeunti corpori spatium concedat; sive id contingat, quia obsistens corpus inter angustias deprehensum se comprimi patiatur, sivè quia divisum in latera secedat, sive quia circumfusa corpora circumpellat, quæ abeuntis vestigia sequantur. Cum itaque nec omnia planè corpora perpetuò quiescant, nec omnia æquali prorsus agitatione commoveantur, fieri non potest, quin aliquibus vis aliqua saltem aliquando inferatur, seu quia non licet diu juxta naturæ institutum quieta consistere, seu quia externo pulsu ad velociorem motum incitantur. Quare nullius corporis ex loco in locum migratio excogitari potest, cui nullum aliud corpus adversetur & repugnet, vel ut suo se tutetur in loco juxta præscriptum à natura ordinem, vel ut partium nexum, & naturalem earum positionem servet citrà divisionem, aut compressionem, aut distractionem. Ex quo & illud consequens est, quod nullum reipsâ (quicquid animo finxeris) quiescit corpus ad omnem omninò motum adeò indifferens, ut nihil prorsus retundat impetûs ab alio corpore commoto sponte concepti, aut extrinsecùs impressi: nullum quippe est, quod neque quicquam habeat proni, neque sursum subvolare contendat, si disparis secundùm speciem gravitatis corpori permeabili proximum consistat, ubi fortè ordinem perturbari contigerit; ac propterea ad motum indifferens censendum non est, nisi ut exquisitam circuli peripheriam circa centrum gravium percurrat externâ vi impellente: id quod animo fingere facile est, opere exequi, ut mitissimè loquar, difficillimum; certè semper incertum.

Hoc verò discrimen est inter corpora (quantum quidem ad præsentem disputationem attinet) quod aliqua ita liberè fluunt, ut nusquam adhærescere videantur, quemadmodum aër, & extenuatus vapor: Alia liquida & fusa manant, atque labuntur, ut aqua cæterique humores, per quos transire & permeare licet, dirempti enim iterùm coëunt. Alia partibus constant, quæ junctione aliquâ tenentur, & sub certâ quidem conformatione, atque figurâ consistunt, quandiu nullo impellente urgentur; quia tamen facilè comprimi queunt, in aliam figuram transferuntur; cujusmodi sunt lutum, cera, & reliqua mollia ac tene-

ra, quæ aut ita tractabilia ſunt, ut quamcumque in formam fingantur, aut ita flexibilia, ut ſequantur quocumque torqueas: Alia demum ſolida & dura ſunt, quæ figuræ terminos, quibus circumſcribuntur, non facilè mutant, & ſi fortè ſe aliquatenus comprimi patiantur, priſtinam formam ſibi reparant. Ex hiſce quatuor corporum generibus priora rationem medij ſubire poſſunt, in quo reliquorum corporum motus exerceantur, ut ex alio in alium locum commigrent; poſteriora, ſi unum in aliud incurrat, aut ſi ſibi invicem occurrant, ea ſunt, per quæ tranſitus non pateat, ſed aliorum corporum motui tantiſper mole ſuâ unumquodque obluctatur, dum pulſu externo removeatur.

Porrò Impulſionem à Percuſſione diſtinguere opus eſt, niſi vocabulis abuti velimus; quamvis enim utraque objecti corporis reſiſtentiam inveniat, nemo tamen dixerit idem eſſe, apprehenſum manu Vectem impellendo, atque illum percutiendo deprimere, innatans aquæ lignum conto propellere, atque inflicto ictu illud à ripâ longiùs abſtrahere, etiamſi æquè & Vectis deprimatur, & lignum promoveatur. Simplex nimirum Impulſio nullum per ſe antecedentem corporis impellentis motum exigit: at Percuſſio ob idipſum, quia Percuſſio eſt, corporis percutientis motum requirit, qui ipſorum corporum colliſionem præcedat. Quare in Percuſſione intervenit inſtituti jam & inchoati motûs interruptio ex novâ objecti corporis reſiſtentiâ. Hinc Ariſtoteles lib. 4. Meteor. ſumma 3. cap. 2. ait, *Eſt autem Pulſio, motus à movente, qui fit à tactu; Percuſſio autem, cum à latione.*

Hæc omnia conjunctim Percuſſio poſtulat: Primò inchoatum eſſe jam & inſtitutum motum oportet: quamvis etenim impulſio omnis vincat corporis urgendi aut ſcindendi reſiſtentiam etiam primo motûs momento; quia tamen præcedens corporis impellentis motus, quo antè acceſſit ad corporis impulſi contactum, quàm illud urgere incipiat, omnino præter Impulſionis naturam accidit (hæc ſi quidem eadem ſequetur, etiam ſi priùs in mutuo contactu diutiſſimè quieſcant) propterea non ſatis eſt reſiſtentiam invenire, ſed hanc inſtituto jam motui intervenire neceſſe eſt, ut ſit Percuſſio. Deinde, licèt præceſſerit motus, atque adhuc continuatus novam inveniat reſiſten-
tiam,

tiam, quia alias medij ejusdem scindendi partes offendit; si tamen æquabilis perseveret pristinam velocitatem aut tarditatem nulla ex parte imminutam continenter servans, non est censenda nova resistentia; sed quemadmodum continuus est idem motus aliis atque aliis partibus sibi succedentibus, ita continuatur eadem resistentia, nec posteriores medij partes percuti dicuntur, sed, ut priùs, præcisè impelli, aut scindi: quia videlicet præcedens motus nihil confert ad novam hanc impulsionem prioribus omnino similem. Quod si corpus in motu ob idipsum quia movetur, majorem atque majorem adhiberet celeritatem, adeò ut in medio, hoc est aëre ipso, resistentiæ modus augeretur, facilè acquiescam contendenti aërem verberari & percuti: sed quia nimis facilem se præbet aër ad hoc, ut scindatur, non de hujusmodi percussione medij, in quo fit motus, mihi hìc est sermo, sed potiùs de percussione corporis, ad quod per medium accedit corpus percutiens. Hinc aquam percuti non negaverim, quando ensis bonitatem examinaturi, utrùm scilicet ritè & æquabiliter in chalybem temperatum sit ferrum, horizontalem aquæ stagnantis superficiem plano gladio vehementer percutimus; per aërem scilicet, tanquam per medium antecedentis motûs, ad aquam devenit gladius; quicquid sit, quod & ipsa aqua ad ulteriorem motum, quo ensis profundiùs immergatur, medij rationem habere possit. Similiter aërem ipsum percuti à corpore, quod ex aquâ emergit, haud ægrè concesserim, si id quidem ex vi præcedentis motûs contingat: esto, minùs obsistat aër, quàm aqua, obsistit tamen, si à quiete dimoveatur, aut velociùs moveri cogatur, quàm moveretur, si hujusmodi nova impulsio vi præcedentis motûs non accideret: Neque aër, cum primùm emergens corpus in eum incurrit, habet rationem medij, sed perinde se habet primo illo momento, atque si tabella suspensa horizonti parallela faciem aquæ proximè contingeret, & in eam ex aquâ emergens corpus incurreret; quanquam ab hac majorem, quàm ab aëre, resistentiam subiret, atque adeo validiorem huic ictum infligeret.

Sed quid vocabula in quæstionem frustra vocamus? De his loquere, ut libet: per me sanè licebit, quando corpus ab uno fluido, per quod inchoatus est motus, ad aliud fluidum transit

(sive

(sive hoc magis, sive minùs crassum atque concretum fuerit) hujus posterioris fluidi primum contactum cum impulsione Percussionem æquè appellare, atque si non fluidum esset, sed durum; validiùs scilicet impetitur vi antecedentis motûs, quàm si corpus incurrens tunc primùm à quiete recederet. Hic solidorum atque consistentium corporum percussiones persequimur, quarum vim inquirimus, & modum recipiunt à resistentiâ corporis percussi, quæ quò major est, validior quoquè cæteris paribus efficitur percussio. Sic si quis velit alteri alapam infligere, nullus erit ictus, si æquè velociter ad easdem partes moveantur tum percutientis manus, tum is, cui destinata est alapa; quia nulla est resistentia motum manûs impediens, aut retardans: erit verò ictus genere ipso validissimus, si sibi occurrant, & quò majore impetu atque velocitate occurrent, eò validior; quia nullum est majus resistentiæ genus, quàm si duo oppositi motus se invicem retundant. Quod si demum percutientis manus moveatur velociùs, quàm is, qui percutitur, quamvis ad easdem partes moveantur, ictus infligetur validus pro Ratione excessûs velocitatis, cui motus tardior resistit, quatenus corpus tardum tandem à velociore deprehenditur, atque urgetur: antè ictum verò si corpus percussum quiescat, quo velocior erit percutientis motus, validior quoquè erit ictus; ad eandem enim resistentiam major motus habet majorem Rationem, quàm minor.

Vim igitur percussionis ex antecedenti motu originem ducere manifestum videtur; non quidem quâ motus est ex loco in locum transitus, hic enim ante corporum contactum ictum nullum infligere potest, in ictu autem ipso motus omnis præcedens evanuit, nec jam extinctus quicquam efficere potest, etiamsi motui præsenti vis aliqua efficiendi tribueretur. Sed quia cum motu illo antecedente acquisitus est impetus, qui adhuc durans ipso percussionis momento longè plus habet virium, quàm si tunc omnino inciperet motus cum impulsione; augetur siquidem in motu impetus ab eâdem causâ movente productus singulis momentis, semper enim ad agendum causa necessaria applicata est, atque, si maneat, utilitate non caret impetus, quem subsequi potest motus. Quid nimirum causæ est, quare ligneus globus leniter aquæ impositus innataret, si

verò

verò ex editâ turri in subjectam fossam dimittatur, aquam altiùs penetrat? nisi quia impetum in motu globus acquisivit, quo perseverante terminos suæ gravitati à Naturâ præscriptos transilit, eóque demum languescente, aut illum aqua sursum extrudet, aut vi suæ levitatis sponte ascendet. Sic citrà notabilem doloris sensum sustinemus capiti impositum lapidem fortè bipedalem, at non item scrupuli duorum digitorum ex altitudine centum cubitorum decidentis ictum ferre possumus citrà incommodum non sanè leve: id quod ex acquisito impetu contingere palàm est, nulla quippe alia præter impetum in promptu est causa, cui vis hæc efficiendi commodè, atque probabili conjecturâ, tribuenda sit.

Hunc impetum in motu acquisitum *Gravitatis* nomine indigitare placuit Aristoteli, cùm propositæ quæstioni 19. satisfacere contendens ait, *An quia omnia cum motu fiunt, & grave ipsum gravitatis magis assumit motum, dum movetur, quàm dum quiescit? Incumbens igitur connatam gravi motionem non movetur; motum verò & secundùm hanc movetur, & secundùm eam, quæ est percutientis.* Neque enim adeò in rebus Physicis Aristotelem, ejúsque peritiores asseclas cæcutiisse dixerim, ut gravitatem corpori insitam, quæ prima radix atque origo est, cui motus debeatur, in ipso motu revera augeri existimaverint (quamvis nullâ factâ naturæ, saltem constipatis partibus, mutatione) haud secus, ac calori calor addatur. Sed idcirco plus gravitatis assumi dicitur à corpore gravi dum movetur, quàm dum quiescit, quia in motu vi ac potestate se movendi æquiparat corpora graviora, atque adeò plus habet gravitatis non Formaliter, sed Virtualiter & Æquivalenter, ut ipsorum Peripateticorum vocabulis utar. Cæterùm *gravitatis* nomine non ipsum pondus intelligi ab Aristotele suadet ipsa loquendi formula, qua gravitatem assumptam dum movetur, confert cum gravitate assumptâ dum quiescit, ut hæc illâ minor censeatur: videtur enim Aristoteles in corpore gravi ad motum prono agnoscere assumptum impetum, quo fieret connata ipsi corpori gravi motio, nisi impediretur, dum quiescit, & præter hunc impetum, alium in motu acquisitum, adeò ut demum utroque impetu moveatur, ac proinde dicatur in motu plus assumere gravitatis.

Quòd si hæc philosophandi ratio placeat, qua corpori gravi

idcircò saltem ad speciem quiescenti, quòd removere non valeat ea, quæ obstant, & motum, qui sub sensum cadat, impediunt, conceditur impetus Innatus, qui sit ipsa actualis gravitatio insitæ gravitati addita, reipsa connitens aut adversùs subjectum corpus, aut contra vim suspendentem: Cùm gravitas in motu alium atque alium adhibeat novum conatum ad descendendum, perinde videtur contingere, ac si toties multiplicata fuisset eadem gravitas, quoties multiplicatus fuit conatus priori illi æqualis. Hac autem ratione non ineptè dixit Aristoteles grave ipsum assumere plus gravitatis in motu, quia sublato motûs impedimento & impetus Innatus suas omnes vires exerit, & augetur Acquisito: ac propterea minor gravitas sic æquivalenter multiplicata longè plus efficit, quàm si major gravitas incumberet, cujus impetus Innatus impediretur, ne motum efficeret ullum neque compressionis corporis subjecti, neque distentionis corporis suspendentis. Quando autem nullus omnino motus, sivè qui sub sensum cadat, sive qui aciem omnem fugiat, tribuitur corpori gravi, nullus quoquè superadditus Impetus ipsi connatæ gravitati respondens concedendus est; neque enim deorsum reipsa connititur; quamvis in se habeat principium & originem gravitandi, si impedimentum saltem ex parte removeatur.

Cùm itaque omne id, quod percussionis ictum consequitur, ab impetu oriatur, neque impetum gravitas, aut ulla movendi facultas, concipere valeat, quin aliquo saltem motu ipsa moveatur; nil mirum, si ingens moles prohibita, ne prorsùs moveatur, nullam labem inferat subjecto lapidi, quem minor gravitas cadens, atque percutiens in frusta comminuit: minor scilicet gravitas liberè descendens multum concipit impetum, quem lapidi percusso communicans cogit eum in frusta dissilire, si vis impetûs superet partium nexum, aut saltem eum concutit. Nullum autem effectum impetûs ab ingenti mole prorsùs quiescente expectare possumus, quippe quæ nullum imprimere potest impetum subjecto corpori.

Hinc mirari cessent, qui plumbeum globulum primo mallei ictu certam compressionem pati observant, secundo verò ictu priori omninò æquali adhuc magis comprimi, quamvis minore compressione, quia particulæ jam per vim constipatæ validiùs

rejiciunt

rejiciunt majorem violentiam. At si globulum similem subjiciant ponderi, quod illum æquè comprimat, ac prior ictus mallei, addito adhuc æquali pondere non sequitur compressio globuli tanta, quæ respondeat secundo ictui mallei: ex quo satis constat duplicis percussionis vires non æquari à duplici gravitate. Si enim animum attentè advertant, videbunt mallei motus tam in primâ quàm in secunda percussione planè æquales esse, tùm ratione velocitatis, tùm ratione spatij, ac proinde æquali impetu malleum percutere: At factâ jam primâ subjecti globuli compressione, in qua gravitas incumbens motum habuit illi compressioni respondentem, manifestum est, propter majorem globuli jam compressi resistentiam, non posse secundam gravitatem priori æqualem additam æquali motu, nec æquali velocitate moveri, atque propterea neque posse æqualem impetum concipere, quo possit effectum secundo mallei ictui similem producere. Adde quod secundum pondus additum priori, atque illi impositum, suum habet gravitatis centrum, & commune totius ponderis globulo incumbentis centrum gravitatis transfertur in aliud molis compositæ punctum; ideóque linea directionis non similiter incurrit in subjectum globulum, adversùm quem similes exhibeat vires. Neque mihi facilè persuadebis tam accuratè secundum pondus adjectum priori, ut posterius gravitatis centrum in eâdem sit lineâ directionis, nec ab illâ quicquam deflectat. Quare vel posterior hæc gravitas addita priori, jam quiescenti, ubi facta est vis comprimendi par virtuti resistendi, omni prorsus motu caret, & nihil impetûs potest concipere, aut imprimere; vel solùm tenuissimum, & qui vix post multum tempus conspicuus fiat, motum habet, & non nisi levem impetum imprimit, quo subjectus globulus demum aliquantulo compressior appareat: ideò, ut compressio similis illi, quæ fit à secundo mallei ictu, habeatur, necesse est gravitatem additam esse adhuc majorem, ut gravitas tota composita impetum efficere valeat, quem consequatur motus æqualis secundæ illi compressioni à malleo factæ.

Cur itaque securis ligno incumbens, quamvis ingenti prægravata pondere, vix levem fissionem inferat subjecto ligno, quod tamen altiùs penetratur ab eâdem securi cadente & percutiente, in promptu causa est: quia videlicet compressio, quæ

& impulsio est, cum motu quidem fit, sed ipso statim initio & in progressu adest resistentia, ne producatur totus impetus, quem vis motiva posset efficere, & motus non est, nisi quantum impellitur objectum corpus; ideóque securis vi ponderis incumbentis non valet in hujusmodi motu alium impetum concipere præter illum, quem fert præsens motus, qui valde exiguus est: At percussio ea est, ut cùm primùm securis cadens applicatur ligno, jam multum habeat concepti imptus in aëre libero, & nihil adhuc resistente ligno, ac propterea possit velociùs moveri comprimendo & dividendo subjectum lignum. Ex quo fit onus securi impositum tantæ gravitatis esse oportere, ut quæ Ratio est spatij à securi cadente decursi ad spatium, quo illa penetrat lignum, ea saltem sit Ratio gravitatis conflatæ ex securi & addito pondere ad gravitatẽ simplicis securis, ut fieret æqualis scissio ab eâdem securi: ut videlicet tantumdem impetûs concipiatur à magnâ gravitate in exiguo motu præsente resistentiâ, quantum impetûs concipitur à securi in antecedente motu longiore absque resistentiâ ullâ, præterquam medij.

Similiter nullum adhiberi posse pondus, quo aureæ lamellæ imposito hæc diduci possit in subtilissimam bracteolam, quemadmodum vi mallei percutientis, ex iisdem principiis constat: Attende enim, quanto motu moveri possit illud pondus comprimens; utique non nisi quantum est altitudinis discrimen inter lamellam & bracteolam: at tantillum spatium, in quo exercendus esset motus, quam Rationem habet ad toties multiplicatum spatium, in quo iteratis sæpiùs ictibus liberè movetur malleus? Cùm itaque minimus motus, aut etiam fortasè nullus, post tenuissimam auri compressionem ingenti illi oneri conveniat, nil mirum si exiguo impetu ferè nihil efficiat, cùm tamen malleus novo semper impetu singulis ictibus concepto aliquam, licèt semper minorem atque minorem, compressionem efficiat.

Ut autem res hæc pleniùs innotescat, observa impulsionem, qua corpus urgetur, opponi tractioni, & compressionem partium distractioni, atque sicut corporis, quod urgetur, particulæ aliquando comprimuntur, ita corporis, quod trahitur, particulas aliquando distrahi, aut divelli, neque dissimilem esse resistentiam corporum vi suæ gravitatis, ne impellantur, aut

ratione

ratione poſitionis partium, ne comprimantur, ac ne trahantur, aut particularum nexus diſſolvatur. Quapropter ubi primùm incipit impulſio aut tractio, ſive compreſſio aut diſtractio, incipit etiam reſiſtentia, quæ eò major evadit, quò majorem violentiam ſubit corpus. Hinc eſt potentiam impellentem aut trahentem ſemper minore impetu ferri, quàm ſi liberè moveretur, dum nulla adeſſet reſiſtentia. Sic ſi quis funiculum, quem retinet clavus parieti infixus, arripiat, atque jam extentum trahat, illum quidem multo niſu intendit, ſed nec illum diſrumpere valet, nec clavum revellere: ſed ſi eodem conatu funiculum languidum nec dum extentum trahat, celeriter movetur manus, antequam funiculus extendatur, & facilè aut hic abrumpitur, aut ille revellitur. Quia nimirum extenti jam funiculi reſiſtentia, ne intendatur, impedit, ne potentia pro Ratione ſui conatûs moveatur, multo impetu abſumpto in vincendâ illâ reſiſtentia; neque movetur potentia niſi cunctabunda, & per breviſſimum ſpatium, quantum vi intenſionis funiculus magis extenditur: At ubi languidus eſt funiculus, potentia abſque ullo retinente per aliquantum ſpatij liberè movetur, & totum impetum ſuo conatui reſpondentem in efficiendo celeri motu impendit, quem jam notabiliter auctum invenit funiculus, cum primùm eſt extentus, & adhuc magis augetur perſeverante eodem conatu. Quare cùm multò major ſit impetus, ſatis eſſe poteſt non ſolùm ad intendendum funiculum, verùm etiam ad illum diſrumpendum, aut, ſi, hujus particulæ validiore nexu jungantur, ad revellendum clavum.

Ex his habes, quid reſpondeas doctiſſimis viris vim percuſſionis inveſtigantibus. Ut apparet, quantâ vi plumbeus globulus unciarum duarum ex cubitali altitudine cadens percuteret ſubjectum corpus, exiſtimârunt ſatis innoteſcere, ſi globulus ille funiculo cubitali adnecteretur chordæ arcûs medio loco inter extremitates. Tum ſublatus globulus uſque ad chordam ipſam, dimiſſus eſt, atque obſervatum eſt punctum, ad quod adducta eſt chorda: proclive enim erat arguere, globulum tantâ vi percuſſurum ſubjectum corpus, quantâ vi inflectebat baliſtæ arcum. Quare tentando varia pondera addiderunt chordæ arcûs, donec demum pondus decem librarum chordam ad idem punctum adduxit, ad quod adducta fuerat à globo ca-

dente, atque in eodem flexionis statu chordam & arcum detinuit. Arguebant igitur percussionem globi plumbei duarum unciarum ex cubitali altitudine cadentis æquiparari pressioni decem librarum. Ulteriùs autem progrediendo, adhibita est balista alia validior, cujus arcus ob duriorem ferri temperationem minùs erat flexibilis: quapropter cum ejusdem potentiæ eadem sit vis, ejusdem globuli ex eâdem altitudine similiter cadentis non nisi eædem esse poterant vires ad vincendam æqualem resistentiam: atque adeò durioris arcûs minor flexio æquè resistens, ac major flexio arcûs mollioris, breviore termino definivit descensum globuli plumbei, & ad propius punctum adducta est chorda. Verùm, ut in eodem flexionis statu fortior hic arcus retineretur, non satis fuit decem libras appendere, sed viginti librarum pondere opus fuit. Hinc inferebant eandem ejusdem globuli duarum unciarum percussionem æquare non solùm vires librarum decem, sed & viginti: atque usque eò argumentationem deducebant, ut assumpto robustiore aliquo arcu concluderent, ne pondus quidem librarum mille satis esse ad arcum illum in eâ positione retinendum, ad quam fuisset adductus à globo duarum unciarum cadente: id quod vim quandam percussionis infinitam indicare videbatur.

Verùm quamvis hos ingeniosorum hominum conatus non modò non improbem, sed multâ commendatione dignos existimem, liceat tamen mihi argumentationis infirmitatem exponere; tam enim non est vis percussionis duarum unciarum infinita, quàm infinita non est vis pressionis decem librarum. Quando enim vi ponderis adnexi flectitur arcus, utique pondus descendit, & suâ gravitate superat rigidi chalybis vires, donec demum æqualitas quædam intercedat inter vim arcûs elasticam, & gravitatis conatum ad descendendum; tunc scilicet fit consistentia. Prout igitur robustiores sunt arcus, minùs permittunt descendere pondus chordæ appensum, si omnia sint paria: Nam si brevior sit arcus mollis & languidus, longior verò arcus durioris temperationis, fieri potest, ut idem pondus æqualiter adducat longiorem chordam atque breviorem, simili planè ratione ac de ponderibus fune suspensis præponderantibus atque æquilibribus dictum est lib. 3. cap. 12: ideò ponendi sunt arcus ita similes & æquales, ut solâ ferri temperatione discrepent.

crepent. Si igitur validioris arcus repugnantia, ut flectatur ad duos digitos, tanta est, quanta repugnantia mollioris arcûs, ut flectatur ad sex digitos, patet non esse eumdem impetum decem librarum descendentium solùm per duos priores digitos, atque per sex: ac proinde cùm decem libræ applicatæ arcui validiori solùm possunt per duos digitos (& quidem lentiùs propter majorem resistentiam) moveri, minus possent, quàm per impetum conceptum in motu sex digitorum; & propterea neque possent illius robustioris arcûs chordam adducere ad duos digitos; sed neque adductam ab aliâ potentiâ possent retinere in eo statu ac positione: quia etiam si vis elastica arcûs robustioris inflexi ad duos digitos par esset virtuti elasticæ arcûs imbecillioris inflexi ad sex digitos, cui reluctantur decem libræ; hæ minùs repugnant, ne ad duos digitos, quàm ne ad sex attollantur; igitur decem libræ minùs resistunt virtuti elasticæ arcûs fortioris, adeóque nec possunt in eo flexionis statu retinere arcum fortiorem & chordam: si enim pares sunt vires elasticæ arcûs inflexi ad duos digitos, & arcûs inflexi ad sex digitos, pari impetu se restituunt, ut parem violentiam excutiant; at pondus par utrique chordæ adnexum non pari velocitate movetur, si ad duos ac si ad sex digitos attollatur; igitur minùs resistunt decem libræ motui duorum, quàm motui sex digitorum.

Porrò vis globi cadentis non est comparanda cum pondere quatenus retinente chordam in eadem flexione, sed quatenus illam adducente & flectente, ut motus cum motu, non verò motus cum quiete comparetur. In eo autem motu ponderis adducentis chordam, & arcum inflectentis, quò major est resistentia, eò minor est impetus & velocitas, qua pondus illud movetur: igitur idem pondus non parem vim habere potest, ubi dispari impetu & velocitate movetur. At globus cadens antequam incipiat trahere chordam, nullum prorsus habet impedimentum, sed sivè fortior, sivè mollior sit arcus, eodem impetu & velocitate movetur; ubi verò resistentiam invenit, solùm descendit ulteriùs pro ratione repugnantiæ; & factâ demum æqualitate inter vim descendendi à globulo acquisitam, & vim elasticam in arcu, cessat descensus, atque extincto impetu acquisito, vi elasticâ vincente globuli gravitatem, hic sursum

ſum trahitur. Cùm itaque quicquid vi extrinſecùs aſſumptâ movetur, moveatur juxta exceſſum virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam; ſi æqualis reſiſtentiæ menſura, quæ ex diſſimilium arcuum majori aut minori flexione deſumitur, eumdem exceſſum virtutis motivæ exigat, ut vincatur, & hunc exceſſum habeat globulus cadens, nil mirum, ſi idem globulus cadens id præſtare poſſit, quod ſuperat vires alicujus ponderis, cujus vis movendi non eumdem ſemper exceſſum habet ſupra illam reſiſtentiam priori reſiſtentiæ æqualem; quia videlicet non æquali impetûs intenſione aggreditur motum, ubi ipſo ſtatim initio major invenitur difficultas, & tardior eſt motus. Non eſt igitur vis infinita globuli duarum unciarum nullo impedimento prohibiti, quin ad trahendam cujuſcumque arcûs chordam ſemper afferat, exempli gratiâ, centum gradus impetûs in motu acquiſitos, quando pondera majora & majora tractionem incipientia à quiete non parem habent impetûs exceſſum, ſed minorem & minorem pro duriore arcûs temperatione. An infinitam dixeris equi virtutem, qui ſolus in liberâ planitie currum trahat, ad quem trahendum in eâdem planitie altioribus atque altioribus nivibus obſitâ requiruntur plures & plures equi? igitur nec infinita eſt vis decem librarum, qua flectitur arcus mollis, quia ad flectendos arcus fortiores majus & majus pondus requiritur: huic autem virtuti decem librarum æqualis eſt vis globuli cadentis; hæc igitur & ipſa finita eſt. Nimirum aucta reſiſtentia quodammodo imminuit virtutem agendi; ac propterea non ſatis aptè comparantur decem libræ cum viginti libris perinde, atque ſi utræque eſſent omnino liberæ; ſed unumquodque pondus componi debet cum ſuâ reſiſtentiâ, ut demum habeatur exceſſus virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam.

At, inquis, arcus fortior retinetur à libris viginti, & infirmior à libris decem. Ita planè eſt: ſed hìc pondera propriè non habent rationem efficientis, ſed potiùs reſiſtentis, quatenus impediunt arcuum vim elaſticam, ne ſe reſtituant: cùm verò virtutes elaſticæ ex genere ſuo propter diſparem temperationem inæquales ſint, nil mirum, ſi ab inæqualibus reſiſtentiis impediendæ ſint, ne agant. Hinc autem non eſt deſumenda ulla comparatio cum virtute globuli cadentis, quippe qui acquiſitum impetum amittens non habet vim retinendi arcum in

co

eo ſtatu; ad quem illum adduxit: at ponderis adnexi gravitas manet, & ibi retinet arcum, quò cum adduxit; niſi fortè aliquem impetum acquiſierit in deſcenſu, quo pereunte, aliquantulum præpolleat vis elaſtica, & ſurſum retrahat appenſum pondus. Licet igitur globulo cadenti æqualiter reſiſtere dicantur arcus fortior qui minùs flectitur, & mollior qui magis flectitur; poſtquam tamen jam per vim inflexi ſunt arcus, naturaliter partes minùs flexibiles validiùs conantur ſe reſtituere, quàm flexibiliores: quemadmodum gravitas ut quatuor, & gravitas ut duo, ſi moveantur per vim motu reciprocè ſubduplo, æqualiter reſiſtunt moventi; ſed ſi utraque ſuſpendatur, inæqualiter conantur ſuos motus naturales.

CAPUT VII.

Quàm diſpares ex motûs velocitate ſint percuſsiones.

PErcuſſionem ex ea parte, quatenus à ſimplici Impulſione diſtinguitur, motum exigere antecedentem, quo impetus acquiratur, ſuperiori capite definitum eſt. Nunc verò, quia pro motuum velocitate diversâ diſpares ſunt percuſſionum vires, quærendum eſt, unde diſſimilitudo iſta procreetur, & quænam ſervari Ratio videatur, ſivè inæquales ejuſdem corporis, ſive diverſorum corporum percuſſiones inter ſe comparentur. Eſt autem conſiderandum in Impetu, qui eſt proximè efficiens motum, aliud eſſe ejus quantitatem, ſivè entitatem accipere, aliud in ejuſdem Intenſione conſiſtere: intenſionem conſequitur velocitas motûs, at ex entitate ipsâ magis extensâ, quamvis minùs intensâ, ac proinde ex motu tardiore, oriri poteſt validior ictus, de quo in ſequentibus. Ex motûs autem velocitate, quæ corpori vi præcedentis motûs congrueret, ſi nihil obſtaret, percuſſionem fieri majorem tam certis experimentis conſtat, ut vel cæci, ſi quando præfidentes concitatiùs ambulando căput ad objectum parietem allidunt, id abundè teſtari valeant; corpus

ſiquidem, quod motui reſiſtit, majori & velociori motui magis reſiſtit, quare & percuſſio fit validior.

Ubi verò de motûs velocitate ſermo eſt, non videtur diſſimulanda medij ſcindendi reſiſtentia; hoc quippe tardiori motui minùs, velociori magis obſtat. Si enim ex lento & flexili virgulto abſtractam virgam per aërem molli brachio huc, illuc, ſurſum, deorſum duxeris, hæc, aëre tenuiſſimam aut ferè nullam compreſſionem ſubeunte, vix, aut ne vix quidem, tantulum à directâ ſuarum partium poſitione deflectet: at ſi eam vehementiùs agitaveris, aëre tantam particularum compreſſionem renuente, manifeſtè inflexam videbis, & illatam ſibi vim aër acuto ſibilo prodet. Sic baculo aquam ſenſim ac leniter dividens non admodum repugnantem experiris; at velociùs concitanti illa validè reſiſtit, eóque validiùs, quò craſſior fuerit baculus. Ex his liquidò conficitur de percuſſione philoſophantem fruſtra medij reſiſtentiam mente abſtrahere: Nam ſi nulla eſt ſine motu percuſſio, nullus motus niſi per medium, neque ſinè certa velocitatis aut tarditatis menſura, cui medium inæqualiter reſiſtit; utique & motum à percuſſione ita mente pariter ſejungere poteris, ut nihil prorſus de motu cogites, ſi nullam cum medio rationem habendam exiſtimas: At motum, ejúſque velocitatem attendendam eſſe in percuſſione nemo negat; igitur neque medij reſiſtentiam, quæ velocitati modum aliquem ſtatuit, omnino contemnere oportet.

Hinc duæ ferè ex diametro oppoſitæ ſententiæ cavendæ ſunt, quarum altera gravium inæqualium motum ſtatuit ipſorum gravitatibus analogum, ut decuplò velociùs moveatur illud, quod eſt decuplò gravius: altera æqualem omnibus velocitatem tribuit. Utramque manifeſta experimenta falſitatis redarguunt, ſi ex congruâ altitudine inſtituantur: Si enim ex valdè editâ turri inæqualia corpora, aut ejuſdem, aut diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis dimittas, illud, quod gravius eſt, terram citiùs attingere obſervabis, ſed tam brevi momentorum diſcrimine, ut nulla ſubeſſe poſſit ſuſpicio ſervatæ velocitatum cum gravitatibus analogiæ, neque tamen de velocitatum inæqualitati dubitari queat. Meis ſcilicet auribus & oculis fidem abrogare nequeo, quicquid obtrudant aliqui in contrarium ſua aut aliorum experimenta afferentes ex nimis brevi altitudine.

Nam

Nam & sæpiùs in profundissimum puteum inæquales lapides dimisi simul, & ictuum sonitum alium alio priorem semper audivi; id quod satis est ad illam velocitatum omnimodam æqualitatem rejiciendam, quamvis uter prior aquam attigerit, certò dignoscere non valeret auris; quòd si alter in subjectam pelvim æneam, alter in vas ligneum decidisset, potuisset auris dijudicare ex sonitu: Et ex altissimâ turri Bononiensi dimissa pondera inæqualia observavi initio quasi æqualiter descendere ita, ut oculus nullam velocitatum dissimilitudinem adhuc dignosceret; deinde procedente descensu paulatim gravitas major præcurrere notabiliter incipiebat, sempérque magis augebatur velocitas, adeò ut aliquando gravitas major terram attigerit, quando minor adhuc aberat intervallo pedum quadraginta, quemadmodum ex notâ in turris latere dimetiri licuit. Verum quidem est brevissimâ temporis mensurâ & hanc minorem in terram decidisse. Id quod fortasse fucum fecit non animadvertentibus magnæ velocitati multum respondere spatij, quod quasi momento percurritur; ac propterea æqualitatem velocitatum utrique gravitati tribuendam censuerunt, quia exiguum erat temporum discrimen. An vellus, quantum pugno comprehenditur, æquè velociter ac prægrande saxum descensurum existimas? Figuræ dices tribuendum plurimum, non enim ab omnibus corporibus æquè facilè dividitur aër nunquam non fluctuans. Ita sane: igitur si aër inæqualiter resistit, inæqualiter moveri possunt corpora cadentia. Adde non dissimiliter gravia & levia ad suos motus à naturâ incitari; atque adeò si, ubi plus est levitatis, velociorem motum sursum observamus, etiam, ubi plus est gravitatis concitatiorem motum deorsum arguere debemus. Aquam in longiore fistulâ vitreâ aliquandiu agita, ut aër fistulæ inclusus aquæ admisceatur: ubi ab agitatione cessatum fuerit, majores aëris particulas citò ascendentes videbis, dum minores cunctabundæ paulatim moventur: id quod clariùs constabit, si aquæ loco hydrargyrum in fistulam admiseris. Quidni igitur gravia pariter deorsum dispari velocitate moveantur, si inæqualia fuerint?

Non tamen servandam esse gravitatum analogiam hinc apertè constat, quod in corporibus ejusdem speciei Ratio gravitatum eadem est ac magnitudinum: magnitudines autem

ſunt in triplicatâ Ratione homologorum laterum: At impedimentum, quod ex medio ſcindendo oritur, & velocitati modum ſtatuit, non eſt ipſis magnitudinibus analogum, ſed ad ſummum ea eſſe poteſt Ratio, quæ inter corporum ſuperficies intercedit; hæ autem tantùm ſunt in duplicatâ Ratione laterum homologorum. Non igitur velocitates, quatenus ab impedimento temperantur, ſunt directè gravitatibus analogæ. Ubi autem corpora non ejuſdem ſecundùm ſpeciem gravitatis, habuerint gravitates magnitudinibus reciprocè analogas, atque adeò æquali gravitate abſolutâ, ſeu pondere, prædita fuerint, adhuc inæquales eſſe aëris reſiſtentias, ſi figuræ ſimiles ſint, ſatis probabiliter concedimus, plus ſiquidem majori repugnat, quàm minori: ſi verò & diſſimiles figuræ, & inæquales gravitates ponantur, ex omnibus ſimul compoſitis quodammodo conflari reſiſtentiarum Rationem facile eſt opinari; ſed Rationis terminos temerè definire non auſim.

Porrò certam legem, qua in reſiſtendo aër contineatur, omninò afferre non poſſumus, ſi quemadmodum ille reſiſtat, perpendamus. Non eadem eſt aquæ & aëris reſiſtendi Ratio, ne dividatur; aqua enim nondum in vaporem extenuata, & fuſa, conſtipari ſe, & in anguſtiora ſpatia coarctari non ſinit; ſed ubi locum deſcendenti ex aëre corpori concedere cogitur, ſuperficiem intrà vas, quo continetur, attollens tantumdem aëri, quem impellit, ſurripit ſpatij, quantum immerſo corpori permittit. Aut ſi non deſcendat corpus, ſed obliquè feratur (ut ſi baculum partim aquæ immiſſum, partim extantem tranſverſum agas, aut navis prora illam findat) tunc quæ motui opponitur, aqua criſpatur, & baculus ſivè navis foveam ponè relinquit, in quam deinde aqua refluat; quò autem craſſior baculus aut amplior prora, & vehementior atque concitatior fuerit motus, aqua impulſa altiùs aſſurgit, & magis depreſſa fovea apparet. Ex quo ſatis apertè conſtat à corpore, quod movetur, proximas aquæ oppoſitæ particulas impelli, & per has interjectas etiam reliquas in aëris locum protrudi.

At verò aër, quem facilè comprimi & dilatari tam multis experimentis novimus, dum locum corpori commoto concedit, neque opus eſt, ut ſupremi ætheris regionem invadat locum ſibi quærens, neque in foveam excavatus vel ad momentum hiat;

hiat; sed tantisper dum ejus particulæ circumpulsæ in abeuntis corporis relictum spatium succedant, quæ antè sunt, comprimuntur, quæ ponè, dilatantur; compressæ autem se explicantes aërem lateribus adhærentem repellunt, quem dilatatæ attrahunt se contrahentes. Si tardus sit motus, exiguâ aëris constipatione aut distractione opus est; at si velocior, oppositæ aëris particulæ magis comprimuntur, sequentes magis dilatantur; quæ proinde se restituere vehementiùs conantes, etiam velociorem efficiunt reliquarum particularum circumpulsionem. Verùm quia sapientissimo Naturæ instituto ita comparatum est, ut quàm minimum ejus ordo perturbetur, & minimam, quoad fieri possit, corpora singula patiantur violentiam, hanc pluribus potiùs dispertiendam censuit, quàm uni subeundam: propterea si digitale spatium multo aëri surripiendum est, exigua contingit singulis particulis naturalis spatij jactura, quam dissimulanter ferunt, nec admodum repugnant; contra verò si modicus sit aër, & tantumdem de ejus spatio demendum sit, reluctatur acriùs, ut pro viribus naturæ jura tueatur. Hinc si corpus, quod movetur, brevi intervallo absit à corpore solido & duro, quod ejus motum obsistendo compescet, atque adeò etiam aërem impulsum remoratur, hunc inter angustias deprehensum magis constipari necesse est, magísque resistere. Non est tamen aëri denegandum, quod cæteris corporibus ultro concedimus; nam & ipse jam commotus ex concepto per impulsionem externam, aut ex vi suâ elasticâ, impetu faciliùs pergit institutum iter conficere, quàm si tunc primùm à quiete recederet: Ex quo fit in motu corporis accelerato, licèt ratione habitâ velocitatis augenda esset resistentia aëris, hanc tamen non augeri nisi pro excessu velocitatis illius supra motum, quo aër moveretur ad easdem partes, nisi acriùs ab ipso corpore urgeretur.

Hanc aëris resistentiam paulò explicatiùs commemorare placuit eo consilio, ut mihi ipse persuadeam non modò ipsum nihil omnino non officere motui, verùm etiam tam fieri non posse, ut percussionibus certissimam legem statuamus, quàm evidens est adeò inconstantem & variam esse aëris resistentiam, ut ad calculos subtiliter & exquisitè revocari nequeat, quippe quæ ex tam variis causis pendet: quemadmodum enim

aquæ, cæterorúmque liquorum dissimilium resistentia inæqualis conspicua est, ita purum ac tenuem aërem non æquè resistere atque crassum & concretum ratio suadet: quis autem syncerum aërem ab aëre cum terræ expirationibus permisto discernat? Quid si corpus in motu aërem aliò directum, aut in contrarias partes reflexum, aut turbine aliquo perversum atque adhuc agitatum offendat? an non aliquis velocitatis gradus imminuitur? Sed quis certum habeat, utrùm quiescat aër, neque corporis impetum frangat, aut reprimat alienâ impressione adversus, an verò ad easdem partes delatus motui obsecundet, & velocitati faveat? Quare laudandi quidem quicumque percussionum naturam vestigantes, & ea, quibus in e us notitiam deduci possent, conjecturâ prospicientes, in instituendis experimentis sedulò se exercuerunt; parùm tamen mihi de veritate blandiri me posse arbitrarer, si hæc quasi Apodixes temerè reciperem; sed neque ore tam duro fuerim, ut ea prorsùs rejiciam. Confirmatis igitur experimentis me duci sinam, quatenus ad veritatis similitudinem me proximè accessurum spero.

Percussio itaque, si motum naturalem ex gravitate ortum subsequatur, certam aliquam Rationem ob idipsum sortiri videtur, quia cum velocitate consentit impetus: velocitas autem ex spatio deprehenditur æqualibus temporibus respondente; spatia verò cum temporibus comparata certis Rationibus definita videri, iterata experimenta docuerunt, quæ vix quisquam sanus neget; in iis siquidem tot doctissimi viri post Galilæum versati sunt pari exitu, & summo consensu, ut in his omnibus insit quidam, sine ullo fuco veritatis color. Hujus rei specimen exhibeamus in globo argillaceo unciarum octo, qui spatio unius scrupuli secundi (quantus ferè est pulsus arteriæ hominis sani) observatus est percurrere pedes Romanos 15; duplo autem tempore incipiendo à quiete, hoc est scrupulis secundis duobus, pedes 60: quare si priori scrupulo secundo respondent pedes 15, posteriori tribuendi sunt pedes 45: igitur motus est celerior, cùm majus spatium pari tempore confecerit. Plura hujusmodi experimenta (si te à tentando absterreat labor) suppeditabit Ricciolius tom. 1. Almag. lib. 9. sect. 4. cap. 16. ex quibus demum infertur velocitatis incrementa fieri juxta incrementum progressionis Arithmeticæ numerorum imparium ab unita-

te

te incipientis 1.3.5.7.9.11.13, &c. adeò ut, si quod spatium primo momento percurritur, statuatur ut 1, triplo velociùs moveatur corpus grave descendens in secundo momento, quintuplo velocius in tertio, septuplo velociùs in quarto, atque ita deinceps. Quoniam verò numerorum imparium series ab unitate incipiens hoc habet, quòd, si colligantur in summam, numeros quadratos constituant; hinc est, quòd collectis in summam omnibus incrementis velocitatis (hoc est omnibus spatiis, ex his quippe dignoscitur velocitas) habeatur numerus quadratus temporis, quod duravit motus. Collatis igitur invicem duobus motibus naturalibus ejusdem corporis gravis, sed non isochronis, erunt ut quadrata temporum ita & spatia, atque è converso ut spatia inter se, ita & temporum quadrata.

Hinc cognito spatio, quod à dato corpore gravi percurritur dato tempore, statim innotescet, quantum spatij conficere valeat alio tempore dato, vel quanto tempore aliud datum spatium. Quæratur enim, quantum spatium descendendo percurret uno horæ quadrante globus idem argillaceus, qui uno minuto secundo Romanos pedes 15 percurrit? Datum tempus, scilicet horæ quadrans, scrupula Secunda 900 continet, cujus numeri quadratum est 810000. Fiat igitur ut 1 ad 810000, ita pedes 15 ad 12150000: qui pedum numerus in milliaria Italica resolutus dat milliaria 2430, quæ uno horæ quadrante conficeret. Vicissim quæratur quantum temporis idem globus insumeret in primo milliari percurrendo, hoc est ped. 5000. Fiat ut 15 ad 5000, ita 1 quadratum dati temporis, scilicet unius scrupuli secundi, ad 333 $\frac{1}{3}$ quadratum quæsiti temporis; cujus quadrati Radix investiganda est, & demum invenitur Scrup. sec. 18 $\frac{1}{4}$ & paulo ampliùs; nam huic tempori præcisè respondent solùm pedes 4995 $\frac{15}{16}$.

Incrementa hæc velocitatis ex concepti impetûs incremento desumenda esse nullus dubito; sed operosum videri posset augescentis impetûs causam exponere. Cùm junior Aristotelem interpretarer, & primas curas hujusmodi rerum contemplationi impenderem, hanc excogitavi hypothesim; videlicet impetûs producti diuturnitatem maximam duobus tantùm momentis circumscribebam, ita ut primo momento oriretur, secundo

æqualem

æqualem ſibi impetum gigneret, in quo ſuperſtes eſſet, tertio periret: gravitati autem ſingulis momentis vim producendi certum impetûs gradum ſibi congruentem tribuebam. Hinc corpus deſcendens primo momento primum habebat impetûs gradum à gravitate productum; ſecundo momento primus ille gradus alium gradum gignebat præter eum, qui à gravitate tunc oriebatur; quare duo novi gradus cum uno antiquo tres gradus conſtituebant. Tertio momento primus gradus peribat, duo ſecundi gradus duos pariter producebant, & gravitas ſuum tertium gradum; quare quinque gradus erant. Quarto momento duobus ſecundis gradibus pereuntibus, tres gradus tertio momento producti reliqui erant, & ſibi tres alios gradus addebant, quos producebant, atque gravitas ſuum quartum gradum efficiebat, ut in univerſum eſſent ſeptem gradus. Ex his ſeptem quinto momento peribant tres tertij gradus; quatuor reliqui item alios quatuor adjiciebant quinto gradui à gravitate proficiſcenti, & erant novem. Atque ita deinceps, tot pereuntibus gradibus, quotum erat momentum uno interjecto præcedens, & tot productis, quotum erat ipſius motûs momentum. Sic momento vigeſimo nono peribant gradus 27 producti momento vigeſimo ſeptimo, remanentibus gradibus 28 productis momento vigeſimo octavo, à quibus totidem producebantur unâ cum gradu proprio gravitatis, hoc eſt gradus 29, & tunc erat impetûs intenſio graduum 57 momento vigeſimo nono. Quemlibet verò terminum in ſerie numerorum imparium facilè invenies, ſi illi duplicato demas unitatem: ſic quærens octavum terminum ex denominatore termini duplicato, ſcilicet bis 8, hoc eſt 16, deme unitatem, & 15 eſt octavus terminus: ſic terminus ſeptuageſimus habetur demptâ unitate ex 140, & eſt 139.

Huic hypotheſi cum Phenomeno optimè conveniebat, & ea ſtatuebatur impetûs intenſio, quæ velocitati efficiendæ par eſſet, ſervatâ incrementorum Ratione, quæ ex iteratis experimentis innotuerat. Verùm commentitia, & fabulæ proxima videbatur tàm brevis impetûs vita, quam non niſi duo momenta metirentur: in iis ſanè, quæ vi externâ moventur, & longiùs projiciuntur, aut in gyrum aguntur, licet extinctâ effectrice causâ impreſſus impetus diutiùs permanet; quidni & impetus

ſponte

ſponte ſuâ conceptus, ſuæque origini cohærens aliquandiu perſeveret? quippe qui aut ejuſdem, aut ſaltem non deterioris naturæ cenſendus eſt. Adde nimis incertum eſſe, an impetus impetum producere valeat in eodem corpore, cui ineſt, quamvis impetum in alienis corporibus percuſſis efficiendi vis illi concedatur: nam & calor, & cæteræ qualitates effectrices, quas deperditas ſibi forma ſubſtantialis reparare incipit, non alios ſimiles gradus ſibi addunt, licèt eos in proximo corpore efficere valeant. Præterquam quod, cur illo ipſo momento, quò primùm exiſtit impetus, ſimilem gradum non producit? nihil ſcilicet illi deeſt, nullo impedimento prohibetur, neque cauſam ætate præcedere effectum, ſed origine, neceſſe eſt. Si autem primo momento & oritur impetus, & impetum efficit, hic pariter ſuam vim primo eodem momento exerens alium impetum producit, & infinita graduum impetûs æqualium multitudo conſurgit; cujus ne veſtigium quidem apparere poteſt, cùm in cauſarum & effectuum ſerie ſemper ab infinitate natura diſcedat.

Quare impetum à gravitate deſcendente productum, ex tam expedito interitu vendicandum, & virtute ſe novo impetu augendi ſpoliandum, longè probabiliore conjecturâ cenſui. Impetum igitur certâ quadam menſurâ gravitati corporis congruente, ſtatim ac in motum erumpere poteſt, produci exiſtimo, & quandiu motus perſeverat, permanere; eadem enim gravitas, quæ primo momento illum effecit, reliquis conſequentibus momentis conſervare valet; finis; quò refertur, & cujus causâ productus eſt, adhuc obtineri poteſt, videlicet motus; liberè deſcendenti corpori nullum objicitur impedimentum; nihil adeſt, quod ipſius concepti impetûs interitum exigat: ergo impetum à gravibus deſcendentibus conceptum non perire in motu ſi dixerimus, ſimilitudinem veri nos conſecutos arbitror. Quoniam verò gravitas inter eas cauſas enumeratur, in quibus ineſt efficiendi neceſſitas, & quandiu opus eſt juxta naturæ propoſitum, quantum poſſunt, efficiunt; ſingulis momentis, quibus poteſt deſcendere, ſingulos impetûs gradus æquales prioribus adjicit, adeò ut, quot momenta motum metiuntur, tot gradus impetûs poſtremo momento intenſionem conſtituant, cui motûs velocitas reſpondeat. Velocitatum igitur incrementa fiunt juxta naturalem numerorum progreſſionem 1.2.3.4.5,&c.

nam juxta hanc eandem ſeriem impetûs, velocitatis cauſa, augetur, ſingulis gradibus in ſingula momenta additis.

Ab omni tamen infinitatis ſuſpicione recedendum eſt hìc, ubi momentorum vocabulum uſurpo, quaſi infinita puncta temporis agnoſcerem,& ad vim percuſſionis infinitam adſtruendam, infinitis momentis ſingulis impetûs gradum tribuerem. Quemadmodum enim corpora punctis prorsùs individuis non conſtare ſuadetur multiplici argumento præſertim ex Aſymptotis lineis deſumpto, ita motui atque tempori puncta omnibus omnino partibus carentia nunquam concedenda cenſui. Sed huic verbo, cum momentum dico, ſubjecta notio eſt, minima temporis particula Phyſica, quæ licèt particulas alias adhuc minores contineat ſibi ordine ſuccedentes, ex quibus illa conſtituitur, tota tamen ad primi impetûs effectionem ita requiritur, ut juxta naturæ leges nihil effici poſſet motûs, niſi integra illa temporis particula ſuppeteret. Hujuſmodi autem non individuas particulas minimas certas atque æquales in tempore, aut motu, finito non eſſe niſi certo numero definitas manifeſtum eſt: Quapropter ſicut momentorum, ita & graduum impetûs æqualium multitudo finita eſt.

Verùm nemo temerè hanc momentorum multitudinem ad calculos revocare inſtituat; res enim planè incerta eſt. Utique tardiſſimos reperiri & languidiſſimos motus aliquos novimus, qui diu latent, nec niſi poſt tempus benè conſpicuum demum innoteſcunt: Ex quo deprehendimus in tempore aut motu, qui ſenſibus percipi poſſit, multas numerari hujuſmodi momentorum myriadas: ſi enim in uno aliquo motu exiguo particulæ illius ſibi ex ordine ſuccedentes reſpondent motui longiſſimè majori (cujuſmodi eſt cælorum motus) ex quo definitur tempus, & in hoc plurimæ partes notabiles, & ſub Phyſicam menſuram cadentes numerantur, utique & in illo plurimæ particulæ omnem ſenſus aciem fugientes inveniuntur. Et quidem ſi cum illis Aſtronomis philoſophemur, qui cæleſtium graduum minuta uſque eò in ſexageſimas partiuntur, ut demum in ſcrupulis Decimis conſiſtant, cùm Æquatoris gradus quindecim in Primo mobili uni horæ reſpondeant, ſatis conſtat, quantus ſit hujuſmodi ſcrupulorum Decimorum numerus, in quorum fluxum unica hora reſolvatur: ac proinde in uno horæ minuto Secundo,

do, hoc eſt in pulſu arteriæ, continentur pluſquam decies millies millena millia myriadum hujuſmodi ſcrupulorum Decimorum, quæ momenta appellari poſſunt. Quapropter illud unicum generatim ſtatuere poſſumus, in quolibet tempore Phyſicè notabili plurima eſſe momenta, quamvis eorum certum numerum explicare nequeamus: ideóque cùm incrementa velocitatum menſuram deſumant ex momentorum numero, qui ſemper unitatis additione augetur, intenſio autem impetûs habeat graduum numerum parem numero momentorum; quàm difficiles explicatus habet momentorum multitudo, tam obſcura eſt impetûs intenſio; ſi minutam ſubtilitatem perſequamur. Sed ſi datum tempus in aliquot particulas noſtro arbitratu diſtinguamus, quo plures fuerint hujuſmodi particulæ, eò propiùs accedemus ad id, quod experimentis deprehenſum eſt; videlicet, etiam ſi ſpatia in motu decurſa juxta ſeriem naturalem numerorum augeantur in motu, demum eorum collectiones incipiendo à quiete habere inter ſe duplicatam Rationem temporum inveniemus.

Comparatis igitur invicem motibus alicujus corporis gravis deſcendentis, cujus motus unus jam innotuerit, quantum ſcilicet ſpatij dato tempore confecerit, innoteſcet, quantus futurus ſit alio tempore motus, ſi fiant ut quadrata datorum temporum, ita & ſpatia; vel quanto tempore percurrendum ſit ſpatium definitum, ſi fiant ut Radices quadratæ datorum ſpatiorum, ita & tempora. Quia nimirum poſita illa incrementa impetûs, & velocitatum, atque ſpatiorum juxta ſeriem naturalem numerorum ab unitate incipientem conſtituunt collectiones habentes inter ſe proximè Rationem duplicatam temporum. Habemus experimento globum argillaceum unciarum octo percurrere uno minuto Secundo horæ pedes 15, & duobus Secundis pedes 60, hoc eſt ſpatium quadruplum, & quia tempora ſunt ut 1 ad 2, ſpatia ſunt ut quadrata, ſcilicet ut 1 ad 4. Ponamus in uno Secundo eſſe momenta 10000; ſunt igitur ultimo momento 10000 gradus velocitatis ſimiles & æquales primo gradui primi momenti, & ſpatium ultimo hoc momento decurſum, ad ſpatium primi momenti eſt ut 10000 ad 1. Coge igitur in ſummam omnia ſpatia incipiendo ab unitate uſque ad 10000, videlicet ultimi termini dimidiato quadrato adde ejuſdem ultimi

termini semissem, & prodibit omnium spatiorum summa. Ultimi termini 10000 quadratum est 100000000, cui adde ipsum ultimum terminum; & hujus summæ medietas 50005000 est summa minimorum spatiorum, quibus conflantur pedes 15. In duobus Secundis erunt momenta 20000, & similiter invenitur summa 200010000 minimorum spatiorum, quibus constant pedes 60. Non sunt quidem duæ hujusmodi summæ hìc inventæ 50005000 & 200010000, omnino ut 1 ad 4, sed ut 1 ad $3\frac{49995}{50005}$: verùm tantula differentia $\frac{10}{50005}$ quid officit allato experimento? an potuit observari? Si 4 sunt pedes 60, quid sunt $3\frac{49995}{50005}$? utique pedes $59\frac{49855}{50005}$; deest igitur pedis particula $\frac{150}{50005}$, hoc est unciæ quasi pars vigesima septima. Quis autem tam minutæ subtilitati locus sit in observando motu?

Ut autem perspicuè appareat hanc hypothesim incrementi juxta seriem naturalem numerorum consentire cum experimentis, & spatia se habere ut quadrata temporum, statuamus eadem spatia, ut primum sit ad secundum in Ratione 50005000 ad 200010000. Radix primi spatij est $7071\frac{1919}{14142}$, Radix autem secundi spatij est $14142\frac{6918}{14142}$; quæ sunt ut 1 ad 2, si fractiones contemnantur; nec repugnat experimentum; nam tantula differentia temporum, ne sit Ratio præcisè dupla, discerni non potuit: quarum enim partium $7071\frac{1919}{14142}$ est unum minutum Secundum horæ, deest unius partis $\frac{5000}{14142}$, ut sint duo minuta Secunda, hoc est unius pulsûs alteriæ pars una vicies millesima desideratur, ut sint planè duo Secunda. Quære argumentum, si qua potes; an experimento revinces esse planissimè duo minuta Secunda, nec vel unicum momentum defuisse?

Hoc idem, quod exempli causâ in Ratione duplâ temporum & quadruplâ spatiorum explicatum est, in cæteris pariter deprehendes. Fac enim esse tempus quadruplum, hoc est Secundorum 4, hoc est minimorum temporis 40000. Tota collectio spatiorum erit 800020000. Quare 50005000 ad 800020000 est ut 1 ad $15\frac{49945}{50005}$, quasi ut 1 ad 16; est autem defectus $\frac{60}{50005}$. Spatium igitur uno Secundo decursum cum sit ped. 15, quatuor Secundis erit ped. 240 minùs una ferè sexagesima nona particulâ unciæ. Vicissim ut tempora invenias in subduplicatâ

Ratione

Ratione ſpatiorum, quære illorum tanquam quadratorum Radices; & primi quidem Radix eſt, ut priùs fuit inventa $7071\frac{5959}{14142}$, ſecundi Radix eſt $28284\frac{8836}{14141}$, quarum Ratio eſt quadrupla, ſi fractiones ſpernantur; at aliquid deeſt, ut ſint integra quatuor Secunda minuta horæ; qui defectus demum vix major eſt quàm $\frac{1}{6667}$ unius pulsûs arteriæ.

Cùm itaque conſtituta hypotheſis incrementi ſpatiorum, velocitatis, atque impetûs juxta ſeriem naturalem numerorum ſit naturæ conſentanea, neque Phyſicè repugnet experimentis, non debemus eſſe ſolliciti, ut aliam quæramus hypotheſim ad ſtatuenda incrementa exquiſitè juxta numeros impares; cùm maximè in aquâ ob majorem reſiſtentiam, quam in illâ dividenda inveniunt corpora gravia deſcendentia, non exactè ſervari eandem Rationem incrementorum, quæ in aëre apparet, experimenta iterata declarent, quamvis ad illam Rationem proximè accedant, ut apud Ricciolium tom. 1. Almag. lib. 9. ſect. 4. cap. 16. n. 16. varia experimenta afferentem legi poteſt. Præterquam quod ſi tam in aëre quàm in aquâ adhibeantur in experimentum corpora ſecundùm gravitatem ſpecificam ab illis minimum diſcrepantia, ſtatim apparebit non ſervari illam temporum atque ſpatiorum Analogiam: id quod pariter obſervabitur, ſi in diverſis liquoribus eadem gravia corpora dimittantur: varia ſcilicet eſt reſiſtentia; hæc autem latet, quando grave dimiſſum valde differt à gravitate, aut levitate medij.

His ita conſtitutis, percuſſionis vires, quatenus ex velocitate oriuntur, proximè definire poterimus, ſi innoteſcant ſpatia, per quæ idem corpus grave liberè deſcendit; nam hinc innoteſcet Ratio intenſionum impetûs ultimo deſcensûs momento, quo contingit percuſſio. Eſt ſiquidem numerus graduum impetus in motu naturali libero concepti par numero momentorum motûs; at momenta, quibus conſtant tempora motuum inæqualium, ſunt in Ratione ſubduplicatâ Rationis ſpatiorum: igitur ſicut Radices quadratæ ſpatiorum indicãt Rationem temporum, ita pariter eædem indicant Rationem intenſionum impetûs. Quare ſi alicujus gravis ex datâ altitudine cadentis percuſſio manifeſta fuerit, facilè inferemus, quanta proximè ſit futura ejuſdem percuſſio ex majori, aut minori altitudine, ſi fiat

ut Radix datæ altitudinis prioris ad Radicem posterioris altitudinis, ita nota percussio ad quæsitam percussionem.

Neque hîc conabor dicta confirmare experimentis tùm à Ricciolio loc. cit. cap. 16. n. 11, tùm à Mersenno tom. 3. in Reflexionibus Physico-Mathemat. cap. 8. allatis, ex quibus proximè infertur hæc Ratio subduplicata spatiorum. Nam cùm adhibita sit libra, ut in alteram lancem cadens pondus ex diversis altitudinibus dimissum elevaret pondera inæqualia oppositæ lanci imposita, res est anceps & incerta. Quandoquidem, ut observavi jam tum ab anno 54 labentis sæculi scriptis Romæ de hoc eodem argumento publicè traditis, & funiculi, ex quibus lanx percussa pendet, distrahuntur, & libræ jugum flectitur, immò & lanx ipsa ictum cadentis ponderis excipiens flexilis est; ac propterea impetûs vim retundunt, cùm maximè vi elasticâ se restituentes conantur sursum. Præterquam quod, si pondus cadens non exactè incidat in lancis centrum respondens extremitati jugi, plurimum interest ad varianda momenta, prout libræ brachium aut decurtatum aut productum intelligitur. Quò autem majus est pondus in oppositâ lance attollendum ex vi depressionis lancis percussæ, magis resistit, ac proinde locus est flexioni majori ipsius libræ, aut funiculorum distractioni, præsertim si lanx fuerit concava, & cadens pondus illam tangens prolabatur in depressiorem lancis locum. Ex quo accidit, ut docuit experientia, aucto pondere elevando non satis esse dimittere pondus cadens ex altitudine, quæ sit ad priorem altitudinem ut quadratum ponderis majoris ad quadratum ponderis minoris initio elevati; percussio enim contingit in lance, cujus resistentiam ad hoc, ut vi ponderis cadentis deprimatur, metitur resistentia ponderis elevandi in oppositâ lance: at hæc si fuerit major quàm resistentia jugi, aut lancis, ne flectatur, aut funiculorum ne distrahantur, in hac flexione aut distractione insumitur vis percussionis, quin opposita lanx attollatur. Quapropter ex altitudine adhuc majori dimittendum est pondus cadens; nam adhuc majore impetu concepto tam validè percutiet lancem, ut resistentia jugi & lancis ad flexionem ulteriorem, atque funiculorum ad longiorem distractionem, major sit quàm resistentia ponderis oppositæ lancis: atque adeò lanx percussa non deprimetur solùm, quantum funiculorum distractio

distractio & ipsa flexio permittit, sed adhuc ulteriùs; atque opposita lanx attolletur, quatenus impetûs vires excedunt oppositæ gravitatis resistentiam.

Ex his, quæ de Percussionibus corporum gravium naturaliter descendentium hactenus dicta sunt, conjectura sumenda est de reliquis percussionibus, quæ motûs originem non à solâ gravitate ducunt: nam in his pariter ex motûs velocitate, qua indicatur intensio impetûs, oritur validior percussio: nam sive conceptus à potentiâ vivente impetus, sivè extrinsecùs impressus (nisi novam offendat resistentiam, quæ illum retundat ac minuat) augetur novo impetu, quem potentia similiter applicata, iisdémque viribus prædita, nec obstaculo ullo aut retinaculo impedita, sequentibus momentis efficere potest: ideóque quò major est potentiæ percutientis motus quoad spatium, cæteris paribus, validiùs percutit. Cæteris, inquam, paribus; nam si posterioribus momentis motûs, minor impetus addatur à potentiâ movente, quàm deperdatur ex priore impetu impresso, quem natura repugnans excutit, languescit motus, & minuitur impetus: aut si tantumdem acquiratur impetûs, quantum deperditur, motus est æquabilis, nec ad validiorem percussionem quicquam confert diuturna potentiæ moventis applicatio, cum eadem sit impetûs intensio in fine horæ, atque in primo momento. Quia tamen frequentiùs (etiam si fortè aliquid antiquioris impetûs ex novâ resistentiâ deteratur) plus additur, velocitas incrementum sumit, si potentia maneat diutiùs applicata.

Hinc patet, cur, cum quis hostem sarisŝâ confodere tentat, aut postes crassiore fuste arietare, brachium retrahat quantum potest; ut nimirum potentia diutiùs applicata maneat in motu, sempérque novum impetum gignens sarissæ aut fusti imprimat. Sic duobus digladiantibus, si alter alteri sinistrum latus obvertat, & tam longo ense utatur, ut protecto corpore possit manum valde retrahere, hic validissimum ictum infliget extento dextro brachio, tùm quia ex celerrimâ corporis totius conversione impetus aliquis brachio communicatur præter impetum, quem conferunt musculi movendo brachio destinati, tùm quia diutiùs movetur gladius à manu per majus spatium. Quod si eo ictu, quem Itali *Quartam* vocamus, hostem impetat, adhuc validior

dior erit ictus, quia longior motus; nam in conversione corporis obvertitur hosti dextrum latus præcisè ita, ut brachium totum extendi queat; & præterea pars exterior manûs deorsum convertitur, ex quo propter conformationem juncturarum cubiti & manus ictus evadit duos ferè digitos longior, quàm si non fieret hujusmodi manûs conversio: demum cùm sinistrum brachium in posteriora projiciatur extentum, fit, ut corpori major impetus in anteriora possit imprimi citrà periculum cadendi; brachium siquidem eo pacto in posteriora projectum, translato gravitatis, ut gravitationis, centro servat totius corporis æquilibrium.

Nec dissimili ratione manifestum fit, cur pugnum validiùs impingant, qui brachium magis contrahunt, ideóque validiores ictus ab iis proveniant, qui longiora habentes brachia ea magis contrahunt; sicut calce fortiùs impetunt, qui longiora habent crura: quia videlicet diutiùs moventur, magisque impetum augent & velocitatem, antè ictum. Sic vides ab equis calcitronibus pedem in anteriora retrahi, & ab irato tauro collum depressum in posteriora inflecti, corpore pariter curvato, & quasi in posteriora retracto, ut longiore motu validiùs impetant: hinc qui propior est equo calcitranti, minùs læditur, quia nondum tantum impetum concepit, quantum longiore motu concepisset.

Hujusmodi percussionibus à potentiâ vivente, quæ suos motus ex arbitrio temperat, provenientibus certam legem statui non posse nemo non videt, sive corpus percutiens impetu extrinsecùs assumpto feratur naturâ omnino repugnante, sive impetus impressus cum impetu vi interiore acquisito in eumdem motum conspirent. Hoc unum tanquam manifestò compertum atque deprehensum tenemus, quod in longiore motu factâ novi impetûs accessione velocitas augetur, & vis percussionis est major. Hinc sicut quando fistucâ cadente pali in terram adiguntur, initio illa modicum attollitur, quia exigua superanda est resistentia, hac autem crescente quò altiùs adacti fuerint, magis illa attollitur; sic lignarios fabros clavum in tabulam infigentes, initio quidem breviore mallei motu uti videmus, quem deinceps augent, donec demum totâ brachij extensione connitantur, prout resistentiæ incrementa validiore percussione

vinci

vinci oportet. Sic ruſticos ligna findentes altiùs elevare ſecurim, aut tuditem, quo cuneum percutiant, obſervamus, quò major eſt ſcindendi difficultas, ut auctus impetus velociorem motum efficiat, quem percuſſio conſequitur.

Cum itaque duæ velocitates inter ſe comparatæ conferri poſſint vel ratione temporis, vel ratione ſpatij, ita ut vel æqualia ſpatia inæqualibus temporibus, vel inæqualia ſpatia tempore eodem conficiant; illa utique erit major velocitas, quando in motu temporis brevitas, & ſpatij amplitudo conſenſerint. Hinc percuſſio contingit validior à corpore, quod multum ſpatij brevi tempore decurrat, quàm à corpore conficiente minus ſpatij longiore tempore. Propterea quæ de velocitate dicta ſunt, & percuſſionum viribus, ſpectatâ diuturnitate motûs, ita intelligenda ſunt, ut corpus percutiens vel eodem tempore plus ſpatij, vel breviore tempore æquale ſpatium, vel breviore tempore plus ſpatij decurrat: hoc enim ex majore impetûs intenſione oritur.

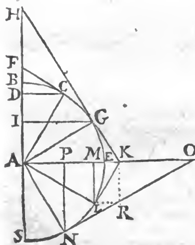
CAPUT VIII.

An validior ſit ictus Mallei à ſitu Verticali ad Horizontalem, an verò ab Horizontali ad Verticalem deſcendentis.

CErtum eſt percuſſiones fieri validiores, quando cum impetu ab extraneâ potentiâ impreſſo conſentit vis intrinſeca ipſius corporis percutientis motu naturali deſcendentis; ipſum enim ſuum pariter impetum concipit, quem addit impreſſo: ſic ſaxum, quod ex editâ turri deorſum rectâ projicis, validiùs percutit, quàm ſi illud dimitteres ſponte ſua caſurum. Hinc qui malleo deorſum percutit aliquod corpus, ad motum eundem, cum percutientis impulſu conſpirantem invenit mallei gravitatem, & citrà omnem controverſiam majorem ictum infligit, quàm ſi ſurſum, aut in latus urgeret malleum, gravitate aut repugnante, aut ſaltem nihil juvante.

Porrò cùm circa juncturam brachij cum humero, tanquam circa centrum, describatur semicirculus descendens, in quo sunt duo Quadrantes, alter cùm brachium summè elevatum in perpendiculo existens descendit, ut fiat horizonti parallelum, alterùm brachium à positione horizonti parallelâ ad imum deprimitur, ut iterum in perpendiculo statuatur; dubitari potest, an mallei ictus juxta duas hasce positiones sint omnino æquales, an verò inæquales; & hoc quidem non ex vi impulsionis externæ, quam æquabilem ponimus, homine æqualiter connitente, brachio æqualiter extento, & datâ eâdem manubrij longitudine, sed ratione ipsius gravitatis mallei naturaliter descendentis. Prioris motus, quo in circulo Verticali malleus deprimitur usque ad planum horizonti parallelum, in quo fit percussio, exemplum præbent tùm fabri ferrarij incudem tundentes, tùm lignarij clavos asseribus in plano horizontali constitutis infigentes. Posterioris autem motûs, quo malleum horizonti parallelum usque eò deprimimus, ut fiat perpendicularis, specimen habemus, cum corpus in pavimento jacens, aut non procul ab illo, ita percutimus, ut percussum moveatur horizonti ferè parallelum; cujusmodi esset, quando cuneum jacenti saxo subjicere conamur, aut ligneam pilam ludentes malleo excutimus.

Ut autem dilucidè proposita quæstio exponatur, secernendus est mallei motus naturalis ab ea parte, quam externa impulsio addit; & perinde considerandus est malleus, atque si manubrij extremitas axi infixa esset circa eum versatilis, adeò ut sibi relictus malleus arcum descendendo describeret. Sit malleus A B; & manubrij extremitas A sit circa axem in A versatilis; centrum autem gravitatis mallei intelligatur in B: quod quandiu in perpendiculo imminet axi A, totam suam vim in illum exerens sustinetur, nec



nec motum inchoat, niſi à perpendiculo B A removeatur; hoc verò ubi tranſgreſſus fuerit malleus, deſcenſum molitur: ſed quia rigido manubrio connectitur cum Axe A, cogitur in latus ſecedere, & deſcribere arcum B C, cui motui reſpondet ſolùm deſcenſus B D Sinus Verſus anguli B A C; & deſcripto integro Quadrante B E, deſcenſum metitur Radius B A.

Verùm quamvis motus hujuſmodi per arcum B E ſit conſentaneus propenſioni gravitatis, quæ proinde ſingulis momentis novam impetûs particulam concipiens motum, quantum poteſt, accelerat, non tamen illa Ratio ſervatur, de qua ſuperiori Capite dictum eſt, ut Ratio ſpatiorum ſit in duplicatâ Ratione temporum; neque enim hìc liberè deſcendit malleus, ſed in ſingulis punctis Quadrantis alia atque alia habet momenta deſcendendi, ſingula minora momento, quod haberet idem malleus nullo impedimento prohibitus; quod momentum integrum ille obtinet tantummodo in Quadrantis extremitate E, ubi nullâ ratione ſuſtinetur aut retinetur ab axe A manubrium ſuſtinente, aut retinente. Eſt autem momentum gravitatis in unoquoque arcûs puncto, quaſi illa eſſet in plano ibi circulum tangente, ac propterea inclinato: idcirco, ut lib. 1. cap. 13. dictum eſt, ejuſdem gravitatis momentum in plano inclinato, ad momentum in lineâ perpendiculari eam Rationem habet, quam in triangulo rectangulo, cujus angulus Verticalis ſit æqualis angulo inclinationis plani, habet Perpendiculum ad Hypothenuſam. Quare in puncto C malleus habet momentum, ac ſi eſſet in plano inclinato F C, & ad momentum liberum ita ſe habet, ut D F ad F C, hoc eſt per 8. lib. 6. ut D C ad C A, & ſimiliter in puncto G ut I G ad G A. Ex quo patet momentorum incrementa analoga eſſe incrementis Sinuum Rectorum arcubus ſubinde majoribus convenientium.

At hìc, ubi de gravitatis momentis ſermo inſtituitur, cavendum eſt, ne quem fortè in errorem inducat ambiguitas nominis. Nam quando in C momentum dicimus eſſe ut D C, & in G momentum eſſe ut I G, hoc intelligendum eſt præcisè ratione poſitionis, quatenus in hoc aut illo puncto conſtituta gravitas concipitur, nullâ habitâ ratione antecedentis motûs aut quietis: & ſub voce momenti Gravitatis hæc ſubjecta eſt ſententia, ut gravitas mallei, quæ non impedita ſingulis punctis

temporis conciperet novum impetum ut A C, A G &c. quia à rigido manubrio modò magis, modò minùs ſuſtinetur, quando eſt in C, impeditur, ne concipiat impetum niſi ut D C, & in G ut I G, atque ita de cæteris, donec in E concipiat impetum ut A E. Cæterùm quia in præcedentibus temporis punctis acquiſitæ ſunt particulæ impetûs reſpondentes Sinubus Rectis præcedentium arcuum, ea fit impetûs intenſio, ac proinde motûs velocitas, quæ omnium illorum Sinuum aggregato ferè reſpondeat: Et in fine Quadrantis in E vis eſt complectens omnes impetus, quibus additio facta eſt ſemper non tamen æqualis primo impetui, qui valdè languidus fuit, ſed ſemper major atque major, prout Sinus Recti excreverunt.

Et hæc quidem de Superiore Quadrante. Jam inferior Quadrans conſiderandus eſt, in quo Axis A retinet malleum, ne ex E recto tramite deſcendat, ſed cum cogit deflectere, & arcum E S deſcribere, in cujus ſingulis punctis momentum perinde eſt atque in plano inclinato. Quare in L intelligitur deſcendens in plano inclinato K L, & ibi ejus momentum ad momentum liberum eſt ut R K ad K L, hoc eſt ut M L, ad L K, hoc eſt per 8. lib. 6. ut M A ad A L, hoc eſt ut Sinus Complementi arcûs E L ad Radium. Similiter in N eſt ut P A ad A N; & ſic de cæteris. Eſt autem manifeſtum hujuſmodi Sinus Complementorum eoſdem planè eſſe cum Sinubus Rectis Superioris Quadrantis, ſed ordine præpoſtero acceptis, atque adeò horum aggregatum eſſe illorum ſummæ æquale.

Non tamen hinc ſtatim conficitur eandem eſſe in S vim mallei deſcendentis ex E, atque eſt in E vis ejuſdem deſcendentis ex B. Non inficior æqualem in utroque Quadrante produci impetûs entitatem, ſi in ſummam referantur omnes impetûs particulæ, quæ momentis ſingulis efficiuntur; ſed an æqualem demum conflent intenſionem, ex qua vis percuſſionis oritur, non omninò temerè, ut mihi quidem videor, ſubdubito. Cùm enim acquiſitus impetus interveniente reſiſtentiâ imminuatur, ac debilitetur, & quidem eò magis, ſi à rectâ ſecundùm naturam lineâ magis declinare cogitur; utique inſtitutâ Superioris cum Inferiori Quadrante comparatio oſtendit in illo quidem reſiſtentiam ſemper decreſcere, in hoc ſemper augeri, ac proinde impetum prioribus momentis acquiſitum, licèt aliquid in

conſequen

consequentibus amittat, tamen hujus decrementi mensurâ magis ac magis extenuatâ, non adeò in Superiore Quadrante languescere, sicut in inferiore, ubi resistentia semper augetur, & impetus magis ac magis deteritur. Adde impetum de novo productum in posterioribus momentis, in superiore quidem Quadrante esse majorem, in inferiore verò minorem. Quare cùm in postremis motûs momentis in superiore Quadrante multus producatur impetus, & ferè nulla sit resistentia, in inferiore autem Quadrante multa inveniatur resistentia, & valdè exiguus impetus producatur, satis probabili conjecturâ aliquam statuemus ictuum inæqualitatem, ita ut aliquanto validior sit ex B in E, quàm ex E in S.

Neque obstat, quod in E maximus producatur impetus, qui deinde in L & N, atque consequentibus punctis additamentum accipiat, licèt semper minus ac minus, quo ita augetur, ut semper incitetur motus. Hoc enim non facit, quin impetus in E conceptus majoribus semper decrementis imminuatur usque in S, & impetus in L conceptus similiter magis languescat, atque ita de cæteris. Finge scilicet nullum impetum novum concipi in L, aut nullum in N, adhuc impetus in E conceptus deorsum tenderet, sed retinaculo illo debilitatus languidiùs adduceret malleum in S: idem dic de quolibet impetu singulis momentis concepto, qui crescente resistentiâ majoribus decrementis imminueretur, & languidè veniret in S. At quoniam plurima sunt momenta in brevissimi temporis particulâ, tot sunt reliqui impetus, ut simul constituant notabilem intensionem.

Quod autem resistentia in superiore Quadrante minuatur, argumento non est opus; manifestum quippe est gravitatem in arcu B E descendentem subinde transferri à plano magis inclinato in minùs inclinatum, & magis accedens ad perpendiculare: quis autem neget descendenti gravitati eò minùs obstare planum subjectum, quò fuerit minùs inclinatum? Atqui angulus C A F minor est angulo G A H, anguli autem ad C & G sunt recti; igitur angulus A F C major est angulo A H G; atque propterea planum F C est magis inclinatum, quàm planum H G, & cætera plana consequentia usque ad planum perpendiculare in E. Contra verò in inferiore Quadrante resisten-

tiam ſemper augeri ex eo conſtat, quòd à plano perpendiculari ad inclinatum, immò ad ſemper magis atque magis inclinatum, fit tranſitus, donec demum deſcendens gravitas veniat ad planum horizontale. Angulus videlicet inclinationis plani eſt æqualis angulo, quem denotat arcus in inferiore Quadrante decurſus. Nam in triangulo A L K, cujus in baſim A K cadit perpendicularis L M, ex 8. lib. 6. angulo K A L æqualis eſt angulus K L M, & propter paralleliſmum linearum M L & K R, angulo K L M æqualis eſt alternus L K R angulus inclinationis plani K L; igitur hic angulus inclinationis eſt æqualis angulo, quem denotat arcus E L. Idem dic de angulo E A N & cæteris, qui ſemper majores indicant gravitatem tranſire ad plana magis & magis inclinata.

CAPUT IX.

Quomodo percuſsiones ex mole pendeant.

QUamvis ad validiorem ictum infligendum corporis percutientis velocitas, impetûs intenſionem indicans; plurimum conferat, ut dictum eſt; non ad hanc tamen velut ad unicam cauſam referenda eſt vis percuſſionis; ſed & corporis ejuſdem percutientis moles attendenda eſt: videmus ſcilicet ex mole ipsâ percuſſiones augeri, cæteris paribus; perinde enim eſt, atque ſi tot corpora percutientia eſſent, quàm multiplex eſt moles major collata cum minore. Nam ſi nota eſt vis percutiendi, quæ ineſt globulo duarum unciarum cadenti ex certâ quadam altitudine utique probabilis conjectura & ratio ſuadet ſextuplam eſſe vim globi ex ſimili materiâ unciarum duodecim ex altitudine eâdem cadentis: gravitas ſiquidem ſexies multiplicata etiam impetum efficere poteſt ſextuplum, non quidem intenſivè, ſed entitativè; neque enim pro Ratione molis augetur velocitas, quippe quæ requireret ſextuplam intenſionem. Hanc tamen majorem vim Ratione molis ita intelligi velim, ut medij reſiſtentia diſſimuletur: nam eo ipſo, quod moles

les ejusdem secundùm speciem gravitatis augetur, etiam superficiem augeri necesse est, quæ non eâdem facilitate medium dividit. Sed quoniam ita augeri potest moles, ut non similem servet figuram, sed alias atque alias induat figuras manente æquali gravitate, ac propterea valde incerta est resistentiæ mensura, quæ ex medij divisione oritur, prout hanc aut illam faciem medio dividendo obvertit ipsa moles; hinc est, quod illam resistentiam tantisper dissimulare licet, dum reliquas percussionis causas vestigamus. Cæterùm illius quoque ratio est habenda, ut aliquid virium detractum intelligatur percussioni, ubi & moles & spatium consideratur; quatenus velocitas, auctâ mole, hoc est aucto ex medij resistentiâ impedimento, aliquantulum imminuitur, ita tamen ut pariter plures majoris molis partes, collatis viribus medium urgentes, aliquid afferant facilitatis in dividendo medio, adeóque etiam velocitatis.

Ex his habetur percussionis vires componi ex mole & ex velocitate corporis percutientis: Moles siquidem determinat entitativè mensuram impetûs singulis momentis producti, velocitas indicat intensionem, hoc est summam impetuum in motu acquisitorum, hoc est ejusdem impetûs gravitati, aut potentiæ virtuti, primo momento respondentis multiplicationem. Quare si duorum corporum ictus comparentur, percussionum Ratio erit composita ex Rationibus velocitatum, & gravitatum, seu potentiarum, quibus vis movendi tribuitur. Velocitatem autem illam intelligo, quæ ratione impetus acquisiti conveniret corpori eo momento, quo percutit, nisi inveniret resistentiam: Hujusmodi verò impetûs eo momento intensionem indicat spatium in antecedenti motu decursum, ex quo, prout dictum est cap. 7. cognoscitur Ratio temporum, quibus est analoga intensio impetûs. Hinc si cadat ex altitudine 100 palmorum globus unciarum duarum, deinde ex altitudine decem palmorum globus unciarum 12, sunt duæ Rationes, altera velocitatum, hoc est intensionum impetûs in subduplicatâ Ratione altitudinum, videlicet ut 10 ad $3\frac{16}{100}$, altera gravitatum ut 1 ad 6; quæ compositæ dant Rationem ut 10 ad $18\frac{95}{100}$; ac proinde percussio globi minoris estimari poterit proximè ut 10, majoris ut $18\frac{95}{100}$: Nam duæ unciæ majoris descendendo per decem palmos haberent impetum

impetum ut $3\frac{16}{100}$: ergo sexies duæ unciæ habent entitativè impetum ut $18\frac{96}{100}$. Quare si gravitates fuerint reciprocè ut velocitates, hoc est impetûs intensiones, erunt æquales percussiones, ut est manifestum.

Hoc autem, quod de gravitate motu naturali descendente dictum est, de potentiis pariter, servatâ analogiâ, est intelligendum (assumendo scilicet loco gravitatis vim ipsam potentiæ, quæ similiter conata perseveret in motu antecedente percussionem) si innotescat, quantum potentiæ inæqualiter conentur, & per inæqualia spatia moveant idem corpus, quo ictum infligunt; nam ex Rationibus conatuum, & velocitatum componitur Ratio percussionum. At si potentiæ duæ inæqualiter conantes per inæqualia spatia moveant inæqualia corpora, quibus alteri corpori ictus infligatur, attendendum est, an solùm tam diuturnus sit motus ictum præcedens, ut nihil impressi impetûs deteratur: nam si alternis quibusdam incrementis & decrementis modò augeatur, modò minuatur, non est habenda ratio totius temporis, aut spatij, in quo factus est motus: quis enim existimet aptè computari posse, utrùm navis percurrerit sex, aut octo milliaria, ut ejus ictus, quo cymbam percutit, cognoscatur? Quare satius erit in hujusmodi motibus ab impetu extrinsecùs impresso provenientibus, qui ut plurimum repugnantem habet ipsius corporis naturam, nec totus permanet quemadmodum impetus acquisitus, ipsam velocitatem considerare, quatenus apparet non multo tempore antè ictum: tunc enim, quia potentia movens eum impetum imprimit, qui satis sit ad molem illam movendam tantâ velocitate, ut impetus hujusmodi innotescat, & molis & velocitatis ratio habenda est; atque idcircò ad comparandas invicem percussiones componenda est Ratio ex Rationibus molium, & velocitatum. Hinc si navis oneraria lentè moveatur velocitate ut duo, & navis alia sextuplo minor moveatur velocitate ut decem (quia videlicet paulò antè ictum observatum est, quo tempore illa procedebat duos passus, hanc percurrisse decem passus) ictus majoris ad ictum minoris erit ut 12 ad 10, compositis scilicet Ratione molium 6 ad 1, & Ratione velocitatum 2 ad 10.

Hic autem ubi Molis nomen usurpamus, cavendus est in vocabuli

vocabuli ambiguitate lapsus: neque enim corporis tantummodo amplitudinem, quatenus sub Geometricam dimensionem cadens spatium occupat, intelligere oportet, verùm etiam naturam ipsam atque substantiam: ea scilicet, quæ minore secundùm speciem gravitate prædita sunt, sub magnis dimensionibus parum habent substantiæ atque materiæ, ideóque & tenuem movendi ac impetum producendi virtutem; neque propterea quod molem magnam præseferant, validiora in percutiendo censenda sunt, quasi à globo ligneo librarum duarum, quia ferè decuplo major est globo plumbeo ejusdem ponderis, expectari posset validior ictus, si ex eâdem altitudine dimittantur: nam vis producendi impetum connata est substantiæ, quâ substantia talis est, non quantitati, prout extensio est. Quare ubi molis habendam esse rationem diximus, ut fiat Rationum Compositio, ex qua percussionum incrementa aut decrementa innotescant, ipsam potissimùm substantiam intelligimus, quam, non nisi intra idem genus corporis, extensio major aut minor consequi solet: propterea si ferrei cylindri ictus, atque lignei, conferre invicem volueris, non ipsos cylindros, quatenus cylindri sunt sub tantâ basi & altitudine, dimetiri oportet, sed potiùs eorum gravitatem, ut quanta sit moles virtutis ipsi naturæ atque substantiæ respondens, ex gravitate inferatur.

Non tamen idcircò extensionis atque figuræ animadversio otiosa est, aut contemnenda, in percussionibus; quinimmò non oscitanter consideranda, ut deprehendatur, qua sui corporis parte validissimum ictum infligat instrumentum percutiens. Hoc autem tripliciter potissimùm movetur, videlicet, primò ad perpendiculum descendendo motu naturali; deinde horizontaliter, seu obliquè, cùm à dextrâ in sinistram, aut vicissim à lævâ in dexteram, aut in anteriora extrinsecùs motu recto impellitur; demum in orbem, circuli arcum describendo.

Et quidem corpus sponte suâ descendens, quodcumque tandem illud sit, suam habet Directionis lineam, per quam in motu Centrum gravitatis progreditur. In infimâ igitur corporis parte ipsa Directionis linea definit punctum, in quo si fiat corporis percutientis contactus, ille erit validissimus ictus, quem hujusmodi corpus ex datâ altitudine descendens infligere potest, ibi quippe maximam reperit resistentiam, cum æquales

vires hinc atque hinc conſiſtentes ibi conſpirent, & obicem motui directè oppoſitum offendant, adeò ut neque in hanc, neque in illam partem Centrum gravitatis dirigatur. Quod ſi punctum contactûs corporum colliſorum non ſit in lineâ Directionis corporis cadentis, ſed à latere; eò validior erit ictus, quo minore intervallo punctum contactûs ab hujuſmodi lineâ Directionis aberit; magis videlicet opponitur motui directo, quàm ſi ab eâ longiùs abeſſet: quando enim contactus procul eſt à lineâ Directionis, ab hac minùs deflectere cogitur centrum gravitatis, quod multò magis repellendum eſſet à contactu propiore. Sic globus, cujus centrum gravitatis ſit C, deſcendens per lineam Directionis C D, ſi percutiat puncto D, omnium validiſſimum ictum infligit, quia corpus percuſſum omninò opponitur motui C D, nec centro C relinquit locum ſaltem obliquè deſcendendi: at verò ſi contactus fiat in E, impeditur quidem deſcenſus globi per rectam C D ulteriùs productam, poteſt tamen centrum gravitatis deſcendere deſcribendo circa punctum E manens arcum C F; quapropter in E minorem invenit reſiſtentiam quàm in D, ubi nihil deſcendere poteſt, ſi ſubjectum corpus loco non cedat. Similiter ſi contactus fiat in G, adhuc impeditur motus directus per C D, attamen centrum gravitatis C poteſt obliquè deſcendere deſcribendo arcum C H. Sed quoniam per arcum C F magis declinat à perpendiculo, & minùs deſcendit, quàm per arcum C H (quamvis arcus illi æquales ponantur paribus Radiis E C, & G C deſcripti) propterea magis impeditur motus in contactu E propiori lineæ Directionis, quàm in G remotiori. Cum itaque eò validiorem ictum infligant corpora percutientia, quò majorem inchoato motui reſiſtentiam offendunt, manifeſtum eſt in corporibus naturali motu deſcendentibus validiſſimum eſſe ictum in puncto, quod lineæ directionis motûs reſpondet, ſempérque imbecilliores eſſe ictus, quò magis puncta contactûs abſunt à lineâ Directionis.

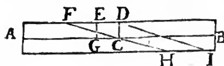
Hoc idem, quod de lineâ Directionis gravium ſponte ſuâ deſcendentium dictum eſt, analogiâ ſervatâ, traducendum eſt ad

ad ea corpora, quæ externo impulſu agitata motu recto ſivè Horizonti parallelo, ſivè ad Horizontem aut obliquè, aut ad perpendiculum, inclinato moventur. Cum enim, ex hypotheſi, partes omnes hujuſmodi corporis impulſi æquali velocitate per æqualia ſpatia moveantur, æqualem impetum ſingulæ recipiunt, à movente impreſſum. Similiter igitur in corpore illo concipiendum eſt punctum, quod *Centrum Impetûs* vocari poteſt, quia illud æquales hinc & hinc Impetus circumſtant, quemadmodum Centrum Gravitatis dicitur, circa quod æqualia gravitatis momenta diſpoſita intelliguntur. Hinc ſi corporis particulæ fuerint omnino homogeneæ, adeóque æquè capaces impetûs recipiendi, illud idem erit Centrum Impetûs, quod eſt centrum molis, ſeu magnitudinis; nam eadem plana, quæ molem æqualiter dividunt, etiam æqualiter dividunt Impetum per ſingulas particulas æquabiliter diffuſum. At ſi non ejuſdem generis fuerint partes corpus illud componentes, ſed raræ aliæ, aliæ denſæ, hoc eſt ex materiâ partim tenui, partim conſtipatâ, ſicut non eſſet idem Centrum Gravitatis, atque Centrum Magnitudinis, ita neque idem eſt cum Molis centro Centrum Impetûs impreſſi; quia, ut ex Projectis conſtat, ea quæ ſecundùm ſpeciem leviora ſunt, cæteris paribus, minorem impetum concipiunt (& globuli ex argillâ effecti, quos baliſtæ evibrant, majorem ictum infligunt, quàm pares globuli lignei, qui ſunt argillâ leviores) ac proinde Centrum Impetûs impreſſi aſſumi poteſt idem, ac punctum illud, quod in motu naturali eſſet Centrum gravitatis ipſi corpori inexiſtens.

Quare in motibus corporum externâ vi impulſorũm attendenda eſt pariter linea, ſecundùm quam dirigitur motus hujuſmodi Centri Impetûs: & punctum illud in corporis percutientis ſuperficie, quod linea directionis motûs à Centro Impetûs ducta deſignat, ipſum eſt, in quo corpus percutiens vim ſuam validiſſimè exercet. Cum enim omnia plana per hanc Directionis motûs lineam tranſeuntia (quorum illa eſt communis ſectio) dividant univerſum Impetum in partes hinc & hinc æquales, quippe quæ etiam per Centrum Impetûs tranſeunt, ita ex percuſſione in puncto illo impeditur motus, ut neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere poſſit corpus impactum in obicem, qui reſiſtit. Quod ſi punctum contactûs fuerit ex-

tra lineam Directionis motûs, inæquales sunt impetus, & majore præpollente, corpus pergit in motu, quamvis ad latus inflectatur sivè magis, sivè minùs, prout majus aut minus fuerit intervallum inter punctum contactûs, & lineam Directionis motûs.

Sit corpus A B, quod translatum à potentiâ impellente habeat Centrum Impetûs C, & linea, per quam dirigitur motus, sit C D, cui parallelæ sunt lineæ à singulis partibus in motu descriptæ. Si ergo in obicem incurrat punctum D, ita impeditur motus, ut ulteriùs promoveri nequeat corpus, nisi obex loco cedat; quia nimirum impetus in D A æqualis est impetui in D B, ideò neutra pars æquali impetu affecta promoveri potest: est igitur maxima resistentia, & ictus validissimus. Sin autem non puncto D, sed puncto E fiat percussio secundùm eandem directionem G E, jam impetus sunt inæquales, & minor impetus est in E A, quàm in E B; proinde pars E B validior pergens in motu inflectitur circa obicem in puncto E, tanquam circa centrum, & resistentia est minor, quàm ad punctum D. Simile quid contingit, si fiat percussio in puncto F, multo enim major impetuum inæqualitas intercedit inter F A, & F B, quàm inter E A, & E B, atque faciliùs fit conversio & inflexio motûs circa obicem in puncto F, quàm in puncto E: arcus siquidem majore Radio F D descriptus minùs desciscit à rectitudine lineæ, per quam dirigitur motus, quàm arcus minore Radio E D descriptus. Quò igitur magis punctum contactûs in percussione abest à puncto D, eò infirmior est ictus, minorem quippe invenit resistentiam.



At si corpus idem A B ita impellatur, ut linea directionis motûs ducta ex C centro impetûs sit C A, similiter constat validissimum ictum fieri in A, imbecilliorem verò in extremis angulis ejusdem superficiei. Hinc vides, cur ex vetere disciplinâ Poliorceticâ ad murorum, aut postium expugnationem, arietes, quibus concutiebantur, non planâ facie, sed convexâ communiter, aut acutâ construerentur: quia scilicet trabem ferro

in capite armatam funibus ſuſpenſam (ne ſuſtinendi laborem ſubirent, ſed vires omnes in motu impenderent) retro ducentes, ac deinde propellentes, non planè horizontaliter, ſed quaſi circulariter movebant; planum autem ſi fuiſſet trabis caput, ictus inflictus fuiſſet ab extremo illius ſuperficiei latere, non verò à partibus circa medium exiſtentibus, à quibus multò validior ictus expectari potuiſſet; quemadmodum certiùs contingit facie convexâ, aut in apicem deſinente.

Si demum linea directionis motûs eſſet C F, utique in F eſſet validiſſimus ictus, quia planum F H bifariam divideret æqualiter univerſum impetum, & impetus F A H æqualis eſſet impetui F B H. Eſſet autem infirmior ictus, quem infligeret punctum D, cujus directio D I parallela directioni Centri F H inæqualiter divideret impetum, & pars impetûs D B I minor eſſet parte D A H I; quapropter hæc circa obicem in D moveri poſſet, & minorem inveniret reſiſtentiam quàm in F.

Ubi obſervandum eſt non aptè quæri, quonam in puncto validiſſimus fiat ictus, niſi pariter ſtatuatur, quænam ſit linea Directionis motûs: Nam in eodem puncto D validiſſimus eſt ictus, ſi directio fuerit C D, quia tunc eſt maxima reſiſtentia; nullus eſt ictus in directione C A, quia nihil illi opponitur; imbecillis eſt ictus in Directione C F, quia mediocrem offendit reſiſtentiam. Præterea comparatis invicem Directionibus C D & C A, validior eſt ictus in A quàm in D; plures ſiquidem partes in eandem longitudinis lineam directè conſpirantes plus obtinent virium, quàm pauciores in lineâ latitudinis: præterquam quod partium ad latera adjacentium lineæ, quæ propiores ſunt lineæ Directionis Centri Impetûs, quaſi in unam Phyſicè coaleſcunt; id quod non contingit partibus notabili intervallo disjunctis ab illâ Directionis lineâ: quæ eatenus ſolùm in percuſſionem conſentiunt, quatenus cum intermediis conjunctæ nexu non facilè diſſolubili eas pariter juvant; nam ſi eſſet corpus percutiens in plures partes, ceu virgulas, diſſectum, iis, quæ obicem contingerent, manentibus, reliquæ ſinè ictu excurrerent: propterea etiam conjunctæ faciliùs à directâ poſitione deflectentes corporis longitudinem inflectunt: ut in tenui & gracili ligno accidere poteſt extremis partibus A & B, quæ ex impulſu, quo promoventur, poſſunt circa punctum D inflecti; ex quo infirmior

VVuu 3

percussio, quàm cùm tanta est corporis crassities, ut pro longitudine breviore non valeat flecti. At si cum his directionibus C D & C A, ad perpendiculum incidentibus in faciem corporis percutientis, comparetur Directionis linea C F obliquè incidens, licèt longior sit linea C F, quàm C D, non idcirco validior est in F ictus Directionis C F, quàm in D ictus Directionis C D: id quod oritur ex minore resistentiâ ratione obliquitatis; faciliùs quippe potest ulteriùs excurrere corpus obliquè percutiens, quàm si directè percuteret.

Porrò non levis error obreperet minùs accuratè perpendentibus ea, quæ hactenus de Centro Impetûs disputata sunt, si hoc Centrum absolutè in eo instrumento, quo ad percutiendum utimur, quærendum esse existimarent: non enim rarò etiam ejus, à quo instrumentum impellitur, considerandus est impetus & motus. Sic quando duo lanceis concurrunt, non est æstimanda percussio ex solo impetu lanceæ impresso, verùm etiam ex eo, quem militis corpori imprimit equus, cui currenti insidet, immò & ipsius equi impetus, quem virtute suâ animali concipit: universum quippe hunc impetum retundi oportet ab eo, qui ictum recipit: hinc si miles minùs robustus fuerit, infirmior est ictus, quia ipso ictûs momento ille cedit, & perinde est, atque si lancea ipsa cederet, aut flecteretur. Non est igitur Centrum impetûs in lanceâ ipsâ, sed potiùs in corpore militis non procul ab equo; ac proinde inclinata lancea, ut, quam minimùm fieri possit, recedat à positione parallelâ lineæ Directionis motûs, & ab hac lineâ non longè absit, validissimum ictum infliget: hoc autem quia faciliùs obtinetur longiore lanceâ, quàm breviore, ideò, cæteris paribus, præstat longiore lanceâ uti.

Res autem aliter se habet, quando percussio contingit instrumento non ampliùs cohærente ipsi causæ, à qua impetum recipit, sed jam ab eâ disjuncto; in eo enim præcisè est Centrum Impetûs, & attendenda est linea Directionis motûs ab hujusmodi centro ducta, ut vis percussionis maxima innotescat.

At hìc quæris; si hastam manu stringentes impetum illi imprimimus, & brachium pariter impetum concipit, atque ex utroque impetu æstimandus est ictus; cur validiùs hastam eandem intorquemus jaculantes, quàm manu tenentes? Sic antiquis,

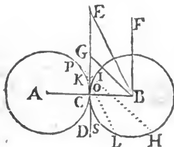
quis, ad acriùs feriendum, placuit hastis amentatis uti, ut post ejaculationem hastam loris ligatam retraherent, iterúmque evibrarent: Esse autem validiorem ictum hinc cognosces, quòd hastæ evibratæ mucro altiùs infigitur objectæ tabulæ, quàm cùm illam manu retinentes similiter tabulam cuspide percutimus. Ex multiplici causâ id petendum videtur. Et primò quidem, quia cùm hastam manu stringimus, caro, quæ est in volâ manûs, illicò cedit, ac obicem hastæ resistentem offendit, ex qua cessione minuitur impetûs; qui & multo magis debilitatur, si brachium pariter in posteriora modicè revocemus timentes, ne ex præconcepto impetu, & corporis percussi resistentiâ oriatur nimia aliqua partium convulsio, aut dolor: hoc autem incommodum vitatur in hastâ jam emissâ. Deinde quando aliquid jaculamur, ultimo momento, quo illud tenemus, brachium validissimo conatu in anteriora movemus, statímque retrahimus dimittentes missile, cui propterea plurimus impetus imprimitur: constat autem non posse à nobis hastam retinentibus (alia scilicet est musculorum contentio & motio) moveri brachium motu adeò concitato. Demum impetus brevissimo illo motu tantâ vi productus in missili suam retinet directionem (quicquid sit, an gravitas insita aliquid officiat) quæ in longiore motu brachij si non dimittatur, aliquantulum labefactatur, eo quod plures motus circa diversa centra, videlicet circa os humeri, & os cubiti, misceantur; atque ex diversa illâ directione vis impetûs minuitur. Cùm itaque ex omnibus hisce causis major inveniatur impetus in hastâ evibratâ, quo momento illa percutit, majorem quoquè ictum ab eâ infligi consequens est.

Ad hoc percussionum horizontalium genus spectat illa percussio, qua in ludo minoris tudiculæ globus unus tudiculâ impellente emissus alium globulum percutit. Si enim in eâdem directionis motûs lineâ reperiantur centra utriusque globi, percutientis scilicet & percussi, maximus ictus infligitur, quia maximam invenit resistentiam, cum totus globulus percussus toti percutienti opponatur, cujus singularum partium lineæ directionis motûs si producantur, occurrunt globulo percusso (æquales sunt globuli ex hypothesi) quamvis sola linea directionis Centri illum contingat. Sin autem globus emissus ita alium

quiescen-

quiescentem tangat, ut recta linea per contactûs punctum ducta sit utriusque globi Tangens; & lineæ directionis motûs parallela, nullus est ictus, quia nullum motui impedimentum infertur. Demum si linea, per quam dirigitur centrum globuli emissi, non occurrat centro globi percussi, ita tamen se habeat, ut lineæ utrumque globulum Tangenti occurrat extra punctum contactûs, tunc major aut minor erit ictus pro ratione impedimenti & resistentiæ, prout majori aut minori parti globuli percutientis opponitur globulus percussus: Ex quo fit eò majorem esse resistentiam, quò linea directionis motûs Centri percutientis propiùs ad punctum contactûs occurrit lineæ Tangenti.

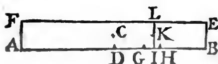
Sit globus B emissus adversùs globum A quiescentem, & linea, per quam dirigitur motus centri B, sit BC occurrens puncto contactûs C, atque adeò, ut colligitur ex 12. lib. 3. etiam centro A, si producta intelligatur. Hìc invenit maximam resistentiam globus percutiens, neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere potest à priori directione; linea siquidem Directionis BC ad angulos rectos incidit in Tangentem DE, & omnes singularum partium directiones occurrerent globulo A, si productæ intelligantur extra globulum B. Quòd si linea directionis motûs fuisset BF parallela Tangenti DE, nullum planè inferretur impedimentum motui à globo quiescente A; nam partium globi impulsi Directiones parallelæ lineæ BF, eæ essent, ut earum nulla incurreret in globum A, ideóque nullus esset ictus, ubi nulla est resistentia. At si globus B habeat Directionem BE, aut BG, & quiescentem globum tangeret in C, etiamsi neque BE, neque BG directiones centri incurrerent in globum A, tamen partium aliquarum ejusdem globi B Directiones parallelæ Directioni BE, aut BG, si productæ intelligantur, incurrerent in globum A, atque invenirent ex eo impedimentum. Sit enim Directio BE, & in globo B linea LO ipsi BE paralla, quæ producta contingeret in K globum A: utique omnes partes segmenti



menti O L S habentes Directionem parallelam Directioni B E, quæ est directio Centri, inveniunt resistentiam, cum earum directiones incurrant in oppositum globum A. Similiter si Directio Centri sit B G, parallela Directio H I producta tangit in P globum A, qui proinde opponitur Directionibus omnium partium segmenti I H S. Cùm autem segmentum I H S majus sit segmento O L S, etiam major est ictus, quando Directio B G ea est, ut Tangenti lineæ D E occurrat in puncto G non ita procul à contactu C, quàm si directio B E ea esset, quæ in puncto E remotiore à contactu C occurreret eidem Tangenti D E: Maximam siquidem habet veritatis speciem, in hujusmodi ictibus impetum in globo percusso eâ intensione imprimi, quæ proportione respondeat partibus, quæ directè secundùm illam Directionis lineam impediuntur. Quoniam verò impetus globo percusso impressus illum afficit æquabiliter, hinc est, quod ille non potest à percussione determinari, nisi ut moveatur per lineam Directionis, quæ conjungat punctum contactûs C cum centro A: quandoquidem æquales sunt globi partes circa centrum, adeóque & æquales impetus.

Observa hìc à me assumptos esse circulos pro globis, & lineas vice planorum secantium globos, ut res faciliùs explicaretur: cæterùm quæ de lineis dicta sunt, si de planis per lineas illas transeuntibus intelligantur, rem similiter ob oculos ponent, si ipsa parallela fuerint, aut inclinata, prout de lineis constituta est hypothesis. Superest tertius percutientis motus, videlicet in arcûs circularis speciem ductus, quando, altera extremitate manente, corpus in gyrum movetur. Experimentis autem docemur validissimum ictum non semper fieri ab extremitate, quamvis hæc velocissimè moveatur præ cæteris punctis alteri extremitati manenti propioribus. Ut igitur inveniatur punctum, in quo corpus percutiens maximam habeat resistentiam, ponendum est illud esse æquabiliter ductum, & ex materiâ homogeneâ æqualiter capaci impetûs; atque ibi sanè maxima erit resistentia, ubi impetûs momenta æqualiter dividuntur: id quod contingit in puncto ita remoto à motûs centro, ut cadat inter bessem, & dodrantem totius longitudinis, quæ habet rationem Radij, quo arcus describitur.

Sit corporis percutientis longitudo A B. Si motu naturali



ſponte ſuâ deſcenderet, & in motu poſitionem horizonti parallelam ſervaret, utique validiſſimus eſſet ictus in D puncto, quod reſpondet centro gravitatis C; eſſent enim hinc atque hinc æquales gravitates, & æqualia impetûs momenta, ut ſuperiùs dictum eſt. At manente extremitate A, tanquam centro motûs, & corpore ipſo vi ſuæ gravitatis deſcendente, licèt ſingulæ particulæ, utpote naturæ ejuſdem, paribus viribus ſint præditæ, non tamen æquali momento feruntur; ſed cum in A retineantur, quæ puncto A propiores ſunt, magis detorquentur à directione naturalis gravitatis, adeóque plus momenti habent partes inter D B, quàm inter A D conſtitutæ. Porrò momenta ſunt in Ratione Diſtantiarum: Momentum ſiquidem eſt Exceſſus virtutis moventis ſupra reſiſtentiam, qua impedimentum prohibet, ne ſequatur motus juxta naturalem propenſionem: quare ſingularum partium momenta ex earum motu dignoſcuntur: moventur autem per circulorum arcus ſimiles, quorum etiam ſimiles ſunt Sinus deſcenſum metientes, qui ſunt in Ratione Radiorum, hoc eſt diſtantiarum ab A communi centro. Sic momentum puncti D eſt ut A D, puncti G ut A G, puncti H ut A H, atque ita de cæteris. Hinc eſt omnium momentorum ſummam conflari ex illorum aggregato, quaſi ex aggregato arcuum quos deſcribunt, aut Sinuum arcubus ſimilibus reſpondentium, quorum Ratio eadem eſt cum aggregato Radiorum, ex quibus deſcribuntur arcus. Cum autem univerſa longitudo A B in particulas æquales diviſa intelligatur, manifeſtum eſt diſtantias à centro A conſtituere Progreſſionem Arithmeticam juxta ſeriem naturalem numerorum, ac proinde punctum, quod vocari poteſt *Centrum Momentorum Impetûs*, illud eſſe, in quo momenta illa bifariam æqualiter dividuntur.

Hoc verò punctum eſſe ultra beſſem totius longitudinis hinc apparet, quòd, ſi longitudo A B in tres æquales partes diſtincta intelligatur, prima centro A proxima habet momentum ut 1, ſecunda ut 2, tertia ut 3: igitur poſt finem ſecundæ, hoc eſt in G, videtur

videtur esse æqualitas momentorum; nam A G habet ut 3, & G B item ut 3. Sed non esse in G momentorum æqualitatem constat, si adhuc plures in partes A B distincta intelligatur, & eadem sit Ratio dupla A G ad G B. Sit A B partium 6; A G est 4, G B 2: Momenta A G sunt 10, G B 11; sunt scilicet ipsius A G momenta quatuor distantiarum 1. 2. 3. 4. hoc est 10, G B verò momenta quintæ & sextæ distantiæ 5 & 6, hoc est 11. Quod si ponatur A B partium 9, & A G 6, G B 3; momenta A G sunt 21, G B sunt 24. Similiter statuamus longitudinem A B partium 12, scilicet A G 8, G B 4, momenta A G sunt 36, G B 42. Item A B sit partium 15; A G 10, G B 5: momenta A G sunt 55, G B 65. Demum A B sit partium 18; A G 12, G B 6: momenta A G sunt 78, G B 93. Non igitur momentorum æqualitas est præcisè in G ad bessem longitudinis A B, sed est ultra G versùs B.

Verùm, si A H sit dodrans longitudinis A B, non in H, sed citrà H, inter G & H est quæsitum punctum, in quo momentorum æqualitas invenitur. Nam si A B sit partium 4, atque A H sit 3, H B verò sit 1; momenta A H sunt 6, & H B 4: Si A B sit part. 8: & A H 6, H B 2; momenta A H sunt 21, H B 15; & sic de cæteris servatâ eâdem Ratione triplâ A H ad H B. Cum itaque momenta A G minora sint quàm momenta G B, contrà verò momenta A H majora sint momentis H B, constat æqualitatem momentorum esse inter G & H, hoc est inter bessem & dodrantem. Ubi autem proximè sit hujusmodi punctum, deprehendes, si totam A B statuas partium 576, & A I partium 407: Cum enim momenta omnia totius A B sint 166176, & momenta A I sint 83028, remanent momenta I B 83148, proximè æqualia momentis A I. Est autem Ratio 407 ad 576 minor Ratione 3 ad 4: & Ratio A I ad I B minor est Ratione A H ad H B, hoc est minor Ratione Dodrantis ad Assem: item Ratio 407 ad 576 major est Ratione 2 ad 3, hoc est Ratione Bessis ad Assem. Quæ de lineâ A B hactenus dicta sunt, in reliquis pariter illi parallelis vera esse deprehenduntur simili ratiocinatione; ac propterea à lineâ I L omnes in eâdem Ratione secantur. Maxima igitur percussio à corpore A E circa lineam A F in gyrum acto fiet in lineâ I L; in qua medium punctum K denotat locum validissimi ictûs; in eo sci-

ſcilicet omnia momenta impetûs æqualiter dividuntur tam juxta longitudinem, quàm juxta latitudinem.

Sed quoniam rarò contingit corpus, quo percutimus, ita æquabili ductu partes omnes diſpoſitas habere, ſicut hactenus hypotheſim in cylindro aut priſmate conſtituimus, idcircò frequentiſſimè centrum hoc momentorum Impetûs, ex quo ictus vehementia pendet, aut magis ad centrum motûs accedit, aut ab hoc magis recedit, prout ad hanc aut illam extremitatem plures ſunt partes majoris impetûs, aut majorum momentorum capaces: fieri ſiquidem poteſt, ut plures partes centro motûs proximæ tenuioribus momentis ſint prædıtæ, pauciores autem partes ab hujuſmodi motûs centro remotæ majora obtineant momenta, adeò ut inæqualitas partium reciprocâ quadam inæqualitate momentorum compenſetur; & fieri poteſt, ut plures partes cum majore diſtantiâ componantur, adeò ut centrum momentorum impetûs proximum ſit extremitati, quæ velociſſimè movetur. Hinc quia malleo & ſecuri infligendus eſt ictus, in illorum manubriis ſtatuendis cavendum eſt, ne nimis gravia ſint, ne fortè extra malleum aut ſecurim, quibus fit percuſſio, ſit centrum momentorum impetûs. Centrum hoc momentorum ſi appellare libeat *Centrum Percuſſionis*, per me licet; neque enim hæreo in vocabulis.

Ut autem oblato quocumque corpore ad percutiendum apto, quo utendum ſit motu circulari, cujuſmodi eſt malleus, clava, ſecuris, & ſimilia, ejus centrum Momentorum impetûs Phyſicè & Mechanicè habeamus, hæc methodus fortaſſe non inutilis accidat. Extremam illam partem, quæ manu apprehendi ſolet, ex clavo immobili ita ſuſpende, ut circa illum liberè moveri valeat: tum ſuſpenſam clavam à perpendiculo remove, & in hanc atque illam partem vibrari permitte. Interim ex ſubtiliſſimo filo æreus, aut plumbeus, globulus pendeat, qui pariter vibretur: & hujus perpendiculi vibrationes cum clavæ ſuſpenſæ vibrationibus compara, an videlicet ſingulæ ſingulis iſochronæ ſint, hoc eſt æqualis durationis, an verò inæqualis; ſi una perpendiculi vibratio diuturnior ſit, quàm una clavæ vibratio, decurtandum eſt filum, ſi brevior, producendum uſque eò, dum perpendiculi vibrationes ſingulæ ſingulis clavæ vibrationibus iſochronæ fuerint. Hoc ubi conſecutus fueris, haud temerè pronun-

pronunciabis quæsitum Centrum momentorum Impetûs clavæ tanto intervallo abesse à puncto suspensionis, quanta est perpendiculi longitudo, non quidem exactissimè & Geometricè, sed quantum satis est ad Physicum opus. Cur ita argumentari liceat, si rationem reposcas, hæc satis probabilis afferri potest; quia scilicet Centrum momentorum Impetûs est punctum illud, in quo cum sit æqualitas momentorum, omnes ipsius clavæ partes suam vim exercent ad motum illius oscillationis; quemadmodum in centro globuli ex filo pendentis (filum ex hypothesi nullum habet notabile momentum ad motum adnexi globuli variandum) est æqualitas momentorum ejusdem descendentis, & ad positionem perpendicularem se restituentis. Est igitur clava quasi perpendiculum tantæ longitudinis, quantum est intervallum inter Centrum motûs atque Centrum momentorum Impetûs. At perpendicula æqualis longitudinis sunt isochrona: igitur invento perpendiculo isochrono cum oscillationibus clavæ, nota erit ex hujus longitudine etiam longitudo rigidi illius perpendiculi, quod concipitur in clavâ, videlicet distantia Centri momentorum Impetûs à Centro motûs.

Hîc tamen animadvertas velim ex hac methodo non haberi exactè punctum Centri momentorum in clavâ, sed illud adhuc paulò longiùs abesse; quia nimirum perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in gravitate ponderis appensi, illud, quod gravius est, plures vibrationes eodem tempore perficit; atque perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in longitudine, illud, quod longius est, paucioribus vibrationibus eodem tempore agitatur. Cum autem clava sit perpendiculum gravius globulo, qui ex filo pendet, positâ æquali longitudine, clava velociùs moveretur: Si igitur motus clavæ est isochronus cum motu globuli ex filo suspensi, necesse est longitudine graviori inferente vibrationum raritatem compensari ejus gravitatem, quæ crebriores efficeret vibrationes. Quare hoc certum habebis, quæsitum Centrum Momentorum esse ultra punctum illud inventum ex longitudine perpendiculi adhibiti.

Sed & illud præterea observandum est, motus istos circulares corporum percutientium communiter non habere pro sui motûs Centro alteram extremitatem, nisi fortè, quando ad solius manûs motum moventur, cubito ac brachio immotis: cæterùm

pro centro motûs habent aut cubiti, aut humeri juncturam, prout cubitus, vel totum brachium movetur: & tunc Centrum momentorum transferri contingit, nec opus est adeò longa esse manubria; ut vides malleos, quibus ad contundendos libros utuntur bibliopægi, brevioris esse manubrij, quia extento brachio percutiunt, quod fungitur vice valde longi manubrij: contra verò fabrorum ferrariorum mallei, bipennes, & cætera instrumenta, quæ utrâque manu apprehensa tractamus, longiora habent manubria, tunc enim brachium adeò extendere nequimus.

CAPUT X.

Quid conferat resistentia corporis percussi.

EAtenus ictum corpori percusso infligi, quatenus hoc motui corporis percutientis opponitur, illíque obsistit, dictum est cap.*6.* eóque vehementiorem esse percussionem, quò major est resistentia. Hæc autem resistentia originem ducit ex ipsâ corporum naturâ; omne siquidem corpus, quâ corpus est, nulli corpori penetrabile est, neque fieri potest, citrà Divinam virtutem longiùs, quàm naturæ termini postulant, excurrentem, ut uno eodémque in spatio duo corpora collocentur, quemadmodum duæ substantiæ ab omni prorsus sensu disjunctæ, sed quæ solâ ratione, & intelligentiâ comprehenduntur, se vicissim eodem in loco facilè patiuntur. Corpus igitur percussum tùm ex suâ constitutione, & temperie, tum ex recedendi difficultate, tùm ex positione, secundùm quam ictum excipit, habet, ut modum percussioni statuat; ex triplici enim hoc capite resistentiārum varietas petenda est, qua corpus percussum reluctatur, ne loco cedat.

Et ad primum quidem quod attinet, corpora dura magis resistere, quàm mollia, manifestum est ex ipsâ Duri & Mollis notione. *Est autem Durum*, ut ait Aristoteles lib. 4. Meteor. summa 2. cap. 1. *quod non cedit in seipsum secundùm superficiem:*

Molle

Molle autem, quod cedit, non circumobſiſtendo; aqua enim non Mollis, non enim cedit compreſſione ſuperficies in profundum, ſed circumobſiſtit: aqua ſcilicet, & humores urgenti quidem cedunt, at non induendo ſuperficiem, quæ maneat, (ut ceræ ac luto accidit) ſed ita ſecedendo, ut, urgente remoto, ad ſuperficiem antiquæ ſuperficiei ſimilem confluant particulæ, quæ ſeceſſerant. Quapropter ad mollium genus, in rem præſentem ſpectare cenſenda ſunt, quæcumque ſe premi patiuntur, hoc eſt, externo impulſu in ſe ipſa coëunt, cùm in profundum ſuperficies permutatur, nec dividitur; ſivè imprimi & formari poſſint, pulſu tantùm, ut cera & argilla, aut percuſſione, ut plumbum; ſivè impreſſionem & formam rejiciant, ut lana, & ſpongiæ. Ea autem, quæ dura ſunt, ſed ductilia, quia *eâdem percuſſione poſſunt ſimul in latus, & in profundum ſecundùm ſuperficiem transferri ſecundùm partem*, ut ferro candenti, aliiſque metallis ſub fabri malleo contingit, aliquatenus ad mollia pertinere videntur, ſaltem comparatè, quia videlicet cedunt percutienti, quod propterea durius cenſetur. Sic in arce Antuerpienſi memini me vidiſſe ænea aliquot ingentia tormenta bellica, olim ex Sckenckianâ munitione, cum in Hiſpanorum poteſtatem venit, aſportata, in quorum tubis non mediocres contuſionum notæ ab hoſtilibus globis impreſſæ apparebant. Quæ verò corpora dura ſunt, neque ſe ita comprimi patiuntur, ut ſuperficies depreſſa craſſitiem minuat, ſed ſolùm, ſervatâ longitudine, flexibilia ſunt eâ ratione, ut à rectitudine ad curvitatem, aut viciſſim à curvitate ad rectitudinem torqueantur, cedunt quidem, ſed inter mollia, ex hoc quidem capite, recenſenda non ſunt. Quod ſi vehementiore percuſſione non ſolùm flectantur, ſed etiam frangantur (quemadmodum contingit craſſiuſculo baculo, cujus extremitates in acumen deſinentes innituntur duobus vitreis cyathis; qui circa medium valido fuſte percuſſus flectitur, & inflexione declinans vitra, iis integris frangitur) in magnas partes dividuntur, & ſeparantur: at ſi in partes plures diſſiliant ex unicâ percuſſione, friantur, ut vitrum, lapis, fictile; id quod ex duritie oritur.

Hæc eadem corporis habitudo, quæ particularum componentium complexionem reſpicit, æquè in percutiente, ac in percuſſo attendenda eſt; quandoquidem ſi diſpar fuerit eorum durities,

durities, fieri poteſt, ut ex ictu labefactetur potiùs percutiens, quàm percuſſum: ſic globus plumbeus ex editâ turri decidens in ſubjectum ſilicem ex ictu contunditur, rotundâ ſuperficie in planam mutatâ, qua parte fuit contactus; & vitrum ad ſaxa alliſum friatur; & follis luſorius in parietem impactus comprimitur. Hinc tamen non fit, quò minus corpus illud, in quod plumbeus globus, aut vitrum, aut follis incurrit, percuſſum dicatur; ex ictu enim ſaltem concutitur, & contremiſcit. Neque tremorem hujuſmodi temerè confictum ſuſpicabitur, quiſquis longiſſimæ trabis extremitati aurem admoverit, ut alterâ extremitate quamvis leviſſimè digito percuſsâ ſonitum audiat, aut noctu ſcrobiculo in terrâ facto aurem immiſerit, ut adventantis alicujus adhuc procul poſiti paſſus percipiat: nullum verò ſonum fieri ſine tremore & motu, extra controverſiam poſuit experientia.

Porrò ſpectatâ corporum temperie, percuſſionum vehementiâ æſtimatur ex iis, quæ conſequuntur reſiſtentiam ortam ex corporum colliſorum duritie ſeu mollitudine majori au minori, tùm abſolutè, tùm comparatè. Cum *Abſolutè* dico, alterutrius ſolùm duritiem ſeu mollitudinem conſidero ita, ut aut corpora percuſſa inter ſe, aut corpora percutientia ſimiliter inter ſe conferantur: *Comparatè* autem, quando percutiens cum percuſſo comparatur, prout duritie ſe excedunt. Si corpus percutiens valdè durum ponatur, & corpus percuſſum molle fuerit, hoc cedendo retundit ictum; ex levi enim illâ reſiſtentiâ tandiu durante, quandiu fit partium compreſſio, minuitur in percutiente impetus, & quod corpori molli ſubjectum eſt corpus, leviſſimam impreſſionem ex ictu recipit. Sic apud Sinas, ut in Atlante Sinico pag. 127. *In flumine, per quod ad Ienping navigatur, Catadupæ aquarum multæ ſunt, & periculoſiſſima Syrtibus loca, duo præſertim propè Cinglieu, unus Kieulung, alter Changcung dictus. Cum naves tranſeunt, ne cum aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, ſcitè præmittunt aliquot ſtraminis faſces, ad quos navis leviùs impingat, ac tranſeat.* Sic ferreis tormentorum globis objecti ſacci lanâ aut terrâ repleti illorum vim elidunt, ne diruant muros hujuſmodi ſaccis protectos: ſic farti goſſypio thoraces non levi munimento ſunt digladiantibus. Quò autem mollius fuerit corpus percuſſum, quia magis cedit, minùs læ-

ditur

ditur à percutiente; & vicissim quò durius illud fuerit, magis ab eodem percutiente læditur, cujus impulsum excipit.

Hinc vides cur ferreos militum thoraces, & galeas nostro hoc ævo aliter temperare oporteat, ac antiquis temporibus, quando gladiorum, hastarum, sagittarum ictus tantummodo repellere opus erat; tunc enim durâ temperatione solidandum erat ferrum, ne prorsus cederet, hujusmodi armorum mucronem admittendo: nunc verò ut innoxiè excipiantur ictus globorum à Sclopis emissorum, ferrum molle esse expedit, ut contusum flectatur, & aliquantulum cedens ita imminuat globi ejaculati vires, ut penetrare ulteriùs non valeat. Quod si in chalybem temperatus esset thorax militaris, nec admodum crassus esset, ne gravitate nimiâ incommodus, aut inutilis accideret, facilè chalybs ex globi ictu dissiliret, & vulneri locum aperiret. Sed quia globi plumbei sunt, & se comprimi patiuntur, ex hujusmodi percussione compressio quasi distribuitur inter plumbeum globum explosum, atque ferreum thoracem, qui multo magis contunderetur (aut fortè etiam perforaretur à globulo ferreo; globulus autem plumbeus, si thorax aut ipsa galea nihil cederet, magis comprimeretur, quemadmodum cùm in marmor exploditur.

At ubi corpus percussum non cedit in seipsum secundùm superficiem, flectitur tamen, adhuc minùs resistit, quàm corpora rigida, nec flexioni notabili obnoxia. Notabili, inquam, ne in quæstionem vocemus, utrùm flecti dicenda sint illa corpora, quæ ex ictu tremorem concipiunt, ut æri campano, cum pulsatur, accidit: nam vix excogitari potest corpus aliquod, cui ex vi percussionis accidere nequeat tremor; cum & terram ipsam licèt altiùs defossam in cuniculis concuti & contremiscere ostendant lapilli, & fabæ in tympani militaris planâ facie subsilientes ex profundo illo ligonis ictu. Certè, si Atlanti Sinico pag. 57. credimus, ubi in IV Provinciâ Xantung mentionem facit de monte, cui nomen Mingxe, hoc est Sonorum lapis; *in hujus montis vertice cippus erectus stat centum altus perticas* (Pertica apud Sinas est decem cubitorum) *qui vel leviter digito percussus ad tympani modum sonum edere dicitur, à quo monti nomen*; nullus autem sonus absque corporis sonori tremore efficitur. Quod si non nisi levissimè flecti queat corpus percussum, sed ci-

tra tremorem frangatur, aut frietur, indicium eſt majoris reſiſtentiæ, ac proinde, cæteris paribus, vehementiorem futuram percuſſionem, quàm ſi conſpicuam flexionem admitteret. Cæterùm reſiſtentia ferè maxima eorum corporum eſt, quæ & partes nexu ægrè diſſolubili copulatas habent, & congruâ craſſitudine prædita non niſi creberrimo & minutiſſimo tremore concuti poſſunt, ſi percutiantur. Nam omnium reſiſtentiarum abſolutè maxima eſt, cùm prorſus immotum à percuſſione manet corpus.

Hinc ſi percuſſi corporis durities major fuerit, quàm percutientis, fieri poteſt, ut impetus qui corpori percuſſo imprimi non poteſt, disjiciat ipſius percutientis partes, aut in latus impellat ita, ut vel contundatur, vel frangatur, vel frietur, ſitque percutientis conditio deterior, quàm percuſſi. Hujuſmodi eſſet apud nos conditio gladij, quo marmor percuteremus; neque enim noſtrates enſes comparandi ſunt cum illo, de quo Atlas Sinicus pag.159.in XV Provincia Junnam ad urbem Chinkiang, ubi hæc habet. *Ad urbis Borealem partem ad hæc uſque tempora ingens conſpicitur lapis, ubi Mung Rex Sinalo alterius Regis legatos excipiens, cum illi minimè ſatisfacerent, extracto gladio lapidem ita percuſſit, ut ictus ad tres cubitos penetraret, verbis inſuper minacibus legatos alloquens; Ite, & Regi veſtro renunciate, quales apud me gladij ſint.*

Altera reſiſtentiæ origo habetur ex difficultate recedendi; quando videlicet corpus percuſſum ſivè ratione figuræ, ſivè ratione molis & gravitatis, ſivè ratione obſtaculi alicujus, aut retinaculi, ſivè ratione motûs oppoſiti, nequit obſecundare motui percutientis, ſed potiùs illum aut cohibet, aut retardat, aut reflectit; hæc enim tria accidere poſſunt motui percutientis ex percuſſi reſiſtentiâ. Primum ſiquidem ſi corpus percuſſum volubile non fuerit, & in orbem incitari nequeat, ſed planâ facie incumbat ſolo, præſertim ſalebroſo, quò ampliori facie fit contactus, eò difficiliùs impelli poteſt. Deinde etiamſi rotundum fuerit corpus, & facilis motionis principium habeat ſpectatâ figurâ, ſi tamen ingens fuerit globus marmoreus, aut æreus, tanta eſſe poteſt gravitas, ut vix, aut ne vix quidem, loco dimoveri queat. Non tamen ſemper faciliùs moventur ex percuſſione, quæ leviora ſunt; nam ſi quis ex cupreſſu galbulum, aut

ex

ex quercu gallam decerpat, & malleo percutiat, ob nimiam galbuli, & gallæ levitatem multo infirmior erit ictus, quàm si æqualem globulum eburneum percuteret. Ad hæc, forma quidem apta esse potest, nec gravitas aut moles nimia, sed quia corpus percussum nequit percutienti cedere, nisi corpus aliud proximum repellatur, propterea augeri potest resistentia: sic sublicas acuminatas in terram adigimus fistucâ sivè directas ad perpendiculum, sivè pronas; sed ea potest esse telluris densitas compressionem respuens, ut sæpiùs cadens fistuca parum proficiat. Demum si corpus percussum antè ictum non quiescat, sed opposito motu occurrat percutienti, quò velociùs movetur, & directione magis oppositâ, etiam magis resistit, & utrumque vicissim est percutiens & percussum; nisi quod percutientis vocabulum validiori conceditur. Contra verò languidior accidit percussio, si corpus percutiens assequatur aliud, quod ad easdem partes tardiùs movetur; eóque minor est resistentia, quò minor est in velocitate motuum differentia. Sic decidentis ex altitudine non modicâ lapidis ictum manu citrà læsionem excipimus, si illius motui, ubi manum attigerit, exiguo minoris velocitatis discrimine obsecundemus: hæc siquidem exigua resistentia modicum quid impetûs deterit, & quia aliquot momenta durat, ita sensim extenuatur impetus, ut demum qui reliquus est nocere non valeat.

Hoc artificio procul dubio utebatur quidam, qui ante aliquot annos, ut ex viro fide digno tanquam rem notissimam accepi, Mutinæ ensem eâ dexteritate in altum projiciebat, ut perpendicularis recideret mucrone deorsum converso, quem cadentem nuda manûs vola innoxiè excipiebat; sed cum aliquando invitus cogeretur, ut id noctu experiretur in conclavi multis facibus illustrato, cùm (deficiente constanti & clarissimâ diurnâ luce, quam æmulari non potest tremula & inconstans facium, quamvis multarum, flamma) non ita exactè assequeretur descendentis gladij motum & velocitatem, finem fecit ludo manum trajectam referens.

Postremum caput, ex quo resistentiæ modus desumitur in percussionibus, est ipsa positio corporis percussi, prout directè, aut obliquè, ictum excipit, hoc est quatenus linea directionis motûs, quo fertur corpus percutiens, incurrit in corporis per-

cussi superficiem ad angulos æquales, aut inæquales. Si enim ad angulos æquales opponatur Directioni motûs, cum ad neutram partem corpus percutiens declinare possit, tota vis ictus excipitur à corpore percusso. Sin autem obliquè, & ad angulos inæquales, à corpore percusso excipiatur percutientis ictus, quò major erit angulorum inæqualitas, eò languidior erit percussio, minùs quippe motûs Directioni opponitur superficies percussa, quò fuerit angulus Incidentiæ magis acutus. Ut autem horum ictuum Ratio aliqua innotescat, nulla mihi congruentior methodus occurrit, quàm si philosophemur simili planè ratiocinatione, ac cùm lib. 1. cap. 14. expendimus gravitationem corporis in planum inclinatum; sicut enim ibi gravitatem cum suâ directione deorsum ad centrum gravium consideravimus, ita hìc in percussione impetum corporis percutientis, & ejus directionem accipere oportet: & quemadmodum in plano inclinato gravia obtinent momenta descendendi majora, aut minora, prout angulus inclinationis plani cum perpendiculo minor est, aut major; similiter in percussione momentum progrediendi juxta conceptam aut impressam directionem motûs iisdem tenetur legibus, juxta plani percussi obliquitatem; ac proinde minor invenitur resistentia, ubi majus est progrediendi momentum. Quare hìc satis erit recolere, quæ dicta sunt lib. 1. cap. 13. & 14. de gravitatione in plano inclinato, & in planum inclinatum, eáque percussionibus servatâ analogiâ applicare.

Cum itaque in percutiente consideranda sit & moles, & motûs velocitas, & Directio motûs, & durities; in corpore autem percusso & naturæ temperatio, & recedendi difficultas, & positio, secundùm quam excipitur ictus, spectanda sit; manifestum est ex his omnibus ictuum vim temperari; atque adeò si duo ictus comparandi sint, assumendæ sunt in corporibus percutientibus invicem comparatis Rationes omnes & molis ad molem (hoc est gravitatis ad gravitatem, aut virtutis moventis ad virtutem moventem) & velocitatis ad velocitatem, & directionis ad directionem, & duritiei ad duritiem; & similiter in corporibus percussis Rationes eorum, quæ in illis considerantur: atque demum facta Rationum compositio indicabit Rationem ictuum. Hinc vides quàm multæ fieri possint hujusmodi

Rationum

Rationum complexiones; quas ſi juxta earum varietatem in Propoſitiones digerere otium eſſet, in molem non exiguam hæc ſcriptio excreſceret, ſed non majore fructu, quàm ſi tu ipſe Rationes, ut indicatum eſt, componas.

CAPUT XI.

Quomodo ex Percuſsionibus determinentur Reflexiones.

UT Percuſſionis natura plenè perfectéque innoteſcat, diſpiciendum ſupereſt, quomodo ex illâ determinetur Reflexio. Motus ſiquidem, qui propriè eſt reflexus, percuſſionem conſequitur, quatenus id, quod motu directo ferebatur, invenit obicem, ne ulteriùs juxta eandem Directionem progrediatur: ſed quia adhuc acquiſitus, ſeu impreſſus, impetus ſupereſt, aliam inire viam cogitur; eóque magis reflectitur, quò majorem invenit reſiſtentiam ortam ex utriuſque corporis impenetrabilitate, atque duritie. Quòd ſi utrique corpori, percutienti videlicet atque percuſſo, ſumma durities ineſſe poneretur, ita ut in neutro ex vi percuſſionis ulla ſequeretur partium compreſſio, aut depreſſio, aut attritio ſeu diviſio, perfecta quoquè intelligeretur reflexio, in qua corpus percutiens non niſi in tranſitu, citrà omnem vel breviſſimam morulam, contingeret corpus, à quo reflectitur; & nulla fieret impetûs acquiſiti, ſive impreſſi, diminutio præter eam, quam ſecum trahit nova reflectentis determinatio oppoſita lineæ directionis, ſecundùm quam priùs movebatur. Nemini autem dubium eſſe debet, an corpus reflexum pergat moveri ex vi impetûs adhuc reſidui poſt motum directum: nam corpus reflectens prorſus immotum & quieſcens non poteſt impetum illi communicare; cum perpetuis experimentis doceamur nihil moveri ab alio quieſcente.

Sæpiùs tamen contingit (ſi quis dixerit *ſemper*, quibus argumentis eum coarguerem manifeſtæ falſitatis, me non haberc

candidè profiteor) non fieri puram reflexionem ex merâ resistentiâ; sed in alterutro saltem corporum collisorum, ex percussione sequitur aliqua partium violenta compressio, aut distractio; hanc autem naturæ repugnantem partium positionem excutere dum nititur, séque in pristinum statum restituere, novum impetum concipit, quem & potest reflectens reflexó imprimere, atque in eo diminuti ex resistentiâ impetûs jacturam, aliquâ saltem ex parte, resarcire. Hinc, in rem præsentem distinguere oportet, quid inter Compressionem & Depressionem intersit: quæ enim deprimuntur, ut plumbum, cera, argilla, non resiliunt secundùm superficiem, ut pristinam figuram induant; ideóque quando hujusmodi corpora in aliud impinguntur, vel aliud in illa impingitur, valdè debilitatur reflexio, si modò aliqua contingere potest. Quæ verò comprimuntur, externâ vi deficiente se in pristinam figuram absque cunctatione restituunt concepto novo impetu. Exemplum ex folle pugillatorio peti potest, ut res in apertum deducatur. Cadens in subjectum pavimentum follis lusorius, ritè inflatus, impeditur, ne ulteriùs procedat; sed quia inclusi aëris particulæ eæ sunt, quæ per vim constipari ampliùs possint, ideò ex illis anteriores hinc urgentur à posterioribus, quæ vi acquisiti impetûs inchoatum iter prosequuntur, hinc tellure resistente, hinc alutâ continente, inter angustias deprehensæ comprimuntur: id quod cùm motum exigat, certam aliquam brevissimi temporis mensuram requirit, quo fluente, terra à folle tangitur, motúsque aliquatenus impeditur (nunquam tamen ita, ut cesset omnino motus illarum saltem partium, à quibus anteriores urgentur ac premuntur) & quò diutiùs hujusmodi compressio durat, eò magis impeditur motus totius follis, atque adeò plus impetûs deperditur. Sed quoniam status ille majoris compressionis aëri intrà follem constipato contra naturam accidit, ubi primùm, debilitato impetu urgente, restituere se potest aër, impetum sibi imprimit, quo moveatur ad ampliorem locum occupandum, si facta fuerit condensatio, vel certè ad partes in pristino & naturali statu constituendas (quemadmodum alutæ contingit, cujus partes aliæ compressæ, aliæ distractæ sese restituunt) cúmque id præstare nequeat motu ad terram directo, quippe quæ resistit, in oppositam partem motum dirigit; novóque

novóque hoc impetu si non æquatur, qui resistentiâ diminutus fuerat, saltem incrementi alicujus compensatione lenitur incommodum detrimenti, & major fit motus, quàm pro Ratione residui impetûs ante percussionem & compressionem concepti.

Hæc eadem proportione dicenda sunt, quando non corpus percutiens, ut follis in terram decidens, sed percussum comprimitur aut distrahitur, & virtute elasticâ se restituit; impetum enim concipiens, quo amissam figuram recuperet, etiam percutienti impetum imprimit, quo repellitur. Sic in sphæristerio immissæ pilæ si reticulum ex contortis animalium intestinis in plagas distinctum objeceris, validiùs reflectitur pila, quàm objecto batillo ligneo, intenti enim nervi illi, ex impetu pilæ inflexi, validissimè se restituunt, id quod ligno non contingit, quippe quod vix elasticam hanc virtutem exercet, si tamen à pilâ impactâ quicquam inflexionis recipit, quæ compressio sit potiùs, quàm depressio. Quæ scilicet corpora eam partium texturam habent, ut minùs ferant se à priore positione & figurâ dimoveri, illa sese majore impetu restituunt.

Ex his constat, cur partium depressio officiat reflexioni corporis percutientis: quia nimirum à posterioribus illius partibus urgentur anteriores contactui proximæ, quæ interim vel quiescunt, vel multò tardiùs moventur, vel ad latus secedunt, & idcircò vel totum, vel ferè totum, suum impetum deperdunt: posteriores verò dum urgent ac premunt, moventur quidem, sed reperiunt resistentiam subsidentium partium anteriorum, atque adeò in illis pariter minuitur impetus; sæpiúsque tanta fit impetûs diminutio, ut, depressione absolutâ, partes illæ posteriores reliquum non habeant tantum impetûs, qui vincere valeat gravitatem, & reflexionem efficere; neque enim aliquid amissi impetûs compensatur ab impetu novo partium se restituentium, quemadmodum fieri diximus in compressione. Quando autem depressio partium accidit corpori, ad quod alliditur corpus percutiens, ut cùm in arenam siccam ac pulverulentam, aut in limosam terram decidit globus, tunc multum impetûs deperditur, ut dictum est superiùs de ictu, qui eò infirmior est, quò mollius est corpus percussum; reflexio autem eò major est, quò validiore ictu percutitur corpus reflectens. Quòd si utrumque corpus, tam percutiens, quàm percussum, patiatur

compressio-

compreſſionem aut depreſſionem, aut partium attritum, tunc multò minor eſt reflexio, quia dum invicem cedunt, aliquo tempore durat reſiſtentia, multóque magis minuitur impetus: id quod adhuc magis contingit, ſi ſe invicem conterant, & particulæ aliquæ majores reſiliant.

Quapropter cum incerta ſemper, & varia ſit complexio hujuſmodi reſiſtentiarum & ceſſionum, juxta variam corporum temperationem; ut reflexionis certæ regulæ ſtatuantur, ſemotis iis, quæ percuſſionis accidunt, conſideranda & aſſumenda eſt reſiſtentia abſque ullâ ceſſione, perinde atque ſi duriſſimorum corporum colliſio fieret.

Cum itaque in reflexione, corporis duri in aliud decidentis, aut impacti, motus ad novam lineam dirigatur, nova hæc directio oritur ex lineâ directionis prioris motûs quatenus comparatâ cum plano reflectente, videlicet quatenus ad illud inclinatur, & cum eo angulum conſtituit in puncto contactûs. Quando autem ſuperficies corporis reflectentis eo loco, ubi percutitur, plana non eſt, ſed convexa (ſimile quid dicendum, ſi cava fuerit) ſivè ſphærica ſit, ſivè Elliptica, ſivè Conica, reverâ nullum ibi eſt planum reflectens (niſi fortè hujuſmodi convexas ſuperficies ex plurimis planis minimis conſtitui fingas, quemadmodum circuli peripheriam ex infinitis lineolis rectis, quarum rectitudo ſenſum omnem fugiat, componi opinantur aliqui) ſed communiter mente concipiunt planum, quod in puncto percuſſionis tangeret ſuperficiem convexam; & ex illo angulos tùm Incidentiæ, tùm Reflexionis definiunt.

Porrò planum reflectens (quod quidem ſpectat ad novam directionem motûs ſtatuendam corpori percutienti, quem ponamus eſſe globum) ita ſe habere videtur, ac ſi in globum quieſcentem motu parallelo impingeretur ipſum planum tanto impetu, quanto impetu fertur globus adverſùs planum: ſi enim ex duobus colliſis alterum quieſcit, alterum movetur, ad rationem ictûs nil refert, utrum illorum quieſcat, aut moveatur, modò cætera omnia paria fuerint; ad rationem verò reflexionis, quà reflexio eſt, attenditur potiſſimum ordinatio novæ lineæ motûs, quæ ex obſtaculi poſitione deſumitur; adeò ut nova linea directionis, quatenus à plano reflectente pendet, & à

centro

centro gravitatis deſcendentis, aut à centro Impetûs corporis impacti, certâ Ratione reſpiciat priorem lineam directionis. Eo igitur ipſo quod concipimus planum reflectens moveri motu parallelo, hoc eſt ſervatâ poſitione priori poſitioni parallelâ, adversùs globum quieſcentem, manifeſtum eſt novam determinationem ex illo ortam eſſe versùs lineam plano perpendicularem, ex puncto contactûs erectam: nam impetus, qui ex illo plani motu imprimeretur globo quieſcenti, hunc deferret per lineam jungentem punctum contactûs cum centro globi: hæc autem linea ex centro ſphæræ ducta ad punctum contactûs plani eſt ipſi plano perpendicularis, ut ex Sphæricis conſtat. Quamvis igitur res contrario modo ſe habeat, ſcilicet planum quieſcat, & globus moveatur, directio tamen, quatenus orta ex reſiſtentiâ plani, eodem modo ſe habet, & eſt versùs perpendicularem ex puncto contactûs. Sed quia cum impetu globi ut plurimùm manet adhuc prior directio, ex his duabus motuum ordinationibus oritur tertia mixta; ita ut neque ad perpendiculum reflectatur, niſi incidentiæ linea perpendicularis fuerit, neque recta inſtitutum iter proſequatur.

Quoniam igitur ex puncto contactûs innumeræ lineæ exire poſſunt cùm variâ inclinatione ad planum reflectens, nec ulla peculiaris eſt cauſa, cur ad hos potiùs, quàm ad illos angulos, reflectatur corpus percutiens, qui majores ſint aut minores angulo incidentiæ, quem linea directionis motûs conſtituit cum eodem plano reflectente; reliquum eſt, ut angulo incidentiæ æqualis ſit angulus reflexionis; hæc ſiquidem linea ad angulum priori æqualem reflexa unica eſt, quæ inter innumeras alias lineas magis aut minùs inclinatas potiori quodam jure exigitur à naturâ prioris directionis leges, quoad fieri poteſt, retinente. Non eſt autem neceſſe tyronem monere, duas lineas, directam & reflexam in puncto reflexionis concurrentes eſſe in uno & eodem plano, ut conſtat ex. 2. lib. 11. ab hoc autem plano ſecari planum reflectens, ac proinde ad lineam, quæ eſt duorum planorum communis ſectio, referendam eſſe linearum illarum inclinationem.

Quare ſit plani reflectentis, & plani, in quo ſit motus,

communis ſectio linea A B, & ſuper planum ad rectos angulos cadat linea directionis prioris D C, per quam movetur globus tanto impetu, ut niſi planum obſtaret, ulteriùs procederet rectâ versùs E: Verùm quoniam à plano obſiſtente repellitur per lineam perpendicularem C D, nova hæc determinatio ad motum eſt omninò & adæquatè oppoſita priori directioni D C, ideóque ictus eſt validiſſimus propter maximam reſiſtentiam. Hinc quia ex reſiſtentiâ oritur reflexio, maxima eſt reflexio, quæ fit per lineam perpendicularem, nihil enim remanet de priori directione: in hoc quippe comparantur invicem reflexiones, ut illa major dicatur, in qua nova motûs ordinatio magis minuit priorem directionem, ut ſcilicet minùs pergat ad eam partem, ad quam ferebatur motu directo corpus percutiens. In reflexione autem perpendiculari ita tollitur prior directio, ut nullo pacto globus, qui ex D per D C movebatur, ampliùs versùs E tendat. Cùm ergo nova ordinatio ſit per perpendicularem C D ad angulos rectos, manifeſtò conſtat, angulum reflexionis eſſe æqualem angulo incidentiæ; nam omnes anguli recti ſunt æquales.

At moveatur corpus per lineam F C, & fiat incidentiæ angulus F C B acutus: niſi planum reſiſteret, progrederetur corpus juxta eandem directionem ultra C in G; quo motu recedens à puncto C partim tenderet à C versùs A, partim à C versùs E, ita ut à lineâ C A diſtaret intervallo A G, à lineâ autem C E intervallo E G; eſſet enim directio C G æquivalens directioni mixtæ ex C A, & C E. Verùm nova motûs ordinatio à plano reflectente, quatenus opponitur ulteriori motui, eſt per lineam perpendicularem C D; hæc autem priori directioni F C G adverſatur ſolùm, prout æquivalet Directioni C E (nam quatenus æquivalet directioni C A, non illi opponitur; globo ſcilicet, qui per C A moveretur, planum non reſiſteret, nec illum reflecteret) ac propterea dat oppoſitam directionem C D, cujus longitudinem ponamus æqualem ipſi C E. Manente igitur directione per C A, & directione C E mutatâ in C D, eſt

est ex utrâque mixta directio C H, secundùm quam movetur corpus reflexum. Quoniam itaque directionum singularum mensuræ sunt C A, & C E, per A ducatur parallela ipsi D E; & per E, atque per D, ducantur E G & D H ipsi C A parallelæ. Est ergo rectangulum H E; & quia C D assumpta est æqualis ipsi C E, etiam A H & A G sunt illis æquales. Quapropter cum in triangulis C A H, C A G rectangulis, latera A C & A G æqualia sint lateribus A C & A H, atque angulus comprehensus ad A sit rectus, per 4. lib. 1. angulus A C H (qui est angulus Reflexionis) est æqualis angulo A C G: at angulo A C G æqualis est ad verticem angulus incidentiæ F C B, per 15. lib. 1: ergo angulo F C B incidentiæ æqualis est A C H angulus reflexionis.

Eâdem methodo, si angulus incidentiæ fuerit I C B, ostendemus angulum reflexionis K C A esse illi æqualem; quandoquidem directio C M mutatur in C N, & manet directio C A; ac propterea directio mixta ex C N, & C A, est C K. Atque ita de cæteris.

Ex quibus observabis, quò acutior fuerit angulus incidentiæ, in reflexione ita misceri novam directionem cum antiquâ, ut magis prævaleat antiqua; nova siquidem ad antiquam, secundùm id, quod de illâ remanet, se habet ut Sinus Rectus anguli incidentiæ ad Sinum Complementi. Nam si incidentiæ angulus sit F C B, & illi æqualis H C A; nova directio C D, hoc est A H ad antiquæ residuum C A, se habet ut H A ad A C: Sin autem incidentiæ angulus fuerit I C B, hoc est illi æqualis angulus reflexionis K C A, nova directio ad id, quod de antiquâ remanet, est ut K A ad C A. Est autem major Ratio A C ad A K minorem, quàm ejusdem A C ad A H majorem per 8. lib. 5. Quare quandiu angulus incidentiæ minor est semirecto, majus est residuum antiquæ directionis (attentè observa me de solâ directione loqui) quàm nova ordinatio: ubi fuerit angulus semirectus, sunt æquales; si angulus incidentiæ fuerit semirecto major, nova ordinatio major est eo, quod remanet de antiquâ directione: ubi demum fuerit angulus rectus in perpendiculari incidentiâ, nova directio ad priorem se habet ut Radius ad

nihil, motus enim reflexus nihil retinet de priori directione.

Antè tamen quàm in hac disputatione procedamus, mentis oculos tantisper in globum C, à quo percutitur planum A B, convertamus; hactenus enim universa contemplatio in meris lineis versata est. Etquidem si directionis linea sit R S perpendicularis transiens per globi centrum C, & punctum contactûs S, nulla esse potest difficultas, quin per eandem lineam S R resiliat ad angulos rectos. Sed si in planum obliquè incidat linea directionis globi per centrum C deducta, & sit M N; certum est in plano A B punctum N, in quod directionis linea M C producta incurrit, non esse punctum contactûs; alioquin linea à globi centro ducta ad punctum contactûs, caderet ad angulos inæquales ex hypothesi, cum tamen angulos rectos constituere demonstretur in Sphæricis. Est igitur contactus in puncto S, extra lineam directionis centri, ideóque angulus reflexionis non est B N Q æqualis angulo A N M. Propterea in globo attendendum est punctum S, à quo reipsâ percutitur planum; & sicuti in circulo globum bifariam dividente punctum I delatum est per lineam M I, ita punctum S per lineam O S ipsi M I parallelam (pono hìc globum non rotari dum movetur, sed recto itinere deduci) venit ad contactum & percussionem plani. Cum igitur O S & M N sint parallelæ, anguli O S A, & M N A sunt æquales: & sicuti si punctum I solitarium esset, atque juxta suam directionem veniret in N, reflecteretur per N Q, ut reflexionis angulus Q N B esset æqualis angulo Incidentiæ M N A; ita punctum S globi reflectitur per S P, & angulus reflexionis P S B æqualis est incidentiæ angulo O S A; ac proinde anguli P S B, & Q N B sunt æquales inter se. Centrum igitur

igitur C cùm in directione M N haberet directionem mixtam ex directione C S versùs planum, & directione S B, cum impediatur à globi soliditate ne ad planum ulteriùs accedat, mutatâ directione C S in C R, atque retentâ priore directione S B, habet directionem mixtam C H omnino similem directioni puncti S; atque propterea C H est parallela ipsi S P. Quod si globus rotari intelligatur, loco linearum, de quibus hactenus fuit sermo, concipe plana, in quibus puncta illa suas periodos describerent in motu rotationis; & plana illa essent ad planum reflectens similiter inclinata, ut de lineis dictum est.

In cæteris verò corporibus non rotundis idem de eorum reflexione dicendum est, servatâ analogiâ, quantum ferre potest anomala eorum figura, & dispar partium positio circa centrum gravitatis aut magnitudinis: in multis enim hujusmodi æqualitas angulorum incidentiæ & reflexionis non exactè servatur. Sic hastam si obliquè contorqueas in rupem, non modò inæqualitatem angulorum deprehendes, sed vix reflexionem fieri admittes; quia videlicet extremo hastæ calce rupem tangente, reliquæ partes habentes circa centrum gravitatis inæqualia momenta, valdè turbant motum: solùm autem quando hasta in planum impingitur, aut cadit, ad perpendiculum, servata reflexionis regulâ ad angulos rectos resilit; quia tunc partes omnes circa centrum gravitatis paria habent momenta. Hæc autem momentorum diversitas in globo non reperitur, nisi fortè aut deficiat à perfectâ rotunditate, aut centrum magnitudinis non sit idem cum centro gravitatis, adeò ut linea punctum contactûs cum centro gravitatis, jungens non sit plano reflectenti perpendicularis; tunc enim perturbaretur globi reflexio.

Ex dictis satis apertè constat reflexionem non ex impetu desumendam esse, sed ex directione motus, cui opponitur corpus reflectens, juxta hujus positionem perpendicularem aut obliquam: multus enim impetus aliquando officere potest æqualitati angulorum, si ex collisione corporis impacti cum corpore reflectente, aut alterutrum, aut utrumque notabiliter cedat, adeò ut non contingat sincera reflexio. Cæterùm cum semper in reflexione sit nova directio priori directioni opposita, aliquid impetûs perit pro Ratione oppositionis. Ex quo fit in re-

flexione ad angulos magis acutos impetum minori decremento minui, quia nova directio minùs opponitur antiquæ, & minùs impeditur motus; idcirco globus ad angulum valde acutum reflexus, si offendat in motu reflexo aliquem obicem, multò validiùs illum percutit, quàm si ad angulum minùs acutum reflecteretur, quia, cæteris paribus, majore impetu superstite ictum infligit.

Quapropter obvium est cuique rationem reddere omnium, quæ in pilæ ludo contingunt circa saltus in pavimento, in quod pila emissa decidit, & reflexiones ad parietem, in quem illa impingitur. Duo tamen potissimùm observare placet. Primùm, quando pila cadit obliqua in pavimentum non procul à pariete, sæpè fit duplex reflexio, altera scilicet à pavimento, altera à pariete: ex quo fit, ut pila aliquando longè altiorem saltum edat, si multum habeat impetus; quia videlicet à pavimento resiliens, si in parietem non incurreret, lineam curvam in reflexione describens vi suæ gravitatis impetum extrinsecùs impressum temperantis, citiùs deprimeretur, & magis à recto tramite deorsum deflecteret: at quia proximus ponitur esse paries, linea primò reflexa nondum differt notabiliter à lineâ rectâ; atque proinde in secundâ reflexione altiùs pila assurgit, quàm à pavimento distaret apex lineæ curvæ, quæ ex primâ reflexione describeretur; nam directio illa secunda magis elevata supra horizontem minùs permittit pilam à rectâ lineâ declinare; ut in balistarum & bombardarum globis cum majori elevatione emissis constat. Deinde quando reticulis luditur, non rarò reticulum movetur in plano aliquo horizontali, aut valde inclinato (nos Itali dicimus *Tagliare, ò Trinciare una palla*) ita ut, dum pilam rectâ expellit, illi etiam motum quendam imprimat, quo ipsa circa suum centrum movetur: unde fit, ut, nisi pilam excipias, repellásque antè, quàm pavimentum attingat, frustra deinde saltum illius expectes juxta regulas reflexionis, quia nimirum pila terram tangens, dum pergit moveri circa suum centrum motu orbiculari, nequit à plano impediente recipere directionem illam, cujus esset capax, si solùm simplici motu centri mota fuisset; motus enim peripheriæ globi contrarius est motui centri. Idem accidit quando pila leviore affrictu funem perstringit; tunc scilicet concipit motum circularem, adeóque

saltus

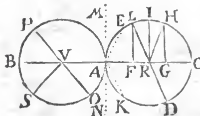
ſaltus fallit. Quantum autem in motu valeat directiones commiſcere, alteram centri rectam, alteram peripheriæ circularem ſed oppoſitam, ſatis norûnt, qui minoribus orbiculis ludentes globum quaſi pendentem ex manu tenent, dúmque illum projiciunt, manu ei motum circularem communicant; unde oritur, quod, ubi terram globus attigerit, vel ſiſtit ſe, ſi directio peripheriæ ad motum circularem eſt æqualis directioni centri ad motum rectum; vel tardiùs promovetur, quàm ſi ſolam centri directionem haberet, prout directio centri major eſt directione peripheriæ, quæ cum primùm terram attingit, apta eſt ſuâ converſione retrahere centrum versùs projicientem.

Quandoquidem verò in ludicris philoſophamur, liceat hìc vulgarem errorem retegere; quando ſcilicet rotundum verticillum impreſſus impetus in gyrum agit, ſi verticillus corruat, movetur, quoad impetus extinguatur, ſed ita ut videatur omnino in contrarias partes agi, ac priùs: id quod communiter tribuunt reflexioni, quia in pavimentum recidit. Nullam hìc reflexionem intercedere, & eandem permanere motûs directionem, memini me aliquando aſſerentem viſum fuiſſe pluribus, qui aderant, paradoxum loqui: ſed ubi inter nos convenit eundem motum eſſe, quandiu circà axem ita fit convolutio, ut quæ partes peripheriæ verticilli præcedebant axe inſiſtente, eædem axe inclinato & procumbente præcedant; juſſi aliquas notas peripheriæ imprimi, ut priores à poſterioribus diſcerni poſſent; deinde verticillo corruente, & procumbente obſervatum eſt partes, quæ priores erant in circuitione, eaſdem ſubinde altiùs attolli à pavimento, atque circa axem eandem fieri converſionem: & quia verticilli pes quaſi centrum retinet inclinatam peripheriam, illa eadem converſio circa axem facit, ut peripheria ſecundùm poſteriores partes ſubinde attingat ſubjectum alveolum, adeóque ratione habitâ alveoli videatur in contrarias partes ferri ac priùs. Quare cùm nulla ſit nova motûs directio ex plani oppoſitione, nulla quoque eſt reflexio.

At ſi duo corpora ſibi invicem occurrant, ſibi mutuo obſiſtunt, & diminuto ex reſiſtentiâ impetu, ſi quid adhuc reſiduum fuerit impetûs, qui excedat inſitam repugnantiam ex gravitate ortam, fit reflexio, aut alterius tantùm, ſi in reliquo impetus obtundatur, aut utriuſque, ſi fuerint ſibi invicem percutiens

cutiens & percussum : ut cùm duo globi sibi in motu occurrunt aut æquali, aut non immodicè inæquali impetu acti. *Æquali* inquam, *impetu*, non *æquali velocitate*; si enim inæquales fuerint globi, fieri potest, ut eorum velocitates sint in Reciprocâ Ratione gravitatum; tunc scilicet impetus æquales sunt; contingere siquidem potest majorem globum tardè quidem moveri, sed multo impetu respondente ejus moli, adeò ut excedat minoris globi impetum, qui propterea non præcisè reflectatur, sed à majore globo & impetum recipiat, & directionem non ex solâ resistentiâ definitam, sed etiam ex ipsius majoris globi motu. Id quod si contingat, minor quidem reflectitur, sed qui majore impetu ferebatur, modicam inveniens resistentiam non reflectitur, quia dum minor globus cedit, plurimum impetûs deperditur à majore; & ubi resistentia minor est cessione, esse nequit reflexio.

Ponamus itaque globos duos tanto impetu actos, ut possit uterque reflecti. Non placet inter illos ad punctum contactûs interjicere planum, ut ex angulis determinetur reflexio; hoc enim planum cogitatione nobis ipsi fingimus; sed, licèt in idem res recidat, tamen ad veritatem sinceriùs me accessurum spero, si rem ex ipsis motuum directionibus & resistentiis definiero. Quare occurrant sibi globi in puncto A; & illorum directiones primò eæ sint, quæ sibi maximè adversantes in rectam lineam B C coëant : haud dubium quin globus V per rectam A B, & globus R per rectam A C resiliat, uterque per lineam, quâ venit, jungentem cum puncto contactûs Centrum impetûs : simplici enim directione alter adversùs alterum fertur, & sibi toto conatu repugnant. Deinde obliquus sit motus,& globi R directio sit D E: quapropter R E directiò quædam est mixta ex lineâ maximæ resistentiæ R A, & ex lineâ nullius resistentiæ R I, ita ut partim versùs A, partim versùs I tendat : priorem directionem versùs A metitur linea R F, posteriorem versùs I metitur linea F E. Cum igitur



igitur globus V solùm priori directioni R F opponatur, hæc mutatur in oppositam R G, manet autem directio versùs I æqualis ipsi F E, & est G H: propterea motus centri R est R H parallelus motui puncti A, quod per lineam K A incidens in Tangentem M N, reflecteretur ad angulos æquales K A N & L A M percurrendo lineam A L. Simili ratione, si globi V directio sit P O, à globo R occurrente in A reflectitur centrum per rectam V S.

CAPUT XII.

Quomodo impetus in percussione communicetur.

ANtè satisfaciendum est Physicis, quàm percussionum contemplationem dimittamus. Quoniam percussio omnis motum antecedentem exigit; motus non habetur absque impetu concepto aut impresso; ex impetu pendet ictus, quo corporis percussi resistentia aliqua vincitur, sivè illud totum impellatur, sivè expellatur, sivè concutiatur, sivè flectatur, sivè comprimatur, sivè deprimatur, sivè dissiliat in partes earum unione solutâ, sivè quamcumque aliam vim subeat; corporis percussi partes, vel omnes, vel aliquæ saltem, moveantur, & impetum recipiant necesse est, à quo motus ipse efficiatur impressi impetûs intensioni respondens. Quærat autem Physicus, cuinam tribuenda sit virtus efficiendi impetum corpori percusso impressum.

Existimabit fortasse non nemo à virtute eâdem, quæ in corpore percutiente insidet, ut seipsum moveat, effici novum impetum, quo corpus percussum impellatur, aut agitetur. Sed quid? si percutiens neque animans sit, cujus in potestate posita sit motio, neque juxta insitæ gravitatis directionem seipsum agat. Huic certè inhærens facultas se movendi planè otiosa est, quippe quæ prorsus immota consisteret, nisi impetum extraneum reciperet. Aliunde igitur quàm ex hac se movendi facultate originem ducit impetus corpori percusso impressus. Dein-

de certum est corporis percutientis naturam non priùs imprimere posse percusso impetum; quàm illud attingat: at in ipso percutientis appulsu ea est percussi resistentia, ut ejusdem percutientis motum ex ipsâ naturâ provenientem imminuat: cùm igitur natura percutientis vix seipsa movere valeat, quàm tenues habet vires ad vincendam obicis resistentiam? Præterea, nisi facta fuerit notabilis in longiore motu naturali acquisiti impetûs accessio, manifestò apparet valdè languida & enervata percussio; &, quamvis sivè longior, sivè exiguus motus præcesserit, eadem manens virtus movendi, nec sibi dissimilis, varietatem in se habet nullam: cum tamen ex disparibus incrementis impetûs in motu acquisiti dissimiles fiant percussiones: Non igitur à solâ insitâ vi movendi producitur in percusso impetus.

Propterea, ut una atque eadem in percussionibus omnibus assignetur producti impetûs causa, sivè percutiens sponte suâ, sivè per vim sibi illatam moveatur, percutientis impetum plures censent dicendum esse principium & causam effectricem impetûs percusso impressi; ab illo enim, prout major fuerit, aut minor, hujus mensuram pendere satis innotuisse videtur ex quotidianis experimentis.

Verùm, ne raptim in hanc sententiam pedarius Philosophus curram, illud me remoratur, quod, sicuti eam esse constat impetûs naturam, ut illico prorsus pereat, ac motus cessat omnino illius corporis, in quo priùs inerat motum efficiens, ita pariter eodem momento impetum minui necesse est, eáque Ratione, quo momento, & qua Ratione illius ejusdem corporis motus ex parte impeditur. Quò igitur magis impeditur percutientis motus, eò magis ejusdem impetum minui consequens est: propterea, quo momento à percutiente attingitur corpus percussum, extenuatur in illo impetus, quia tunc illius motus impeditur; eòque minor evadit in percutiente impetus, quò majus invenit impedimentum motûs. Cùm autem effectui tenuitatem importet causæ imbecillitas, exiguum utique impetum in corpore percusso efficere valeret attenuatus percutientis impetus, quo momento accidit appulsus atque allisio; eòque minorem impetum reciperet corpus percussum, quò magis resistens plus inferret impedimenti motui percutientis, quippe cujus

cujus impetus fieret languidior; neque enim quicquam juvat antiqua virtus, si nunc est effœta. Quò igitur magis resistit corpus percussum, languidiorem ictum exciperet, cum levior infirmiórque impetus in eo efficeretur à tenuiore & languidiore percutientis impetu. Sed cum manifesta refragetur experientia validiores ictus à majore resistentia ortos demonstrans, quæso à Philosophis, ut in hac causâ mihi dent hanc veniam, ut patiantur me ab eorum placitis aliquantulum discedere, nec percutientis impetui tribuere facultatem effectricem impetûs in corpore percusso, lyceo quamvis reclamante; cui silentium si tantisper indicere possem, dum me audiret postulantem id, quod æquissimum est, ut ne quid huc præjudicati afferat, meam fortasse in sententiam volens deduceretur.

Cùm itaque nec à virtute movendi, quæ corpori percutienti inhæret, nec ab impetu ejusdem percutientis effici novum impetum in corpore percusso, satis probabili conjecturâ dicendum videatur, quænam demum erit causa impetûs, & eorum, quæ impetum consequuntur, in corpore percusso? Ut quæstionibus satisfiat, quas percussiones excitant, nihil se mihi offert vero propius, quàm si dicamus ex percutiente in corpus percussum migrare impetum, aut totum, aut ex parte, prout alicujus motûs capax fuerit corpus, quod motui percutientis resistit. Si totus impetus à percutiente recedat, hoc neque reflectitur ab obice percusso, neque quicquam procedit in motu: Si quid impetûs in percutiente remaneat, hoc aut juxta institutam directionem pergit moveri unà cum corpore percusso, sive lentiùs illud sequitur, aut aliò reflectitur, pro residui impetûs intensione, aut vibratur, & concutitur.

Hinc quia gravissima simul & durissima corpora tantum impetûs obtinere à percutiente nequeunt, quanto opus esset, ut motum aliquem conspicuum ex percussione reciperent, propterea validissimè resistunt, & reflectunt, cùm universus ferè impetus in percutiente remaneat: in corpus enim percussum non migrat nisi impetus, qui respondeat motui, cujus illud tunc est capax. Contra verò à corporibus, quæ leviter resistunt, & facilè moventur aliquo motu, aut nihil, aut languidè reflectitur percutiens; quia illa plurimum impetûs recipiunt, & exiguus impetus in percutiente reliquus est. Hinc

pariter globus æqualem in mole & gravitate globum percutiens eâ directione, quæ per utriusque globi centra transeat, consistit in loco, ubi percutit, & percussum globum vehementer excutit; quia videlicet globus æqualis satis resistit, & capax est totius impetûs eum æquali intensione afficientis, hic destituens globum percutientem æquè velocem motum percusso conciliat, & percutiens omni destitutus impetu consistit. Sin autem percutiatur globus major & gravior; hic quidem (nisi nimia sit gravitatis aut molis differentia) loco cedit; sed quia ad motum æquè velocem plus requirit impetus, quàm illi imprimere valeat globus minor, propterea minore intensione affectus tardiùs movetur, & minorem globum aliquando reflectit. Si demum globus major minorem & leviorem percutiat, hic languidiùs resistens impetum recipit velociori motui congruum; & quia in globo majore adhuc aliquid superest impetûs, ille pariter pergit moveri, sed tardiùs.

At, inquis, impetus ex eo genere est, quod Accidentia tanquam partes complectitur: Accidentia autem ex subjecto in subjectum non transire, ipsi scholarum parietes clamant. Multa istiusmodi, non diffiteor, dicuntur in scholis: verùm an satis examinata, momentóque suo ponderata fuerint, ignoro: non pauca quippe habemus de manu, ut aiunt, in manum tradita, non ad aurificis staterам revocata, sed populari trutinæ permissa. In illis certè Accidentium generibus, quæ postremis novem Categoriis comprehenduntur, si sex demas, Relationem, Actionem, Passionem, Ubi, Quando, Situm, quos alij (liberaliter-ne? dicam, an prodigè?) *Modos* certæ naturæ, à qua avelli nequeunt, affixos appellant, alij minimo contenti, & parciùs philosophantes, nihil esse præter mera nomina, aut abstractas à rebus inter se comparatis intelligentias existimant; vix tria reliqua genera Quantitas, Qualitas, Habitus constituere controversiam possunt. Et quidem de Habitu nullus videtur relictus ambigendi locus; quis enim neget potuisse Thersitem eâdem Achillis galeâ, eodémque thorace armari, & regiâ chlamyde servum indui? mutatâ scilicet armorum aut indumentorum Ubicatione comparatâ cum hominis, qui armatus dicitur, aut vestitus, Ubicatione & positione. Quantitatem verò, qua locus obsidetur (nam de Numero, qui præter individua cogitationi

tioni ea complectenti ſubjecta nihil eſt, non attinet dicere) quam multi à materiâ non dividunt? quot Philoſophi ſuam ſingulis corporeis rebus tribuunt quantitatem? De ſolâ igitur Qualitate oriri poteſt quæſtio: cujus tamen ſpecies aliæ meram membrorum aut terminorum corporis collocationem & conformationem dicunt, ut Forma & Figura; aliæ particularum in extimâ ſuperficie poſitionem, ut aſperitas & lævor; aliæ earumdem toto corpore diffuſarum complexionem, ut mollitudo & durities, raritas & denſitas; aliæ non niſi intelligentiâ ſecretæ accidere dicuntur Naturæ, cujuſmodi non paucæ Naturales Potentiæ & Impotentiæ; aliæ Patibiles Qualitates aut Paſſiones immiſſione corpuſculorum effluentium communicantur, quemadmodum Odores & Sapores, & fortè etiam quas Primas Qualitates vocant.

Sed quicquid tandem de hujuſmodi Accidentibus aſſerere placeat (neque enim hìc de iis philoſophandi eſt locus) ultro demus ea eſſe, quæ licèt à ſubſtantiâ diſtinguantur, per ſe tamen ſtare nequeant, & neceſſariò ſubjectam aliquam naturam afficiant, in qua inhæreant: verùm Qualitates omnes (niſi ex earum genere ſint, quos Modos appellant, quia Actuales Determinationes, cujuſmodi ſunt cogitationes, appetitiones, & motus, quibus actio vitæ continetur) quid prohibet nunc huic, mox illi ſubjecto inhærere, quemadmodum in locum pereuntis Cauſæ Effectricis, cujus virtute hactenus conſervabantur, aliam ſubſtitui cauſam, cujus vi adhuc permaneant, omnes fatemur? Nonne causâ effectrice magis indigent Accidentia, quàm Materiali & Subjectivâ? Divinâ ſiquidem vi accidentia à Subjecto avulſa permanere poſſe docemur ex Myſteriis Euchariſticis; at ſinè ullâ causâ effectrice conſiſtere nullatenus poſſunt: hanc ſubinde permutant citrà Naturæ incommodum; quidni & ſubjectum? Nihil igitur extra modum abſonum & abſurdum loquatur, qui impetum migrantem ex percutiente in percuſſum ita ſubjectum mutare dixerit, quemadmodum omnes novum impetum à percutiente malleo produci in percuſſo & excuſſo globo opinantes, aliam ejuſdem impetûs, quandiu durat, cauſam, à qua conſervetur, ultro admittunt.

Quamvis autem hoc cæteris qualitatibus ratum ac firmum eſſet, quod ita ſubjecto, cui ſemel inhæſerint, affigantur, ut

aut in illo insidere necesse sit, aut interire; impetui tamen privatam legem à Naturâ irrogatam fuisse non est incongruum, quippe qui motui efficiendo, & locorum commutationi, tamquam proxima causa, destinatus est; si enim illi corporum translatio tribuenda est, quidni & ipse à corpore, quod jam commovere nequit ob resistentiam, in aliud corpus proximum faciliùs mobile transmittat, ut submoveatur impedimentum? Neque mihi videor temerè in hanc sententiam discessisse: observavi scilicet quàm multum intersit in vehementi brachij projectione, si verè lapidem manu longiùs excutias, ac si tantummodo, eâdem quidem contentione, sed manu vacuâ, te lapidem jactare mentiaris: hoc enim postremum sinè dolore non accidit, quia impetus à brachio in lapidem jactandum transferendus si in brachio permaneat, hoc secum rapit, & nexum distrahit, quo tenetur cum humero colligatum. At ne fortè me potiùs opinionis commento, quàm re ductum suspiceris (quamquam & alij hunc eundem brachij dolorem experientes non semel probârunt) balistæ arcum chalybeum intento nervo inflecte, ac sæpiùs, nullo adjecto globo aut telo, quod explodat & ejiciat, submoto nervi adducti retinaculo dimitte: an diutiùs inani hoc ludo uti licebit? sexcenties utique & millies balistâ hac globos argillaceos ejaculaberis citrà arcûs detrimentum; sed non item sine incommodo sæpiùs vacuum nervum dimittes, quin arcus ipse in periculum ac discrimen vocetur, ne facilè disrumpatur: impetus siquidem, quem missili imprimere oportuit, in arcu, dum sese vi elasticâ restituit, permanens illum validiùs concutit, ac sæpiùs labefactans demum diffindit.

Quapropter, cùm ex projectionibus satis habeamus argumenti, posse impetum ex projiciente migrare in projectum, quo momento projicitur; cur non item poterit impetus ex percutiente in percussum transire, quo momento percutitur, prout hoc motum aliquem concipere potest pro impetûs Ratione?

Neque ut percussi impetum à percutientis virtute tunc primò productum adstruas, conferenda est Percussio cum Impulsione; non enim par est in Percussione aut Projectione, atque in Simplici Impulsione aut Tractione philosophandi ratio: Potentia enim corpori impulso aut raptato applicata quandiu cum illo nectitur, & se, & illud movet quasi corpus unum ex utro-

que

que conflatum: propterea sicut musculi in animante ossa sibi cohærentia attollentes & se movent, & ossa; ita potentia Vecti applicata & se movet, & vectem, & pondus, atque equi currui adjuncti non modò seipsi, sed & currum, trahentes movent. At Percussio sæpè corpus percussum procul à percutiente ejicit, quemadmodum & Projectio. Quod si cum Percussione jungatur Impulsio (quæ semper Projectionem præcedit) impetus in Impulsione producitur à potentiâ impellente; sed sicut momento Projectionis qui erat in projiciente impetus, migrat in projectum, quod discedit; ita in Percussione primo Percussionis momento transit impetus in corpus percussum pro ejus capacitate: quod si præterea impellatur à corpore percutiente, cujus motus juxta suam directionem procedat, & urgeat partes corporis percussi (ut in iis, quæ deprimuntur, aut comprimuntur contingit & cùm sublicas, dum panguntur, fistuca ex casu non resiliens impellit) impetum aliquem habet ab impellente productum præter impetum ab eodem tamquam percutiente, ipso percussionis momento communicatum: sed qui ab impellente efficitur, non admodum multus est, si cum eo componatur, qui ex percussione habetur.

Simile quid Impulsioni, quæ Percussionem sequitur, habetur in Tractione, quam Excursus præcessit, in quo acquisitus est impetus: quo enim momento Excursus cessat, & incipit Tractio, transit impetus, & minuitur in trahente; ut si lapis in pavimento jacens fune jungatur alteri lapidi paulò minori, funis autem orbiculo versatili insideat, & lapis ille minor cadens, donec funem intendat, impetum ex motu acquirat; statim ac intentus est funis, & lapis jacens descendentis lapidis motui resistit impetus acquisitus migrat ad vincendam jacentis lapidis resistentiam, atque acceptâ à trahentis motu directione cogitur ascendere, quandiu alter descendit, & hunc aliquantulum trahit; sed impetu impresso languescente in lapide graviore hic descendit, & sursum vicissim rapit eum, à quo vim passus fuerat. Sic potentia velociter languidum funem intendens multum concipit impetum, quem ponderi adnexo imprimit, dum illo destituitur, cum primùm resistentiam patitur, sed & aliam impetûs particulam trahendo producit atque efficit in pondere.

Cum

Cum igitur duplex ſit in motu ſubmovendorum impedimentorum genus, alia, videlicet, quæ inchoatum motum abrumpunt, alia quæ obſiſtunt, ne fiat motus; illa tollenda ſunt per impetum, quo motus continuandus fuiſſet, niſi impedimentum occurriſſet; hæc verò ſuperat pars impetûs producta à potentiâ, quæ ſe tardiùs movet, quia vires dividit, partem impetûs ſibi reſervans, partem impertiens obſtaculo, quod removet impellendo aut trahendo. Quare nil mirum, ſi impetus, qui periturus eſſet in percutiente, cujus motus impeditur, tranſeat in obicem percuſſum, quem ſubmovendo locum relinquit ulteriori motui, ſi facultas ſe movendi ſuppetat corpori percutienti.

CAPUT XIII.

Cunei uſus promovetur.

NE quis fortè Cuneum ſolis ruſticis ad findenda ligna uſui eſſe ſibi perſuadeat, fontes aliquos indicare placet ex quibus non levis utilitas derivatur. Ad Machinarum ſcilicet Rationem pertinet potiſſimùm motus corporis, cujus reſiſtentia ſuperatur, ſivè illa demum ex gravitate oriatur, ſivè ex nexu, quo colligatur cum proximo corpore; id quod iis contingit, quæ in corpus unum coaleſcunt, & fiſſione ſejunguntur.

PROPOSITIO I.

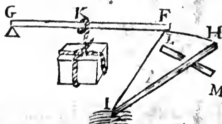
Vectis vires Cuneo augere.

COntingit aliquando potentiam incommodè applicari vecti, ut cum hominem valde curvari oportet ad vectem ſecundi generis ferè in ſolo jacentem attollendum; tunc ſubſidium à Cuneo non incongruè peti poteſt. Sit Vectis A B ſubjectus foribus D C ſuis è cardinibus avellendis,

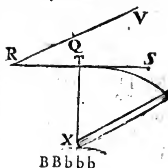
dis, ut reficiantur: hypomochlium est in A, & pondus in C. At si potentiam adeò inclinari atque curvari oporteat, ut arripiat extremum vectem B, satis manifestum est, quanto id incommodo fiat. Subjiciatur vecti in B (siquidem solum æquo mollius fuerit) asseris aut lapidis pars, quæ compressioni resistat, atque inter illam & vectem apex Cunei E immittatur. Nam si tudite cuneum percutias, vectem facilè attollet, ac proinde etiam valvas in C incumbentes.



Quod si vectis secundi generis F G habens hypomochlium in G ita fuerit altiùs collocatus, ut ægrè brachiorum contentione attollere valeas pondus in K adnexum, utere cuneo inflexo F H, quem solo in I incumbentem, & vecti in F subjectum, si propellas lateri H I, arrepto manubrio L M, applicatus, prout commodiùs acciderit, vectem cum pondere catenus elevabis, quoad latus I H longius, solo ad pendiculum insistat. Vectem autem, qua parte cuneum hujusmodi contingit, ita extenuatum esse oportere, ut cunei orbitæ excavatæ congruat, ne elabatur, res per se ipsa loquitur.



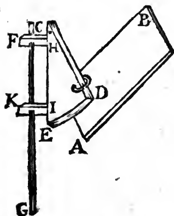
Maximè verò opportunum duxerim hujusmodi cuneo inflexo uti, ubi tertij generis Vectis adhibendus fuerit R S, & pondus adnexum ex S in V sustollendum: Nam si loco Potentiæ destinato in T subjicias cuneum inflexum T P, solo in X incumbentem, & hunc urgeas ex latere X P, aut trahas ex latere T X, ubi P venerit in Q, pondus ex S erit in V.



PROPOSITIO II.

Vecte, aut Trochleâ, aut Succulâ, Cunei inflexi vires augere.

INſtrumenta preſſoria varij generis excogitantur; ſed ad ſubitum uſum, & non ſinè compendio, uti aliquando poſſumus Cuneo inflexo, cui, ſi validiùs premendum ſit, vectem adjicere licebit. Sit craſſior tabula A B, cui ſupponatur id, quod premendum proponitur. Paretur cuneus inflexus D E, & pro illius motûs centro ſtatuatur punctum C, cui axis infigatur: Nam urgendo longius latus C E, aut trahendo brevius C D, ſubjectam tabulam A B premes. Quod ſi validiore preſſu opus fuerit, lateri longiori C E Vectem F G adhibe: potentia ſiquidem in G majorem arcum deſcribens circa centrum motûs C, majora obtinebit momenta, quàm ſi proximè illa applicaretur Cuneo: illa tamen momenta potentiæ in G ſenſim minuuntur, prout cunei partes tabulam contingentes propiores ſunt extremo puncto E. Ne verò ipſa eadem tabula A B impedimento ſit, ſi lateri C E proximè vectis adhæreret, affigatur cuneo unum aut alterum Chelonion H F, I K, in quæ conjectus vectis F G diſtet à Cuneo citrà periculum incurrendi in ſubjectam tabulam A B.



Vel ſi Vectem cuneo affigere non placuerit, ipſius vectis caput hypomochlio reſpondens ita collocetur, ut vectis horizonti ferè paralleli longitudo tranſverſa cadat in latus cunei D E, ſéque non procul ab E decuſſent: hac enim ratione vecti ſua conſtabunt momenta, quibus momenta cunei augeantur.

At ſi fortè loci diſpoſitio non ferat, ut vectis adhibeatur impellendo cuneo, trahatur ille ex D, ubi aut annulus infigatur,

aut

aut foramini inseratur funis, cui deinde trochlea sive simplex, sive multiplex adnectatur, prout opus fuerit. Immò & Succula addi poterit, ad quam funis caput religetur: eruntque momenta potentiæ, quæ componuntur ex Rationibus Succulæ, Trochleæ, & Cunei.

PROPOSITIO III.

Cuneum inflexum validissimum construere ad Vectem tùm trahendum, tùm repellendum.

ASsumatur planum aliquod circulare circa axem per centrum ductum versatile, ita crassum & validum, ut in eo insculpi possit profundiùs spira, quæ Vectis caput ferreo clavo capitato, & in globum rotundato, armatum contineat, ne elabatur. Hinc enim fiet, ut in spiræ cavitatem immissum Vectis caput aut propellatur, aut attrahatur, prout plani illius motus in hanc aut illam partem dirigitur: tantus scilicet erit Vectis motus, quanta erit Radiorum à centro ad spiræ ambitum ductorum differentia. Ex quo orietur tractio, aut impulsio; Radiis enim decrescentibus trahitur Vectis ad centrum, illis crescentibus propellitur à centro. Potentia igitur certæ plani illius circularis parti applicata integrum circulum describit, dum vectis caput per unum spiræ flexum excurrit, & tot circulos potentia describit, quot spiræ flexus vectis caput subinde complectuntur. Quare comparanda est distantia à centro plani circumacti, quam in motu caput Vectis mutavit, cum universis circulis, quos potentia interim descripsit, & statim innotescet Ratio momentorum. Hinc si plano hujusmodi, in quo excavata est spira, addideris circa extremam orbitam Radios, quemadmodum Axi in Peritrochio, motus potentiæ satis amplos circulos describet.

Statuamus, exempli gratiâ, plani circularis assumpti diametrum cubitalem, hoc est sesquipedalem, seu digitorum 24; sit autem inter spiræ excavatæ flexum & flexum intercapedo digitorum duûm, adeò ut, peractâ circulatione unâ, vectis caput per spiram excurrens digitos duos à primâ suâ sede dimotum

fuerit: at potentia in extremâ orbitâ plani circularis constituta suo motu integram peripheriam circuli, cujus diameter digitorum 24, descripserit, hoc est digitorum 75. Motus igitur potentiæ ad motum capitis vectis est ut 75 ad 2: cui si addatur Ratio ad ipsum Vectem spectans, quatenus cum pondere comparatur, fiet Ratio Composita indicans Rationem motûs potentiæ ad motum ponderis.

Quapropter etiamsi ad conciliandum ponderi motum paulò velociorem, uteremur Vecte primi generis sed inverso, ita ut ab hypomochlio plus distaret pondus, quàm potentia capiti vectis applicata, adhuc haberetur non modicum momentorum compendium. Sit enim distantia potentiæ in capite vectis ab hypomochlio ut 1, ponderis verò ut 5; atque adeò, dum Vectis caput deprimitur digitos duos, pondus attollatur digitos decem: Componantur duæ Rationes 75 ad 2, & 1 ad 5; erit Ratio 15 ad 2, & potentia spiræ applicata movebit pondus hujusmodi vecti adnexum lib. 150, quo conatu absque ullâ machinâ moveret pondus lib. 20.

Hanc propositionem hìc potiùs afferre placuit, quàm in sequentem librum de Cochleâ reservare, quia hìc caput vectis excurrit per ipsam spiram, & proximè pertinere videtur hìc motus ad motum super faciem Cunei inflexi: in Cochleâ verò, prout communiter illa usurpatur, pondus movetur ad motum cylindri, cui insculpta est Cochlea. Dixi, prout communiter usurpatur, quia aliquid simile contingit Cochleæ infinitæ, ut videbimus.

PROPOSITIO IV.

Flatum vehementem non interruptum excitare follibus adhibitis.

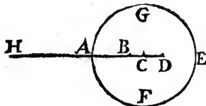
GLebam metallicam ex fodinis erutam valido igne excoquere oportet, ut metallum fluat, atque id, quod utile est, ab inutili secernatur. Ignis autem ut ex carbonibus excitetur eâ vehementiâ, qua opus est, etiam vehementem flatum, qui ex follibus exprimatur adhibendum manifestum est omnibus: neque

neque enim ubique commodum reperiri potest conclave hypogæum, in quod præceps delapsa aqua aërem vapori mistum per tubum in camini focum impellat. Quare præter vulgarem & notissimam methodum folles alterno motu agitandi, ex his, quæ hujus lib. cap. 3. dicta sunt, rationem aliquam inire possumus, qua plurimum flatus in carbones accensos immittamus.

Quod ad folles ipsos spectat, non illos simplices vellem, sed singulos duplices, ita videlicet conformatos ut singuli ex binis asseribus constent invicem secundùm alteram extremitatem inclinatis, quasi in angulum coituri essent, qui omnino stabiles permaneant. In ipso autem tigillo, cui firmiter infixa manent asserum illorum capita, excavatus sit congruè ductus, per quem flatus exprimatur in tubum adnexum, quo ad focum defertur: atque opportuno loco in singulis asseribus, ut moris est, foramen excipiendo aëri destinatum assario muniatur. Hos inter immotos, planum aliud simile, ad extremitatem fibulâ versatili connexum cum tigillo illo communi, adjiciatur, & cum extremis asseribus corio plicatili jungatur, adeò ut duo sint conjuncti folles, quorum alter clauditur, alter recluditur, cùm ex medio hoc plano mobili exiens ansa adducitur & reducitur: hoc enim mobile planum est diaphragma sejungens folles, ne ex altero in alterum compressus aër effugiat, sed per infimum ductum in tubum erumpat, per quem ad focum devehatur. Quatuor parentur hujusmodi folles duplices, quorum bini sibi ex diametro oppositi ita statuantur, ut inter illos discus circularis congruæ magnitudinis interjectus eorum ansas subinde propellere valeat: bini autem oppositi funiculo jungantur aut loro, aut catenulâ, ansas connectente longitudinis æqualis diametro circuli: Ex quo fiet, ut operâ eâdem follis unius ansa propellatur, oppositi verò ansa trahatur.

Porrò attendendum est, quantum spatij percurrat singulorum follium ansa ultro citróque remeando, quo loco illa tangitur à circulo: hujus enim spatij semisse definietur intervallum, quo circuli centrum abesse oportet à centro, quod statuendum est, ut circa illud fiat ejusdem circuli convolutio. Huic motûs centro infigendus est firmiter axis, sivè ille sit communis exteriori rotæ ab aquâ fluente convolutæ, sivè cui vectis opportu-

næ longitudinis adjiciatur, ut ab homine, aut à jumento contorqueatur. Sic ansæ motus universus. Sit ex. gr. AB circuli centrum sit C: accipiatur intervallum CD subduplum ipsius AB; & erit in D infigendus axis, ex cujus convolutione circulus pariter circumagatur, & follium ansas in quatuor oppositis punctis A, E, G, F subinde tangat, eásque vicissim propellat, & trahat: Cùm scilicet incipit propelli follis ansa, quæ est in E, propellitur pariter ea, quæ est in G (si quidem conversio fiat ex E in F) atque ex adverso tantumdem trahitur quæ est in A, quantùm propellitur quæ est in E; atque similiter tractio ejus, quæ est in F, est æqualis impulsioni ansæ, quæ est in G.



Si igitur circulus non sit in plano Verticali, & axem in D infixum non habeat communem cum rotâ, quæ ab aquâ volvatur, sed sit in plano horizontali, axi infixo in D addatur vectis DH, ut potentia in H vectem impellens aut trahens circumagat circulum. Quo autem loco statuendus sit vectis, pendet ex loci positione, prout vel in superiori, vel in inferiori, vel in eodem conclavi folles collocantur; axis siquidem certam non exigit longitudinem, sed ea illi tribuenda est, quæ commodior acciderit. Vectis tamen longitudinem ita temperare oportet, ut, dum potentiæ movendi facilitatem affectas, nimiam tarditatem compressionis follium effugias.

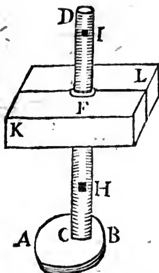
Ex his satis apparet, quantùm aëris impellatur in prunas à quatuor follibus, qui clauduntur, dum quatuor reliqui recluduntur, perpetuúsque est flatus nunquam interruptus. Quòd si potentia movens viribus abundet, & circulus fieri possit amplior ita, ut non quatuor solùm follibus duplicibus, sed etiam sex aut octo similibus in gyrum disponendis commodus locus suppetat, satis vides, quantus excitari possit flatus.

Quoniam verò ex dictis infertur folles esse erigendos, ut in eorum ansas circulus horizonti parallelus incurrat, observa posse illos etiam jacentes (modò assarium superioris asseris foramen claudens

claudẽs exactè fungi poſſit ſuo munere) uſui eſſe poſſe, ſi artificiũ aliquod adhibeatur, quo anſa attollatur, atque deprimatur. Fiat inflexus vectis, ſeu quaſi vectis RSG, cujus angulo S addatur axis, circa quem facilè converti poſſit, & ad extremitatem G ſit regula GH follis anſæ adnexa; & ſimilia omnia ex adverſo parentur, atque funiculo MP conjungantur. Nam circulus impellens in R attollet extremitatem G, ac proinde anſam illi adnexam, trahendo autem funiculum MP deprimet extremitatem O, & cum illâ anſam oppoſiti follis: atque ita viciſſim impellendo N, attolletur O, & deprimetur G. Hinc colliges hoc eodem artificio, ſi haſtulæ GH non follis anſam, ſed antliæ embolum adjeceris, fieri poſſe machinam, qua, multiplicatis antliis, plurimum aquæ ſurſum impellere valeas. An autem diſci circularis exteriorem orbitam ferreo annulo polito & lævi munire, atque ferream laminam pariter politàm anſæ follis, aut vecti inflexo, apponere præſtet, ut quàm minimo tritu inter ſe confligant, non eſt opus monere, ſi fuerit operæ pretium machinæ diuturnitati conſulere, & faciliorem motum exhibere.

Quòd demum ſpectat ad ipſius circuli collocationem, quamquam cylindrus illi infixus poſſit inniti polis, circa quos verſetur; ut tamen ſubter circulum liberrimè trahi poſſint funiculi, placeret potiùs illum omnino ſuſpenſum pendere ex craſſiore (ſive ſimplici, ſive ex duobus compacto) tigno, cujus foramini inſeratur cylindrus, ferreo annulo munitus tam in ſuperiori, quàm in inferiori parte, qua foramini reſpondet, ita ut neque ſurſum agi, neque deorſum deſcendere valeat, ſed intrà foramen illud convertatur, quod pariter utrinque circulis ferreis muniatur reſpondentibus ſuperiori & inferiori annulo cylindri. Sit circularis diſcus AB, in quo motûs centrum ſit C, cui infigatur cylindrus CD convertendus à vecte, ſivè in I, ſivè in H immittendo. Horizonti parallelum tignum

tignum K L secundùm suas extremitates in pariete, aut aliter, firmetur, in eóque sit foramen F capax cylindri: foramen ferreo circulo, quoad fieri possit, lævi atque polito muniatur, cui æqualis annulus cylindrum vestiens, illíque affixus, respondeat. Manebit ex F suspensus cylindrus D C unâ cum adjuncto circulari disco A B. In inferiore tigni facie similiter sit circulus ferreus, & annulus, ne sursum excurrere queat cylindrus. Si tignum quidem valde distet à circulo A B, immitti poterit vectis in H; at si exiguum fuerit intervallum inter tignum & circulum A B, atque tignum existat infra planum, in quo homo aut jumentum vectem impellens aut trahens movetur, vectis in I immittatur.



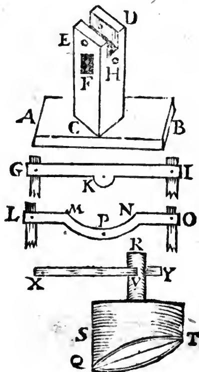
PROPOSITIO V.

Plures antlias duplices perpetuo ductu agitare.

UBi jumentorum operâ uti oportet ad agitandas antlias, quibus aqua in superiorem locum aut attrahitur, aut impellitur, illa in gyrum agere necesse est; id quod multo tempore eget; neque enim circuitus illos currendo efficere possunt: quapropter rotarum dentatarum complexionem construere solemus, ut, dum semel jumentum suam conversionem absolvit, sæpiùs antliæ agitentur. Verùm minore impendio absque rotis idem fortasse assequemur, si potissimùm aqua in altum propellenda sit.

Ad

Ad perpendiculum erigatur tignum, quod imo puteo innitatur, sive solidiori tigno A B putei lateribus infixo insistat brevius tignum C D, ita tamen obliquè constitutum, ut hujus anguli latera illius respiciant, quatenus hastulæ ex hoc exeuntes, medio jugo, nullum recipiant à subjecto tigno A B impedimentum. Suprema pars tigni C D ita secetur, ut circa axem in E infixum liberè versari possit jugum, cujus extremitatibus adnexæ sunt hastulæ antliarum embolos attollentes atque deprimentes. Paulò infra axem E aperiatur foramen F, cui pariter immitti queat jugum alterum versatile circa axem H infixum paulò infrà crenam superiori jugo subservientem.



Porrò utriusque jugi non eadem est forma: Nam superius jugum axi E infixum rectum est G I, additamento ad K auctum, ut paulo depressius sit foramen K ad recipiendum axem, quàm sint axes ad G & I, quibus junguntur cum jugo hastulæ ad embolorum motum perficiendum destinatæ. At verò jugum inferius non nisi extremitates L M & N O rectas habet, cætera inflexum est, & ad mediam curvaturam habet in P foramen, quo innitatur axi in H infixo. Quantam autem esse oporteat hujusmodi inflexionem M P N, ex hoc definies, quod ubi jugum G I in suo axe consistens horizonti parallelum fuerit, etiam inferioris jugi in suo axe H consistentis extre-

mitates L M & N O in eodem horizontali plano cum G I conveniant.

His paratis fruſtum cylindricum diametri (ſi id quidem commodè fieri poſſit) non multo minoris, quàm ſit jugi G I intercapedo inter haſtularum axes, conſtruatur. Quod ſi tantæ craſſitudinis lignum præſto non fuerit, plura aptè compinge, atque ferreo circulo conſtringe, ne diſſilire valeant. Tum deſtinatæ embolorum depreſſioni atque elevationi æqualis ſaltem pars Q S toreutæ operâ rotundetur; deinde ſerrâ obliquè ſecetur, ut fiat ellipſis Q T: cujus limbus ferreâ lamellâ exactè planâ & politâ muniatur tùm ad perpetuitatem, ne lignum atteratur, tùm ad faciliorem motum, ut minor ſit cum ſubjectis ligneis jugis conflictus: interiores autem ellipſis partes ſcalpro eximi poſſunt, ut factâ cavitate nullum motui impedimentum afferant tigni C D ſupremi anguli.

Fruſto huic cylindrico ad axem firmiter inſeratur minor cylindrus V R, cui immitti poſſit vectis X Y à jumento in X circumducendus. Minor hujuſmodi cylindrus methodo ſuperiùs indicatâ ſub finem prop. 4. ſuſpendatur eâ lege, ut jugo G I maximè inclinato conveniat ellipſis diameter Q T, minori autem ellipſis Axi conveniant extremitates L M & N O inferioris jugi, quæ erunt horizonti parallelæ. Hinc fiet, ut converſo cylindro ſubinde deveniant ad maximam depreſſionem, atque viciſſim ad maximam elevationem, ſinguli antliarum emboli.

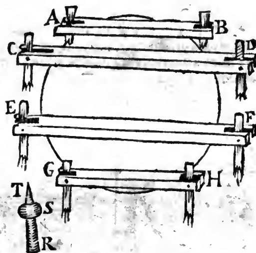
Quod ſi liceret in puteo, ubi aqua ſcaturit, aut in vaſe, in quod aqua influit, in altum elevanda vi antliæ propellentis, non quadratum tantùm, ſed hexagonum aut octogonum priſma erigere ad perpendiculum, & in oppoſitis faciebus foramina excavare, quibus immitterentur inflexa juga, eâ inflexione, quæ ſatis eſſet, ut demum omnium extremitates in eodem horizontali plano convenirent, ſatis manifeſtum eſt tribus aut quatuor jugis poſſe deinceps ſex aut octo antlias agitari.

PROPOSI

PROPOSITIO VI.

Alia ratione plures antlias componere.

EX iis, quæ hujus libri cap. 5. dicta sunt, genus aliud ad Cuneum pertinens excogitare possumus, quo simul plures antlias agitare possit potentia, cui maximè virium copia suppetat, & valde simplex machina construenda proponatur. Ex solidis asseribus compingatur circulus: hic in octo partes distribuatur, & duæ proximæ confixum habeant tigillum A B, cujus extremitates ita extra circulum promineant, ut incisis crenis hastulæ embolo adnexæ circa suum axem versatiles sinè impedimento moveri queant. Tres similes tigilli transversarij

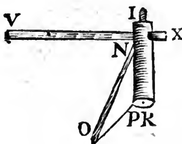


affigantur C D, E F, G H extremitatibus similiter prominentibus extra circuli ambitum, & excavatis in crenas hastularum capaces. Hastularum verò formam suaderem, quæ prope embolum essent plicatiles in dextram atque sinistram, quemadmodum in supremâ parte, ubi transversariis cohærent, sunt circa axem flexiles in anteriorem atque in posteriorem partem: ex hac enim flexibilitate in omnem partem facilior oritur motus. Duos autem tigillos C D & E F existimo apponendos esse transversarios, ad majorem circuli firmitatem: quamquam sufficeret ad propositum finem breviores apponere ad C E & D F, omnino similes & æquales ipsis A B & G H.

His paratis alius æqualis circulus superponatur, firmitérque

cum inferiore cohæreat. Tum validus ſtylus ferreus R T figuræ primùm cylindricæ, deinde ad S ſphæricæ, demum in T deſinens in conum conſtruatur, & columnæ, cui univerſa machina inniti debet, ad perpendiculum infigatur. Ad centrum verò circuli inferioris foramen fiat, per quod facilè globus S immitti poſſit, & in centro circuli ſuperioris aliud pariter foramen aperiatur, ſed tantùm capax coni S T, adeò ut machina ſuſtineatur à globo S, & in quancumque partem facilè inclinari queat: id quod etiam faciliùs continget, ſi foramen illud ſuperioris circuli, qua parte globum S contingit, annulo, ſeu limbo ferreo muniatur. Quod ſi circulus ille ſuperior craſſior fuerit, quàm ut facilè inclinari poſſit, ne ſuperior ora foraminis incurrat in conum, abradi poterit, quantum ſatis fuerit, in calathoidem, ut magis pateat, atque liberam inclinationem permittat.

Circulari hac compage impoſitâ ſtylo R S, haſtulæ embolorum ſuis axibus adnectantur extremitatibus tigillorum prominentibus. Tum ad conciliandum motum machinæ, cylindrus I K ſuo centro K innitatur apici ſtyli T, & in ſuperiore loco, axis I congruo foramini immiſſus ſervet cylindri poſitionem perpendicularem. Sit autem in cylindri latere profundiùs excavata crena, cui inſeri poſſit triangulum O P N obtuſangulum ad P, quod validum ſit, & cum cylindro firmiſſimè cohæreat: ſic enim fiet, ut trianguli extremitas O tangens circulum, illum à poſitione horizonti parallelâ removeat, & in eam partem inclinet, atque ex adversâ elevet. Potentia verò vecti V X applicata, & cylindrum volvens, alam pariter N O P circumducet; quæ aliis atque aliis ſubjecti circuli partibus ſubinde applicata illas deprimet, & ex diametro oppoſitas elevabit: intermediæ autem aliæ deprimentur, ad quas ſcilicet extremitas O accedit, aliæ elevabuntur, à quibus eadem extremitas O recedit.



Quantum autem extremitas O infra baſim cylindri deſcendere

dere oporteat, definiendum est primò ex motu, quem embolus elevatus atque depressus perficit; cujus motûs medietas accipienda est: deinde attendenda est distantia basis cylindri à plano circuli, si hoc constitueretur horizonti parallelum; hæc verò distantia addenda est semissi motûs emboli, ut innotescat, quantum oporteat extremitatem O deprimi infra basim cylindri. Neque cuiquam dubium esse potest, an sic definienda sit hujusmodi depressio extremitatis O; siquidem inclinato circulo tantum extremitas altera diametri deprimitur infra planum horizontale, quantum altera attollitur; hæc autem duplicata differentia dat universum motum emboli; igitur hujus mo ûs semisse definitur circuli depressio & inclinatio. Quia autem ad faciliorem motum, tùm ne cylindri crassities plano circuli inclinato occurrat, tùm ne latus PO circulum tangat præterquam extremitate O, ad vitandum tritum atque conflictum partium, præstat cylindrum non proximè adhærere circulo; propterea distantia basis cylindri à centro subjecti circuli computanda est.

Porrò expedire extremitatem O munitam ferreâ laminâ percurrere in subjecto circulo laminam pariter ferream exquisitè politam, non opus est monere: satis quippe per se patet. Illud cavendum est, ut modum serves in alæ NOP amplitudine; nam si nimis exigua sit, paulò difficiliùs movet, quia nimis distat ab hastulis embolorum: sin autem æquo amplior fuerit, cùm maximam resistentiæ partem illa sustineat, subit periculum luxationis. Cæterùm hoc pendebit ex circuli amplitudine, cujus diametrum constituendam esse habitâ ratione motûs embolo antliæ communicandi, nemo ignorat; quemadmodum & in simplici antliâ ex hoc eodem definitur distantia hastulæ à centro motûs. Quoniam enim motus ille depressionis & elevationis emboli connectitur cum motu circulari semidiametri circuli, cui hastulæ adnectuntur, eum Radium circulo tribuere oportet, ut arcus ab extremo puncto descriptus quàm minimùm differat à lineâ rectâ; sic enim faciliùs movetur embolus. Quare arcus ejusmodi describendus est, ut illius medietas Sinum Versum habeat, quoad fieri poterit, minimum. Ponamus universum emboli motum esse unciarum 4, ejus semissem

unciarum 2: Sit circuli Radius B D unciarum 8. Inveniatur in Canone Sinuum arcus, cujus Sinus ad Radium ſit ut 2 ad 8, & eſt proximè gr. 14. 28′ 40″. Eſt igitur arcus ab extremâ ſemidiametro D deſcribendus C E gr. 28. 57′. 20″: quo biſariam diviſo in D eſt arcus C D gr. 14. 28′. 40″; cujus Sinus C I; & Sinus Verſus I D eſt totius Radij B D $\frac{3}{100}$, hoc eſt unius unciæ $\frac{6}{25}$; quæ deflexio arcûs C E à rectitudine non admodum nocet. Satis igitur fuerit, ſi circuli diameter ſit unc. 14. & tigilli hinc atque hinc aliquantulum præter unam unciam promineant, ubi illis haſtulæ embolorum adnectuntur; ſic enim fiet, ut haſtulæ ſatis commodè moveantur, maximè ſi longiores fuerint.

Quod ſi ligneis tigillis uti nolueris, ſed potius ferreis priſmatibus inter utrumque ligneum circulum aptè conſerendis, adeò ut circuli plana ſibi viciſſim adhæreant, non dubium, quin multò firmior futura ſit machina: hoc te monitum volo, quod circulos craſſiuſculos eſſe oportet, ut in illis opportunum foramen excavetur, quo commodè machina inſiſtat ſtyli globulo, &, prout oportet, inclinetur.



MECHA

MECHANICORUM
LIBER OCTAVUS.

De Cochlea.

POSTREMO loco inter Mechanicas Facultates numeratur Cochlea, non tamen postremo loco habenda, si ejus vires perpendantur; immò si cum cæteris Facultatibus comparetur, omnium efficacissima censenda erit, cæteris paribus, ut ex iis, quæ hoc libro disputabuntur, manifestum fiet. Cur de Cochleâ postremus habeatur sermo, si quis inquirat, non pauci ex iis, qui inter Mechanicas facultates cognationis nexus quosdam pervestigant, ideò post Cuneum numerari Cochleam autumabunt, quia Cochlea longior quidam Cuneus cylindro convolutus censeri potest, cujus propterea vires ad Cuneum revocare contendunt. Mihi tamen, qui Facultates singulas ita à reliquis absolutas agnosco, ut nullo alio vinculo invicem copulentur, nisi quatenus omnes ab uno eodémque principio ortum ducunt, ea tantummodo esse videtur causa, quod reliquæ Facultates simplices sint, ac faciliùs parabiles, quàm Cochlea, atque hæc si solitaria adhibeatur, nec cum ullâ reliquarum Facultatum componatur, licèt validè urgeat, aut trahat, eâ tamen communiter non utamur ad majores motus efficiendos, quos unâ aliquâ reliquarum Facultatum, minore operâ, consequimur.

Hùc autem non spectat Archimedea Cochlea ad aquam in altum evehendam instituta: est enim tubus in spiram convolutus circa superficiem conicam aut cylindricam, seu in cono ipso aut cylindro ita excavatus, ut aquam continere valeat, quam extremum tubi osculum ex subjectâ profluente hausit: dum scilicet

licet

licet circa ſuum axem Conus aut Cylinder ad horizontem inclinatus convertitur, quæ ingreſſa fuerat aqua, per ſpiras aſcendens ad alteram tubi extremitatem ſuperiorem demum effunditur; atque hac ratione ad tantam altitudinem illa attollitur, quantus eſt Sinus anguli, quo ad horizontem inclinatur axis coni aut cylindri, poſito eodem axe tanquam Radio. Hic, inquam, motus aquæ in tubo hujuſmodi ſpirali aſcendentis, non eſt præſentis diſputationis, aqua ſiquidem non trahitur ſurſum, ſed ſemel ingreſſa in tubo ſpirali convoluto ſponte deſcendit, donec ad ſupremum oſculum provehatur; haud ſecus ac plumbeus globulus in eundem tubum immiſſus, ſi volvatur cylinder, non valens conſiſtere in eâ ſpiræ parte, quæ priùs infima & horizonti proxima, modò in converſione removetur ab horizonte & attollitur, ſuâ autem gravitate repugnans aſcenſui, ſponte deſcendit per tubum tanquam per planum inclinatum, atque ita deinceps, quoad ex ſupremo tubi oſculo erumpat. Idem planè contingit aquæ in hujuſmodi tubo ſpirali vi ſuæ gravitatis ſubinde fluenti ac deſcendenti in ſingulis ſpiris ſtatim, ac modicum quid elevata eſt in converſione.

Cochlea igitur, de qua hìc diſputabitur, ea eſt, quæ ad vim gravitati inferendam, ſi repugnet, inſtituta eſt, adeò ut corporis vim paſſi motus impulſui à Potentiâ per Cochleam communicato adæquatè tribuendus ſit; & ſi quid gravitas ipſa conferat, id planè contingens reputetur. Nomen autem Cochleæ inditum eſt ex ſimili quadam convolutione in teſtâ limacis, quæ in ſpiras contorquetur, ſicut & Cochlides dicuntur ſcalæ, per quas in gyrum aſcenditur.

CAPUT I.

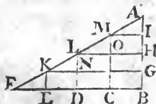
Cochleæ forma & virtus deſcribitur.

COchlea, quam explicandam ſuſcipimus, ex limacis teſtâ eatenus ſolùm ſimilitudinem ducit, quatenus in ſpiras ducitur, cæterùm animalis illius ſpiræ inæquales ſunt, & major ſpira

ſpira minorem quaſi complectitur, non quemadmodum helix in plano deſcripta, ſed ferè ſicut ſpira in coni aut globi ſuperficie deformata. Spira autem conicè ducta, aut ſphæricè, parùm utilis accideret Machinatoris inſtituto; cum enim, ut firmetur, inſerenda ſit foramini ſimiliter in ſpiram excavato, majores coni, aut globi, ſpiræ non congruerent minoribus ſpiris foraminis conici aut ſphærici in modum ſcaphij, nec per eas promoveri poſſent; atque minores coni, aut globi, ſpiræ in amplioribus ſpiris foraminis firmari nequirent. Oportet igitur ſpiram omnino ſimilibus ductibus, atque æqualibus conſtare; id quod non niſi in cylindro obtinetur. Quapropter Cochlea, de qua hìc agimus, eſt ſolida ſpira in ſuperficie excavati cylindri efformata; quæ vitium Capreolos arboris ramum complexos imitata vulgari vocabulo *Vitis* (& fortaſſe aptiùs) nominatur. Receptaculum verò concavum, cui cylindrus in helicem deformatus immittitur, habétque ſpirales cavitates ſolidæ cylindri ſpiræ congruentes, *Matrix* dicitur, alij *Tylum*, *Cochlidium* alij, vocabulo ad hanc ſignificationem detorto, vulgus *Matrem Vitis* nuncupat.

Ut autem ſpiram cylindro æqualibus atque ſimilibus gyris circumductam intelligas, concipe triangulum rectangulum, cujus perpendiculum æquale ſit dato lateri aut Axi cylindri Recti, baſis verò trianguli toties contineat perimetrum baſis cylindri, quoties ſpira cylindrum ipſum complecti debet; nam hujuſmodi trianguli hypothenuſa lineam ſpiralem omnino ſimiliter ductam in cylindri ſuperficie deſcribet, ſi triangulum cylindro circumvolvatur.

Sit cylindri altitudo A B, ejúſque baſis circulari peripheriæ ſit æqualis recta B C ad rectum angulum C B A conſtituta. Oporteat autem ſpiram quatuor gyris complecti cylindrum; idcirco recta B C producatur, ut tota B F ſit ipſius B C quadrupla: ducta enim hypothenuſa F A, ſi triangulum cylindro circumplicetur quadruplici convolutione, deſignabit in cylindri ſuperficie quatuor ſpiras omnino ſimiles & æquales. Spirarum æqualitatem & ſimilitudinem fa-



cilè demonstrabis, si trianguli basim B F, & altitudinem B A, utramque in quatuor æquales partes distinxeris; deinde ex singulis divisionum punctis rectas C M, D L, E K altitudini B A parallelas, & rectas G K, H L, I M parallelas basi B F excitaveris; sibi enim occurrentes in punctis K, L, M, divident hypothenusam in quatuor æquales partes, ut patet ex 2. lib. 6: Nimirum ut F E ad E D, ita F K ad K L; & ut F D ad D C, ita F L ad L M; & ut F C ad C B, ita F M ad M A: sunt autem F E & E D ex hypothesi æquales, igitur etiam F K & K L æquales: F D posita est ipsius D C dupla, ergo F L ipsius L M dupla; ergo L M æqualis est ipsi K L, aut F K: Demum F C ex constructione est ipsius C B tripla; igitur etiam F M est tripla ipsius M A; quare M A æqualis est singulis reliquis partibus F K, K L, L M; & tota hypothenusa divisa est in quatuor æquales partes. Item in parallelogrammo K D, per 34. lib. 1. æqualia sunt opposita latera K N & E D, atque in parallelogrammo L C æqualia sunt L O & D C, quemadmodum & in parallelogrammo M B æqualia sunt M I & C B: Sicut igitur rectæ F E, E D, D C, C B ex hypothesi sunt æquales, etiam F E, K N, L O, M I sunt inter se æquales. Similiter ostendes sicut æquales sunt ex constructione B G, G H, H I, I A, ita æquales inter se esse E K, N L, O M, I A. Cum itaque triangula F E K, K N L, L O M, M I A habeant tria latera singula singulis æqualia, & similiter posita, ipsa sunt quoque æquiangula, ac proinde similiter inclinatæ sunt singulæ spiræ F K, K L, L M, M A, quæ pariter demonstratæ sunt æquales. Quam similem inclinationem ostendit æqualitas angulorum ad F, K, L, M, propter linearum parallelismum. Triangulum igitur A B F suâ hypothenusâ F A designat in cylindri superficie quatuor similes & æquales spiras.

Verùm quid juvaret in exteriore cylindri superficie spiralem lineam exquisitè descripsisse, nisi corpus ipsum cylindricum in solidam spiram deformaretur? Quapropter necessariò cylindrum circumplectuntur duæ spiræ; cava altera & depressa, altera convexa & prominens, quibus similiter atque æqualiter depressæ & prominentes duæ spiræ in receptaculi seu Matricis foramine cylindricè excavato requiruntur ita illis respondentes, ut depressam receptaculi spiram subeat prominens cylindri

spira,

ſpira, & viciſſim prominentem receptaculi ſpiram excipiat depreſſa cylindri ſpira. Ex quo fit, ut convolutus circa ſuum axem cylindrus attollatur aut deprimatur, adducatur aut reducatur, prout opus fuerit, atque cum eo corpus baſi illius proximum, ſeu adnexum urgeatur, aut trahatur, elevetur, aut prematur.

Vulgatiſſimus autem & frequentiſſimus eſt hujus Facultatis uſus, ubi potiſſimùm opus eſt validâ preſſione, ut in prælis vinariis ad exprimendum ex uvæ jam preſſæ reliquiis tortivum muſtum, apud typographos ad imprimendos ſubjectæ chartæ ex typis characteres, apud bibliopægos ad comprimendos libros, jam compactos, apud fabros ferrarios ad firmandas ferreas laminas limâ expoliendas, atque apud alios artifices. Quamquam & ſæpiſſimè clavorum loco, quibus ligna, aut metallicæ laminæ configuntur citrà mallei percuſſionem, cochleis utimur, & quidem ad validiorem atque perennem firmitatem; neque enim revelli poteſt cochlea, aut excuti, quemadmodum clavus. Sed tunc hujuſmodi cochleæ non exercent vim facultatis Mechanicæ; eatenus ſcilicet validiùs, quàm clavi, duo corpora, quæ compinguntur, connectunt, quatenus multiplices in cylindruli facie ſolidarum ſpirarum ductus pluribus cavis foraminum ſpiris implicantur ex cylindruli convolutione; qui propterea eximi non poteſt, niſi in contrarium revolvatur; quandiu quidem incorruptum permanet lignum neque ex humore putreſcens, neque vermiculo erodente carioſum, neque calore nimio ita diſcedens atque dehiſcens, ut laxato foramine jam non ampliùs ſolida cylindruli ſpira congruentibus ſtriis coërceatur.

Hinc eſt in ſuſtentando pondere ex cochleâ ſuſpenſo pro-propriè non exerceri vim Mechanicam; nihil enim ampliùs conante Potentiâ (quemadmodum in Vecte, aut Axe in Peritrochio, aut fune Trochlearum retinendo opus eſt, quæ pondus elevavit convoluto cylindro in cochleam deformato, ſola ſpirarum cavæ atque convexæ complexio efficit, ut cylindrus cum adnexo pondere retineatur, ne recidat, quatenus à ſubjectâ loculamenti ſpirâ ſolidâ ſuſtinetur: quemadmodum & ſubſcudibus compagem cohibentibus accidit, quatenus ſecuricla ex minore in majorem amplitudinem explicata decreſcentis recepta-

culi anguſtiis coërcetur, ne excurrat; adeóque confixum hujuſmodi ſubſcude corpus grave inferius retinetur, ne à ſuperiore disjungatur, & cadat.

Tota igitur vis Machinalis à Cochleâ exercetur in motu, quem à potentiâ illam circumagente recipit. Et ſanè ſi potentiæ cylindrum verſantis motum comparemus cum motu ponderis, quod à cochleâ urgetur, aut trahitur; ſtatim apparebit potentiam quidem circulum deſcribere circa convoluti cylindri axem, pondus verò rectâ moveri, prout promovetur, aut retrahitur cylindrus. Cum itaque in ſingulis cylindri converſionibus ejus motum definiat ſpiræ à ſpirâ intervallum; ſi hoc cum circulari peripheriâ conferatur, innoteſcet motuum Ratio, & Potentiæ momentum, quæ eò minorem in pondere reſiſtentiam invenit, quò tardiùs hoc movetur. Hinc ſi cylindri altitudo ad ejuſdem diametrum ſit ut 20 ad 1, numeratáſque ſpiras cylindrum complectentes inveneris eſſe 35, rectè definies convolutionibus 35 reſpondere totum cylindri motum, atque adeò ſpiræ à ſpirâ intervallum eſſe ad cylindri diametrum ut 4 ad 7: ex quo infertur circuli peripheriam ad ſpirarum diſtantiam, hoc eſt potentiæ motum ad motum ponderis, eſſe proximè ut 22 ad 4, atque potentiæ conatum ut 4 vincere poſſe quamlibet reſiſtentiam minorem quàm ut 22, ſpectatâ Ratione, quam infert cylindri craſſities, & ſpirarum obliquitas.

Verùm quia non niſi parvulis cochleis, aut ubi levis conatus requiritur, ita applicatur potentia, ut cylindri ſuperficiei applicata intelligatur, complanatâ ſcilicet ejuſdem cylindri extremitate, quam ſummis digitis apprehendere valeas, communiter adhuc majus eſt momentum Potentiæ, quàm ut ex circuli peripheriâ baſim cylindri ambiente circumſcribatur; additur enim aut Radius cylindri Capiti quadrato infixus, aut aliquid manubrij rationem habens, adeò ut potentia longè majorem circulum deſcribat, quàm ſit cylindri in ſpiram deformati baſis: ac proinde non ex cylindri craſſitie, ſed ex diſtantiâ potentiæ ab axe cylindri definiendus eſt ejuſdem potentiæ circulum perficientis motus, atque cum ſpirarum intervallo motum ponderis metiente comparandus.

Hinc ad imprimendas metallicæ laminæ ex argento, aut auro, aut cupro imagines citrà percuſſionem, ſuper ſolido plano

no erectis atque infixis ad perpendiculum duobus ferreis pedibus ferreo pariter transversario firmatis, in quo excavata cochleæ congruens Matrix, typus inter laminam & cylindrum interjectus validè urgetur ex cylindri convolutione, & imaginem exprimit: quia videlicet superiori cylindri Capiti quadrato inseritur longior ferreus vectis hinc atque hinc productus, ut duplici ejus extremitati duplex potentia, si opus fuerit, applicetur. Quapropter ab axe cylindri ad vectis hujusmodi extremitatem ducta linea est Radius circuli potentiæ motum determinantis; atque si hujusmodi Radij longitudo ad spirarum intervallum fuerit ut 50 ad 1, circuli diameter est 100, ejusque peripheria major quàm 314; & potentiæ motus ad motum typi laminam prementis est ut 314 ad 1: idcirco si in vectis extremitatibus sint singuli homines perinde conantes, ac si libras 50 singuli moverent, premitur typus vi hujus cochleæ quasi à pondere librarum 31400.

Quod autem de pressione dicitur, simili ratione intelligendum est de ponderis elevatione, si fortè aut inferiori cylindri basi adnexum fuerit, aut ejus capiti impositum; sicut enim corpus prementi resistit ratione particularum constipatarum, ita elevanti repugnat ratione suæ gravitatis: utrobique igitur similem virtutem habet potentia ad vincendam resistentiam, quando utrobique eadem invenitur Ratio motuum atque momentorum. Propterea in hujusmodi cochleis, quæ infixo Radio convolvuntur, non est admodum anxiè procuranda cylindri crassities, modò satis solidus sit, nec fragilis: eadem quippe est circuli à potentiæ motu descripti peripheria, sivè major sit, sivè minor cylindri crassitudo, quando eadem est potentiæ distantia à cylindri axe, ac proinde idem est momentum.

Illud quidem ad rem facit maximè, quam obliquè inclinatus sit spirarum ductus; hinc enim oritur intervalli Ratio inter proximos spirarum circuitus, qui frequentissimi sunt, ac brevi intervallo disjuncti, si linea spiralis sit maximè inclinata, rari autem atque notabiliter sejuncti, si illa fuerit ad majorem angulum (acutum tamen) erecta: Est nimirum hujusmodi intervallum æquale Tangenti anguli inclinationis, posito Radio ambitu basis cylindri; ipsa autem spira est ejusdem anguli Secans. Quare datâ cylindri diametro, invenitur peripheria basis; &

dato ſpirarum intervallo, invenitur angulus huic intervallo tanquam Tangenti oppoſitus, ſcilicet inclinatio ſpiræ, & hypothenuſa tanquam ejuſdem anguli Secans dat ipſius lineæ ſpiralis longitudinem.

Quod ſi totius lineæ ſpiralis univerſum cylindrum complectentis lineam deſideras, toties peripheriam baſis multiplica, quot ſunt ſpirarum circuitus, & habebis Radium; cylindri altitudo dabit Tangentem, cui reſpondens Secans indicabit totius ſpiræ integram longitudinem. Sit ex. gr. cylindri altitudo ped. 3. hoc eſt unciarum 36. ejus diameter unciarum 7; ergo baſis perimeter unc. 22: Spirarum circuitus ſint 25: igitur ductâ perimetro 22 in 25, habetur 550 tanquam Radius, & 36 tanquam Tangens: igitur ut unciæ 550 ad uncias 36, ita Radius 100000 ad 6545 Tangentem gr. 3. m. 45. cui reſpondet Secans 100214: Quare ut 100000 ad 100214, ita unciæ 550 ad uncias 551 $\frac{177}{1000}$ longitudinem totius lineæ ſpiralis; quam, ſi careas Canone Trigonometrico, etiam habebis ex 47. lib. 1. addendo quadrata numerorum 550 & 36, erit enim horum ſumma quadratum, cujus Radix dabit eandem quæſitam ſpiræ longitudinem.

Cum autem hæc ſpiræ longitudo, ſive univerſa, ſive particulatim aſſumatur, ſemper longior ſit, ſivè multiplici, ſivè ſingulari perimetro circuli, qui eſt baſis cylindri, utique motus potentiæ, ejúſque momentum, non ex hac ſpirali lineâ deſumendum eſt; neque enim ipſa eſſe poteſt menſura motûs potentiæ cylindro applicatæ ad ejus diametri extremitatem. Hinc eſt mihi non arridere eorum ſententiam, qui cochleæ vires referunt ad planum inclinatum, quod ab ipsâ lineâ ſpirali repræſentetur. In plano ſiquidem inclinato momentum gravitatis, ad ejuſdem gravitatis momentum in perpendiculo, ſe habet reciprocè ut perpendiculum ad ipſam lineam inclinatam; ac propterea eandem Rationem ſervant conatus Potentiæ moventis pondus aut in perpendiculo, aut in plano inclinato. At hìc potentia non movetur juxta lineæ inclinatæ longitudinem, ſed breviore motu juxta baſim trianguli rectanguli, cujus hypothenuſa eſt ipſa linea inclinata: Igitur potentiæ momentum aliquanto minus cenſendum eſt, quam pro Ratione plani inclinati. Adde momenta gravitatis ponderis alicujus tunc ſolùm

fieri

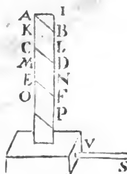
fieri minora in plano inclinato, quando illi insistit, & deorsum nititur premendo ipsum planum: at si pondus idem incumbat plano horizontali, verùm quidem est planum verticale, quod adversùs pondus moveatur non secundùm directionem, quæ recta occurrat centro gravitatis ejusdem ponderis, sed obliquè, minus invenire resistentiæ: sed pondus illud propriè non movetur super plano, licèt ab eo obliquè repellatur; & potiùs planum movetur juxta pondus: hìc verò si pondus in plano horizontali jacens sit adnexum cochleæ trahenti, aut oppositum cochleæ repellenti & urgenti, non movetur obliquè, sed motu directo: non igitur movetur super planum inclinatum.

Porrò unum est in Cochleâ quodammodo singulare, quod in nullam aliam Facultatem æquè convenire deprehenditur: Cum enim requiratur & cylindrus in helicem inflexus, & Matrix illi congruens, ita ut alteri quies, alteri motus debeatur; perinde est si matrice immotâ cylindrus convertatur, atque si manente cylindro matrix ipsa convolvatur, modò Potentia æquali Radio utatur, sivè cylindri capiti, sivè Matrici infixo: eadem siquidem sunt potentiæ momenta, & æqualis motus ponderis; æqualiter enim promovetur matrix in cylindro stabili, atque cylindrus in Matrice immmotâ. Id quod maximè locum habet, ubi opus est compressione, & vulgatissimus est apud varios artifices usus.

Jam verò quod ad diuturnitatem spectat, diffitendum non est cochleam frequenti usu atteri, est enim perpetuus illius cum suâ Matrice conflictus, quamvis plurimùm juvet, si smegmate, aut pingui aliquo humore inungatur, quo lubrica fiat, ut faciliùs convolvatur, minúsque atteratur. Deinde quamvis unica spira matrici sufficiat, ut vel ipsa, vel cylindrus promoveatur, aut retrahatur, nihilominus faciliùs labem patitur, quàm si plures in spiras fuerit excavata: cum enim aut à gravitate ponderis sustollendi, aut à partium constipatione repugnantium compressioni, ipsa unica resistentiam inveniat, utique vel ponderis gravitas ipsi uni innititur, vel potentiæ conatus, reluctante corpore comprimendo aut trahendo, in illam solam effunditur. Propterea expedit alteram saltem, aut tertiam spiram addere, ut diviso in plures conatu firmitati consulatur.

Eandem ob causam aliquando cylindrum complectitur non unica

unica ſpirarum ſeries, ſed & alia illi parallela additur (nec quicquam prohibet, quin & plures duabus ſint hujuſmodi parallelarum ſpirarum ſeries) ut multo validior ac firmior ſit cochlea, ne facilè ſpira aliqua diſſipetur, aut ſi qua labefactetur, nullum ſequatur incommodum, alterâ ſpirâ parallelâ ejus vices ſupplente. Sic ſpiræ A B C D E F parallela ſtatuitur altera ab I incipiens, & per K L M N O P ſimili lapſu ſerpens. Ex hac tamen multiplici ſpirâ non augetur momentum potentiæ applicatæ Radio V S; neque enim circulus à potentiâ in S applicatâ deſcriptus comparandus eſt cum A K, ſed cum A C; unicâ ſiquidem cylindri convolutione promovetur cylindrus non ex A in K, ſed ex A in C. Propterea oblato cylindro in Cochleam deformato diligenter attendendum eſt, utrum plures ſint ſpirarum ſeries, an unica; ne fortè ex brevi inter proximas ſpiras intervallo perperam conjicias lineam ſpiralem magis inclinatam, quàm reipſa ſit; prius enim dijudicandum eſt, an illæ proximæ ſpiræ ad eandem Helicem ſpectent; attenditur ſcilicet intervallum ſpirarum ad eandem ſeriem continuo ductu pertinentium.



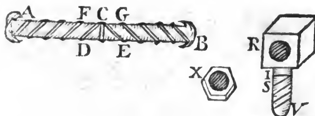
CAPUT II.

An utilis ſit Cochlea duplex contraria.

QUamvis ad ſuperandam modico labore reſiſtentiam non modicam corporis, quod Cochlea urget, aut trahit, hujuſmodi Facultas ſit potiſſimùm excogitata, ſæpiſſimè tamen cochleam adhibemus non ad vincendam reſiſtentiam, quæ aliquando tenuiſſima eſt, ſed unicè ad motum ita temperandum, ut pro opportunitate exiguus ſit; neque enim muſculorum motum ita attenuare pro arbitrio poteſt homo, ut ſemper quàm minimus

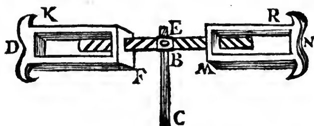
minimus contingat: propterea deformato in cochleam cylindro utimur, ut majori potentiæ motui minor motus in corpore movendo respondeat. Sic ad excipiendas objectorum corporum species opticas aut lumen, cum non eadem semper tubospecilli longitudo opportuna sit pro variâ tum objecti distantiâ, tum oculi conformatione, prudenter ab aliquibus extremus tubulus, cui lens ocularis inseritur, in spiram contorquetur, ut faciliùs & citiùs justam longitudinem assequantur: id quod ægrè obtinerent, si rectâ tubulum illum adducerent, aut reducerent, ut satis experientiâ constat.

Hinc aliquando contingit oppositos motus conciliandos esse duobus corporibus ita, ut aut ad se mutuò accedant, aut magis invicem disjungantur, sive illa motui valde repugnent, sive sola motûs tarditas requiratur. Propterea ejusdem cylindri longitudo in duas helices distinguitur, quæ simili quidem ductu cylindrum circumplectuntur, sed illis in diversa abeuntibus, unius spiræ non sunt alterius spiris parallelæ; quæ eatenus contrariæ vocari possunt, quatenus oppositos motus efficiunt, neque eæ sunt, quæ in unam continuam spiram coalescere queant.



Ex cylindri A B medio puncto C exeant duæ spiræ ad easdem partes inclinatæ, hinc C D versùs extremitatem A procedens, hinc verò C E versùs extremitatem B; utraque enim suam matricem habens, cui inseratur, dum convolvitur cylindrus, matricem longiùs à medio promovet, aut ad medium attrahit; atque cum matrice adnexa corpora simili & æquali motu moventur. Hinc si utraque matrix proxima sit medio puncto C, ex primâ convolutione cylindri altera per C D removetur usque in F, altera per C E in G; atque adeò sicut matrices moventur per C F, & C G, ita eadem mensura corporum adnexorum

tus ad ponderum motum habeat majorem Rationem. Sic

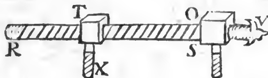


duplici cochleâ cylindro circumductâ ad medium E sint foramina, quibus vectis B C subinde inferri possit: duo autem membra F D, & M N ex materiâ satis solidâ, qua extremitate respiciunt vectem, matricem habeant cochleæ congruentem, ut ex vectis & cochleæ conversione aut ad se invicem accedant, aut sejungantur: reliqua extremitas exterior D & N cava sit, ut corpus repellendum comprehendatur, reflectatur verò quasi in uncos K & R, ut si duo corpora attrahenda fuerint, iis apprehendantur, sivè proximè & immediatè, sivè funibus adnexa.

Quanta sit hujus instrumenti vis, etiam ad frangenda aut dilatanda ferrea clathra, hinc patet, quòd, longiore vecte addito, potentiæ momenta notabiliter augentur; quia potentia percurrit peripheriam circuli, cujus Radius à cylindri centro ad vectis extremitatem producitur, pondera verò non nisi pro spirarum intervallo moventur. Ubi tamen advertendum est, utrum cylindrus ita sit alicui loculamento insertus, ut ejus medium D E nec ad dexteram, nec ad sinistram declinare queat, an verò liber omnino sit. Si enim interjectum movendis corporibus instrumentum omnino liberum sit, pondera verò movenda inæqualiter resistant comparatis, aut eorum gravitatibus, aut momentis ratione planorum non uno modo inclinatorum, aut ex disparili superficierum asperitate, non sequitur æqualis eorum motus, sed qua parte major invenitur resistentia, minor quoque est motus; quamvis utrumque æqualiter distet à medio cylindri, quod repellitur quodammodo ad eam partem, ubi levior est resistentia. Si enim ad N sit aliquid obstans motui, ut paries, aut firmi-

chleam deformati, ne intrà foramen ulteriùs excurrat.

Simili planè ratione ad divaricanda aut contrahenda circini crura, uti poteram unicâ & simplici cochleâ R S: cylindri illius extremitas extenuetur in minorem cylindrum

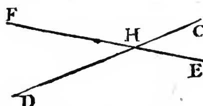


exquisitè lævigatum, qui prominentis capitis O foramini cylindrico pariter polito inseratur, & exteriore ansula V converti pro arbitrio possit. Alterius clavi T X caput T matricem habeat cochleæ congruentem: nam conversa ansula V adducet clavum T, & cum eo crus circini, ad O, aut ab hoc illum removebit, & crura divaricabit: & quidem faciliùs licebit minutam in accipiendis punctorum distantiis subtilitatem persequi; quandoquidem uni integræ conversioni cylindri respondet unicum spirarum intervallum, non autem duo intervalla hujusmodi, quemadmodum cùm duplex est cochlea.

Quæ verò hìc dicta sunt, in pluribus aliis locum habere possunt, in quibus pro opportunitate modò simplicem, modò duplicem cochleam prudens Machinator adhibebit: Et quidem si duplex futura sit cochlea, neque æquali motu movenda sint in oppositas partes corpora, cochleas ipsas non simili, sed inæquali, spirarum inclinatione formari jubebit. Cochleam autem ipsam opportuno loco statuet: & si fortè corporum ipsorum motus paulò velocior aut major requiratur, quàm ferat ipsa cochleæ convolutio, duobus vectibus decussatis, & circa axem in decussatione versatilibus uti poterit, atque cochleam cum suis clavis & matricibus (ut superiùs de circino dictum est) non procul à decussatione collocabit; nam modica illius convolutio non exiguum motum tribuet corporibus in vectium illorum extremitate positis, quippe quæ à decussatione magis distant, quàm cochlea.

At, inquies, hoc idem Ergatâ præstari poterit: si enim funes breviorum brachiorum extremitatibus C & E adnexi

connectantur cum Ergatæ cylindro, ex hujus conversione accedent ad se invicem extremitates C & E, ac propterea etiam velociùs corpora in F & D movebuntur. Ita planè: non diffiteor: sed si extremitates C & E proximas disjungere oporteat, adeóne promptus erit Ergatæ usus, quin alio artificio opus sit, ut hujus ope disjungantur? Præterquam, quod sæpè multum spatij ad collocandam Ergatam requiritur; si maximè opus sit illi pegma construere. Quid verò si vectes ipsi promovendi sint, non retrahendi, ut in rebus scenicis contingere potest? Quid si in sublimiore loco res perficienda sit? quàm incommodè opportuna Ergata satis longo vecte instructa ibi parabitur? Sed illud potissimum attendendum est, quod vis cochleæ longè major est; nam in Ergatâ Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis est eadem cum Ratione peripheriæ ab extremitate vectis descriptæ ad cylindri ambitum, hoc est longitudinis vectis usque ad axem cylindri, ad ipsius cylindri semidiametrum: at in cochleâ peripheria ab extremo vecte descripta non comparatur cum ipsius cylindri perimetro, sed cum proximarum spirarum intervallo, quod sæpissimè minus est (saltem potest esse minus, si magis inclinatæ & spissæ sint spiræ) quàm cylindri diameter, aut ejus perimeter: ac proinde major est Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.



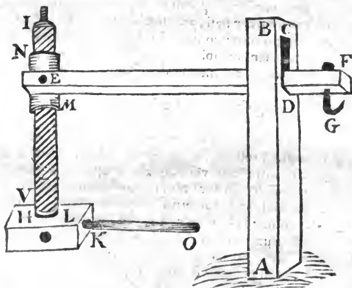
CAPUT III.

Cochlea cum Vecte, atque cum Axe componitur.

Contingere potest aliquando onus Vecte elevandum esse, tantam verò illius gravitatem deprehendi, ut sufficiens Vectis longitudo non suppetat pro ratione operarum, quas adhibere

adhibere possumus, aut saltem eæ sint loci angustiæ, ut neque hujusmodi Vectis longitudinem, neque operarum multitudinem capiat: plures autem Vectes componere omnino incommodum sit, quia, ut in loco dictum est, minimus fieret oneris elevandi motus. Præstabit igitur Cochleam Vecti addere, ubi maximè frequens futura sit hujusmodi ponderum elevatio, quemadmodum propè telonia, ubi ingentes mercium sarcinæ attollendæ sunt, ut plaustris avehendæ imponantur, aut advectæ ex iis deponantur.

Erigatur tignum A B ad perpendiculum firmiter infixum plano subjecto, tanta verò sit crassities tigni, ut in eo excavari



possit crena C D, per quam tignum aliud E F immitti facilè valeat adeò solidum, ut Vectis munere fungatur, ubi extremo unco G funibus adnexum fuerit onus. Ut igitur facillimè oneris elevatio perficiatur, cochlea H I prismati H L infixa (satiùs fuerit, si ejusdem ligni pars in prisma, pars in cochleam deformetur) ad perpendiculum erigatur inserta matrici N M: sit autem ita solida matrix, ut illi adnecti queat tignum E F clavo E, circa quem facilè versari possit tignum ipsum, quando attollitur aut deprimitur. Demum subjecto prismati H L non

non solùm in quatuor faciebus insint foramina, quibus immittatur Radius K O, verùm etiam in infimâ basis parte, quâ respondet axi cylindri in cochleam deformati, sit polus, circa quem convolvi possit: Hic tamen (ut satis manifestum est) intrà ferream laminam ritè applumbatam lapidi in terrâ firmissimè defixo, aut certè adeò gravi, ut longè omnem elevandarum sarcinarum gravitatem vincat, ita contineri debet, ut indè nullo pacto eximi valeat, neque à prismate avelli.

Quod si non fuerit inter pavimentum & laqueare intervallum enorme, faciliùs erit congruam trabis partem in cochleam deformare, illámque basi imponere (cujus altitudo commodam Radij K O conversionem præstet) atque circa duos polos, alterum eidem subjectæ basi, alterum lacunari infixum, convolvere. Aut saltem proximo parieti infigatur tignum horizontale, quod prominens excipiat superiorem polum, atque prohibeat, ne vi ponderis ex unco G dependentis, in altum abripiatur cochlea.

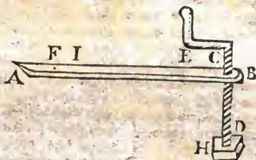
Hic vides compositam cum Vecte Cochleam, quæ Vectis vires notabili incremento auget. Est autem vectis hypomochlium in eâ incisæ aut insculptæ crenæ parte, quæ cochleam respicit, quando pondus attollitur, & vectis caput F supra lineam horizontalem elevatur; secùs verò, quando deprimitur vectis infra lineam horizontalem, tunc enim hypomochlium est in D. Sit igitur hypomochlium ad totius longitudinis E F bessem; ac proinde Ratio motûs potentiæ in E, ad motum ponderis in F, est dupla. Ponamus Radij K O extremitatem O ab axe cylindri distare intervallo saltem decuplo intervalli spirarum cochleæ H V: ergo potentia describens peripheriam circuli, cujus diameter est 20, habet motum, qui est, ut minimum, ut 62 ad motum H V, hoc est ad motum extremitatis E: hujus autem motus est duplus motûs ponderis in F: igitur motus potentiæ est ad motum ponderis ut 124 ad 1. Quare ut major sit motus ponderis, poterit hypomochlium minùs abesse ab extremitate E; vix enim tales sunt sarcinæ, quæ ut moveantur, citrà laborem sustentandi, indigeant 60 hominibus.

At si loci ratio ferat, suaderem potiùs Vectem secundi generis, ita ut altera vectis extremitas insisteret tigno A B, & pondus inter tignum & cochleam interciperetur: sic enim quò

pondus

pondus esset propius cochleæ, ad majorem altitudinem attolleretur, licèt majore conatu; sed cochleæ vis abundare videtur, & Vectis secundi generis semper auget momenta.

Nec dissimili ratione Vectem manu tractabilem ita cochleâ instruere possumus, ut ad ingentia pondera movenda satis sit. Finge siquidem revellendas suis è cardinibus ingentes alicujus basilicæ valvas, ut reficiantur; ferreus vectis A B paretur extremitate A subjiciendus ponderi, & altera extremitas B in matricem cochleæ excavetur: in hanc



immittatur cochlea C D, manubrium habens C E: atque ut cochlea faciliùs convertatur, neque pavimentum atterat, paratam habeto ferream laminam H, quæ illi subjiciatur. Nam si ponderi supponatur vectis ex. gr. in F ad totius longitudinis sextantem, manubrij autem longitudo C E sit saltem decupla intervalli spirarum cochleæ, utique peripheria descripta à potentiâ in E, ad elevationem extremitatis B, est saltem ut 62 ad 1: elevatio autem ipsius B, ad elevationem ponderis in F, est ut 6 ad 1: igitur motus potentiæ ad motum ponderis est ut 372 ad 1. Quapropter, etsi initio parùm attollantur fores, & subjecto cuneo, ne recidant, atque revolutâ cochleâ deprimendus, ac promovendus sit vectis, ut pondus sit in I, puta ad totius longitudinis quadrantem aut trientem, adhuc potentiæ momenta erunt ut 248, aut 186 ad 1: quæ sanè exigua non sunt pro simplici hujusmodi machinulâ.

Huc pariter spectat præli genus in meâ patriâ vulgare (in locis potissimùm montanis, ubi faciliùs ingentes lapides non procul advehendi suppetunt) quo ex uvæ jam calcatæ reliquiis tortivum mustum exprimitur. Roboris, quoad fieri potest, longissimum truncum unâ cum imo caudice assumunt, & ita ramis omnibus spoliant, ut tamen bifurcum relinquant, quatenus

bifidæ illi extremitati inniti, atque connecti valeat matrix cochleæ, quæ convertatur circa polum ingenti subjecto lapidi insistentem, sed eâ ratione, ut demum etiam lapis attolli queat. Truncum verò illum, qui præli munere fungi debet, præter extremum caudicem crassissimum, dedolant, ut inter bina tigna hinc atque hinc in alvei lateribus ad perpendiculum erecta interjectum prælum attolli ac deprimi possit citrà impedimentum, quod alioqui ipsa rudis asperitas pareret. Porrò tigna illa bina erecta, aut ex adverso rotundis aliquot foraminibus perforant, quibus immitti possit crassiusculus cylindrus, seu ferreus vectis, aut illa incidunt patente crenâ, cui inseri valeat repagulum; eo consilio, ut alterutra præli extremitas pro opportunitate prohibeatur, ne ascendat, aut descendat. Quare convoluta cochlea attollit matricem, & opposita præli extremitas amotis omnibus subjectis repagulis sensim descendit: ubi autem eò venerit, ut non absit ab altitudine eorum, quæ in torculari calcanda sunt, immittitur superiùs repagulum, ne amplius attolli valeat; Tum revoluta in contrarium cochleâ matricem cum præli extremitate deorsum trahit: & quoniam reliqua extremitas attolli nequit, obstante repagulo, premuntur uvæ, & in Lacum defluit mustum. Ubi demum adeò compressa fuerint vinacea, ut facilius sit lapidem cochleæ adnexum attollere, quàm illa magis comprimere, ex cochleæ conversione attollitur lapis; quem ad mediocrem altitudinem elevatum pendere diutiùs permittunt, ut, lapidis gravitate deorsum conante, à prælo exprimatur, quantulumcumque musti adhuc vinaceis inest. Duplex igitur hìc consideranda est pressio: altera quidem vi potentiæ cochleam volventis; & hìc cochlea cum vecte secundi generis componitur; est enim prælum vectis, cujus hypomochlium est in eâ extremitate, quæ repagulo prohibetur, ne attollatur; potentiæ autem vectem hujusmodi deprimentis vices obit cochlea claviculatim striata; quæ tamen motûs originem non habens sibi insitam, potentiæ munus & nomen relinquit vectiariis illam versantibus. Altera pressio fit, cessante convolutione cochleæ, vi gravitatis lapidis suspensi; & tunc non nisi Ratio vectis intervenit, atque Potentia est ipsa gravitas.

Sed quoniam non ubique reperiuntur aut tam ingentes lapides, aut tam longæ arbores, communiter universus premendi

labor

labor vectiaris incumbit cochleam unam, aut alteram versantibus. Si duæ sint cochleæ ad opposita torcularis latera constitutæ, matricem habent in ipso prælo excavatam, quod suâ conversione deorsum trahunt, ut ex subjectis vinaceis exprimatur mustum: & tunc nihil est, quod Vectis momenta exerceat, sed sola vis Cochleæ habetur. At si unica fuerit cochlea (quemadmodum & in typographorum torculis) præli non est usus; sed transversæ trabi superiori immotæ inseritur per excavatas congruentes strias cochlea, quæ in conversione depressa calcat impositum vinaceis planum ex solidis asseribus. Verùm contingere potest ut non sit vectiario spatium expeditum, quando, post modicam & faciliorem compressionem breviore vecte peractam, adhuc longiore Radio utendum esset ad contorquendam cochleam. Propterea ab Axe in Peritrochio subsidium facile peti potest; si videlicet extra torcularis alveum ligneus cylindrus ad perpendiculum erigatur circa suos polos, alterum subjecto plano, alterum exporrectæ è proximo pariete trabi, infixos versatilis: huic funem adnecte, qui extremo unco apprehendat annulum Radij, quo cochlea versatur: cylindro enim infixus Radius dum illum volvit, & funem illi circumducit, cochleæ vectem ad se rapit, & vehementiùs premitur subjectum cochleæ planum, quàm si eadem cochlea duplo longiore vecte convolveretur.

Unum tamen hic observandum, videlicet in hujusmodi conversione non eadem esse momenta, quandoquidem funis extentus non eundem semper cum cochleæ vecte angulum constituit; eò autem minora sunt momenta, quò magis hic ab angulo recto recedit, ut ex iis constat, quæ lib.4. cap.7. dicta sunt. Quapropter expedit cylindrum illum versatilem non longiùs à torculari abesse, ut funis minùs acutum angulum cum vecte constituat, quando vectis extremitas incipit suæ peripheriæ arcum describere: atque adeò ita statuendus videtur cylindrus, ut quando funis angulum rectum constituet cum cochleæ vecte, hic jam percurrerit arcum non majorem semirecto angulo, respondentem gradibus 45: sic enim fiet, non nimis acutum esse angulum initio tractionis, & progrediendo augeri, donec fiat rectus: deinde, licèt momenta decrescant angulo in obtusum transeunte, ubi nimis obliquus factus fuerit angulus, poterit in

aliud foramen immitti Radius, laxato prius fune ex cylindri revolutione. Quapropter ut potentiæ cylindrum volventis momenta ad calculos revoces, maximum momentum est fune ad cochleæ Radium perpendiculari: quamvis autem non semper progrediente motu constituat angulum rectum, tunc tamen perinde computandum est momentum, atque si eandem positionem ad angulum rectum servatura esset potentia per funem Radio applicata; præterita siquidem atque futura applicatio nihil minuit præsentis applicationis virtutem. In eâ verò applicatione perpendiculari, momenti Ratio desumenda est ex circuli à Radio descripti peripheriâ, atque ex intervallo spirarum cochleæ: quæ Ratio componenda est cum Ratione Radij cylindrum volventis ad ejusdem cylindri semidiametrum.

Sed ut habeantur momenta aliarum positionum, inquirendus est angulus applicationis funis ad eundem cochleæ vectem.

Et primò quidem datur Radij cochleæ infixi longitudo A B, semidiameter cylindri C D, & distantia A D. Inquiratur, in quo puncto accidat positio funis perpendicularis ad Radium cochleæ: hæc utique non fit, nisi fune tangente utramque peripheriam tum circuli à Radio A B descripti, tum cylindri; & erit B C. Quia igitur linea B C utrumque circulum tangit, ductis semidiametris A B & C D, anguli A B C, & D C B sunt recti, ex 18. lib. 3: igitur ex 27. lib. 1. lineæ A B

&

& D C ſunt parallelæ, & per 29. lib. 1. anguli alterni B A D, & C D A ſunt æquales: ſed & anguli ad verticem E ſunt æquales: ergo triangula B A E, C D E ſunt ſimilia; & per 4. lib. 6. ut B A ad C D, ita A E ad D E; & componendo ut A B plus C D ad C D, ita A D ad D E: innoteſcit itaque D E. Quare ex quadrato ipſius D E auferatur quadratum lateris D C, & reſidui Radix erit recta C E. Fiat ergo ut D C ad C E, ita A B ad B E; atque additis B E & C E nota eſt tota B C.

Deinde aſſumatur poſitio Radij A F, ita ut arcus F B non ſit major gradibus 45. Dato igitur arcu illo, hoc eſt angulo F A B, noti ſunt anguli A F B, A B F trianguli iſoſcelis ad baſim B F, ſinguli enim habent ſemiſſem reſidui ad duos rectos: atque adeò, ſi recto C B A addatur notus A B F, innoteſcit anguli obtuſi C B F quantitas: Inventum jam eſt latus C B, & latus B F ſubtenſa dati arcûs ex Canone Sinuum innoteſcit in partibus Radij A B; quapropter ex Trigonometria inveniri poteſt baſis C F, & angulus B F C; qui ſi auferatur ex noto angulo B F A, remanet quæſitus angulus C F A applicationis funis C F ad vectem A F. Habetur itaque ex hujuſmodi applicatione ad vectem per angulum acutum C F A Ratio momenti comparati cum momento applicationis ad angulum rectum C B A: eſt enim ex dictis lib. 4. cap. 7. ut Sinus anguli acuti ad Radium. Fiat igitur ut Radius ad Sinum anguli A F C, ita peripheria deſcripta à vecte A B ad aliud; & hoc inventum comparandum eſt cum intervallo ſpirarum cochleæ, ut habeatur Ratio momenti potentiæ in C conſtitutæ, & applicatæ ad vectem A F cum directione C F. Componenda deinde eſt hæc Ratio cum Ratione Radij D H cylindrum volventis, ad ejuſdem cylindri ſemidiametrum D C; & habebitur adæquata Ratio momenti potentiæ in H.

Tertiò. Ex puncto C ad A ducatur recta C A: & cum in triangulo A B C rectangulo nota jam ſint latera A B & B C circa rectum, invenitur hypothenuſa A C, & angulus B A C. Tum ex 33. lib. 3. ſuper rectâ A C deſcripto circuli ſegmento capiente angulum obtuſum æqualem Supplemento anguli A F C ad duos rectos, in puncto I, ubi hujus ſegmenti arcus ſecat peripheriam à Cochleæ vecte deſcriptam, concurrant duæ rectæ A I & C I. Eſt igitur triangulum C A I, in quo data ſunt

latera C A & A I unà cum angulo A I C noto, utpote ex constructione æquali supplemento ad duos rectos anguli jam noti A F C. Quapropter inveniatur angulus I A C, qui demptus ex jam invento angulo B A C, relinquit angulum B A I; ac propterea notus est arcus B I, qui additus arcui B F dabit totum arcum F I, in quo primùm momenta crescunt ex F in B, deinde decrescunt ex B in I, ubi angulus obtusus tantumdem excedit rectum, quantum à recto deficit acutus A F C; atque adeò in F & I æqualia sunt momenta.

Antequam verò praxim hanc exemplo illustrem, ut subductis calculis noverit Machinator, quonam pacto omnia disponenda sint, monendus est lector à me ideò semper idem punctum C assumptum fuisse, quia in re Physicâ nullus subrepere potest error notabilis. Cæterùm si funem extentum consideremus semper quasi lineam tangentem cylindri peripheriam, satis manifestum est, si linea B C est tangens in puncto C, & angulus B C D est rectus, non posse lineam à puncto F productam ad contactum cadere in punctum C; sed ultrà illud, ita ut demum veniat punctum contactûs in C, quando positio vectis fuerit A B, & iterum punctum contactûs recedat à C, quando positio vectis fiat A I. Verùm quia exiguum est hujusmodi discrimen, propterea unum idemque punctum C assumptum est, cum non sequatur physicè ullum incommodum ex hoc Geometricæ accurationis contemptu.

Sit igitur ex. gr. spirarum cochleæ intervallum unc. 2; & vectis longitudo A B cubitorum 3, hoc est unc. 36: quare integra peripheria hoc Radio est unc. 226; atque ideò in B, ubi applicatio est ad angulum rectum, Ratio motuum seu momentorum est ut 226 ad 2, hoc est 113 ad 1. Sit cylindri semidiameter D C unc. 3, atque D H similiter unc. 36: est igitur Ratio motûs seu momenti potentiæ in H, ad motum seu momentum in C ut 12 ad 1. Ratio itaque composita ex Rationibus 113 ad 1, & 12 ad 1 est Ratio 1356 ad 1: quæ longè major est, quàm si cochleæ adhiberi potuisset Radius cubitorum 6., non addito Axe in Peritrochio. Ut inveniatur longitudo B C, primùm fiat ut A B plus D C ad D C, hoc est ut unc. 39. ad unc. 3. ita distantia A D data unc. 65, ad E D unc. 5. Igitur in triangulo E C D rectangulo, cujus hypothenusa E D unc. 5. latus

tus D C unc. 3. est latus E C unc. 4: atque adeò ut D C 3 ad C E 4, ita A B 36 ad B E 48; cui addita C E 4 dat totam perpendicularem B C unc. 52.

Ponatur arcus F B gr. 45; ergo ejus subtensa 76536 partium, quarum Radius A B unc. 36 est 100000, erit unc. 27 $\frac{1}{2}$: anguli verò A F B, A B F sunt singuli gr. 67. 30′. Quare in triangulo F C B datur angulus C B F gr. 157. 30′. comprehensus à lateribus C B unc. 52, & B F unc. 27 $\frac{1}{2}$. Invenitur ergo angulus B F C gr. 14. 45′, qui ex angulo B F A gr. 67. 30. demptus relinquit angulum A F C gr. 52. 45′; cujus Sinus est particularum 79600. Igitur ut Radius 100000 ad 79600, ita momentum Applicationis per angulum rectum, quod erat ut 113, ad 90 proximè, momentum Applicationis per hunc angulum A F C acutum. Compositis itaque Rationibus 90 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H erit 1080.

Demum in triangulo A B C rectangulo ex lateribus A B 36, & B C 52, reperitur hypothenusa A C 63 $\frac{1}{4}$, & angulus B A C gr. 55. 18′. Quapropter in triangulo A I C datur latus A C 63 $\frac{1}{4}$, & angulus illi oppositus A I C gr. 127. 15′. & præterea latus A I 36: ex quibus invenitur huic oppositus angulus I C A gr. 26. 56′. Igitur tertius angulus C A I est gr. 25. 49′: qui si auferatur ex angulo B A C gr. 55. 18, reliquus est angulus B A I gr. 29. 29′. Igitur totus arcus F I est gr. 74. 29′.

Ut autem appareat, quid conferat amplitudo arcus B F, statuatur hic gr. 60. & huic æquales sunt anguli ad basim B F; quæ recta B F est ipsi A B æqualis, hoc est unc. 36. Quare in triangulo F B C datur latus F B unc. 36. & latus B C unc. 52, & angulus ab iis comprehensus gr. 150: invenitur ergo angulus B F C gr. 17. 47′; qui ablatus ex B F A gr. 60. relinquit C F A gr. 42, 13′: cujus Sinus est partium 67193. Igitur ut Radius 100000 ad 67193, ita 113 ad 76, quod est momentum Applicationis per hunc angulum acutum: atque compositis Rationibus 76 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H est ut 912. In triangulo verò A I C dantur latera A I unc. 36, & A C unc. 63 $\frac{1}{4}$ & & Supplementum anguli A F C ad duos rectos est angulus A I C gr. 137, 47′: ergo invenitur angulus A C I gr. 22. 29′. Est igitur angulus I A C gr. 19. 44′: qui demptus ex angu-

lo

lo B A C gr.55.18'. ſuperiùs invento, relinquit angulum I A B, hoc eſt arcum I B gr. 35.34'. Quare totus arcus F I eſſet gr.95.34'. Ex quo vides intra eoſdem terminos æqualium momentorum, minora eſſe extrema momenta in F & I, ſed per majorem arcum, ſi incipias motum in majore diſtantiâ à puncto Applicationis per angulum rectum: propterea ſatius videtur majora obtinere momenta, & minorem arcum deſcribere: ideò dixi aſſumendum eſſe arcum B F non majorem gradibus 45.

His ſimilia de Succulâ dicenda ſunt, quæ de Axe perpendiculari diximus, ſi ſucculâ potiùs utendum loci & motûs quæſiti opportunitas ſuadeat: id quod ita per ſe clarum eſt, ut in his diutiùs immorari non ſit opus.

CAPUT IV.

Cochleæ Infinitæ vires explicantur.

VAlidiſſimam omnium Facultatum Cochleam eſſe ex ſuperioribus manifeſtum eſt: ſed illud accidit incommodum, quod nimis brevibus terminis coërcetur; quos nimirum ejus longitudo definit; ſivè illa circa ſuum axem convoluta intrà Matricem immotam moveatur, ſivè illa poſitionem non mutans ex convolutione attrahat aut repellat Matricem & pondus ei adnexum. Propterea alius cochleæ uſus excogitatus eſt citrà ullam Matricem, cui inſeratur, atque ejuſmodi, ut cochleæ converſioni nullus ſtatuatur finis, eaſdémque ſemper exerceat vires. Hinc Cochleæ Infinitæ, aut Viti Perpetuæ nomen inditum eſt.

Cylindrus circa ſuum axem, appoſito manubrio, verſatilis in brevem cochleam deformatur unâ aut alterâ ſpirâ contentus: ita autem ad tympani dentes accommodatur, ut eorum intervallum ſit ſpirarum intervallo congruens; hoc eſt initium ſpiræ apprehendat unum tympani dentem; dúmque ex Cochleæ convolutione dens primus tantum promovetur, quantum exigit ſpirarum diſtantia, unâ converſione abſolutâ iterum ini-

tium ſpiræ apprehendat ſecundum tympani dentem proximè conſequentem, ex tympani convolutione jam conſtitutum in eodem loco, in quo erat primus dens initio motûs: atque ita deinceps omnes ſubinde dentes apprehenduntur à cochleâ; ſemélque revoluto tympano, iterum à primo dente incipit ſecunda illius convolutio. Hinc quia cochleâ hujuſmodi, quatenus ad ſe pertinet, nullum ſtatuit convolutionibus terminum, etiamſi definitum habet ſpirarum numerum, immò unicam habeat ſpiram, Infinita dicitur, nam & tympanum orbitam habens in ſeſe redeuntem plurimis ſine fine convolutionibus circumagi poteſt. At ſi tympani loco rectam appoſueris laminam denticulatam, quæ ex Cochleæ hujuſmodi converſione alium atque ſubinde alium dentem apprehendentis adduceretur, aut repelleretur; an illa appellanda eſſet Cochlea Infinita, quia longiorem atque longiorem ſinè fine laminam ſimiliter movere poſſet; iis examinanda relinquatur quæſtio, quibus de vocabulo diſputandi otium eſt.

Tympano autem infixus eſt Axis, ſive ille ſimplex ſit, cui ductarius funis circumvolvatur, ſivè ſtriatus fuerit, qui aliud tympanum convertat, prout ſuo loco, ubi de Axe in Peritrochio diſputatum eſt. Quapropter vis Cochleæ componitur cum vi tympani, quod ab illâ convertitur: idcirco huic Machinæ Cochleæ Compoſitæ aliqui nomen fecerunt. Cùm itaque ſingulis cochleæ converſionibus ſinguli dentes tympani promoveantur, toties convertitur cochlea, quot in tympani orbitâ numerantur dentes. Potentiæ igitur motus, quo illa manubrium verſans deſcribit circuli peripheriam, ducendus eſt per dentium numerum, ut habeatur Ratio motûs Potentiæ, ad motum orbitæ tympani. Cum verò data ſit Ratio tympani ad ſuum Axem, data eſt Ratio motûs orbitæ tympani ad motum ponderis fune ductario attracti. Hæ duæ Rationes componantur, & nota erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Sit cochleæ manubrium digitorum 7; igitur peripheria circuli à potentiâ manubrio applicatâ deſcripti eſt ferè digit. 44: tympani ſemidiameter ad ſui Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1: Sit autem tympani orbita in dentes 24 diſtincta; ac propterea dum ſemel tympanum cum ſuo Axe volvitur, motus Potentiæ eſt digitorum ferè 44 vicies & quater ſumptorum hoc eſt digit. 1056.

Si igitur tympani ſemidiameter ſit digit. 4, & Axis ſemidiameter dig. 1, illius peripheria eſt ſaltem digit. 25, hujus verò peripheria ſaltem digit. $6\frac{1}{4}$, quantus eſt ex unâ tympani converſione motus ponderis. Itaque motus Potentiæ ad motum ponderis eſt ut 1056 ad $6\frac{1}{4}$, hoc eſt proximè ut 169 ad 1.

Hinc ſi plura fuerint Compoſita Tympana, eorum Ratio, quæ ex Rationibus diametrorum tympanorum ad ſuorum Axium diametros componitur, aſſumenda eſt, atque attendendum quoties volvatur cochlea, ut primum tympanum cochleæ proximum circumagatur: deinde per numerum dentium primi tympani ducendus eſt motus potentiæ manubrio cochleæ applicatæ; & ex Ratione tympanorum, atque ex Ratione Cochleæ, componenda eſt Ratio. Sit cochlea eadem, quæ priùs, eodémque manubrio inſtructa, adeò ut potentia ſemel cochleam verſans deſcribat circuli peripheriam digitorum ferè 44; & primum tympanum habens peripheriam dig. 25 in dentes 24 diſtributam, dum ſemel volvitur, potentia vicies & quater peripheriam dig. 44 deſcribens percurrit digitos 1056. Sit idem primum tympanum ad ſuum Axem ſtriatum ut 4 ad 1, ſecundum tympanum ad ſuum Axem fune ductario involutum ſit ut 3 ad 2: Ratio compoſita horum duorum tympanorum eſt ut 6 ad 1. Cum verò motus potentiæ manubrio applicatæ ad integrum motum peripheriæ tympani primi ſit ut 1056 ad 25 (nam ſingulæ converſiones manubrij cochleæ ad motum unius dentis ſunt ut 44 ad $\frac{25}{24}$) componatur hæc Ratio cum Ratione 6 ad 1, & erit motus potentiæ ad motum ponderis axi ſecundi tympani per funem ductarium applicati, ut 6336 ad 25, hoc eſt ferè ut $253\frac{1}{2}$ ad 1: atque adeò quo conatu potentia moveret libras decem; hac machinâ movebit libras 2535.

Verùm adhuc augeri poſſunt vires Cochleæ Infinitæ non multiplicatis tympanis dentatis, ſed cum illo unico, quod à Cochleâ movetur, componendo Trochleas: ſi videlicet alteri Trochleæ adnectatur pondus, altera Trochlea alicubi firmetur: tum funis ductarius, qui à Potentiâ arripiendus eſſet atque trahendus, axi tympani alligetur. Nam ſi Ratio, quam Trochleæ inferunt, componatur cum Ratione Axis in Peritrochio, atque Ratione Cochleæ, fit Ratio ex tribus Rationibus trium

Faculta-

Facultatum composita. Sic Ratio Cochleæ sit, ut priùs, 44 ad $\frac{25}{24}$, Ratio Tympani ad Axem sit 4 ad 1, Ratio Trochlearum, capite funis ad trochleam ponderis alligato (sint autem Trochleæ binorum orbiculorum) sit 5 ad 1: tres hæ Rationes Compositæ constituunt Rationem 845 ad 1. Quare quo conatu moveres libras decem, movebis libras 8450 tam facili & parabili machinâ.

Observanda sunt autem tam commoda, quàm incommoda, quæ hujus machinæ, scilicet Cochleæ Infinitæ usum comitantur. Neque in postremis illud numerandum est, quod tantula machinula facillimè transferri potest, ad pondera satis magna dimovenda; maximè si in plano raptanda sint suppositis scytalis, & trochleæ adhibeantur, quas non adeò crasso fune connecti oportet, quemadmodum si in sublime attollendum esset pondus, & fune ipso retinendum, ne relabatur.

Adde non requiri ampliora spatia, ut cochlea hujusmodi infinita circumagatur, & vel sedentem hominem solâ, neque multâ, lacertorum manubrium versantium contentione posse motum quæsitum perficere: atque si pondus attollatur, licet potentiæ, quandocumque libitum fuerit, cessare à motu, quin pondus suspensum recidat, etiamsi neque illi fulcrum subjiciatur, neque cochleæ manubrium retinaculo aliquo firmetur. Verùm in attollendis ingentibus oneribus non expedit hac machinâ uti, nisi tympanum dentatum satis magnum fuerit, ut Axem crassiorem atque validiorem admittat, cui ductarius funis circumduci queat; hic autem funis cum tenuis esse non possit, neque exilem Axem exigit. Præterea dissimulandum non est periculum, ne cochlea inutilis fiat; si videlicet vel unicus tympano dens excutiatur: ubi enim in conversione ad eam lacunam ventum fuerit, illico cessat tympani conversio, cum nullus ejus dens occurrat cochleæ. Propterea rem prudenter administrare oportet, ut congrua machina eligatur.

Porrò non contemnenda utilitas ex Cochleâ hac infinitâ percipi potest ad augendas communis Cochleæ vires sivè prementis, sivè etiam attrahentis. Eo videlicet loco, ubi aptandus esset Radius ad Cochleæ conversionem, tympanum dentatum adjiciatur, ex cujus centro exeat cylindrus in cochleam deformatus, & Matrici insertus: tympani verò dentes congruâ cochleæ

infinitæ ſpirâ excipiantur: Manubrio enim verſato cochlea infinita convertitur, & ſingulis converſionibus ſingulos tympani dentes, alios ſubinde atque alios promovens, tympani covolutionem efficit, atque cum eo pariter infixa cochlea verſatur. Prudenti autem Machinatori non deerit methodus, qua hujuſmodi Cochlea infinita applicetur, & ſimul cum tympano dentato deprimatur aut attollatur, ſi opus fuerit. Quapropter Ratio peripheriæ tympani ad intervallum ſpirarum ſuæ cochleæ, componenda eſt cum Ratione peripheriæ à manubrio deſcriptæ ad intervallum ſpirarum cochleæ infinitæ: ex hoc ſiquidem intervallo pendet motus peripheriæ tympani, cujus dentes apprehenduntur; quo enim preſſior eſt cochleæ infinitæ ſpira, eò tenuiores & frequentiores inſunt tympano dentes. Sit ex. gr. ſpirarum cochleæ prementis intervallum ſubtriplum ſemidiametri tympani, cui illa infixa eſt: igitur Ratio perimetri tympani ad intervallum ſpirarum eſt ut $18\frac{84}{100}$ ad 1. At Cochleæ infinitæ manubrium ad ejuſdem ſpirarum diſtantiam ſit ut 10 ad 1: Motus igitur potentiæ manubrium verſantis eſt ut peripheria deſcripta $62\frac{83}{100}$ ad motum unius dentis tympani ut 1. Ratio itaque ex his duabus Rationibus Compoſita eſt $1183\frac{7}{10}$ ad 1. Ex quo ſatis innoteſcit, quanto virium incremento addatur cochleæ vulgari cochlea hæc infinita tam brevi manubrio inſtructa, loco vectis admodum longi, quem ſpatij anguſtiæ non caperent.

Verùm non ad augendas tantummodo vires, ſeu, ut veriùs dicam, ad momentorum potentiæ incrementum, adhiberi poteſt cochlea infinita, ſed ad motum quantumvis exiguum: ſæpè enim motum extenuare opus eſt. Sic in automatis horas indicantibus vi laminæ elaſticæ longioris in ſpiram convolutæ, ad rotarum celeritatem aut tarditatem moderandam oportet ipſum elaterem modò intendere, modò remittere: quia verò in vulgaribus horologiis id perficitur convolutione rotæ dentatæ (cujus axi intimum ſpiræ elaſticæ caput adnectitur, atque ne lamina per vim complicata ſe in laxiorem ſpiram reſtituat, axem ipſum & rotam dentatam revolvendo, obliquis rotæ ejuſdem dentibus, qua parte recti ſunt, objicitur virgula elaſtica) ut minimum dentem unum promovere aut retrahere neceſſe

eſt.

eſt. At ſæpè contingere poteſt, ut elaſticam laminam jam valde intentam amplius intendere; quantum fert integra dentis unius converſio, celeriorem motum inferat, quàm temporis ratio poſtularet; propterea ſcientiſſimi artifices, rejecta virgulâ illâ elaſticâ, ita rotæ illius dentes conformant, ut cochleolæ infinitæ congruant; hæc enim convoluta valde minutis progreſſionibus laminam elaſticam intendit, aut remittit, & ubicunque placuerit, ſiſtitur.

Illud quoque non leve commodum (ut paulò ſuperius indicatum eſt) in attollendis ponderibus animadverſione dignum eſt, quod ſublato pondere atque ſuſpenſo, ceſſare poteſt potentia; & quamvis nec ab illâ, nec ab alio quolibet retinaculò manubrium cochleæ infinitæ retineatur, neque pendenti oneri fulcrum ullum ſubjiciatur, ipſa per ſe cochlea tympanum ſiſtit, & ſuſpenſum pondus impeditur, ne ſuâ vi recidat. Id quod in tympanis dentatis, neque in Succulis, neque in Trochleis, neque in Vecte obtinetur: quas Facultates ſi potentia dimiſerit, inchoato jam motu, neque illas aliquo retinaculo coërceat, priorem laborem irritum facit gravitas ſibi dimiſſa, ut ſatis apertè conſtat.

Poſtremò Cocheas infinitas cochleis pariter infinitis coagmentare ſi quis voluerit, is profectò momentis potentiæ immenſam quandam acceſſionem fecerit. Si enim primi tympani dentati Axem deformaveris in cochleam, quæ aliud tympanum pariter dentatum moveat, & ſecundi hujus tympani Axem item in ſpiralem ſtriam excavàveris, quæ tertium tympanum convertat unà cum Axe, cui ductarius funis circumducitur; ecce quot Rationibus componitur Ratio motuum potentiæ & ponderis. Prima Ratio eſt Peripheriæ à manubrio deſcriptæ ad diſtantiam ſpirarum primæ cochleæ. Secunda Ratio eſt peripheriæ primi tympani ad intervallum ſpirarum ſecundæ cochleæ. Secunda Ratio eſt peripheriæ primi tympani ad intervallum ſpirarum ſecundæ cochleæ. Tertia Ratio eſt peripheriæ ſecundi tympani ad intervallum ſpirarum tertiæ cochleæ. Quarta demum eſt Ratio peripheriæ tertij tympani ad ambitum ſui Axis. Ponamus ſingulas peripherias ad ſuæ cochleæ ſpirarum intervallum eſſe ut 30 ad 1, & tertij tympani orbitam ad ſui Axis ambitum eſſe ut 5 ad 1; componendæ ſunt tres Rationes

trigecuplæ cum unâ quintuplâ, & exurgit Ratio motûs potentiæ manubrio applicatæ, ad motum ponderis ut 135000 ad 1. Quo igitur conatu potentia moveret libras decem, hac trium cochlearum infinitarum complexione movebit millies mille trecentas quinquaginta libras, seu, ut vulgari vocabulo utar, millionem & trecenta quinquaginta millia librarum. Quid autem, si plura tympana cochleas infinitas habentia addantur? utique si primæ cochleæ manubrio agitatæ quatuor consequentia tympana cum suis cochleis addantur, eandem Rationem trigecuplam habentia, & quintum tympanum cum suo Axe Rationem quintuplam habeat, demum potentia momentum obtinebit ut 121.500000: &, si absque machinâ moveret libras decem, hac machinâ ex quinque cochleis cum sibi congruentibus tympanis movere poterit mille ducentos quindecim milliones librarum.

Neque sibi quisquam persuadeat opus esse ingentibus tympanis, ut validissimis cochleis respondeant: Experimento enim didicimus valde exiguas cochleas satis esse ad ingentia pondera attollenda, modò axis funi ductario destinatus satis firmus sit ac validus, & ferendo oneri par. Hic autem Axis (quemadmodum & in Ergatâ) si plurimum funem excipere debeat, ne in nimiam longitudinem protendatur, conformari potest in Cylindroides Hyperbolicum: nam ductarius funis illum aliquoties complexus (quantum satis fuerit, ne excurrat) colligi poterit, & in convolutione se ad apicem Hyperbolæ continebit.

At, inquis, hujusmodi motus ponderis nimis longa temporis spatia exigit. Ita planè: neque aliter contingere potest, siquidem tam ingens pondus movere volueris: an non præstat tantam molem demum loco cessisse, quam omnino immotam cuicumque conatui reluctari? Sed quid, si opportunissimum se præbeat proximus rivulus perennis? primæ cochleæ apponatur loco manubrij rota cum pinnis, in quas aqua incurrat; illa enim circumacta cochleam & consequentia tympana versabit, ac demum vel dormientibus operis moles ab exiguâ aquâ dimovebitur.

Quod si ex pluribus cochleis infinitis compositam machinam tibi construere volueris, ita tamen, ut modò majoribus, modò minoribus ponderibus movendis sit idonea citrà temporis dispendium,

pendium, ubi satis virium habetur in potentiâ; eâ ratione in loculamento dispone singulos axes in cochleam deformatos, ut eorum poli ex loculamento promineant, atque pro re natâ propelli seu retrahi aliquantisper valeat hic aut ille axis, ne ejus stria occurrat subjecti tympani dentibus. Nam si alterius saltem poli extremitas in quadratam figuram desinat, quæ inseri possit manubrio, hoc poterit huic aut illi axi aptari, quin superiores cochleæ hujus tympani convolutionem impediant. Quod si majora adhuc requirantur potentiæ momenta, proximè superior axis suum in locum restituatur, ut cochleæ stria in subjecti tympani dentes incurrat. Quapropter ad minora pondera movenda adhibeantur inferiores cochleæ, ad majora superiores.

CAPUT V.

Cochleæ usus aliqui indicantur.

ADeò frequens est & vulgatus apud plerosque artifices cochleæ usus, ut ex tam variâ ejus cum cæteris complexione unusquisque facilè colligere possit, quid facto sit opus, ubi eâ utendum necessitas aut utilitas suaserit. Ne tamen ab initâ in antecedentibus libris consuetudine in hujus operis calce recedam, pauca quædam indicare placuit, quæ in reliquis non admodum dissimilibus facem præferant.

PROPOSITIO I.

Aërem validè comprimere, aut dilatare.

FOllibus lusoriis aërem pyulco ingerentes majorem subinde atque majorem difficultatem percipiunt; quo enim magis aër conclusus à naturali raritate recedere cogitur, etiam majore nisu resistit, neque solùm magis densari renuit, sed & se latiùs explicare molitur. Hinc didicimus & pneumaticos fontes construere, qui Spiritu interno urgente aquam in altum evibrant,

brant, & plumbeas glandes fistulis ejaculari, non pulvere nitrato ignem concipiente, sed aëre per vim densato ad antiquas dimensiones recuperandas erumpente. Quoniam verò ingesta jam in conceptaculum non exigua aëris copia difficiliùs comprimitur novâ aëris accessione, quàm ut manus valeat trusillum rectâ impellere; idcirco trusilli hastulam deformatam in helicem, & suæ matrici insertam, adhibere operæ pretium erit: dum enim manubrio agitante contorquetur cochlea, sensim deprimitur embolus, aëremque ingerit. Ne autem morâ longiore opus sit perpetuâ versatione manubrij, ita cochleæ matrix externam vasis faciem contingat, ut illi adnecti, atque ab eo disjungi valeat: initio enim, quando adhuc levis est aëris modicè compressi resistentia, lamella illa suo foramine interiùs claviculatim striato cohærens hastulæ emboli, si à vase disjuncta fuerit, unà cum hastulâ movebitur: deinde verò, quando jam trusillus ægrè impellitur, lamella illa cum vase connectatur, & non nisi versato manubrio adduci atque reduci embolus poterit; id quod satis lentè perficietur. Rem claritatis gratia in fonte pneumatico explicemus.

Sit vas A B ex materiâ metallicâ, in cujus superiore parte labrum, ex quo per foramen A immittatur in vas aqua, ita tamen, ut non impleatur; aqua enim in vas modicè inclinatum descendens aërem expellet per tubulum C D. Ubi satis aquæ immissum fuerit, occludatur foramen A diligentissimè cochleolâ congruente, & convoluto epistomio E, tubus D C sit aëri impervius ad vasis latus statuatur modiolus cum embolo congruente H I, & emboli hastula sit connexa cum mobili vasis ansâ H O.





Porrò

Porrò hastula H K perforata sit, & continuo ductu usque ad emboli K S fundum pateat aëri ingredienti via H S; sed foramini S adjecta sit valvula, quæ aëri regressum obstruat. Similiter modioli fundo in I valvula exteriùs apposita aperiatur ingesto aëri transitum præbens, sed aëri intrà vas compresso cum nusquam exitus pateat, valvula ipsa modioli foramen I occludit. Hastulæ verò H K exterior facies sit in helicem striata, & lamellæ M N tanquam matrici congruat, quæ in M & N cochleolis adnecti queat exteriùs vasi, quasi esset ansæ fulcrum.

Ubi immissum fuerit quantum satis est aquæ, cochleolis M & N revolutis disjungatur matrix à vase: tum attractâ ansâ H O, unà cum lamellâ M N attrahitur embolus K S, & per apertum ductum H S ingreditur aër modiolum implens. Impulso deinde embolo, valvula ad S clauditur, & aër ex modiolo per patentem valvulam I ingeritur in vas; ex quo nequit exire, neque aquam propellere, clauso scilicet epistomio E, & foramine A: quapropter comprimitur, & densatur; ideóque attracto denuo embolo K S inclusus vasi aër se latiùs explicare connitens valvulam I valide applicat foramini modioli, sibíque exitum obstruit. Toties adducitur atque reducitur embolus, & aër ingeritur, quoad magna premendi difficultas percipiatur; ubi eò ventum fuerit, tunc lamella M N iterum vasi adnectatur suis cochleolis; nec jam embolus rectâ adduci potest; sed arreptum in O manubrium versatur, & embolus intrà modiolum circumactus sensim attollitur, qui deinde revoluto in contrarium manubrio deprimitur, & multâ vi aër in vase comprimitur. Laxato demum Epistomio E, compressus in vase aër aquam exprimit per tubum C D, primùm quidem vehementiùs, subinde remissius, prout aëris vis elastica sensim languescit.

Hoc idem quod de aëre intra vas comprimendo ad aquam evibrandam comminisci placuit, servatâ analogiâ dicendum est de aëre, tùm conatu manûs rectâ trusillum impellentis, tum ope cochleæ similiter conformatæ, intrà conceptaculum comprimendo, ut ex fistulâ deinde multâ vi emittatur plumbea glans, ubi reseratus aëri exitus illum subitò dilatari permiserit. Quin & pneumatica hujusmodi tormenta citrà conceptaculum aëris compressi construere non inutile accidat, si, quemadmo-

dum nostrates pueri surculos sambuceos fungosâ medullâ exhauriunt, & utrâque tubuli extremitate papyraceis globulis obstructâ, alterum globulum congruo cylindro propellunt, atque inclusum aërem densant, quoad aëris vim elasticam, & impellentis manûs conatum non ferens extremus alter globulus edito scloppo expellatur; ita ferream fistulam longiorem paraveris, cujus alteri extremitati immittatur plumbea glans obducta papyro, aut simili materiâ, ut exquisitè tubi osculum implens demum universam aëris vim excipiat, alteram extremitatem aliquot spiris ambiat cava cochlea, quam impleat cylindrus ferreus in congruentem cochleam deformatus: Si enim hujusmodi cylindrus vix brevior fuerit, quàm fistula, & apto manubrio convolutus in fistulam sensim immittatur, totum aërem, quo fistula replebatur, ad exiguas spatij angustias adiget, ex quibus magnâ vi demum, quâ data porta, erumpens ejaculabitur plumbeum globulum.

Quod si aërem non comprimere, sed distrahere atque dilatare libitum fuerit, eâdem ratione parandus est modiolus cum embolo, ac hastulâ in helicem striatâ, atque perforatâ, & cochleæ matrici inserta, nisi quod valvulæ contrariam positionem exigunt; nam modioli valvula I intrà ipsum modiolum statuenda est, ut adducto embolo aperiatur, & ex vase aër in modiolum attrahatur: Emboli verò valvula non ad S, sed in H apponenda est, ut reducto embolo, aër in modiolum admissus exprimatur per tubulum SH, sivè manu urgeatur trusillus, sive cochlea convolvatur. Aërem autem, licèt valde compressum, magis etiam convolutâ cochleâ densari, aut valde rarum magis adhuc dilatari manifestum est; id quod rectâ manûs impulsione aut attractione nequaquam fieri posset.

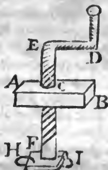
PROPOSITIO II.

Forcipum vires cochleâ augere.

Duplicem exerceri à forcipibus vim constat; altera est constringendo id, quod illis apprehenditur, & earum vis major aut minor ex eo æstimatur, quod brachia longè à nodo, aut prope illum, arripiantur: altera vis est in extrahendo aliquid,

quid, ut clavum tabulæ aut parieti infixum; cum enim curva ſit forceps, qua parte clavum apprehendit, adnexum in ipſo flexu habet hypomochlium, & brachia inclinando, pro eorum longitudine, vis extrahendi exercetur quaſi per vectem. At aliquando opus eſt majore conatu, quàm ut ſolis forcipibus valeat potentia infixum clavum extrahere; momentum ſiquidem potentiæ pendet ex Ratione, quam habet diſtantia potentiæ ad diſtantiam clavi ab ipſo flexu, qui fungitur munere hypomochlij. Quare vis extrahendi major communicari poteſt ope cochleæ, ita tamen, ut forceps non exerceat munus vectis.

Paretur itaque valida & ſatis craſſa lamina chalybea A B, matricem cochleæ habens in C, & ſit cochlea F E, manubrium habens E D. Cochleæ verò extremitas in cylindrum deſinat, qui craſſioris laminæ H I foramini exquiſitè polito inſeratur, & in eo facillimè convolvi valeat. Cylindri extremitas infra laminam H I ita dilatetur, ut eandem laminam H I ſuſtineat, non tamen convolutionem impediat. Porrò laminæ H I adnexi ſint duo annuli ita conformati, ut forcipis brachia excipiant: nam ſi brachia in hujuſmodi annulos immittantur, ut hi proximi ſint nodo forcipis maximè dilatatæ, antequam apprehendat clavum extrahendum, poſtmodum conſtrictâ forcipe & clavum apprehendente, elevata lamina H I annulos ſecum rapiet, qui per forcipis brachia divaricata excurrentes demum validè illa conſtringent, nec ulterius excurrere poterunt. His paratis utrique extremitati A B ſubjiciantur fulcra (ſivè ſint tigillorum fruſta, ſivè quæcumque alia) inter ipſam laminam & planum, ex quo educendus eſt clavus, interjecta: Nam manubrio D E convoluta cochlea ita matricem A B applicabit fulcris, ut firmiſſimè cohæreant cum ſubjecto plano. Jam ſi pergas cochleam contorquere, hæc ſecum rapiet laminam H I, & adjectos annulos cum forcipe, & clavo, quem revellit.



Quod ſi fortè placuerit forcipem habere peculiarem huic inſtrumento aptandam, habeat in brachiorum extremitatibus

uncos aut annulos annulis H & I inſerendos aut connectendos, eâ tamen ratione diſpoſitos, ut dum lamina H I vi cochleæ trahitur, brachia ipſa ad ſe invicem accedendo forcipem conſtringant.

Unum præterea addendum, quod non levis eſt momenti, & aliàs quoque obſervari poterit. Contingere poteſt, ut omnibus modo dicto paratis, potentia ſe infirmiorem ſentiat, quàm ut valeat circumducto manubrio D E cochleam contorquere. Hoc igitur tibi remedium compara: longiorem vectem validis funiculis colliga cum manubrio D E, & vecte illo quaſi manubrio utens experieris pro Ratione longitudinis aucta momenta; amplior ſiquidem peripheria, quæ tunc à potentiâ deſcribitur, ad ſpirarum cochleæ intervallum habet Majorem Rationem.

PROPOSITIO III.

Numerum paſſuum aut rotæ converſionem metiri.

HOc idem problema lib.5. cap.9. prop.2. propoſitum eſt, & per rotulas dentatas ſingulis prioris rotæ converſionibus excipientes impulſionem ſingulorum dentium, in quos prominens paxillus incurrat, perfici poſſe indicatum eſt. Nunc aliam methodum indicare placet ex iis, quæ ſuperiore capite ſunt dicta de Cochleá Infinitâ. Primam quidem rotulam, cui motus origo ineſt ex funiculi tractione, prout ibi dictum eſt, eandem ſtatue, & illius axis extremitas appoſito indice tot paſſus, aut tot rotæ converſiones indicabit, quot in dentes ipſa prima rotula diſtributa intelligitur. Hujus rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, cui ſua rotula dentata congruat; & ſingulis primæ rotulæ converſionibus ſinguli dentes ſecundæ promoventur: atque adeò quot dentes ſecundæ huic rotulæ inſunt, ut hæc integram converſionem perficiat, tot requiruntur prioris rotulæ converſiones. Similiter ſecundæ rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, & tertiam rotulam dentatam convertat, cujus axis pariter tertiam cochleam infinitam conſtituere poteſt, & quartam rotulam cum ſuo axe & indice convolvere. Singulorum axium extremitates in facie loculamenti adjecto indice ob oculos ponunt numerum revolutionum proximè

mè antecedentis rotulæ. Quapropter numerus à postremâ rotulâ indicatus multiplicandus est per numerum omnium dentium penultimæ rotulæ, & productus per numerum dentium antepenultimæ ducendus; atque iterum hunc productum per numerum omnium dentium antecedentis rotulæ multiplicare oportet, ut omnium passuum, aut conversionum rotæ currûs, numerus innotescat. Quare artificis industria in hoc requiritur, ut rotularum dentibus eos numeros statuat, quorum rationem inire non sit nimis operosum.

Illud autem, commodum-ne dixeris? an incommodum? in cochlearum infinitarum complexione contingit necessariò, quod axes sunt in planis invicem rectis, ac proinde indices non in eâdem loculamenti facie constitui possunt: cum enim unusquisque axis ad planum sui tympani dentati, cui infigitur, sit rectus, ipsum verò tympanum sit in eodem plano, in quo est cochlea infinita, à qua convertitur, manifestum est plana ipsa, in quibus sunt axes, esse invicem recta, atque idcirco non ad eandem loculamenti faciem pertinere eorum indices.

PROPOSITIO IV.

Lunæ motum & phases in automato indicare.

QUæ communiter parantur automata horas indicantia, indicem habent horis duodecim perficientem integrum circuitum: quapropter lunæ motum, ejusque ætatem ob oculos ponere cupiens, satis erit, si axem, cui horarum index inseritur, in cochleam infinitam deformaveris, quæ convertat tympanum in dentes 59 distributum; axis enim tympani indicem convertens ætatem lunæ commonstrabit in dexterâ, aut in sinistrâ facie loculamenti, cui automatum includitur. Cum enim lunaris mensis Synodicus complectatur dies $29\frac{1}{2}$, index autem horarum semissem diei perficiat, erunt indicis hujus conversiones 59, dum semel index lunæ suam conversionem absolvit. Si igitur index lunæ sit lamina rotundum habens foramen propè indicis lingulam, per quod appareat pictus in subjectâ facie circulus centrum habens extra indicis centrum, adeò ut primâ die lunæ nihil illius circuli appareat, & die decima-

quintâ foramen integrum exhibeat ejuſdem circuli colorem, lunæ Phaſes à foramine, & ejus ætas à lingulâ indicabuntur.

Quod ſi placuerit in eâdem facie, in qua deſcriptæ ſunt horæ, etiam lunæ phaſes & motum apparerere, oportebit axi indicis horarum aptatam rotulam denticulos habere ad perpendiculum infixos, qui curriculum, ſeu Vertebram ſtriatam convertant, ita ut vertebræ hujuſmodi una converſio planè iſochrona ſit uni converſioni indicis horarum. Curriculi autem axis in cochleam infinitam deformatus convertat tympanum in dentes 59 diſtinctum, quod collocetur faciei loculamenti parallelum; hujus ſiquidem converſio in eâdem loculamenti facie, in qua & horæ indicantur, repræſentabit lunæ phaſes.

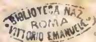
At ſi fortaſſe volueris in eâdem Automati facie ita apparere horas & lunæ ætatem, ut proximè ſaltem indicetur, quotâ horâ accidat Novilunium aut Plenilunium, poſtquam ſemel juxta Ephemerides conciliaveris indices horarum & lunæ; non ſatis erit in dentes 59 diſtinxiſſe tympanum, cujus ſinguli dentes horis 12 promoveantur; ſiquidem menſis lunaris Synodicus complectitur dies 29, horas 12, minuta 44, hoc eſt ferè tres horæ quadrantes; atque adeò poſt duos menſes index lunæ indicaret Novilunium ſeſquihorâ citiùs, quàm par fuerit, & poſt annum index anteverteret verum Novilunium novem horis. Quare axi horas indicanti non eſſet copulandus axis cochleæ infinitæ, cujus tympanum aliam exigeret dentium multitudinem; ſed peculiaris axis ſtatuendus eſſet, cujus converſio ita temperaretur, ut horis undecim cum quadrante abſolveretur; tympanum verò, ex cujus converſione convolveretur index lunæ, diſtribuendum eſſet in dentes 63; hujus enim unica converſio reſponderet converſionibus 63 axis, cujus ſingulæ converſiones perficerentur horis $11\frac{1}{4}$: quapropter index lunæ ſuam converſionem abſolveret horis $708\frac{1}{4}$, hoc eſt diebus 29, horis 12, minutis 45. Eſſet igitur in ſingulis lunationibus paulò tardior non niſi uno minuto; ſed demum abſolutis duodecim lunationibus exiguum eſſet diſcrimen. Quod ſi rotulæ horas indicantis faciem interiorem in partes 16 diſtinxeris, & denticulos ad perpendiculum erexeris, qui Curriculum convertant, ita tamen, ut curriculus unâ converſione excipiat ſolùm quindecim denticulos, utique una curriculi converſio perficietur

perficietur horis 11 $\frac{1}{4}$, hoc eſt $\frac{15}{16}$ horarum duodecim, ſeu horarum quadrantibus 45; qui per 63 multiplicati dant horæ quadrantes 2835, quot una lunatio complectitur.

PROPOSITIO V.

Pancratium ad onera Vecte attollenda opportunum conſtruere.

SÆpè contingit Vecte ſecundi generis attollendum eſſe aliquod onus, cui impar ſit potentia: idcirco præſtò eſſe poteſt inſtrumentum (cui Pancratio nomen fieri poſſe oſtendit vis ſatis magna) plures in alios uſus accommodatum, quod & facillimè quocumque in loco collocari valet, & quocumque transferri. Cochlea infinita cum ſuo tympano dentato congruente paretur: tympani axis ſit excavatus in tres aut quatuor ſtrias convenientes dentibus laminæ rectæ chalybeæ dentatæ ſatis ſolidæ, cujuſmodi illa eſt, quam lib. 5. cap. 6. exhibui. Nam ſi hæc includantur capſulæ paulò longiori, quàm ſit lamina illa dentata, & cochleæ axis extra loculamentum promineat, ut ei aptari poſſit manubrium; ex Cochleæ converſione volvitur tympanum, & unà cum illo ejuſdem axis ſtriatus, qui dentes laminæ chalybeæ ſubiens illam elevat. Et quoniam hujus laminæ caput ſinuatum ſubjicitur vecti, etiam vectis attollitur, & cum eo pondus. Quanta ſit cochleæ infinitæ cum ſuo tympano & axe vis ad elevandam laminam, conſtat ex dictis: Componenda eſt autem hæc Ratio cum Ratione Vectis, ut habeatur momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum onere.



FINIS.



